

# بررسی قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه ایزوتروپیک در شرایط مرزی مختلف

فارسی محمد علی<sup>۱\*</sup>، خلفی وحید<sup>۲</sup>

۱- دانشیار پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

۲- دانشجوی دکترا، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۰۴)

## چکیده

بررسی قابلیت اطمینان و عدم قطعیت در مسائل آیرودینامیک تاکنون کمتر مورد توجه محققین قرار گرفته است. قابلیت اطمینان بیانگر عملکرد صحیح یک آیت/سیستم در بازه زمانی مشخص و شرایط معین است. در کار حاضر قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه (با طول محدود و عرض بی نهایت) با توجه به عدم قطعیت در متغیرهایی شامل مدل الاستیک، ضریب پواسون، چگالی، ضخامت صفحه و طول صفحه بررسی شده است. صفحه مورد نظر از جنس مواد ایزوتروپیک با شرایط مرزی لولای ساده-لولای ساده (SS)، لولای ساده-گیردار (CS) و گیردار-گیردار (CC) می باشد که در رژیم پروازی مافوق صوت مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور شبیه سازی رفتار حاکم بر سازه (ورق) از نظریه کلاسیک ورق استفاده می شود و اثر نیروهای آیرودینامیکی توسط تئوری پیستون مرتبه اول مدل سازی شده است. به منظور گسسته سازی و تحلیل معادلات آیرودینامیک حاکم بر صفحه از روش عددی دیفرانسیل مربعی تعمیم یافته استفاده شده است. معادلات حاکم بعد از گسسته سازی، با استفاده از محاسبه و تحلیل مقادیر ویژه حل شده و آستانه وقوع پدیده فلاتر برای صفحه به دست آمده است. در نهایت برای به دست آوردن قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه دوبعدی از روش شبیه سازی مونت کارلو استفاده شده است.

واژه های کلیدی: فلاتر صفحه، قابلیت اطمینان، مونت کارلو، آیرودینامیک، شرایط مرزی

## Reliability analysis of flutter threshold for an isotropic panel with different boundary conditions

1-Farsi, Mohammad Ali, 2- Khalafi, Vahid

### Abstract

Reliability and uncertainty effect on aeroelasticity problems have been less respected by researchers. Reliability defines the ability of an item to perform the desired function during a specified time. In this paper, the flutter threshold for a panel has been studied; uncertainty in some parameters such as the elastic model, Poisson's ratio, density, thickness, and plane length is investigated. The plane is an Isotropic material considered in supersonic flow regime with three boundary conditions (SS, CS, CC). The structural model is considered based on the classical plate theory; also to determine the supersonic aerodynamic loads on the plate the first order piston theory is applied. The Generalized Differential Quadrature Method (GDQM) is used to discrete and analysis the aeroelastic equations of the panel. Then the equations are analyzed and eigenvalues are calculated. Then the threshold of the panel flutter is determined. Finally, to calculate the threshold of panel flutter reliability based on the first order reliability method, the Monte Carlo (MC) simulation is used.

**Key words:** panel flutter, Reliability, Monte Carlo, Aeroelastic, Boundary condition

## مقدمه

در تحلیل مسائل آیرودینامیک، الاستیسیته تداخل و برهم کنش نیروهای ناشی از آیرودینامیک، الاستیسیته و اینرسی در اجسام پرنده بررسی می‌شود. پدیده فلاتر نوعی ناپایداری دینامیکی در اجسام پرنده در حال پرواز است که الاستیسیته سازه نقش بسیار مهمی در ایجاد آن ایفاء می‌کند. این پدیده به طور معمول مهم‌ترین تاثیر را بر روی طراحی سازه اجسام پرنده اعمال می‌کند. در نوع کلاسیک فلاتر به طور معمول و نه همیشه، دو درجه آزادی جسم با یکدیگر کوپل شده و سبب ایجاد ناپایداری می‌شوند [۱]. از آنجاکه آیرودینامیک یک موضوع میان رشته‌ای است و از حاصل تداخل نیروهای آیرودینامیکی، نیروی الاستیک و نیروی اینرسی است، تجزیه و تحلیل آیرودینامیک در طراحی هواپیما بسیار مهم است. فلاتر، یک مسئله رایج در مسائل آیرودینامیک است که می‌تواند به فاجعه حمل و نقل هوایی به دلیل اختلال ارتعاش سازه در یک زمان کوتاه منجر شود. مطالعات متعارف در مورد مسئله فلاتر و رفتارهای آیرودینامیک سازه بر فرض معین و کامل بودن پارامترهای ساختاری است، که معمولاً به عنوان تجزیه و تحلیل قطعی نامیده می‌شود، کارهای متعددی در این زمینه انجام شده است [۲-۳]. مینگ و سونگ خصوصیات آیرودینامیک صفحه دوبعدی را در جریان مافوق صوت بدون در نظر گرفتن تغییر شکل برشی را با روش تحلیلی مورد بررسی قرار داده‌اند [۴]. ژو و می فلاتر صفحه دوبعدی در جریان مافوق صوت را با استفاده از روش المان محدود مورد مطالعه قرار داده‌اند [۵].

با این حال، عدم قطعیت در متغیرهای طراحی وجود دارد که در مسائل آیرودینامیک کمتر به آنها توجه شده است. این عدم قطعیت شامل خواص هندسی مانند خواص مقطعی و ابعاد، خواص مکانیکی مواد مانند مدول و استحکام، توزیع بارها، محیط کار و غیره می‌باشد. بنابراین تجزیه و تحلیل قطعی اطلاعات کاملی را در خصوص پاسخ فلاتر ارائه نمی‌دهد. به این منظور برای بررسی فلاتر تحت عدم قطعیت تصادفی، باید یک ابزار مناسب برای تجزیه و تحلیل سیستم سازه ارائه شود [۶-۷]. به کمک تجزیه و تحلیل احتمالاتی و نظریه قابلیت اطمینان سیستم‌های سازه‌ای می‌توان عدم قطعیت‌های ناشی از طبیعت آماری پارامترهای مختلف را به صورت روابط ریاضی بیان نموده و ملاحظات ایمنی و عملکرد را به طور کمی

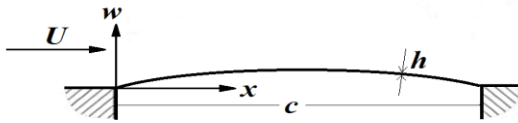
در طراحی مورد توجه قرار داد. طبق این نظریه علاوه بر بررسی عدم قطعیت تصادفی پارامترهای مختلف بر پاسخ فلاتر می‌توان قابلیت اطمینان کل سیستم سازه‌ای را نیز مورد مطالعه قرار داد. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر با توجه به بررسی انجام شده، یک موضوع نسبتاً جدید است به همین دلیل منابع کمی در تجزیه و تحلیل فلاتر بر اساس روابط احتمالاتی وجود دارد.

لیو و همکاران از روش سطح پاسخ توالی برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان فلاتر بال با فرکانس طبیعی تصادفی استفاده کردند [۸]. لیاو و یانگ قابلیت اطمینان و عدم قطعیت‌های مختلف برای کمانش و فلاتر غیرخطی پوسته چندلایه در جریان مافوق صوت را بررسی کردند [۹]. آنها همچنین قابلیت اطمینان و فلاتر غیرخطی پوسته و صفحه چندلایه در جریان مافوق صوت را با وجود عدم قطعیت‌های مختلف سازه‌ای به دست آوردند [۱۰]. که در آن از تئوری کلاسیک ورق برای مدل کردن رفتار سازه و از تئوری پیستون مرتبه اول برای مدل کردن نیروهای آیرودینامیک استفاده شده است. آنها نشان دادند که عدم قطعیت در سازه باعث کاهش قابلیت اطمینان مرزهای پایداری فلاتر پوسته می‌شود [۹-۱۰].

همچنین تحقیقاتی متفاوتی در زمینه فلاتر پل معلق با استفاده از تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان از پاسخ فلاتر با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های گوناگون با روش‌های مختلف انجام شده است [۱۱-۱۳]. به طور کلی، این روش‌ها را می‌توان به چهار دسته تقسیم کرد: (۱) روش قابلیت اطمینان مرتبه اول، (۲) روش المان محدود تصادفی (SFEM)، (۳) روش سطح پاسخ (RSM) و (۴) شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS) [۱۴].

روش قابلیت اطمینان مرتبه اول برای مسائل دارای تابع حالت صریح با پیچیدگی کم بسیار مناسب می‌باشد، در حالی که برای مسائلی که دارای تابع حالت صریح و پیچیدگی بالا هستند روش المان محدود تصادفی (SFEM) مناسب می‌باشد [۱۴]. برای مسائل قابلیت اطمینانی که تابع حالت آن‌ها به صورت ضمنی هستند روش سطح پاسخ مناسب می‌باشد، مزیت این روش این است که تابع حالت ضمنی را به حالت صریح تبدیل و آن را محاسبه می‌کند که باعث کاهش محاسبات می‌گردد [۱۴]. روش شبیه‌سازی مونت کارلو یک روش سنتی برای مسائل آماری می‌باشد که در صورت آشنایی

معرض جریان مافوق صوت با شرایط مرزی مختلف در نظر گرفته می شود (شکل ۱).



شکل ۱ - صفحه دوبعدی در معرض جریان مافوق صوت

برای شبیه سازی از فرضیه نواری استفاده شده و اثر نیروهای آیرودینامیکی توسط تئوری پیستون مرتبه اول مدل سازی شده است. در نهایت معادله آیرولاستیسیته حاکم بر این مدل به صورت رابطه (۱) خواهد بود [۴]:

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \Delta p_{\infty} = 0 \quad (1)$$

که در آن

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

در رابطه های (۱) و (۲) معرف نسبت پواسون،  $E$  معرف مدول الاستیک،  $\rho$  چگالی جرمی و  $h$  ضخامت صفحه می باشد. شرایط مرزی لولای ساده-لولای ساده (SS)، لولای ساده-گیردار (CS) و گیردار-گیردار (CC) نیز با رابطه (۳) تعریف می شوند.

for SS :

$$w(0,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x^2} = 0$$

$$w(a,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 w(a,t)}{\partial x^2} = 0$$

for CC :

$$w(0,t) = 0, \quad \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$w(a,t) = 0, \quad \frac{\partial w(a,t)}{\partial x} = 0$$

for CS :

$$w(0,t) = 0, \quad \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0$$

$$w(a,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 w(a,t)}{\partial x^2} = 0$$

با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول، نیروهای آیرودینامیکی به صورت رابطه (۴) شبیه سازی می شود [۲].

پایه به علم احتمالات استفاده از آن بسیار راحت و مناسب می باشد، همچنین با انتخاب تعداد سیکل های شبیه سازی با تعداد بالا می توان همواره به جواب دقیق و درستی دست یافت. برای حل معادلات حاکم بر سازه از روش عددی دیفرانسیل مربعی تعمیم یافته می توان استفاده کرد. روش دیفرانسیل مربعی یک روش عددی برای حل معادلات دیفرانسیل می باشد. در مقایسه با روش های مرسوم مرتبه پایین تفاضلات محدود و المان محدود، روش دیفرانسیل مربعی دارای قابلیت پاسخگویی دقیق تری با تعداد کمتر نقاط دامنه است که این امر باعث کاهش محاسبات می گردد. از دیگر مزیت های این روش نسبت به روش های عددی دیگر می توان به این مسئله اشاره نمود که با افزایش تعداد نقاط شبکه در اکثر مسائل نه تنها خطایی وارد محاسبات نمی گردد، بلکه پاسخ مورد نظر به یک مقدار ثابت همگرا شده و افزایش تعداد نقاط تاثیری در پاسخ نمی گذارد. این مزیت برتری این روش را در مقایسه با سایر روش ها به طور مثال، روش المان محدود، ثابت می نماید که با افزایش المان ها خطای محاسباتی به وجود خواهد آمد. بدین ترتیب روش دیفرانسیل مربعی در تعداد زیادی از مسائل مهندسی و علمی به کار گرفته شد. در سال ۱۹۹۶ میلادی برت و مالیک نیز یک مرور کلی و جامع برای روش دیفرانسیل مربعی و کاربردهای آن منتشر کردند [۱۵].

در کار حاضر با توجه به اینکه، بررسی قابلیت اطمینان و عدم قطعیت در متغیرهای طراحی در مسائل آیرولاستیسیته کمتر مورد توجه قرار گرفته است، قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه دوبعدی ایزوتروپیک برای عدم قطعیت های مختلف سازه های شامل مدول الاستیک، ضریب پواسون، چگالی، ضخامت صفحه و طول صفحه در رژیم پروازی مافوق صوت بررسی شده است. معادله آیرولاستیسیته حاکم بر این مدل با استفاده از روش دیفرانسیل مربعی حل شده و برای به دست آوردن قابلیت اطمینان با توجه به ساده بودن در پیاده سازی و تولید پاسخ قابل قبول و با تقریب مناسب از روش شبیه سازی مونت کارلو در تعداد بالای سیکل های شبیه سازی، از این روش استفاده شده است.

### معادلات حاکم بر صفحه دوبعدی

به منظور شبیه سازی رفتار حاکم بر سازه (ورق) از نظریه کلاسیک ورق استفاده می شود. در این قسمت پوسته ای در

$$\omega^2 \bar{W}_i + \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M}} \omega \bar{W}_i + \sum_{j=1}^N A_{ij}^{(4)} \bar{W}_j + \lambda \sum_{j=1}^N A_{ij}^{(1)} \bar{W}_j = 0 \quad (11)$$

for  $i = 1, 2, \dots, N$

با اعمال شرایط مرزی رابطه (۱۱) به رابطه (۱۲) تبدیل می‌شود؛

$$\omega^2 \bar{W}_i + \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M}} \omega \bar{W}_i + \sum_{j=3}^{N-2} \left( A_{ij}^{(4)} - \frac{A_{i,2}^{(4)} \cdot AXK1 + A_{i,N-1}^{(4)} \cdot AXKN}{AXN} \right) \bar{W}_j \quad (12)$$

$$+ \lambda \sum_{j=3}^{N-2} \left( A_{ij}^{(1)} - \frac{A_{i,2}^{(1)} \cdot AXK1 + A_{i,N-1}^{(1)} \cdot AXKN}{AXN} \right) \bar{W}_j = 0$$

for  $i = 3, 4, \dots, N - 2$

که در آن:

$$\begin{aligned} AXN &= A_{N,2}^{(n)} \cdot A_{1,N-1}^{(n)} - A_{1,2}^{(n)} \cdot A_{N,N-1}^{(n)} \\ AXK1 &= A_{1,j}^{(n)} \cdot A_{N,N-1}^{(n)} - A_{1,N-1}^{(n)} \cdot A_{N,j}^{(n)} \\ AXKN &= A_{1,2}^{(n)} \cdot A_{N,j}^{(n)} - A_{1,j}^{(n)} \cdot A_{N,2}^{(n)} \end{aligned} \quad (13)$$

که مقدار  $n$  برای شرایط مرزی گیردار برابر ۱ و برای لولای ساده برابر ۲ می‌باشد.

حال رابطه (۱۲) به صورت رابطه (۱۴) بیان می‌شود؛

$$\left\{ \begin{aligned} &\omega^2 I + \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M}} \omega I \\ &+ \sum_{j=3}^{N-2} \left( A_{ij}^{(4)} - \frac{A_{i,2}^{(4)} \cdot AXK1 + A_{i,N-1}^{(4)} \cdot AXKN}{AXN} \right) \\ &+ \lambda \sum_{j=3}^{N-2} \left( A_{ij}^{(1)} - \frac{A_{i,2}^{(1)} \cdot AXK1 + A_{i,N-1}^{(1)} \cdot AXKN}{AXN} \right) \end{aligned} \right\} \delta = 0 \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)،  $\delta$  نمایانگر درجات آزادی نقاط دامنه می‌باشد. همچنین  $\delta$  یک بردار  $1 \times (N-4)$  بوده که برابر است با:

$$\delta = [W_3, W_4, \dots, W_{N-3}, W_{N-2}]^T \quad (15)$$

حال با تعریف رابطه  $I\omega\delta - \omega I\delta = 0$  رابطه به دست آمده به یک رابطه مقدار ویژه مرتبه اول تبدیل می‌گردد. در نتیجه رابطه (۱۶) حاصل می‌شود؛

$$\left( \begin{bmatrix} 0 & I \\ K^* & C^* \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \delta \\ \omega\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن

$$\Delta p = \frac{2q_\infty}{U_\infty \sqrt{M^2 - 1}} \left( U_\infty \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (4)$$

که در آن  $U_\infty$  سرعت جریان آزاد،  $M$  عدد ماخ،  $\rho_\infty$  چگالی جرمی سیال و  $q_\infty$  فشار آیرودینامیکی است که با رابطه (۵) بیان می‌شود:

$$q_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{2} \quad (5)$$

با جایگذاری رابطه (۴) در رابطه (۱)، معادله آیروالاستیک حاکم بر صفحه دوبعدی به صورت رابطه (۶) خواهد شد:

$$\begin{aligned} D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{2q_\infty}{U_\infty \sqrt{M^2 - 1}} \left( U_\infty \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \frac{\partial w}{\partial t} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

در رژیم‌های پروازی مافوق صوت که  $M > 1$  می‌باشد، استهلاک آیرودینامیکی به صورت رابطه (۷) تخمین زده می‌شود [۳]:

$$\left( \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \right)^2 \left( \frac{\mu}{\sqrt{M^2 - 1}} \right) \approx \frac{\mu}{M} \quad (7)$$

حال پارامترهای بی بعد مطابق با رابطه (۸) تعریف می‌گردند؛

$$\begin{aligned} W &= \frac{w}{h} & \zeta &= \frac{x}{a} \\ \tau &= t \left( \frac{D}{\rho h a^4} \right)^{1/2} & \lambda &= \frac{2q_\infty a^3}{\beta D} \end{aligned} \quad (8)$$

با اعمال پارامترهای بی بعد تعریف شده در رابطه (۶) رابطه (۹) حاصل می‌شود؛

$$\frac{\partial^4 W}{\partial \zeta^4} + \lambda \frac{\partial W}{\partial \zeta} + \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M}} \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} = 0 \quad (9)$$

اگر فرض شود پاسخ سیستم به صورت  $W(x, y, t) = \bar{W}(x, y) e^{i\omega t}$  باشد با جایگذاری آن در رابطه (۹)، رابطه (۱۰) نتیجه می‌شود؛

$$\omega^2 \bar{W} + \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M}} \omega \bar{W} + \frac{\partial^4 \bar{W}}{\partial \zeta^4} + \lambda \frac{\partial \bar{W}}{\partial \zeta} = 0 \quad (10)$$

حال با اعمال روابط مربوط به تخمین مشتقات جزئی با استفاده از روش دیفرانسیل مربعی‌تعمیم یافته رابطه (۱۰) به صورت رابطه (۱۱) تبدیل می‌شود [۱۵]:

در روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو از  $N$  متغیر تصادفی مستقل استفاده می‌شود در حالی که ارزش اولیه متغیر در هر بار آزمایش بر پایه فرآیند تصادفی تولید می‌شود و به‌وسیله سیکل‌های شبیه‌سازی، چگالی احتمال خرابی  $P_f$  با رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود [۱۶]؛

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (21)$$

که در آن  $I(X_1, X_2, \dots, X_n)$  به‌صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود [۱۶]؛

$$I(X_1, X_2, \dots, X_n) = \begin{cases} 1 & \text{if } g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0 \\ 0 & \text{if } g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0 \end{cases} \quad (22)$$

که در نتیجه احتمال خرابی  $P_f$  با رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود.

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (23)$$

که در آن  $N_f$  تعداد کل سیکل‌های شبیه‌سازی است که در آن شکست اتفاق افتاده است ( $g(X) < 0$ ) و  $N$  تعداد کل سیکل‌های شبیه‌سازی شده است. مقدار متوسط و انحراف معیار استاندارد براساس مقدار ورودی تصادفی و توزیع آماری مربوطه محاسبه می‌شود. همچنین می‌توان میزان حساسیت پارامترهای متغیر ورودی را برای توزیع خروجی بررسی کرد. در شبیه‌سازی مونت‌کارلو شاخص قابلیت اطمینان ( $\beta$ ) با رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود؛

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (24)$$

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

که تابع  $\Phi$  توزیع تجمعی از متغیرهای نرمال استاندارد را نشان می‌دهد (رابطه ۲۵)؛

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{w^2}{2}\right) dw \quad (25)$$

### حل مسئله نمونه

در این تحقیق صفحه ایزوتروپیک با طول  $a$  و عرض بی‌نهایت و ضخامت  $h$  از جنس آلایژ آلومینیوم، Al-6061 با شرایط مرزی مختلف لولای ساده-لولای ساده (SS)، لولای ساده-گیردار (CS) و گیردار-گیردار (CC) در نظر گرفته شده است. که خواص آن در جدول ۱ آمده است [۱۷].

$$K^* = \left( \sum_{j=3}^{N-2} \left( A_{ij}^{(4)} - \frac{A_{i,2}^{(4)} \cdot AXK1 + A_{i,N-1}^{(4)} \cdot AXKN}{AXN} \right) + \lambda \sum_{j=3}^{N-2} \left( A_{ij}^{(1)} - \frac{A_{i,2}^{(1)} \cdot AXK1 + A_{i,N-1}^{(1)} \cdot AXKN}{AXN} \right) \right) \quad (17)$$

$$C^* = \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M}}$$

همچنین  $I$  و  $0$  به ترتیب معادل ماتریس صفر و ماتریس یک با ابعاد  $(N-4) \times (N-4)$  هستند. حال می‌توان با تحلیل مقادیر ویژه رابطه (۱۶) محدوده وقوع فلاتر را بررسی کرد.

### به‌دست آوردن قابلیت اطمینان با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو

باتوجه به فشار آیرودینامیکی بحرانی فلاتر  $\lambda_c$  که توسط تجزیه و تحلیل مقدار ویژه تعیین شده، تابع حد حالت یا عملکرد برای سرعت فلاتر بر اساس روش قابلیت اطمینان مرتبه اول با رابطه (۱۸) تعریف می‌شود [۱۴]؛

$$g(x) = \lambda_c(x) - \lambda_c^* \quad (18)$$

که در آن  $\lambda_c^*$  فشار آیرودینامیکی بی‌بعد بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت برای متغیرهای طراحی می‌باشد و  $\lambda_c(\mu)$  فشار آیرودینامیکی بی‌بعد با در نظر گرفتن عدم قطعیت برای متغیرهای طراحی می‌باشد. شایان ذکر است که برای بالا بردن قابلیت اطمینان آستانه فلاتر می‌توان یک حاشیه اطمینان برای مقدار  $\lambda_c^*$  در نظر گرفت که در کار حاضر از آن صرف نظر شده است.

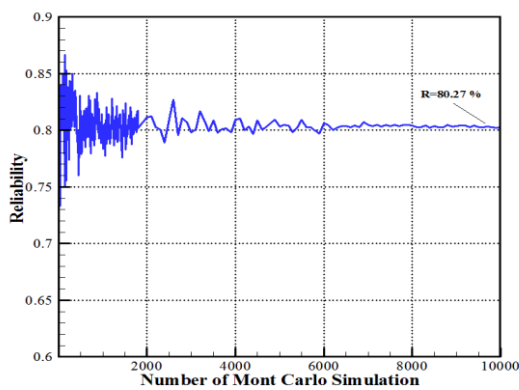
برای محاسبه قابلیت اطمینان از روش مرتبه اول (FORM) استفاده شده و تابع  $g(x)$  به‌عنوان تابع هدف تعریف می‌شود و بردار  $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  متغیرهای تصادفی می‌باشند. که محدوده  $g(x) > 0$  ناحیه امن، محدوده  $g(x) < 0$  ناحیه شکست و ناحیه  $g(x) = 0$  ناحیه مرزی می‌باشد. قابلیت اطمینان برابر است با احتمال اینکه متغیرهای تصادفی  $x$  در ناحیه امن قرار گیرند. اگر تابع چگالی احتمال  $f(x)$  باشد احتمال خرابی به‌صورت رابطه (۱۹) می‌شود:

$$P_f = P\{g(X) < 0\} = \int_{g(x) < 0} f_x(x) dx \quad (19)$$

$$R = 1 - P_f = P\{g(X) > 0\} = \int_{g(x) > 0} f_x(x) dx \quad (20)$$

در شکل ۲ مقدار قابلیت اطمینان برای تعداد سیکل‌های شبیه‌سازی مونت کارلو مختلف برای شرایط مرزی لولای ساده - لولای ساده (SS) آورده شده است. همان‌طور که از شکل ۲ مشخص است مقدار قابلیت اطمینان مقدار ۸۰/۲۷٪ می‌باشد. همچنین مقدار شاخص قابلیت اطمینان و احتمال شکست برای  $N=10000$  سیکل شبیه‌سازی برای شرایط مرزی مختلف در جدول ۴ آورده شده است. در نتیجه قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر برای شرایط مرزی گیردار - لولای ساده (CS) برابر ۹۲/۶۹٪ می‌باشد که از قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر سایر شرایط مرزی بیشتر می‌باشد.

در جدول ۵ مقادیر قابلیت اطمینان برای شرایط مرزی مختلف برای حالتی که عدم قطعیت برای متغیرهای مدل الاستیک ( $E$ )، طول صفحه ( $a$ ) و ضخامت صفحه ( $h$ ) هر کدام به صورت مستقل در نظر گرفته شده است (بقیه پارامترها ثابت)، ارائه شده است. با توجه به نتیجه ارائه شده در جدول ۵، در همه شرایط مرزی زمانی که متغیر مدول الاستیک ( $E$ ) به عنوان متغیر دارای عدم قطعیت در نظر گرفته شده است، قابلیت اطمینان آن از بقیه حالات بیشتر می‌باشد. به عبارت دیگر پارامترهای هندسی با وجود محدوده اندک تغییرات در هر سه مدل تکیه‌گاهی بیش از مدول الاستیک بر کاهش قابلیت اطمینان اثر گذارند.



شکل ۲- قابلیت اطمینان برای سیکل‌های مختلف شبیه‌سازی مونت کارلو

جدول ۴ - مقدار قابلیت اطمینان و احتمال خرابی

شرایط مرزی	تعداد سیکل	قابلیت اطمینان	احتمال شکست
	$N$	$R$	$P_f$
SS	10000	80.27 %	19.73 %
CS	10000	92.69 %	7.31 %
CC	10000	73.30%	26.70 %

معادلات آیرولاستیک حاکم بر صفحه دوبعدی در جریان مافوق صوت که در بخش سوم استخراج گردید و با استفاده از روش دیفرانسیل مربعی‌یافته گسسته‌سازی شد را برای به دست آوردن آستانه وقوع فلاتر حل شده است. فشار آیرودینامیکی بحرانی فلاتر به دست آمده برای شرایط مرزی مختلف در جدول ۲ با مرجع [۴] که در آن فشار آیرودینامیکی بحرانی فلاتر صفحه دوبعدی را با استفاده از روش تحلیلی به دست آورده مقایسه شده است. که دارای مطابقت خوبی با مرجع [۴] می‌باشد.

باتوجه به این که اغلب پارامترهای خواص مکانیکی و ابعاد هندسی دارای ماهیتی هستند که پس از تولید از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند [۱۸]، در این تحقیق متغیرهای تصادفی به صورت توزیع نرمال در نظر گرفته شده و در جدول ۳ بیان شده است. میزان انحراف معیار برای پارامترهای خواص مکانیکی ۱۰ درصد و برای پارامترهای هندسی ۵ درصد لحاظ شده است. بدیهی است با افزایش میزان انحراف معیار، پراکندگی افزایش یافته و میزان قابلیت اطمینان نهایی کاهش می‌یابد. با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو و رابطه (۲۵) قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه دوبعدی به دست آمده است.

جدول ۱ - خواص آلیاژ آلومینیوم Al-6061

E (Gpa)	70
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	2700
$\nu$	0.35
a (m)	0.3
h (m)	0.002

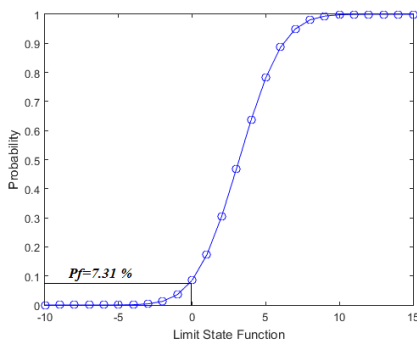
جدول ۲ - مقایسه فشار آیرودینامیکی بحرانی برای شرایط مرزی مختلف با مرجع [۴]

شرایط مرزی	نتایج	مرجع [۴]
SS	343.0905	343.5
CC	636.9731	637
CS	479.0477	480

جدول ۳ - توزیع متغیرهای تصادفی

Property	Distribution form	Mean value	Standard deviation
$E$ (Gpa)	Normal	70	7
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Normal	2700	270
$\nu$	Normal	0.35	0.035
a(m)	Normal	0.3	0.015
h(m)	Normal	0.002	0.0001

توزیع تابع تجمعی خرابی برای شرایط مرزی شرایط مرزی گیردار-لولای ساده (CS) شکل ۵ آورده شده است، که احتمال شکست ( $P_f$ ) برابر ۷/۳۱٪ و در نتیجه قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر برای شرایط مرزی گیردار-لولای ساده (CS) برابر ۹۲/۶۹٪ می باشد که از قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر با سایر شرایط مرزی بیشتر می باشد. بنابراین طراح باید برای مساله خاص از شرایط مرزی گیردار-لولای ساده (CS) استفاده کند.



شکل ۵ - تابع توزیع تجمعی احتمال شکست برای حالت تکیه گاه ساده-گیردار

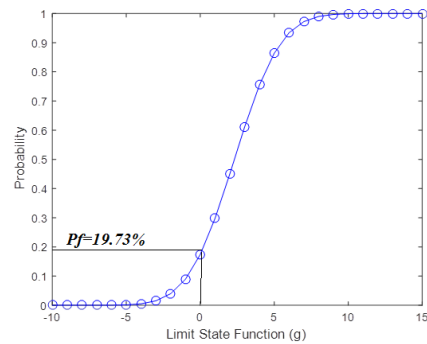
### نتیجه گیری

تجزیه و تحلیل مسائل آیروداستیک در طراحی سازه های هوایی بسیار مهم است و با توجه به اینکه بررسی قابلیت اطمینان و عدم قطعیت در متغیرهای طراحی در مسائل آیروداستیسیته کمتر مورد توجه قرار گرفته است، در کار حاضر قابلیت اطمینان فلاتر صفحه دوبعدی ایزوتروپیک با توجه به عدم قطعیت در متغیرهای مدل الاستیک، ضریب پواسون، چگالی ضخامت صفحه و طول صفحه محاسبه شده است. در این تحلیل توزیع تمام متغیرهای عدم قطعیت به صورت توزیع نرمال فرض شده است. نتایج به دست آمده توانایی روش پیشنهادی را برای بررسی قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه دوبعدی نشان می دهد. با توجه به نتایج ارائه شده مقدار قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه دوبعدی با شرایط مرزی گیردار-لولای ساده از سایر شرایط مرزی بیشتر می باشد. از آنجایی که انتظار می رود قابلیت اطمینان سازه بیش از این مقادیر باشد می توان با در نظر گرفتن حاشیه اطمینان به این مهم رسید و یا با طراحی براساس قابلیت اطمینان به مقدار دلخواه قابلیت اطمینان دست یافت. همچنین می توان با آنالیز حساسیت، اثر پارامترهای

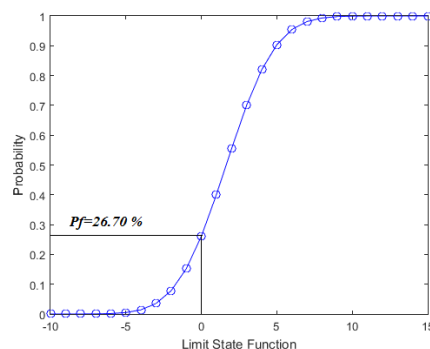
جدول ۵- مقدار قابلیت اطمینان بر حسب عدم قطعیت متغیرهای مختلف به طور مستقل

متغیر دارای عدم قطعیت	قابلیت اطمینان R		
	SS	CC	CS
E	81.74 %	75.95 %	93.68 %
a	79.65 %	74.63 %	92.86 %
h	79.97%	74.95 %	93.05 %

تابع تجمعی خرابی برای شرایط مرزی ساده-لولای ساده (SS) در شکل ۳ آورده شده است. با توجه به شکل احتمال شکست ( $P_f$ ) برابر ۱۹/۷۳٪ و با توجه به اینکه  $R=1-P_f$  در نتیجه قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر برای شرایط مرزی لولای ساده-لولای ساده (SS) برابر ۸۰/۲۷٪ می باشد. توزیع تابع تجمعی خرابی برای شرایط مرزی شرایط مرزی دوسر-گیردار (CC) در شکل ۴ آورده شده است، که احتمال شکست ( $P_f$ ) برابر ۲۶/۷۰٪ و در نتیجه قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر برای شرایط مرزی گیردار-گیردار (CC) برابر ۷۳/۳۰٪ می باشد که از قابلیت اطمینان آستانه وقوع فلاتر برای شرایط مرزی لولای ساده-لولای ساده کمتر می باشد.



شکل ۳ - تابع توزیع تجمعی احتمال شکست برای حالت تکیه گاه ساده



شکل ۴ - تابع توزیع تجمعی احتمال شکست برای حالت تکیه گاه دوسر گیردار

- [9] D. G. Liaw, Henry T. Y. Yang., "Reliability of Uncertain Laminated Shells Due to Buckling and Supersonic Flutter", AIAA Journal, vol. 29, No. 10, pp.1698-1708,1991.
- [10] D. G. Liaw, Henry T. Y. Yang., "Reliability and Nonlinear Supersonic Flutter of Uncertain Laminated Plates", AIAA Journal, vol. 31, No. 12, pp. 2304-2311, 1993.
- [11] Cheng J, Xiao R C., "Probabilistic free vibration and flutter analyses of suspension bridges", Engineering Structures, vol. 27, No. 10, pp. 1509-1518, 2005.
- [12] Ge Y J, Xiang H F, Tanaka H., "Application of a reliability analysis model to bridge flutter under extreme winds", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 86, pp. 155-167, 2000.
- [13] Pourzeynail S, Datta T K., "Reliability analysis of suspension bridges against flutter", Journal of Sound and Vibration; vol. 254, No. 1, pp. 143-162, 2002.
- [14] Song Shufang, Lu Zhenzhou, Zhang Weiwei, Ye Zhengyin., "Reliability and Sensitivity Analysis of Transonic Flutter Using Improved Line Sampling Technique", Chinese Journal of Aeronautics, vol. 22, pp. 513-519, 2009.
- [15] Shu, Chang, "Differential Quadrature and It's Application in Engineering", Springer-Verlag London Limited, 2000.
- [16] R. Kamyab Moghadas, M.J. Fadaee, "Reliability Assessment of Structures by Monte Carlo Simulation and Neural Networks", Asian Journal of Civil Engineering, vol. 13, No. 1, pp. 79-88, 2012.
- [۱۷] حدادپور، حسن. سلطانی، ناصر. اصفهانیان، وحید، "مقایسه روش‌های عددی و تحلیلی فلاتر پوسته‌های دو بعدی"، اولین کنفرانس بین‌المللی و سومین کنفرانس سراسری انجمن هوافضای ایران، دانشگاه صنعتی شریف سال ۱۳۷۹.
- [18] Farsi M. A., "Principle of Reliability engineering", Symaye danesh, 2016.

مختلف بر میزان قابلیت‌اطمینان آستانه وقوع فلاتر صفحه دوبعدی را بررسی کرد.

#### پی‌نوشت‌ها

- ۱ PDF (Probability Density Function)

#### منابع و مراجع

- [1] Bisplinghoff, R. L., and Ashley, H., "Principles of Aeroelasticity", Dover Publications Inc., New York. 1962
- [2] Shiau, L.C., Lu, L.T., "Nonlinear flutter of two-dimensional simply supported symmetric composite laminated plates", Journal of Aircr. 29, pp.140-145,1992
- [3] K.-J. Sohn, J.-H. Kim., "Nonlinear thermal flutter of functionally graded panels under a supersonic flow", Comp Struct, vol. 88, pp. 380-87, 2009.
- [4] Feng, Ming Li, Zhi-Guang Song., "Aeroelastic flutter analysis for 2D Kirchhoff and Mindlin panels with different boundary conditions in supersonic airflow", Acta Mech DOI 10.1007/s00707-014-1141-1, 2014.
- [5] Xue, D.Y., Mei, C., "Finite element nonlinear flutter and fatigue life of two-dimensional panels with temperature effects", Journal of Aircr., vol. 30, pp. 993-1000, 1993.
- [6] Cheng J, Cai C S, Xiao R C, et al., "Flutter reliability analysis of suspension bridges", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; vol. 93, No. 10, pp. 757-775, 2005.
- [7] Wu Z G, Yang C., "Modeling and robust stability for aeroservoelastic systems with uncertainties", Acta Aeronautica et Astronautica Sinica; vol. 24, No. 4, pp. 312-316, 2003.
- [8] Liu Y W, Chen K L, Zheng D Q., "Flutter reliability analysis of wing structure", Acta Aeronautica et Astronautica Sinica; vol. 19, No. 4, pp. 503-505, 1998.