

## جبران سازی مقاوم شیب خطای رادوم با تکنیک سنتز $\mu$

خسروی سامانی، مهدی<sup>۱</sup>، نیکوسخن، مهدی<sup>۲</sup>، محمدزمان، ایمان<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی دکترای هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دکترای هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

۳- استادیار گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۷/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۱/۳۰)

### چکیده

به دلیل ماهیت رادوم در انحراف امواج در رهگیرهای هدایت شونده از نوع راداری، خطای برخورد به هدف افزایش می یابد و بعضاً موجب ناپایداری سیستم می شود. از طرفی رادوم منجر به یک فیدبک ناخواسته در حلقه هدایت می شود که مشابه حلقه های فیدبک مرسوم که در آن خروجی باید سیگنال کنترلی مطلوب را تعقیب کند، نمی باشد. در این مقاله ابتدا اثر مخرب رادوم در پایداری و عملکرد حلقه هدایت بررسی و تحلیل شده است. سپس با پیشنهاد افزودن یک بلوک انتگرال گیر مجازی، مسئله جبران سازی رادوم به یک مسئله متداول کنترلی تبدیل شده است به طوری که می توان معیارهای کارایی را در قالب یک مساله کنترلی تعریف نمود. سپس جهت طراحی جبران ساز، با توجه به نوع عدم قطعیت رادوم که از نوع پارامتری می باشد، از روش مقاوم سنتز  $\mu$  استفاده شده است. نتایج شبیه سازی و تحلیل های پایداری نشان دهنده تضمین پایداری و همچنین بهبود محسوس عملکرد سیستم هدایت در حضور خطای رادوم می باشد.

واژه های کلیدی: رادوم، پایداری و عملکرد حلقه هدایت، عدم قطعیت پارامتری، کنترل مقاوم، تکنیک سنتز  $\mu$

## Robust compensation of radome error using $\mu$ -synthesis technique

1<sup>st</sup> Mahdi Khosravi Samani, 2<sup>nd</sup> Mahdi Nikusokhan and 3<sup>rd</sup> Iman Mohammadzaman

### Abstract

Because of refraction of the incoming wave in the radar-guided interceptors, the radome can cause large miss distance and even having a destabilizing effect on the guidance system. On the other hand, the radome imposes an unwanted feedback that is not similar to the conventional feedback loops, in which output must follow a desired control signal. In this paper, the destructive effect of radome in guidance loop stability and performance is analyzed at first. Then, proposing a virtual integrator operator, the problem is transformed to a conventional tracking control problem so that the performance indexes can be defined in control aspect. Regarding the parametric uncertainty of the radome slope,  $\mu$ -synthesis approach is used to design a robust compensator. Simulation results and stability analysis show that the designed compensator improves the guidance system performance in the presence of the radome, while the stability is guaranteed.

**Key words:** Radome, stability and performance of guidance loop, parametric uncertainty, robust control,  $\mu$ -synthesis technique

## مقدمه

در قوانین هدایت آشیانه‌یاب، رهگیر نیاز به یک جستجوگر دارد. از مهمترین انواع جستجوگرها، جستجوگر راداری می‌باشد که از طریق امواج رادیویی هدف را تشخیص می‌دهد. به جهت محافظت از تغییرات دمایی و شرایط محیطی جستجوگر در داخل پوششی به‌نام رادوم قرار می‌گیرد. از طرفی رادوم منجر به شکست پرتو بازتاب‌شده از هدف و در نتیجه جابجایی زاویه‌ای بردار هدف و ایجاد هدف ظاهری به جای هدف واقعی می‌شود. اثر رادوم از طریق طوقه (گیمبال) جستجوگر باعث کویل شدن زاویه خط دید رهگیر با دینامیک بدنه می‌شود. به این معنا که زاویه خط دید اندازه‌گیری شده نه تنها به سینماتیک واقعی درگیری بلکه به زاویه گیمبال جستجوگر نیز بستگی دارد. این پدیده باعث می‌شود با عبور سیگنال از پوشش رادوم، تخمین نرخ چرخش خط دید با خطا انجام شود و موجب کاهش حاشیه پایداری و در برخی موارد، ناپایداری سیستم هدایت رهگیر می‌شود و افزایش چشمگیر خطای برخورد<sup>۱</sup> را به همراه خواهد داشت [۱]. لازم به ذکر است مدل‌سازی خطای ریدوم در حلقه هدایت مستقل از نوع جستجوگر راداری (فعال یا نیمه فعال می‌باشد) و صرفاً تابعی از سینماتیک درگیری و دینامیک رهگیر است. در همین راستا در مرجع [۲] بررسی پایداری حلقه هدایت با هر یک از روش‌های بازسازی نرخ چرخش خط دید، با وجود فیدبک پارازیتی انجام شده است و در نهایت با استفاده از یک جبران‌ساز پیش‌فاز پایداری حلقه هدایت را به‌ازای یک شیب خطای رادوم ثابت و مثبت تضمین کرده است. در مرجع [۳] معادلات هدایت ناوبری تناسبی در حضور اثر رادوم بی‌بعد شده است و تحلیل خطای برخورد انجام شده است. در این مقاله به منظور کاهش اثر رادوم در خطای برخورد، فیدبک سرعت زاویه‌ای بدنه به نرخ چرخش خط دید اضافه شده است. در مرجع [۴] و [۵] اثر ناکمینه‌فاز بودن دینامیک و اثر نویز نیز تحلیل و بررسی شده است. در مرجع [۶] حل تحلیلی خطای برخورد در روش هدایت ناوبری تناسبی با بازخورد سرعت زاویه‌ای بدنه، شتاب جانبی و نرخ آن در حضور اثر رادوم، با استفاده از روش الحاقی استخراج شده است. در این مقاله تابع تبدیل از دستور شتاب به شتاب جانبی به صورت مرتبه‌اول و جستجوگر با یک مشتق‌گیر خالص مدل شده است.

در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های تخمین و شناسایی جهت جبران شیب خطای رادوم در حین پرواز بسیار رایج شده است. در مرجع [۷] خطای رادوم با تصویرسازی شیب خطای رادوم در دو کانال مجزای جستجوگر مدل شده و با استفاده از زاویه طوقه‌ها، انحراف رادوم تخمین زده شده است.

در مرجع [۸] پیاده‌سازی فیلتر کالمن چند مدلی در تخمین خطای ریدوم سیستم‌های آشیانه‌یاب تحلیل و بررسی شده است. در مرجع [۹] شیب خطای رادوم به صورت یک مجموعه‌ای از مقادیر گسسته مدل شده است که برای هر مقدار شیب خطای رادوم یک فیلتر کالمن طراحی شده است. خروجی‌های فیلترهای کالمن با وزن‌های مشخصی با یکدیگر جمع شده و یک تخمین از شیب خطای رادوم به دست می‌آید. در مرجع [۱۰] اشاره شده است که یکی از مشکلات خطای رادوم، مشاهده‌پذیری ضعیف و غیرقابل پیش‌بینی بودن آن است. در این مرجع ادعا شده است که اگر هدف، مانور نداشته باشد می‌توان برای حل مشکل رادوم، از تخمین‌گر تطبیقی چندمدلی<sup>۲</sup> استفاده کرد و برای حالتی که مانور هدف وجود دارد، اطلاعات هدف از روی رادار زمینی به رهگیر ارسال می‌شود تا مشکل مشاهده‌پذیری ضعیف سیستم حل شود. در مرجع [۱۱] برای تخمین خطای رادوم از یک تخمین‌گر دومرحله‌ای استفاده کرده است تا خطای رادوم را از حالت‌های نامی رهگیر مستقل سازد. مرجع [۱۲] توسط یک فیلتر ذرات تطبیقی نرخ چرخش خط دید با وجود شیب خطای رادوم تخمین زده شده است. این روش علاوه بر محاسبات سنگین نیاز به تخمین شتاب هدف نیز دارد. مرجع [۱۳] با ارائه یک الگوریتم فازی-تطبیقی و براساس فیلتر کالمن تعمیم‌یافته شیب خطای رادوم را تخمین می‌زند. این الگوریتم دارای دو سطح استنتاج فازی می‌باشد. در مرجع [۱۴] قانون هدایت فاز نهایی به صورت فازی و با ساختار PID طراحی شده است و نشان داده با در نظر گرفتن اثر رادوم در مقایسه با قانون ناوبری تناسبی خطای برخورد کمتری حاصل می‌شود. مرجع [۱۵] با اصلاح الگوریتم فیلتر کالمن چندگانه، شیب خطای رادوم را تخمین می‌زند.

به نظر می‌رسد علی‌رغم تحقیقات گسترده در خصوص استفاده از تخمین‌گرها در جبران‌سازی اثر رادوم، این روش به علت حجم محاسبات بالا، وابستگی شدید فیلتر کالمن به

دینامیک مدل نشده (عدم قطعیت بدون ساختار یا وابسته به فرکانس) فرض می‌شود. با استفاده از روش سنتز  $\mu$ ، که جزء تکنیک‌های جدید کنترل مقاوم می‌باشد، می‌توان این اشکال را برطرف نمود. با کمک این روش می‌توان کنترل‌کننده‌ای با پایداری و عملکرد قابل قبول برای سیستم‌هایی که دارای عدم قطعیت‌های متفاوت (اعم از پارامتری و وابسته به فرکانس) می‌باشد را طراحی و تحلیل نمود. با توجه به ماهیت عدم قطعیت رادوم که از نوع پارامتری می‌باشد در این مقاله طراحی جبران‌ساز مقاوم بر اساس روش سنتز  $\mu$  انجام شده است به گونه‌ای که علاوه بر افزایش پایداری حلقه هدایت در برابر عدم قطعیت رادوم، عملکرد را نیز به‌طور محسوسی بهبود می‌دهد. بدین منظور ابتدا اثر نامطلوب رادوم بر پایداری و عملکرد حلقه هدایت رهگیرهای آشیانه‌یاب بررسی می‌شود. سپس مسئله کنترلی تعریف و جبران‌ساز مقاوم طراحی می‌شود. نهایتاً از طریق شبیه‌سازی حلقه آشیانه‌یاب رهگیر، عملکرد جبران‌ساز ارزیابی می‌شود.

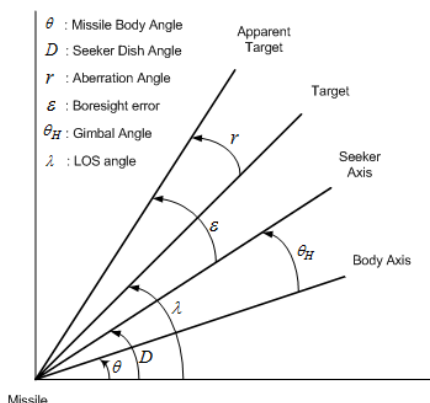
### تعریف مسئله

تفاوت بین بردار هدف ظاهری و بردار هدف واقعی را انحراف رادوم<sup>۲</sup> می‌نامند. هندسه درگیری رهگیر و هدف در شکل ۱ نشان داده شده است. طبق شکل ۱ روابط (۱) و (۲) برقرار است.

$$\varepsilon = \lambda - D - r \quad (1)$$

$$D = \theta + \theta_H \quad (2)$$

که در آنها  $\varepsilon$  زاویه خطای محور جستجوگر،  $\lambda$  زاویه خط دید،  $D$  زاویه آنتن جستجوگر،  $r$  زاویه انحراف،  $\theta$  زاویه پیچ رهگیر و  $\theta_H$  زاویه طوقه (گیمبال) است.



شکل ۱ - هندسه درگیری رهگیر و هدف [۱۹]

مدل و پیچیدگی آن، دارای کاربرد عملیاتی نباشند. در مرجع [۱۶] مدل‌سازی تصادفی دینامیک حلقه هدایت در حضور مانور هدف و اثر رادوم انجام شده است. سپس با معادل‌سازی، اثر رادوم را درون حلقه کنترل وارد کرده و با استفاده از تئوری کنترل بهینه و انجام متوسط‌گیری ضرایب کنترل‌کننده را به نحوی طراحی کرده است تا سیستم نسبت به تغییرات شیب خطای رادوم تا حد مشخصی مقاوم باشد.

در مرجع [۱۷] برای جبران خطای رادوم یک رهگیر دوش‌پرتاب از یک کنترل‌کننده PID-فازی استفاده شده است. نویسندگان مقاله در مرجع [۱۸] با استفاده از روش شکل‌دهی پاسخ فرکانسی موفق به جبران شیب خطای رادوم در حلقه هدایت شدند اما با توجه به محدودیت‌های روش ارائه شده، جبران‌سازی تنها در بازه مثبت شیب خطای رادوم قابل انجام است و بازه منفی آن را پوشش نمی‌دهد. از این رو در صورتی که بتوان با ارائه یک کنترل‌کننده مناسب در فضای فرکانس، پایداری و عملکرد مطلوب حلقه هدایت را در حضور عدم قطعیت مثبت و منفی شیب خطای رادوم تضمین کرد، ارزش پیاده‌سازی و کاربردی بالایی دارد.

در این مقاله سعی می‌شود با استفاده از مفاهیم کارایی در حوزه کنترل مقاوم، اثر رادوم جبران شود. مزیت استفاده از این روش این است که می‌توان معیارهای کارایی را در قالب یک مساله کنترلی تعریف نمود و با طراحی کنترل‌کننده مقاوم تمامی این معیارها را ارضا کرد. برای تبدیل این مساله به یک مساله کنترلی در حوزه مقاوم یک چالش مهم وجود دارد و آن این است که جبران‌سازی رادوم شبیه مسائل رایج کنترلی نمی‌باشد. این امر به خاطر آن است که حلقه فیدبک از جنس پارازیتی و ناخواسته بوده و فیدبک کنترلی نمی‌باشد. این چالش کنترلی از آن جهت مهم است که دیگر نمی‌توان از معیارهای رایج کنترلی برای طراحی سیستم کنترل استفاده کرد. این مسئله به تفصیل در متن بیان خواهد شد. برای حل این مشکل، از یک انتگرال‌گیر مجازی در ورودی حلقه استفاده و مسئله به یک مسئله کنترلی تبدیل شده است.

روش‌های متعارف کنترل مقاوم، طراحی  $H_\infty$  و  $H_2$  می‌باشد. این روش‌ها برای مدل‌های با دینامیک خطی، که چندان هم دقیق نمی‌باشند، قوام کنترل‌کننده طراحی شده را در برابر عدم قطعیت افزایش می‌دهند. اما ضعف این روش‌ها محافظه کار بودن آن است. زیرا تمامی عدم قطعیت‌ها به صورت

$$\frac{\dot{D}_c}{\hat{\lambda}} = \frac{-((s/K_{sl})+1)}{((s/K_{sl})+1)(T_1s+G)+(1-R)(1-G)} \quad (4)$$

$$G = \frac{NV_c(1+\tau_a s)}{V_M(1+sT_N)(1+sT_a)(1+(2\zeta_a/\omega_a)s+(s^2/\omega_a^2))} \quad (5)$$

که در آنها  $K_{sl}$  بهره پایدارساز جستجوگر،  $T_1$  ثابت زمانی حلقه ردیابی جستجوگر،  $V_M$  سرعت رهگیر و  $V_C$  سرعت نزدیک شونده است. نمودار پاسخ پله تابع تبدیل (۵) به ازای شیب خطای رادوم  $0.1/-$ ،  $0.0$  و  $0.3/+$  در شکل ۳ آورده شده است.

شکل ۳ دید کنترلی مناسبی در مورد اثر مخرب شیب خطای رادوم بر پایداری و عملکرد جستجوگر می دهد. باتوجه به شکل ۳ می توان نتیجه گرفت که تغییر شیب خطای رادوم علاوه بر کاهش پایداری، خطای حالت ماندگار محسوسی در تخمین نرخ چرخش خط دید ایجاد می کند و رفتار پاسخ گذرا را نیز خراب می کند بنابراین منجر به افزایش خطای برخورد به هدف در فاز نهایی هدایت خواهد شد. همچنین در شکل ۳ برای این رهگیر در شرایط پروازی مورد نظر مرجع [۲۰]، تفاوت پاسخ گذرا و ماندگار به ازای شیب خطای رادوم مثبت و منفی کاملاً مشخص است. از این رو استفاده از یک جبران ساز جهت بهبود پایداری و عملکرد حلقه هدایت ضروری است.

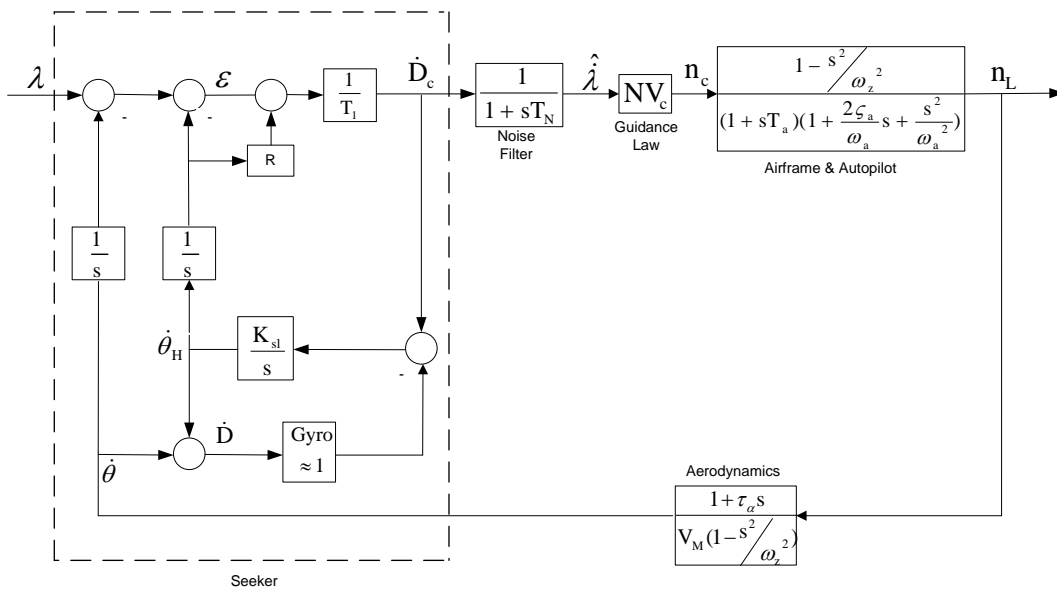
بر اساس مرجع [۱۹] زاویه انحراف رادوم با زاویه طوقه جستجوگر به صورت خطی متناسب است.

$$r \approx R\theta_H \quad (3)$$

که  $R$  بی بعد بوده و آن را شیب خطای رادوم می نامند و به صورت یک عدم قطعیت پارامتری با بازه مشخص در نظر گرفته می شود. مطابق مرجع [۲۰] دیاگرام بلوکی حلقه هدایت رهگیر در حضور رادوم در نظر گرفته می شود که در شکل ۲ نشان داده شده است.

از آنجا که  $\dot{D}_c/\dot{\theta}$  تابعی از شیب خطای رادوم است، تغییرات شیب خطای رادوم باعث تغییر حاشیه پایداری (حاشیه بهره و حاشیه فاز) حلقه هدایت خواهد شد. با رسم دیاگرام بود حلقه باز هدایت مشخص می شود که با افزایش شیب خطای رادوم حاشیه پایداری کاهش می یابد. در ادامه به بررسی اثر مخرب رادوم بر عملکرد حلقه هدایت پرداخته شده است.

در این مقاله  $\dot{D}_c$  تخمینی از نرخ چرخش خط دید در نظر گرفته شده است (شکل ۲). رادوم باعث ایجاد کوپلینگ بین دینامیک جستجوگر و نرخ پیش رهگیر می شود. از این کوپلینگ به عنوان فیدبک پارازیتی نام برده می شود [۲۰]. در واقع  $\theta$  را می توان یک عامل اغتشاشی بر دینامیک جستجوگر تلقی کرد. با توجه به بلوک دیاگرام کلی حلقه هدایت تابع تبدیل رابطه (۴) قابل استخراج می باشد.



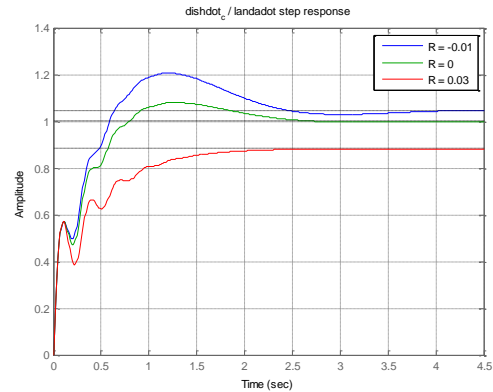
شکل ۲ - بلوک دیاگرام حلقه هدایت

دقت تخمین افزایش یابد که این امر منجر به کاهش خطای برخورد خواهد شد. از این رو می توان بهبود تخمین نرخ چرخش خط دید را به عنوان معیار عملکرد طراحی در نظر گرفت. به عبارت دیگر وظیفه جبران ساز افزایش دقت تخمین و همچنین حفظ پایداری حلقه هدایت در حضور عدم قطعیت رادوم می باشد. این کار را از طریق شکل دهی تابع تبدیل حلقه بسته هدایت می توان انجام داد. به عبارتی با لحاظ کردن اثر دینامیک حلقه هدایت بر روی جستجوگر و کوپلینگ موجود، تابع تبدیل حلقه بسته شکل دهی می شود. البته با توجه به این که ورودی حلقه هدایت زاویه خط دید و خروجی آن شتاب رهگیر می باشد لذا ورودی و خروجی از یک جنس نمی باشد و نمی توان مسئله کنترلی را در قالب ردیابی تعریف نمود. برای حل این مشکل مطابق شکل ۵ در ورودی حلقه از یک انتگرال گیر مجازی استفاده شده است تا نرخ چرخش خط دید مطلوب ساخته شود. اکنون مسئله کنترلی بدین صورت تعریف می شود که تخمین نرخ چرخش خط دید رهگیر می بایست ورودی را تعقیب نماید. در واقع می بایست تابع تبدیل حلقه بسته  $\dot{D}_c / \dot{\lambda}$  به نحوی شکل دهی شود که دقت تخمین بهبود یابد. با توجه به شکل ۵ تابع تبدیل  $\dot{D}_c / \dot{\lambda}$  به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{\dot{D}_c}{\dot{\lambda}} = \frac{-\left(\frac{s}{K_{sl}C} + 1\right)}{\left(\frac{s}{K_{sl}C} + 1\right)(T_1s + G) + (1-R)(I-G)} \quad (6)$$

جهت مواجهه با عدم قطعیت رادوم در حلقه هدایت و کاهش اثر آن استفاده از تئوری های کنترل مقاوم ابزاری مناسب در اختیار طراح قرار می دهد. در این مقاله با استفاده از تکنیک سنتز  $\mu$  جبران ساز مقاوم رادوم طراحی شده است. طبق تئوری سنتز  $\mu$  ابتدا می بایست سیستم را به فرم تعمیم یافته در آورد. جهت تبدیل مسئله مورد نظر به مدل توصیفی، بلوک دیاگرام حلقه هدایت با وجود عدم قطعیت رادوم (که از نوع پارامتری است) و توابع وزن در شکل ۶ نشان داده شده است.

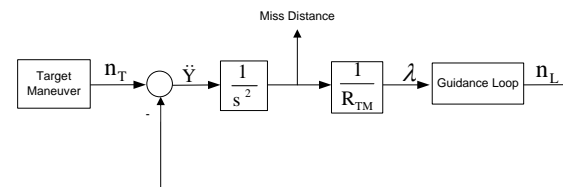
با توجه به این که در این مسئله هدف جبران ساز بهبود عملکرد جستجوگر در حضور عدم قطعیت رادوم می باشد لذا سیگنال خطای تخمین نرخ چرخش خط دید ( $\dot{Z}_1 = \dot{D}_c - \dot{\lambda}$ ) به عنوان خروجی سیستم لحاظ می شود و توابع وزن عملکرد بر روی آن قرار داده می شود.



شکل ۳ - پاسخ پله  $\dot{D}_c / \dot{\lambda}$  به ازای شیب های خطای رادوم مختلف

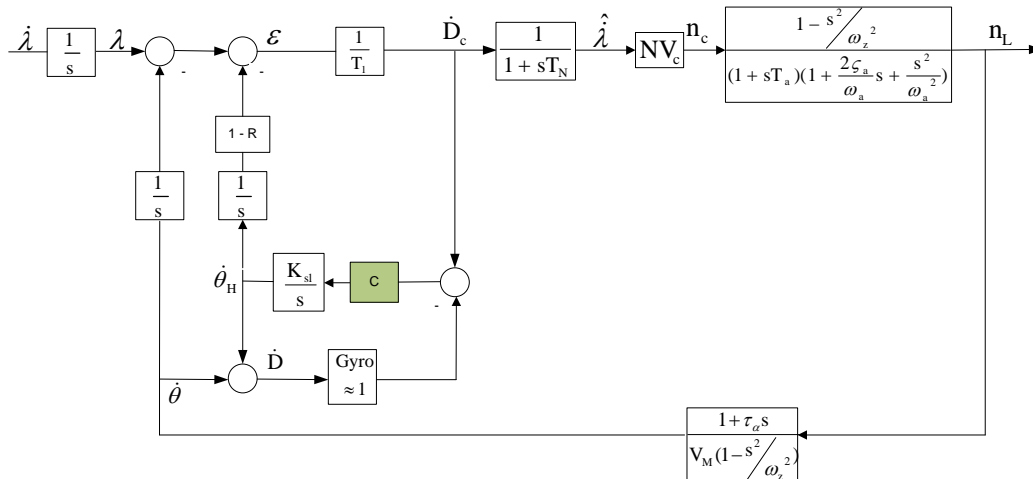
### طراحی جبران ساز رادوم

جهت طراحی جبران ساز همواره نیاز به تعریف یک معیار عملکرد می باشد که با زبان ریاضی از دیدگاه کنترل قابل فرموله کردن باشد. از آنجاکه هدف نهایی جبران ساز کاهش خطای برخورد در حضور عدم قطعیت رادوم می باشد، در مسئله مورد بررسی دو مشکل جهت تعریف معیار عملکرد وجود دارد. اولاً با توجه به این که ورودی حلقه هدایت زاویه خط دید ( $\lambda$ ) و خروجی آن شتاب جانبی رهگیر ( $n_L$ ) می باشد بنابراین ذاتاً این حلقه یک حلقه ردیابی نمی باشد. ثانیاً حلقه آشیانه یاب (شکل ۴) به دلیل وجود پارامتر فاصله نسبی رهگیر تا هدف ( $R_{TM}$ ), یک حلقه متغیر با زمان می باشد لذا ارتباط برقرار کردن میان خطای برخورد به هدف و جبران ساز از دیدگاه کنترل به سادگی قابل انجام نمی باشد. در نتیجه باید بررسی شود که چگونه معیار عملکرد به صورت تحلیلی تعریف شود که با ارضای آن رفتار حلقه هدایت بهبود و در نتیجه خطای برخورد کاهش یابد.

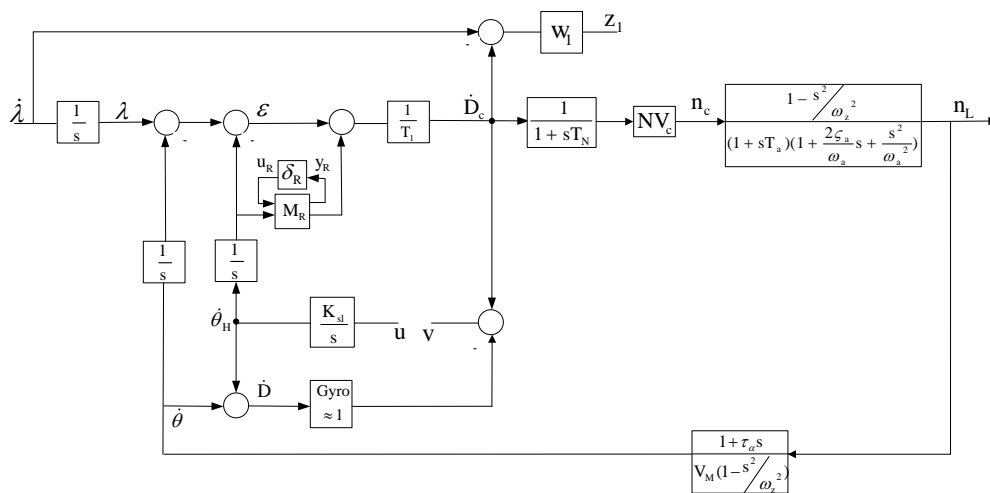


شکل ۴ - دینامیک خطای برخورد در حلقه آشیانه یاب

قبلاً اشاره شد که اثر مخرب رادوم بر عملکرد جستجوگر نیز تأثیر می گذارد که دلیل آن کوپل شدن دینامیک جستجوگر و بدنه رهگیر می باشد. در این مقاله از فرمان نرخ زاویه آنتن به عنوان تخمین نرخ چرخش خط دید استفاده شده است. بنابراین جهت بهبود عملکرد جستجوگر می بایست



شکل ۵ - بلوک دیاگرام تصحیح شده در حضور جبران ساز



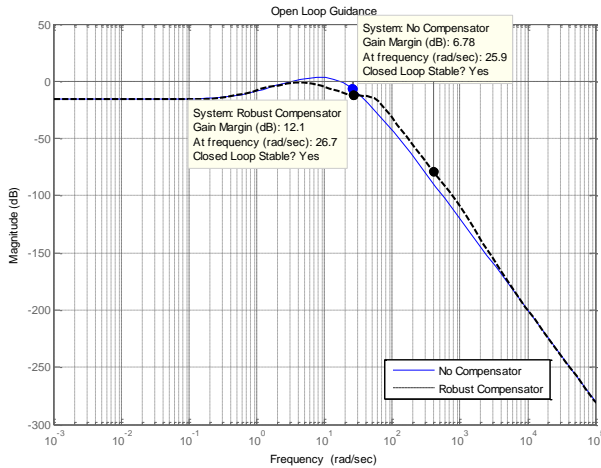
شکل ۶ - سیستم حلقه بسته هدایت با در نظر گرفتن توابع وزن

### نتایج طراحی جبران ساز

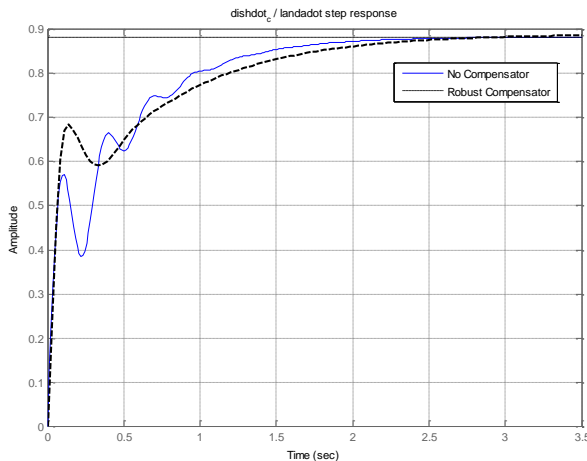
در این قسمت نتایج طراحی جبران ساز که با استفاده از جعبه ابزار Robust Control نرم افزار متلب انجام شده، آورده شده است. عدم قطعیت شیب خطای رادوم برای این مسئله در بازه  $-0.01$  الی  $+0.03$  در نظر گرفته شده است. نهایتاً جبران ساز مقاوم طراحی شده از مرتبه ۱۳ به دست می آید که دیاگرام بود آن در شکل ۷ نشان داده شده است.

در ادامه با توجه به مقادیر جدول ۱ نمودارهای مربوط به تخمین نرخ چرخش خط دید و پایداری آن به ازای کران بالا و پایین عدم قطعیت شیب خطای رادوم ارائه شده است. لازم به ذکر است که در این مقاله فرض شده است که رهگیر با یک دینامیک مشخص و در یک نقطه کار معین قرار دارد لذا پارامترهای جدول ۱ در طول پرواز ثابت می باشد.

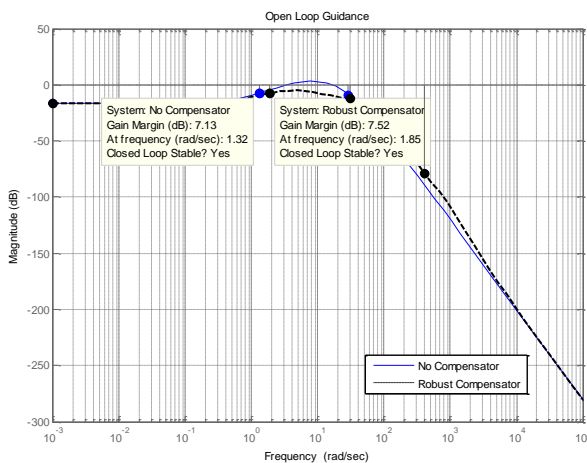
در شکل ۶ عدم قطعیت شیب خطای رادوم که از نوع پارامتری می باشد توسط تبدیل کسری خطی بالا  $(\delta_R$  و  $M_R$ ) نشان داده شده است. توابع وزن عملکرد در تعریف مشخصات طراحی استفاده می شود. معکوس تابع وزن بیان می کند که چه مقدار از اغتشاشات خارجی در خروجی می بایست حذف شود و یا چه مقدار خطای حالت ماندگار ردیابی ناشی از ورودی، مجاز است. جهت تأمین مصالحه مناسب بین قوام و عملکرد، مقادیر دقیق توابع وزن پس از انجام چندین سیکل طراحی تعیین خواهد شد. از همین رو در این مقاله تابع وزن عملکرد حالت ماندگار ردیابی کمتر از  $0.01$  درصد خواهد شد. تئوری روش مقاوم سنتز  $\mu$  در پیوست آورده شده است [۲۱].



شکل ۸ - دیاگرام بود حلقه باز هدایت با/بدون جبران ساز  
( $R = +0/0.3$ )



شکل ۹ - ردیابی نرخ چرخش خط دید با/بدون جبران ساز  
( $R = +0/0.3$ )



شکل ۱۰ - دیاگرام بود حلقه باز هدایت با/بدون جبران ساز  
( $R = -0/0.1$ )

جدول ۱- مشخصات رهگیر [۳]

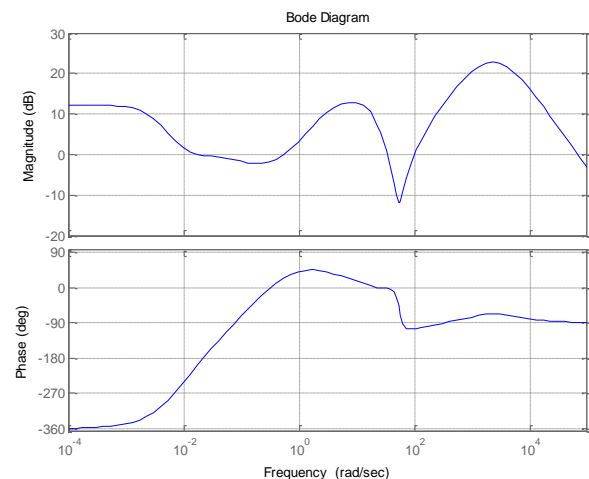
پارامتر	مقدار	واحد
N	۳	-
$\tau_\alpha$	۲	ثانیه
$T_1$	۰/۱	ثانیه
$T_N$	۰/۱۵	ثانیه
$T_a$	۰/۱	ثانیه
$\omega_z$	۳۰	رادیان بر ثانیه
$\omega_a$	۲۰	رادیان بر ثانیه
$\zeta_a$	۰/۷	-
$K_{sl}$	۱۰۰	-

در شکل ۸ و شکل ۹ نمودار بود حلقه باز حلقه هدایت و پاسخ پله  $\dot{D}_c / \dot{L}$  به ازای شیب خطای رادوم  $+0/0.3$  آورده شده است.

شکل ۸ نشان می دهد که با جبران ساز مقاوم پایداری سیستم به طور محسوسی بهبود می یابد.

از شکل ۹ مشخص است که جبران ساز مقاوم تخمین نرخ چرخش خط دید را نیز بهبود می دهد. شکل ۱۰ الی شکل ۱۳ نیز این ادعا را به ازای شیب خطای رادوم صفر و  $-0/0.1$  تأیید می کند.

شکل های ۸، ۱۰ و ۱۲ گویای این است که جبران ساز مقاوم باعث افزایش حاشیه بهره حلقه هدایت شده است و همچنین شکل های ۹، ۱۱ و ۱۳ نشان می دهد که با حضور جبران ساز، به ازای مقادیر مختلف شیب خطای رادوم، عملکرد پاسخ پله سیستم حلقه بسته (رابطه (۶)) به نحو محسوسی ارتقا می یابد که این امر موجب بهبود تخمین نرخ زاویه خط دید خواهد شد.



شکل ۷- دیاگرام بود جبران ساز مقاوم

### شبیه سازی

جهت بررسی عملکرد جبران ساز ارائه شده، شبیه سازی حلقه آشیانه یاب (شکل ۴) در حضور عدم قطعیت رادوم و سناریوهای برخورد متفاوت انجام شد. مانور هدف به صورت یک تابع پله با زمان اعمال تصادفی به صورت رابطه (۷) مدل شده است:

$$n_T(t) = n_T^{\max} u(t - T) \quad (7)$$

که  $u(t-T)$  تابع پله و  $T$  به صورت تصادفی و با چگالی احتمال یکنواخت در بازه  $[0, t_f]$  می باشد که  $t_f$  زمان پرواز است. مشخصات شتاب هدف در جدول ۲ آورده شده است.

در جدول ۳ نتایج شبیه سازی خطای برخورد آورده شده است که اعداد و ارقام نشان می دهد مقدار خطای برخورد با وجود جبران ساز مقاوم درون حلقه جستجوگر حدود ۱۹ درصد کاهش می یابد.

همچنین مقدار ماکزیمم خطای برخورد به ازای رادوم ایده آل ( $R = 0$ ) در جدول ۴ آورده شده است که نشان می دهد در شرایطی هم که رادوم ایده آل باشد جبران ساز مقاوم خطای برخورد را ۲۰ درصد کاهش می دهد.

جدول ۲- مشخصات مانور هدف

واحد	مقدار	پارامتر
m/sec <sup>2</sup>	۱۰۰	$n_T^{\max}$
sec	۱۰	$t_f$

جدول ۳- نتایج شبیه سازی خطای برخورد (متر)

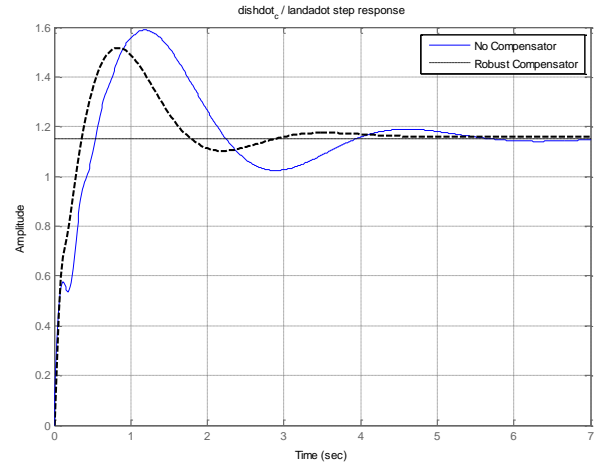
جبران ساز	RMS miss distance	max miss distance
-	۳۱	۳۹
مقاوم	۲۵	۳۴

جدول ۴ - مقدار ماکزیمم خطای برخورد به ازای رادوم ایده آل

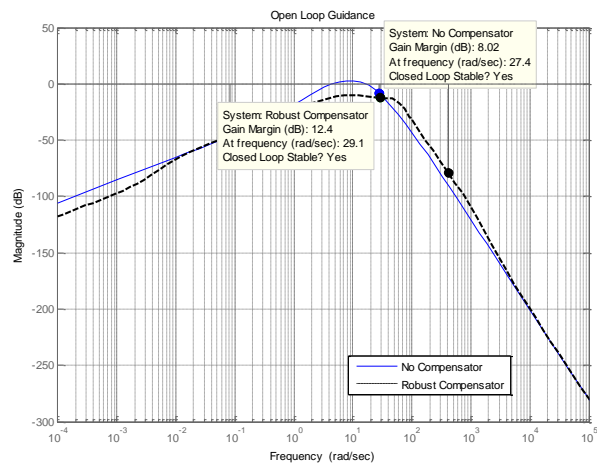
جبران ساز	max miss distance (m)
-	۳۰
مقاوم	۲۴

### نتیجه گیری

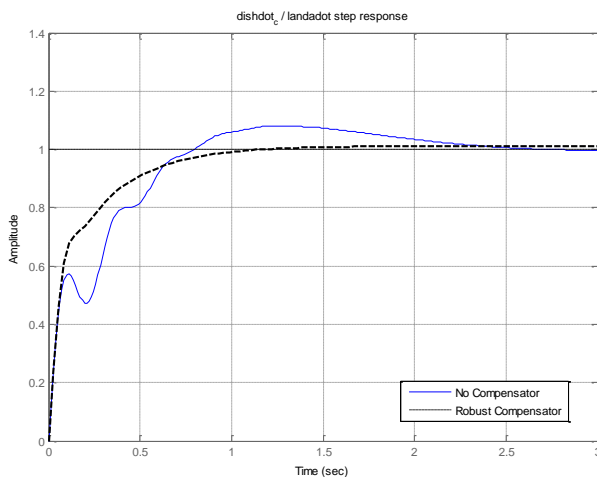
در این مقاله ابتدا اثر مخرب رادوم بر حلقه هدایت رهگیر از دیدگاه کنترل تحلیل شد که نتیجه آن کاهش پایداری و افت عملکرد حلقه می باشد. بنابراین استفاده از یک جبران ساز



شکل ۱۱ - ردیابی نرخ چرخش خط دید با/بدون جبران ساز ( $R = -0/01$ )



شکل ۱۲ - دیاگرام بود حلقه باز هدایت با/بدون جبران ساز مقاوم (رادوم ایده آل)



شکل ۱۳ - ردیابی نرخ چرخش خط دید با/بدون جبران ساز مقاوم (رادوم ایده آل)



جفت بعدی سیگنال‌های خارجی و خطا ( $w, z$ ) می‌باشد که متغیرهای عملکرد را تشکیل می‌دهد. نهایتاً سیگنال‌های ( $u_\Delta, y_\Delta$ ) ارتباط سیستم با عدم قطعیت را برقرار می‌کند. باتوجه به شکل ۱۴ خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} y_\Delta \\ z \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\Delta \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (8)$$

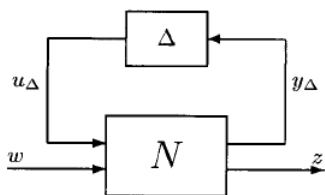
$$u_\Delta = \Delta y_\Delta$$

$$u = Kv$$

در این قسمت معیارهای قوام پایداری، عملکرد نامی و قوام عملکرد توضیح داده می‌شود. برای حل مسئله، می‌توان توسط یک تبدیل کسری خطی پائین<sup>۵</sup>، کنترل کننده  $K$  را با  $P$  ترکیب نمود تا ماتریس تابع تبدیل  $N$  حاصل شود.

$$N(s) = F_L(P(s), K(s)) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + P_{13}K(I - P_{33}K)^{-1} \begin{bmatrix} P_{31} & P_{32} \end{bmatrix} \quad (9)$$

با تبدیل (۹) می‌توان شکل ۱۴ را به ساختار شکل ۱۵ درآورد.



شکل ۱۵ - سیستم حلقه‌بسته با تبدیل کسری خطی پائین

در نتیجه ماتریس  $N$  به صورت رابطه ۱۰ قابل تفکیک است.

$$\begin{bmatrix} y_\Delta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\Delta \\ w \end{bmatrix} \quad (10)$$

علاوه بر این می‌توان نشان داد تبدیلی که  $z$  و  $w$  را به هم مرتبط می‌کند به صورت رابطه (۱۱) می‌باشد.

$$z(s) = F_u(N, \Delta_u)w = [N_{22} + N_{21}\Delta_u(I - N_{11}\Delta_u)^{-1}N_{12}]w \quad (11)$$

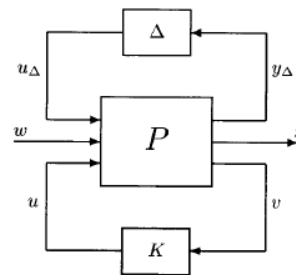
که هدف نهایی آن کاهش خطای برخورد در حضور عدم قطعیت رادوم می‌باشد، ضروری است. در مسئله مورد بررسی دو مشکل جهت تعریف معیار عملکرد وجود دارد. اولاً حلقه آشیانه‌یاب رهگیر، متغیر با زمان می‌باشد لذا ارتباط برقرار کردن میان خطای برخورد و جبران‌ساز از دیدگاه کنترل به‌سادگی قابل انجام نمی‌باشد. ثانیاً ورودی و خروجی حلقه هدایت از یک جنس نمی‌باشد بنابراین ذاتاً این حلقه یک حلقه ردیابی نمی‌باشد. در این کار با انتخاب تخمین نرخ چرخش خط دید به عنوان معیار عملکرد و افزودن یک انتگرال‌گیر مجازی در ورودی حلقه مشکلات ذکر شده با رویکردی جدید برطرف گردید. سپس با توجه به عدم قطعیت رادوم که از نوع پارامتری می‌باشد به کمک روش مقاوم سنتز  $\mu$  جبران‌ساز مقاوم به‌گونه‌ای طراحی شده است تا تابع تبدیل حلقه‌بسته هدایت شکل‌دهی شود. نتایج نشان داد افزودن جبران‌ساز بطور محسوسی در بهبود پایداری و کاهش خطای برخورد تأثیرگذار است.

پی‌نوشت‌ها

- ۱ Miss distance
- ۲ A multiple adaptive estimator
- ۳ Radome aberration
- ۴ Upper Linear Fractional Transformation
- ۵ Lower Linear Fractional Transformation
- ۶ Full-block

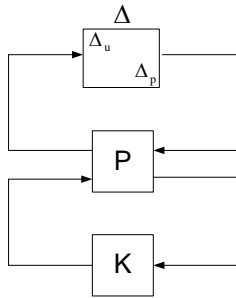
پیوست: تئوری روش مقاوم سنتز  $\mu$

برای یک سیستم کنترل در حالت کلی سه جزء اساسی وجود دارد: سیستم تعمیم‌یافته  $P$ ، کنترل کننده  $K$  و عدم قطعیت  $\Delta$  (شکل ۱۴).



شکل ۱۴ - سیستم تعمیم یافته

که  $P$  شامل مدل نامی سیستم و توابع وزن می‌باشد و دارای سه مجموعه ورودی- خروجی مشخص است. اولین جفت ( $u, v$ ) شامل سیگنال‌های کنترل و اندازه‌گیری می‌باشد.



شکل ۱۶ - تبدیل مسئله کارایی مقاوم به یک مسئله پایداری مقاوم

منابع و مراجع

[1] Neil F. Palumbo, Ross A. Blauwkamp, Justin M. Lloyd, "Basic Principles of Homing Guidance", Johns Hopkins APL Technical Digest, Vol. 29, No. 1, pp. 25-41, 2010.

[۲] محمد علی محمدخانی، مهدی نیکوسخن، "تحلیل پایداری حلقه هدایت با بازخورد پارازیتی"، نهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، بهمن ۱۳۸۸.

[۳] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای ناوبری تناسبی با استفاده از معادلات بی بعد شده با اثر رادوم، اشباع شتاب و بازخورد سرعت زاویه‌ای"، نشریه علمی-پژوهشی مهندسی هوانوردی، سال چهاردهم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۱.

[۴] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای بی بعد ناشی از سیستم کنترل ناکمینه فاز در حضور اثر رادوم و اهداف با مانور"، نشریه علمی-پژوهشی مهندسی هوانوردی، سال پانزدهم، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۲.

[۵] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای ناشی از نویز در ناوبری تناسبی با بازخورد شتاب برای سیستم مرتبه دوم با استفاده از روش الحاقی بی بعد"، نشریه علمی-پژوهشی مهندسی هوانوردی، سال پانزدهم، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۲.

[۶] سید حمید جلالی نائینی، "تحلیل فاصله خطای استراتژی ناوبری تناسبی با بازخورد شتاب و سرعت زاویه بدنه با استفاده از روش الحاقی"، مجله کنترل دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۷، شماره ۱، صفحات ۴۳-۵۱، بهار ۱۳۹۲.

[۷] مهدی نیکوسخن، محمد علی محمدخانی، "جبران سازی سه بعدی خطای ریدوم در صفحه دید با استفاده از نرخ بدنی"، نهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، بهمن ۱۳۸۸.

که  $\Delta_u$  همان ماتریس عدم قطعیت  $\Delta$  و  $F_u(N, \Delta_u)$  یک تبدیل کسری خطی بالا می‌باشد. در نهایت با توجه به مدل سازی انجام شده، در مرجع [۲۱] اثبات می‌شود که اگر  $\Delta_u$  یک ماتریس پر و بدون ساختار باشد؛ سیستم حلقه بسته دارای کارایی مقاوم خواهد بود اگر و فقط اگر پایداری مقاوم داشته باشد و همچنین معیار کارایی رابطه (۱۲) را ارضا کند.

$$\|F_u(N, \Delta_u)\|_{\infty} < 1 \quad (12)$$

بهینه سازی و کمینه کردن نرم بی نهایت توابع فوق منجر به تئوری های تکنیک  $H_{\infty}$  می شود ولی از آنجا که فرض شده است  $\Delta_u$  یک ماتریس بدون ساختار است لذا این روش طراحی برای مواجهه با عدم قطعیت های پارامتری محتاطانه می باشد. از این رو در مرجع [۲۱] اثبات می شود که با توجه به ساختار  $\Delta_u$  شرط کارایی مقاوم را می توان به صورت رابطه (۱۳) نوشت:

$$\mu_{\Delta}(N) < 1 \quad \forall \omega; \quad \Delta = \text{diag}[\Delta_u(s), \Delta_p(s)] \quad (13)$$

که  $\mu_{\Delta}(N)$  مقدار تکین ساختاریافته  $N$  می باشد و به صورت رابطه (۱۴) تعریف می شود:

$$\mu(N) = \frac{1}{\min_{\Delta} \{\sigma(\Delta) \mid \det(I - N\Delta) = 0 \text{ for structured } \Delta\}} \quad (14)$$

همچنین  $\Delta_u$  دارای ساختاری متناظر عدم قطعیت ها در سیستم و  $\Delta_p$  یک ماتریس کامل مختلط<sup>۶</sup> می باشد. در واقع مسئله کارایی مقاوم به یک مسئله پایداری مقاوم تبدیل می شود که در آن سیستم  $P$  شامل تمامی توابع وزن عدم قطعیت و عملکرد می باشد (شکل ۱۶).

طراحی جبران ساز بر اساس ارضای رابطه (۱۴) را سنتز  $\mu$  می گویند که در مقایسه با روش  $H_{\infty}$  دارای عملکرد بهتری می باشد. پس هدف سنتز  $\mu$  کمینه کردن پیک مقدار  $\mu_{\Delta}$  تابع تبدیل حلقه بسته  $F_L(P, K)$  به ازای تمامی کنترل کننده های پایدار ساز  $K$  می باشد. به عبارت ریاضی یعنی:

$$\min_{\substack{K \\ \text{stabilizing}}} \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}[F_L(P, K)(j\omega)] \quad (15)$$

به کنترل کننده ای که از کمینه سازی (۱۵) حاصل شود،  $\mu$ -optimal controller اطلاق می شود.

- Error Slope into Consideration*", 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2011.
- [15] S-K Han, S. Ahn, W-S Ra, J.B. Park, "*Missile Radome Error Compensation Using Modified Interacting Multiple Model Kalman Filter*", 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 2014.
- [16] Frank J. Serna, "*A Robust Controller For The Alleviation of Radome Error Coupling in Tactical Missiles*", AIAA Guidance and Control Conference, 1981.
- [۱۷] محمد جعفرنیا، محمدعلی شاهی آشتیانی، "جبران سازی اثر ریدوم در یک موشک پدافند هوایی دوش پرتاب با استفاده از کنترل کننده PID-فازی"، اولین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک و هوافضا، ۱۳۹۵.
- [۱۸] مهدی خسروی سامانی، سید محمدجواد معافی مدنی، مهدی نیکوسخن، ایمان محمدزمان، "طراحی جبران ساز ریدوم در حلقه هدایت با رویکرد شکل‌دهی پاسخ فرکانسی"، مجله کنترل دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، جلد ۱۰، شماره ۳، صفحات ۲۳-۱۳، پاییز ۱۳۹۵.
- [19] F. William Nesline, Paul Zarchan, "*Radome Induced Miss Distance In Aerodynamically controlled Homing Missile*", AIAA, 1984.
- [20] F. William Nesline and Paul Zarchan, "*Missile Guidance Design Trade-Offs For High Altitude Air defense*", Journal of Guidance, Vol. 6, No. 3, pp. 207-212, 1983.
- [21] Skogestad S., Postlethwaite I.; "*Multivariable Feedback Control Analysis and Design*", second Edition, John Wiley, 2005
- [۸] مهدی نیکوسخن، سید حسین پورتاکدوست، "پیاده‌سازی فیلتر چند مدلی در تخمین خطای ریدوم سیستم‌های آشیانه‌یاب"، دهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، دانشگاه تربیت مدرس، اسفند ۱۳۸۹.
- [9] Abhijit B., P.K.Tiwari, Prashant V., R.N.Bhattacharjee, "*In Flight Radome Error Compensation through Simulated Test data*", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.
- [10] Taek Lyul song, Sang Jin Shin, "*Active Homing Performance Enhancement With Multiple Model Radome slope Estimation*", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.
- [11] Pini Gurfil, N. Jeremy Kasdin, "*Improving Missile Guidance Performance By In-flight Two-Step Nonlinear Estimation of Radome Aberration*", IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol. 12, No. 4, pp. 532-541, 2004.
- [12] S.S. Han, S.K. Jang, S.J. Lee, "*Radome Compensation Using Adaptive Particle Filter*", 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Vol. 40(7), pp. 43-48, 2007.
- [13] X. Cao, Ch. Dong, Q. Wang, Yu Chen, "*Radome Slope Estimation in Flight Using Fuzzy Adaptive Multiple Model for Active Homing Missile*", The Ninth IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), 2009.
- [14] J-M Lin, Ch-H Lin, "*Intelligent Fuzzy Terminal Guidance Law for High Altitude Air Defense by Taking Turning Rate and Radome*