تحلیل فراوانی سیلاب دو متغیره با استفاده از توابع مفصل

میثم سالاری[1*]، علی‌محمد آخوندعلی[2]، آرش ادیب[3] و علیرضا دانشخواه[4]

۱*- نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری هیدرولوژی، گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشکده مهندسی آب، دانشگاه شهید چمران اهواز
meysam.salarijazi@gmail.com

۲- استاد گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشکده مهندسی آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

۳- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز

۴- استادیار گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۹۱/۹/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۲/۳/۲۹

چکیده

در روش‌های مرسوم تحلیل فراوانی سیلاب تنها متغیر دبی اوج سیلاب مد نظر قرار می‌گیرد و فرض می‌شود که متغیر مورد بررسی از توابع توزیع پارامتری خاصی تبعیت می‌کند. این فرضیه‌ها محدود کننده هستند و منجر به دستیابی به اطلاعات محدود در زمینه ریسک سیلاب می‌شوند. یک رویداد سیلاب دارای سه متغیر دبی اوج، حجم و تداوم سیلاب می‌باشد بطوری که این متغیرها در طبیعت تصادفی بوده و بین دو متغیر همبستگی وجود دارد. در این تحقیق از توابع مفصل برای مدل بندی ساختار همبستگی و همچنین برآورد توزیع احتمال توام متغیرهای سیلاب در ایستگاه هیدرومتری اهواز بر روی رودخانه کارون استفاده گردید. با در نظر گرفتن توابع توزیع حاشیه-ای سیلاب از خانواده های توزیع‌های پارامتری و ناپارامتری، سه مفصل مناسب از کلاس ارشمیدسی، یعنی خانواده های کوک-جانسون، علی-میکائیل-حق و گامبل-هوگارد برای مدل سازی ریاضی دو متغیره سیلاب استفاده شد. بر اساس معیارهای نکویی برازش مفصل خانواده گامبل-هوگارد منجر به بهترین نتیجه در مدل سازی ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب شد. با استفاده از مفصل منتخب توابع توزیع تجمعی شرطی و نیز دوره های بازگشت توام متغیرهای سیلاب برآورد گردید که موجب بهبود در برآورد ریسک سیلاب گردید.

کلیدواژه ها: توابع مفصل، توزیع حاشیه ای، توزیع احتمال توام، دوره بازگشت توام، تابع توزیع تجمعی شرطی.

Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Functions

M. Salarijazi[1], A. M. Akhond-Ali[2], A. Adib[3] and A. Daneshkhah[4]

1- Ph.D Student of Hydrology, Hydrology and Water Resources Department, Faculty of Water Sciences Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Khuzestan, Iran.
2- Professor of Hydrology, Hydrology and Water Resources Department, Faculty of Water Sciences Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Khuzestan, Iran.
3- Associate Professor, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Khuzestan, Iran.
4- Assistant Professor , Department of Statistics, Faculty of Mathematical Sciences and Computer, Shahid Chamran University, Ahvaz 6135714463, Iran.

Received: 10 Dec.2012 Accepted:19 June 2013

Abstract

In the conventional methods of flood frequency analysis, the flood peak variable is just considered and assumed that this variable follows some specific parametric distribution function. This assumption would restrict us and lead us to the limited available information to evaluate the flood risk. It is well known that a flood event has three variables of flood peak, volume and duration which are random in nature and are mutually dependent. In this research, the concept of the Copula function is briefly introduced and then used to modeling the dependency structure of the flood variables of the Karun River at the Ahvaz hydrometric station and then estimate their joint probability distribution. We use three well-known and appropriate copulas, including Ali–Mikhail–Haq, Cook–Johnson and Gumbel–Hougaard which belong to the Archimedean class of copulas, to modeling the joint probability distribution of the flood variables, where the marginal distributions of the flood's variables are selected from the parametric and non-parametric distributions. The Gumbel–Hougaard family led to better modeling of different combination of flood's variables based on goodness of fit criteria. The selected copula is used to estimate conditional cumulative distribution function and joint return periods which lead to better estimation of flood risk.

Keywords: Copula functions, Marginal distribution, Joint probability distribution, Joint return period, Conditional cumulative distribution function.

مقدمه

در روش‌های مرسوم تحلیل فراوانی سیلاب تنها متغیر دبی اوج سیلاب در نظر گرفته شده و فرض می‌شود این متغیر از توابع توزیع پارامتری خاصی مانند گاما، لوگ پیرسون، مقادیر حدی تعمیم یافته و ... تبعیت می‌کند (۱۴). این فرضیه‌ها موجب دستیابی به اطلاعات محدود در زمینه ریسک سیلاب می‌گردد، در حالی که در برنامه ریزی و طراحی‌های هیدرولوژیکی مرتبط با مدیریت سیلاب تنها آگاهی نسبت به متغیر دبی اوج سیلاب کافی نیست و نیاز به اطلاعات و آگاهی در زمینه سایر متغیرهای مهم یعنی تداوم و حجم سیلاب نیز می‌باشد. برای دسترسی به اطلاعات در زمینه متغیرهای سیلاب با استفاده از تحلیل‌های آماری چند متغیره، نیاز به توابع توزیع تجمعی و توابع چگالی احتمال توام متغیرهای سیلاب می‌باشد. استانویچ و سینگ[1] توزیع‌های نمایی و گوسی دو متغیره، یو و همکاران[2] توزیع گامبل دو متغیره، ساکل و برگمن[3] توزیع نرمال دو متغیره، سینگ و سینگ[4] توزیع نمایی دو متغیره، یو[5] توزیع گاما دو متغیره و یو توزیع لوگ نرمال دو متغیره را برای تحلیل فراوانی سیلاب بررسی کرده‌اند (۱۰و۲۴و۱۵و۱۹و۲۱و۲۲). از ایرادات این توابع توزیع مشترک این فرض است که هر سه متغیر سیلاب دارای توزیع‌های حاشیه ای از یک خانواده توزیع آماری خاص و پارامتری می‌باشند که این فرض نیز یک محدودیت عمده می‌باشد اما کاربرد توابع مفصل با در نظر گرفتن توزیع‌های حاشیه ای از خانواده های مختلف موجب رهایی از این محدودیت می‌گردد. کاربرد این توابع در هیدرولوژی رویکردی جدید می‌باشد و انتظار می‌رود نتایج مهمی از کاربرد آن‌ها در این زمینه حاصل گردد (۱۶). مزایا و انعطاف پذیری توابع مفصل موجب کاربرد این توابع در تحلیل خشکسالی نیز شده است (۱۸و ۸و ۱۲و ۱۱). استفاده از توابع مفصل در تحلیل فراوانی و مدل سازی همبستگی بین متغیرهای سیلاب نیز مورد بررسی محققان قرار گرفته است (۴و ۳و ۲۵و ۹). با توجه به نتایج تحقیقات گریمالدی و سرینالدی[6] مشخص می‌گردد که توزیع توام به دست آمده با استفاده از توابع مفصل نسبت به توزیع توام استاندارد برازش بهتری به توزیع توام تجربی (یعنی با استفاده از داده های مشاهداتی و کاربرد روابط ترسیم موقعیت) دارد (۶). هدف از این مطالعه کاربرد توابع مفصل برای مدل سازی ساختار وابستگی بین متغیرهای سیلاب و برآورد توابع توزیع تجمعی شرطی و نیز دوره های بازگشت توام با در نظر گرفتن توزیع‌های حاشیه ای پارامتری و ناپارامتری این متغیرها می‌باشد.

1- Krstanovic & Singh
2- Yue et al
3- Sackl & Bergmann
4- Singh & Singh
5- Yue

مواد و روش‌ها

معرفی منطقه مورد مطالعه: حوضه آبریز رودخانه های کارون و دز (کارون بزرگ) به مساحت تقریبی ۶۷۵۰۰ کیلومتر مربع به مختصات جغرافیایی ۳۰° تا ۱۵َ، ۳۴° عرض شمالی و طول ۴۸° تا ۵۲° شرقی با توپوگرافی ویژه محدوده‌ای از جنوب غربی ایران را پوشش می‌دهد. ایستگاه هیدرومتری اهواز بر روی رودخانه کارون بزرگ و در مختصات جغرافیایی ۴۱-۴۸ طول شرقی و ۲۰- ۳۱ عرض شمالی و ارتفاع ۱۰ متر نسبت به سطح دریا واقع گردیده وسعت حوضه آبریز آن ۶۰۷۳۷ کیلومتر مربع می‌باشد. با توجه به داده های اخذ شده از سازمان آب و برق خوزستان، سیلاب‌های سالانه مشخص گردید و سری‌های زمانی متغیرهای دبی اوج، حجم و تداوم سیلاب استخراج گردید. بازه زمانی سری‌های تشکیل شده در حد فاصل سال آبی ۵۷-۱۳۵۶ تا ۸۸-۱۳۸۷ بوده است.

توابع مفصل: توابع مفصل توابعی هستند که به واسطه آن‌ها توزیع‌های حاشیه ای یک متغیره مختلف به یکدیگر پیوند زده شده و توزیع‌های چند متغیره را ایجاد می‌نمایند (۲۰). تابع توزیع تجمعی احتمال چند متغیره را می‌توان بر حسب توابع توزیع حاشیه ای هر یک از متغیرها و یک تابع مفصل نوشت. یک تابع مفصل بر روی چند متغیر را می‌توان به صورت تابع توزیع تجمعی توام متغیرهای

6- Grimaldi & Serinaldi

تصادفی یکنواخت استاندارد بیان کرد. یک مفصل دو متغیره می‌تواند به صورت رابطه زیر بیان گردد:

$$C:[0,1]^2 \to [0,1] \qquad (۱)$$

که باید در شروط زیر صدق کند.

الف- $C(u,0)=C(0,v)=0$ و $C(1,v)=v$ $C(u,1)=u$

ب-

$$C(u_1,u_2)+C(v_1,v_2)-C(u_1,v_2)-c(v_1,u_2)\geq 0$$

اگر $u_1 \geq v_1$ و $u_2 \geq v_2$ و $u_1,u_2,v_1,v_2 \in [0,1]$

اسکلار[1] نشان داد که هر تابع توزیع n بعدی F می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$F(x_1,...,x_n)=C(F_1(x_1),...,F_n(x_n)) \qquad (۲)$$

که در آن $F_1,...,F_n$ توابع توزیع یک متغیره هستند. اگر $F_1,...,F_n$ پیوسته باشند تابع مفصل C یکتا است و به صورت زیر ارائه می گردد:

$$C(u_1,...,u_n)=F(F_1^{-1}(u_1),...,F^{-1}_n(u_n)), \quad 0\leq u_1,...,u_n \leq 1 \qquad (۳)$$

در آن چندک F_k^{-1} به صورت $F_k^{-1}=\inf\{x\in R|F_k(x)\geq u_k)\}$ تعریف می‌شود. بالعکس می‌توان ثابت کرد اگر C تابع مفصل باشد و $F_1,...,F_n$ توابع توزیع یک متغیره باشند تابع F در رابطه (۲)، یک تابع توزیع n بعدی با حاشیه های $F_1,...,F_n$ می‌باشد (۱۳). مفصل‌ها در کلاس‌های متفاوتی مانند ارشمیدسی، بیضوی و مقادیر حدی طبقه بندی می‌شوند و هر کدام از این کلاس‌ها شامل مفصل‌های مختلفی هستند. در این تحقیق توابع مفصل دو متغیره علی-میکائیل-حق[2]، کوک-جانسون[3] و گامبل-هوگارد[4] از کلاس ارشمیدسی استفاده گردیده است. مفصل‌های کلاس ارشمیدسی به دلایلی که در ادامه ذکر می‌شود در دامنه وسیعی از موارد کاربرد دارند: الف- سادگی ساخت اعضای این کلاس. ب- خانواده های بسیار زیادی از توابع مفصل به این کلاس تعلق دارند. ج- این کلاس بسیاری از خواص مطلوب را دارا می‌باشد. توابع مفصل ارشمیدسی دو متغیره به صورت زیر تعریف می‌شوند (۱۳):

$$C_\theta(u_1,u_2)=\phi^{-1}\{\phi(u_1)+\phi(u_{2)}\} \qquad (۴)$$

در رابطه مذکور θ پارامتر تابع مولد ϕ می‌باشد. ϕ یک تابع پیوسته، محدب و اکیدا یکنوا است. نمایش ریاضی مفصل‌های دو متغیره تک پارامتری مورد استفاده قرارگرفته در جدول (۱) آورده شده است، در این توابع پارامتر θ درجه وابستگی بین متغیرهای وابسته را نمایش می‌دهد. در این معادله‌ها u_1 و u_2 تابع توزیع تجمعی متغیرهای مورد بررسی هستند. در این معادله‌ها تابع توزیع تجمعی متغیرهای مورد بررسی هستند. برای هر مفصل دو متغیره، مقدار θ با در نظر گرفتن رابطه ریاضی بین ضریب همبستگی کندال[5] (τ) و تابع مولد قابل دستیابی است.

ضریب همبستگی کندال (τ) یک اندازه وابستگی ناپارامتری که با توجه به مشاهدات می‌توان آن را توسط رابطه زیر برآورد کرد:

$$\tau_n=\binom{n}{2}^{-1}\sum_{i<j} sign[(x_i-x_j)(y_i-y_j)] \qquad (۵)$$

اگر $[(x_i-x_j)(y_i-y_j)]>0$ باشد $sign=1$ و اگر $[(x_i-_j)(y_i-y_j)]<0$ باشد $sign=-1$. $i,j=1,2,...,n$

روند دستیابی به تابع مولد و مفصل برآمد با استفاده از داده های مشاهداتی توسط جنست و ریوست تشریح شده است (۵). روند ذکر شده بدین صورت می‌باشد: الف-برآورد τ کندال با استفاده از داده های مشاهداتی. ب-تعیین پارامتر مفصل θ با استفاده از τ کندال برای هر کدام از مفصل‌های مورد بررسی. ج-دستیابی به تابع مولد ϕ هر مفصل. د-دستیابی به مفصل‌ها با استفاده از توابع مولد مربوط به هرکدام.

1-Sklar
2-Ali-Mikhail-Haq
3-Cook-Johnson
4-Gumble-Hougaard

5-Kendall's Coefficient of Correlation

جدول ۱- نمایش ریاضی مفصل‌های مورد بررسی در این تحقیق

نام تابع مفصل	θ	τ	$\phi(t)$	$C_\theta(u_1,u_2)$
علی-میکائیل-حق	$\in[-1,1]$	$(\frac{3\theta-2}{\theta})-\frac{2}{3}(1-\frac{1}{\theta})^2\ln(1-\theta)$	$\ln(\frac{1-\theta(1-t)}{t})$	$\frac{u_1u_2}{1-\theta(1-u_1)(1-u_2)}$
کوک-جانسون	$\in[0,\infty)$	$\frac{\theta}{\theta+2}$	$\frac{t^{-\theta}-1}{\theta}$	$[u_1^{-\theta}+u_2^{-\theta}-1]^{-1/\theta}$
گامبل-هوگارد	$\in[1,\infty)$	$1-\theta^{-1}$	$(-\ln(t))^\theta$	$\exp(-((-\ln(u_1))^\theta+(-\ln(u_2))^\theta)^{1/\theta})$

نکویی برازش: توابع توزیع تجمعی توام متغیرهای سیلاب برآورد شده توسط توابع مفصل با احتمال عدم وقوع تجربی که از روابط ترسیم موقعیت به دست می‌آید مقایسه می‌گردند. در این تحقیق برای دستیابی به احتمال عدم وقوع تجربی از رابطه ترسیم موقعیت گرینگورتن استفاده شده که به صورت زیر می‌باشد (۷):

$$P_k=\frac{k-0.44}{N+0.12} \tag{۶}$$

k:ردیف مشاهدات در یک ترتیب صعودی، N: تعداد مشاهدات و P_k: فراوانی تجمعی (احتمال اینکه یک مقدار مشخص از k امین مشاهده مرتب شده به صورت صعودی کمتر است) می‌باشد. فراوانی تجمعی توام (احتمال توام عدم وقوع) به وسیله رابطه زیر تعیین می‌گردد (۲۵و ۲۶):

$$F_{XY}(x_i,y_i)=P(X\le x_i,Y\le y_i)=\frac{\sum_{m=1}^{i}\sum_{l=1}^{i}n_{ml}-0.44}{N+0.12} \tag{۷}$$

n_{ml}: تعداد جفت‌های (x_j,y_j) است به طوری که $x_j<x_i$ و $y_j<y_i$، $1\le j\le i$ $i,j=1,\dots,N;$ و N اندازه نمونه است. در این مطالعه ریشه میانگین مربعات خطا[۱] $(RMSE)$، معیار اطلاعات آکائیک[۲] (AIC) و معیار اطلاعات بیزی[۳] (BIC) یا معیار شوآرز به عنوان معیار نکویی برازش داده های نمونه بر توزیع تجمعی تئوری به دست آمده از توابع مفصل استفاده شده است (۲و ۱۷). معیار اطلاعات آکائیک و معیار اطلاعات بیزی شامل دو بخش هستند. الف-بخشی که عدم برازش را در نظر می‌گیرد، ب-بخشی که عدم اطمینان ناشی شده از تعداد پارامترهای مدل را در نظر می‌گیرد و با استفاده از روابط زیر تعیین می‌گردند. در این رابطه $x_c(i)$ و $x_o(i)$ به ترتیب مقادیر محاسبه و مشاهده شده i ام می‌باشند و k تعداد پارامترهایی می‌باشد که در برآورد مقادیر محاسباتی استفاده شده است همچنین N تعداد مشاهدات است.

$$RMSE=\{\frac{1}{N-k}\sum_{i=1}^{N}[x_c(i)-x_o(i)]^2\}^{\frac{1}{2}} \tag{۸}$$

$$AIC=N\log(MSE)+2(no.\ of\ fitted\ parameter) \tag{۹}$$

$$BIC=N\log(MSE)+[(no.\ of\ \ fitted\ \ parameters)\times\log(N)] \tag{۱۰}$$

توابع توزیع تجمعی شرطی و دوره های بازگشت توام برای متغیرهای سیلاب: دوره بازگشت شرطی $X\ge x$ به ازای $Y\le y$ را می‌توان به صورت زیر بیان نمود (۲۳):

$$T'_{X|Y}(x|y)=\frac{1}{1-H'_{X|Y}(x|y)} \tag{۱۱}$$

$$H'_{X|Y}(x|y)=H(x|Y\le y)=\frac{H_{X,Y}(x,y)}{F_Y(y)} \tag{۱۲}$$

که در آن $H_{X,Y}(x,y)=P(X\le x,Y\le y)$ تابع توزیع تجمعی توام متغیرهای X و Y می‌باشد. همچنین یک رابطه هم ارز بـرای دوره بازگشت شـرطی $Y\ge y$ و $X\le x$ (یعنـی

1-Root Mean Square Error
2-Akaike Information Criterion
3-Beysian Information Criterion

جدول ۲- ضریب همبستگی کندال در ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب

دبی اوج-تداوم	حجم-تداوم	دبی اوج-حجم	ضریب همبستگی
۰/۴۵	۰/۸۰	۰/۶۱	کندال

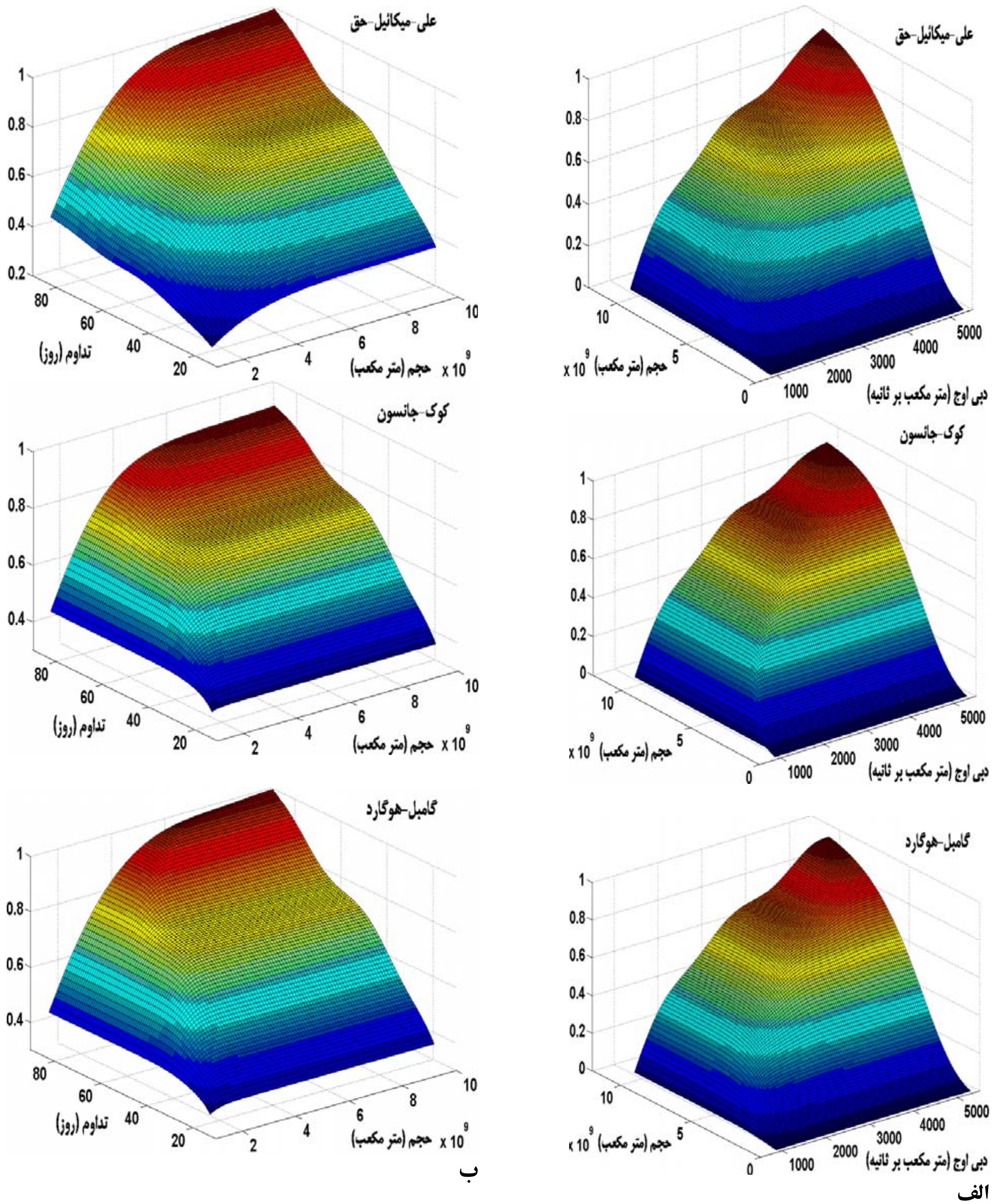
($T'_{Y|X} = (y|x)$) را نیز می‌توان به دست آورد. دوره های بازگشت توام ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب به صورت $T_{X,Y}(x,y) = 1/(1-H_{X,Y}(x,y))$ تعیین می‌گردد. $T_{X,Y}(x,y)$ دوره بازگشتی است که $Y \geq y$ یا $X \geq x$ یا $Y \geq y$ و $X \geq x$ باشد. با توجه به روابط بیان شده کدهای مرتبط برای انجام محاسبات در محیط MATLAB نوشته و اجرا گردید.

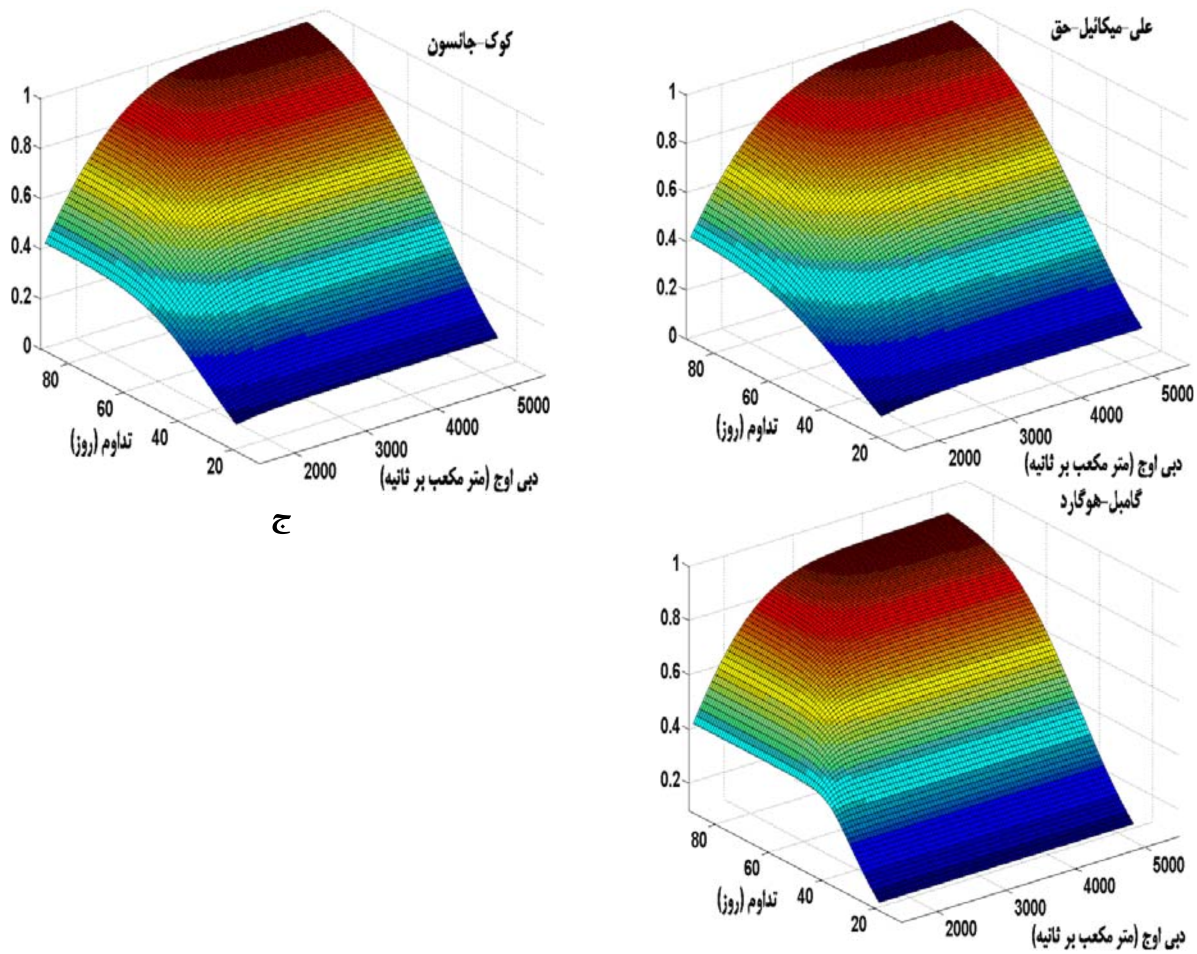
نتایج و بحث

متغیرهای دبی اوج، حجم و تداوم سیلاب متغیرهای تصادفی تعریف شده با پدیده فیزیکی یکسان هستند و بنابراین بین آن‌ها باید همبستگی دو به دو وجود داشته باشد (۹). در حقیقت مطالعه درجه ارتباط دو به دو بین این متغیرها نشان می‌دهد که این متغیرها به یکدیگر وابسته می‌باشند. ضرایب همبستگی τ کندال بین متغیرهای سیلاب برای جفت مشاهدات دبی اوج سیلاب-حجم سیلاب، حجم سیلاب-تداوم سیلاب و دبی اوج سیلاب-تداوم سیلاب برآورد و در جدول ۲ بیان شده است. این مقادیر مثبت می‌باشند که با مشاهدات گریمالدی و سرینالدی (۶) و نیز کارماکار و سیمونوویچ[1] (۹) تطابق دارد. همچنین با در نظر گرفتن روش‌های پارامتری و ناپارامتری مشخص گردید دبی اوج سیلاب از تابع توزیع پارامتری لوگ پیرسون نوع سه پیروی می‌کند در حالی که روش ناپارامتری سری‌های متعامد نرمال منجر به برآورد مناسب‌تر تابع توزیع تداوم و حجم سیلاب شده است (۱). با توجه به مقادیر ضریب همبستگی کندال و نیز تابع توزیع تجمعی هر یک از متغیرها، مفصل‌های متناظر با ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب برآورد گردید. شکل (۱) تابع توزیع توام ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب را با استفاده از مفصل‌های ذکر شده نشان می‌دهد. تعیین توابع توزیع تجمعی شرطی و نیز دوره های بازگشت توام متغیرهای سیلاب نیازمند به تعیین مفصل مناسب می‌باشد، بنابراین از معیارهای نکویی برازش برای انتخاب مفصل مناسب استفاده گردید. مقادیر این معیارها در جدول (۳) بیان شده است. بهترین مفصل، مفصلی است که حداقل معیار اطلاعات آکائیک، یا حداقل معیار اطلاعات بیزی و یا حداقل ریشه میانگین مربعات خطا را دارد.

نتایج حاصله بیانگر این موضوع است که تابع توزیع مفصل شده با مفصل گامبل-هوگارد بهترین برازش را به همه ترکیب‌های مورد بررسی یعنی دبی اوج سیلاب-حجم سیلاب، حجم سیلاب-تداوم سیلاب و دبی اوج سیلاب-تداوم سیلاب دارد. بطوری که معیار اطلاعات آکائیک برای مفصل گامبل هوگارد برای ترکیب‌های مذکور به ترتیب برابر با ۱۲۵/۷۰۵۷-، ۱۰۹/۱۱۲۹- و ۱۱۵/۵۷۹۳-، معیار اطلاعات بیزی به ترتیب برابر ۱۲۴/۸۱۵۴-، ۱۰۸/۲۲۲۵- و ۱۱۴/۶۸۸۹- و ریشه میانگین مربعات خطا به ترتیب برابر با ۰/۰۲۸۸، ۰/۰۴۵۷ و ۰/۰۳۸۲ است که در بین مفصل‌های مختلف نشان دهنده مناسب‌ترین برازش می‌باشد. بر اساس مفصل منتخب یعنی مفصل گامبل-هوگارد توابع توزیع تجمعی شرطی و دوره های بازگشت توام برآورد شده‌اند. شکل (۲) توابع توزیع تجمعی شرطی دبی اوج سیلاب-حجم سیلاب به ازای مقادیر معینی از حجم سیلاب، حجم سیلاب-تداوم سیلاب به ازای مقادیر معینی از تداوم سیلاب و دبی اوج سیلاب-تداوم سیلاب به ازای مقادیر معینی از تداوم سیلاب را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن رابطه (۱۳) دوره های بازگشت شرطی برای شرطها و ترکیب‌های مختلف قابل برآورد می‌باشد. شکل (۳) به ترتیب دوره های بازگشت توام دبی اوج سیلاب-تداوم سیلاب، دبی اوج سیلاب-حجم سیلاب و حجم سیلاب-تداوم سیلاب را نشان می‌دهد. همچنین شکل مذکور نشان دهنده هم تغییری در کران بالا بین متغیرها در دوره های بازگشت توام می‌باشد و نحوه این هم تغییری با توجه به هر ترکیب متفاوت از ترکیب‌های دیگر است.

1-Karmakar & Simonovic

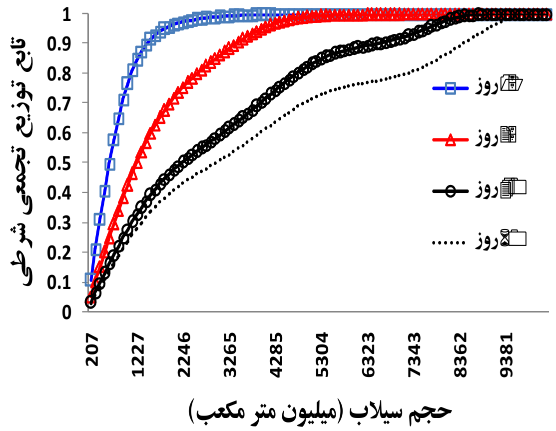

علی-میکائیل-حق
کوک-جانسون
گامبل-هوگارد
تداوم (روز)
حجم (متر مکعب)
x 10^9
دبی اوج (متر مکعب بر ثانیه)
ب
الف



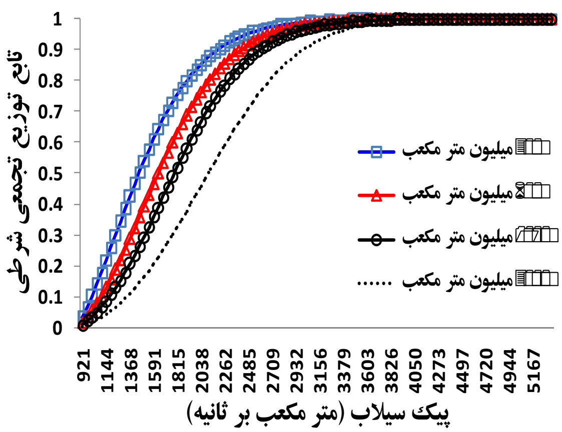
شکل ۱- منحنی توزیع تجمعی مفصل شده ترکیب‌های الف- دبی اوج-حجم، ب-تداوم-حجم، ج-دبی اوج-تداوم

جدول ۳- مقایسه مقادیر معیار های نکویی برازش در توزیع‌های توام ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب

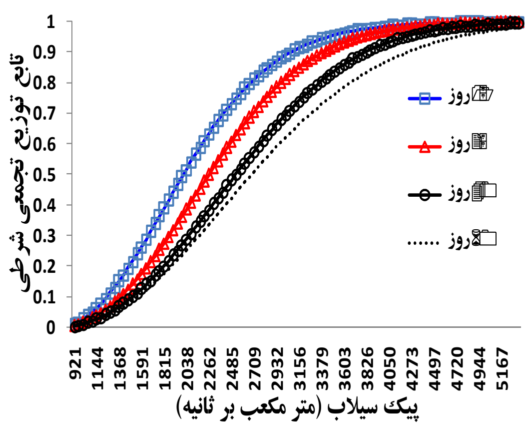
خانواده مفصل (معیار)	دبی اوج-حجم	حجم-تداوم	دبی اوج-تداوم
علی-میکائیل-حق (AIC)	-۸۶/۸۴۲۴	-۶۴/۹۴۱۳	-۹۴/۱۹۱۸
کوک-جانسون(AIC)	-۱۰۹/۲۶۹۳	-۹۷/۶۷۴۸	-۹۸/۸۰۷۱
گامبل-هوگارد(AIC)	-۱۲۵/۷۰۵۷	-۱۰۹/۱۱۲۹	-۱۱۵/۵۷۹۳
علی-میکائیل-حق(BIC)	-۸۵/۹۵۲۱	-۶۴/۰۵۰۹	-۹۳/۳۰۱۵
کوک-جانسون(BIC)	-۱۰۸/۳۷۹۰	-۹۶/۷۸۴۵	-۹۷/۹۱۶۷
گامبل-هوگارد(BIC)	-۱۲۴/۸۱۵۴	-۱۰۸/۲۲۲۵	-۱۱۴/۶۸۸۹
علی-میکائیل-حق (RMSE)	۰/۰۸۴۸	۰/۱۵۵۸	۰/۰۶۹۱
کوک-جانسون(RMSE)	۰/۰۴۵۵	۰/۰۶۲۷	۰/۰۶۰۸
گامبل-هوگارد(RMSE)	۰/۰۲۸۸	۰/۰۴۵۷	۰/۰۳۸۲



الف

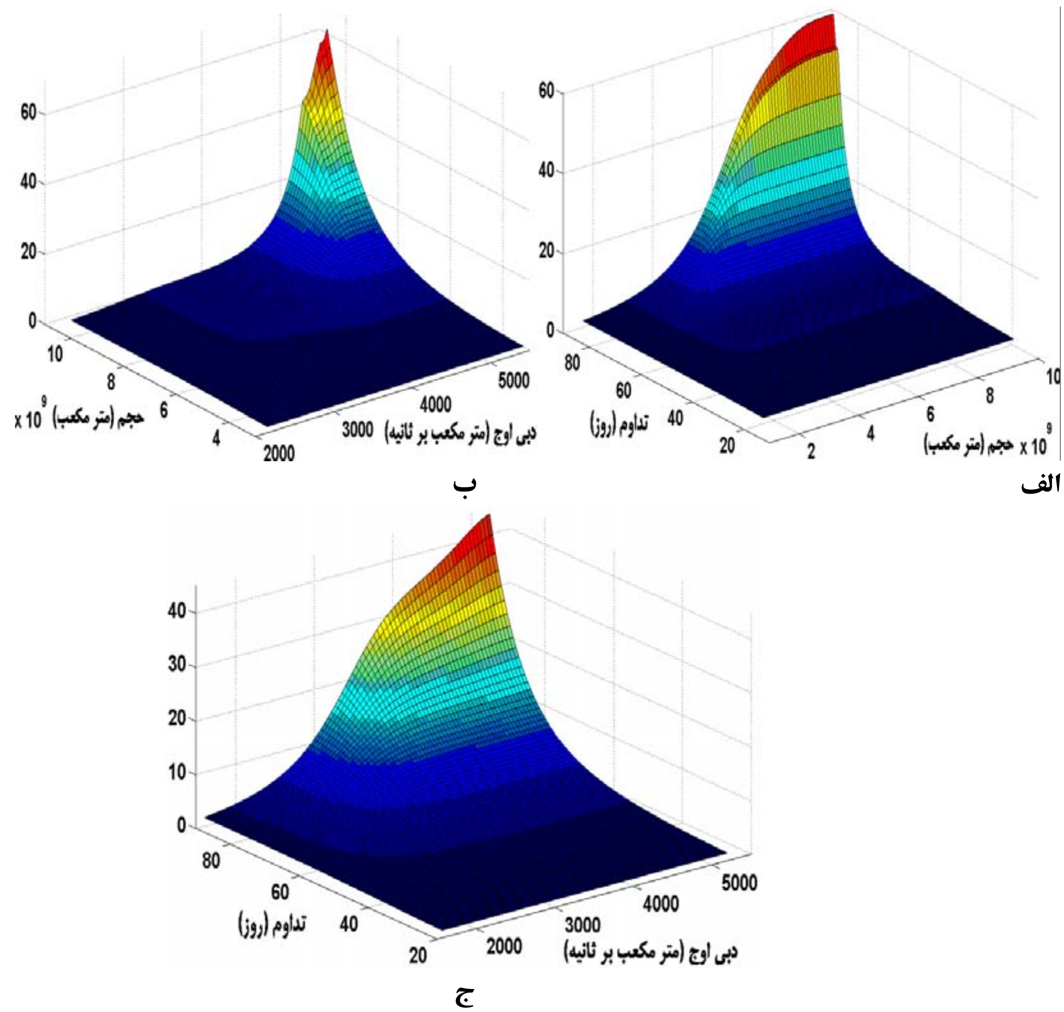


ب



ج

شکل ۲- تابع توزیع تجمعی شرطی الف- حجم و تداوم به ازای مقادیر معین تداوم، ب- حجم و دبی اوج به ازای مقادیر معین حجم، ج- دبی اوج و تداوم به ازای مقادیر معین تداوم



شکل ۳- دوره بازگشت توام الف- حجم-تداوم، ب- دبی اوج-حجم، ج- دبی اوج-تداوم

نتیجه‌گیری

در روش‌های مرسوم تحلیل فراوانی سیلاب متغیر دبی اوج سیلاب مورد توجه قرار می‌گیرد در حالی که یک رویداد سیلاب دارای سه متغیر اصلی یعنی دبی اوج، حجم و تداوم سیلاب می‌باشد که این سه متغیر در طبیعت تصادفی بوده و دو به دو همبستگی دارند. بنابراین تحلیل دو متغیره سیلاب می‌تواند منجر به دستیابی به اطلاعات و تحلیل‌های ارزشمندی در زمینه طراحی و برنامه ریزی‌های هیدرولوژیکی گردد. عمده محدودیت تحلیل دو متغیره سیلاب انتخاب توزیع‌های حاشیه ای از یک خانواده خاص توزیع‌های آماری بوده است در حالی که در اغلب موارد توزیع‌های حاشیه ای مورد بررسی از خانواده های مختلف توزیع‌های آماری می‌باشند. در این مطالعه با در نظر گرفتن توزیع پارامتری لوگ پیرسون نوع سه برای دبی اوج سیلاب و نیز توزیع به دست آمده از روش ناپارامتری سری‌های متعامد نرمال برای حجم و تداوم سیلاب، از توابع مفصل برای تحلیل دو متغیره استفاده شد (۱). توابع مفصل دارای دو مزیت عمده می‌باشند. مزیت اول در نظر گرفتن ساختار همبستگی بین متغیرهای مورد بررسی و مزیت دوم در نظر گرفتن توزیع‌های حاشیه ای از خانواده های مختلف توزیع‌های آماری است. توابع مفصل خانواده های علی-میکائیل-حق، کوک-جانسون و گامبل-هوگارد از کلاس ارشمیدسی، با توجه به رابطه بین ضریب همبستگی کندال و پارامتر مفصل‌ها ساخته و برای تحلیل به کار گرفته شد. با توجه به معیارهای نکویی برازش، مفصل گامبل-هوگارد به عنوان مفصل منتخب در نظر گرفته و بر این اساس، توابع توزیع تجمعی شرطی و نیز دوره های بازگشت توام ترکیب‌های مختلف متغیرهای سیلاب تعیین شد که در تحلیل ریسک، مدیریت و کنترل سیلاب ارزشمند می‌باشد. برای نمونه به ازای یک دوره بازگشت معین دسترسی به ترکیب‌های مختلف وقوع دبی اوج، حجم و تداوم سیلاب وجود دارد و بالعکس (۲۴). این سناریو های متفاوت می‌تواند برای ارزیابی ریسک مرتبط با مسایل هیدرولوژیکی از قبیل طراحی سرریز و کنترل سیلاب

مفید باشد (۳و ۹). نتایج نشان دهنده کارآیی و انعطاف پذیری کاربرد توابع مفصل در تحلیل فراوانی دو متغیره سیلاب می‌باشد.

منابع

۱- سالاری جزی، م.، آخوندعلی، م. ع.، ادیب. آ. و ع. دانشخواه. ۱۳۹۲. تحلیل فراوانی متغیرهای سیلاب با استفاده از روش‌های پارامتری و ناپارامتری. مجله پژوهش‌های حفاظت آب و خاک. جلد بیستم. شماره ششم. از صفحه ۲۵ تا صفحه ۴۶.

2- Akaike, H. 1974. A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control,19(6):716–722.

3- De Michele, C. Salvadori, G. Canossi M. Petaccia, A. and R. Rosso. 2005. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway. Journal of Hydrologic Engineering, 10(1):50–57.

4- Favre, A.C., El Adlouni, S., Perreault, L., Thie'monge N. and B. Bobe'e B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. Water Resources Research 40:1–12.

5- Genest, C. and L.P. Rivest. 1993. Statistical inference procedure for bivariate Archimedean copulas. Journal of the American Statistical Association, 88:1034–1043.

6- Grimaldi, S. and F. Serinaldi. 2006. Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis. Advances in Water Resources 29(8):1115–1167.

7- Gringorten I. I. 1963. A plotting rule of extreme probability paper. Journal of Geophysical Research, 68(3):813–814.

8- Kao, S. and R. S. Govindaraju. 2010. A copula-based joint deficit index for droughts. Journal of Hydrology, 380:121–134.

9- Karmakar, S. and S. P. Simonovic. 2009. Bivariate food frequency analysis. Part 2: a copula-based approach with mixed marginal distributions. Journal of Flood Risk Management 2:32–44.

10- Krstanovic, P. F. and V. P. Singh. 1987. A multivariate stochastic flood analysis using entropy. In: V.P. Singh, ed. Hydrologic frequency modeling. Reidel, Dordrecht, the Netherlands 515–539.

11- Lee, T., Modarres, R and T. B. M. J Ouarda. 2012. Data-based analysis of bivariate copula tail dependence for drought duration and severity. Hydrological Process, 27(10): 1454-1463.

12- Madadgar, S. and H. Moradkhani. 2011. Drought Analysis under Climate Change using Copula. Journal of Hydrologic Engineering, 18(7): 746-759.

13- Nelsen, R.B. 2006. An introduction to copulas. Springer, New York. 269 pp.

14- Rao, A.R. and K.H. Hamed. 2000. Flood frequency analysis. CRC, Boca Raton. 376 pp.

15- Sackl, B. and H. Bergmann. 1987. A bivariate flood model and its application. In: V.P. Singh, ed. Hydrologic frequency modeling. Reidel, Dordrecht, the Netherlands, 571–582.

16- Salvadori, G. and C. De Michele. 2007. On the use of copulas in hydrology: Theory and practice. Journal of Hydrologic Engineering, 12(4):369–380.

17- Schwarz, G. 1978. Estimating the dimension of a model. Annals of Statistics, 6(2):461–464.

18- Shiau, J.T. Feng, S. and S. Nadaraiah. 2007. Assessment of hydrological droughts for the Yellow river, China, using copulas, Hydrological Processes 21: 2157-2163.

19- Singh, K. and V. P. Singh. 1991. Derivation of bivariate probability density functions with exponential marginals, Stochastic Hydrology and Hydraulics 5(1):55–68.

20- Sklar A. 1959. Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges. Publications de L'Institute de Statistique, Universite' de Paris, Paris 8:229–231.

21- Yue, S. 2001. A bivariate gamma distribution for use in multivariate flood frequency analysis. Hydrological Process, 15(6):1033–1045.

22- Yue, S. 2000. The bivariate lognormal distribution to model a multivariate flood episode. Hydrological Process, 14(14): 2575–2588.

23- Yue, S. and P. Rasmussen. 2002. Bivariate frequency analysis: Discussion of some useful concepts in hydrological application. Hydrological Process, 16(14):2881–2898.

24- Yue, S., Ouarda, T. B .M .J., Bobe'e, B. Legendre, P. and P. Bruneau. 1999. The Gumbel mixed model for flood frequency analysis. Journal of Hydrology, 226(1–2):88–100.

25- Zhang, L. and V.P. Singh. 2006. Bivariate flood frequency analysis using the copula method. Journal of Hydrologic Engineering, 11(2):150–164.

26- Zhang, L. and V.P . Singh. 2007. Gumbel–Hougaard copula for trivariate rainfall frequency analysis. Journal of Hydrologic Engineering, 12(4):409-419.