

ارزیابی شبکه به هم پیوسته سیستم قدرت و شبکه مخابراتی با استفاده از نظریه تراوش

رضا غفارپور^{*۱}، غلامرضا جلالی^۲

۱- استادیار دانشگاه جامع امام حسین (ع)، ۲- استادیار دانشگاه عالی دفاع ملی

(دریافت: ۹۸/۰۳/۰۳، پذیرش: ۹۸/۰۵/۱۵)

چکیده

پیشرفت‌های اخیر در حوزه فناوری اطلاعات و ارتباطات، بهره‌برداران سیستم قدرت را بر آن داشت تا برای تداوم کارکرد عادی این زیرساخت حیاتی از شبکه مخابراتی مدد بجوید. اتصال شبکه مخابراتی به سیستم قدرت گرچه موجب تسهیل در بهره‌برداری از آن شد، ولی با این حال، مسائلی را سبب شد که پیش‌تر متصور نبود. یکی از این مسائل سرایت یک آسیب از زیرساختی به زیرساخت دیگر است. گاه این آسیب تا آنجا پیش می‌رود که دیگر اتصالاتی میان زیرساخت‌ها باقی نمی‌ماند. در این مقاله، از نظریه تراوش برای یافتن آستانه انفصال زیرساخت‌های به هم پیوسته از یکدیگر استفاده شده است. دو زیرساخت حیاتی به صورت شبکه‌ای به هم پیوسته مدل شده و سپس به سه گراف مجزا تفکیک شده است. با استفاده از ماتریس‌های مجاورت این سه گراف و بدون شبیه‌سازی واقعی هیچ فرآیند تراوشی، دیاگرام تغییر فاز شبکه به هم پیوسته رسم می‌گردد. همچنین حیاتی‌ترین اتصالات میان دو زیرساخت و آسیب‌پذیرترین نقاط هر زیرساخت از نتایج حاصل از تحلیل مدل حاضر شناسایی می‌گردد. این نتایج می‌تواند در تدوین دستورالعمل اتصال شبکه مخابراتی به سیستم قدرت به کار رود.

کلیدواژه‌ها: زیرساخت‌های حیاتی به هم پیوسته، سیستم قدرت، شبکه مخابراتی، نظریه تراوش

Assessment of Interconnected Power System and Communication Network Using the Percolation Theory

R. Ghaffarpour*, G. Jalali

Imam Hossein University

(Received: 24/05/2019; Accepted: 06/08/2019)

Abstract

Recent advances in the field of information and communication technology (ICT) have led power system's operators to seek assistance from communication network for the continuity of normal operation of this critical infrastructure. However, connecting the communication network to the power system facilitated its operation, but nevertheless caused issues that were not previously apparent. One of these issues is the infection of damage from one infrastructure to another. Sometimes this damage goes so far as not to leave any connection between the infrastructures. In this paper, percolation theory has been used to find the threshold of disconnection of interconnected infrastructures. Two critical infrastructures are modeled as an interconnected network and then it is decomposed into three distinct graphs. By using the adjacency matrices of these three graphs, without actually simulating of any percolation process, the phase change diagram of interconnected network is drawn. Also, the most vital connections between the two infrastructures and the most vulnerable nodes of each infrastructure are identified from the consequences of the present model analysis. These results can be used in code regulation for connection of communication network to the power system.

Keywords: Communication Network, Interconnected Critical Infrastructures, Percolation Theory, Power System.

*Corresponding Author E-mail: rghaffarpour@ihu.ac.ir

۱. مقدمه

روند توسعه، زیرساخت‌های حیاتی را به چنان جایگاهی از اهمیت رسانده که می‌تواند شکل زندگی بشر امروزی را تعیین کند. این زیرساخت‌ها به منظور افزایش کارایی و عملکرد بهتر به هم متصل شده‌اند تا با منابع کم‌تر خدمات بیش‌تری را در اختیار قرار دهد [۱]. با این حال، این اتصال زیرساخت‌ها خطرانی را در پی داشته که تأمل بیش‌تر در این مورد را می‌طلبد. مثلاً خطری که در حالت مجزا تنها یک زیرساخت را تهدید می‌کرد حال تمامی زیرساخت‌های به هم پیوسته را تهدید می‌کند. از این رو، به هم پیوستن زیرساخت‌ها ضمن کاهش ناکارآمدی‌ها، آسیب‌پذیری را افزایش می‌دهد [۲].

با نفوذ و گسترش فناوری اطلاعات و ارتباطات^۱ (ICT) در همه عرصه‌ها، بهره‌برداران سیستم قدرت نیز برای ارتقاء کارکردهای این زیرساخت حیاتی، نیاز به بهره‌گیری از قابلیت‌های شبکه مخابراتی را بیش‌ازپیش احساس کردند. اتصال ICT به سیستم قدرت اگرچه گزینه‌های متعددی را پیش روی آن قرار می‌دهد، با این حال، مسائلی را موجب می‌شود که در بهره‌برداری مستقل از آن وجود نداشته است [۳]. یکی از این مسائل، انتشار خطا از شبکه مخابراتی به سیستم قدرت است. هنگامی که خطایی سخت‌افزاری یا نرم‌افزاری در شبکه مخابراتی رخ می‌دهد، به علت اتصال موجود بین شبکه مخابراتی و سیستم قدرت، این خطای با منشأ سایبری، باعث از کارافتادن سیستم قدرت فیزیکی می‌شود [۴]. البته در صورت لحاظ وابستگی متقابل، شبکه مخابراتی نیز می‌تواند با خطای با منشأ فیزیکی سیستم قدرت از کار بیفتد [۵]. روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی اتصال سیستم قدرت به شبکه مخابراتی، نحوه تعامل آن دو با یکدیگر و تأثیرات متقابل‌شان مورد بررسی قرار گرفته است که از مهم‌ترین آن می‌توان از نظریه گراف [۴]، نظریه ابرگراف [۶]، نظریه شبکه‌های پیچیده [۵]، شبکه پتری [۷] و نظریه بازی [۸] نام برد. همچنین مقالاتی مروری نیز به بررسی ساختار مخابراتی شبکه‌های هوشمند پرداخته‌اند [۹، ۱۰ و ۱۱].

فرایندی که در آن کسری از اجزای یک شبکه حذف می‌گردد تراوش^۲ نامیده شده و می‌تواند به عنوان مدلی از گونه‌ای از پدیده‌های جهان واقعی استفاده شود [۱۲]. هرچند این فرایند بیش‌تر در مقالات مربوط به رشته فیزیک آماری مورد مطالعه قرار گرفته است، ولی از آن برای بررسی مقاومت زیرساخت‌های حیاتی نیز استفاده شده است [۱۳]. تعداد محدودی از مراجع هم به بررسی پیوند میان سیستم قدرت و شبکه مخابراتی با استفاده از نظریه تراوش پرداخته‌اند. نظریه تراوش اثرات ثانویه حذف و یا

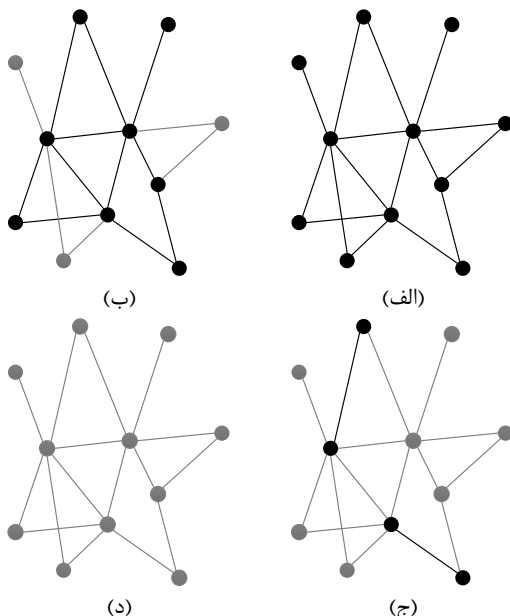
از کارافتادن رأس یا یالی از شبکه (همان فرایند تراوش) بر کل آن را به صورت تحلیلی بررسی می‌کند. ژیاو و یه [۱۴] مسئله خطاهای آبخاری خطوط قدرت که به وسیله گراف هندسی تصادفی^۳ مدل کرده را از نظرگاهی مبتنی بر تراوش مطالعه می‌کند. به منظور انعکاس این حقیقت که خطای خطوط با مقدار توان عبوری از آنها مطابق است، مدلی معرفی شده است که خطا در آن با احتمالی وابسته به تعداد خطوط همسایه (با خط مورد بررسی) مطابق است. با استفاده از نگاشتی که یال‌های گراف هندسی تصادفی را به رئوس متناظر در گراف پوششی دوگان^۴ می‌نگارد، اولین شرایط تحلیلی شناخته شده بر وجود و عدم وجود یک جزء بزرگ از خطوط قابل استفاده بعد از خطاهای خطوط وابسته به درجه به دست می‌آید. مسئله خطاهای آبخاری در سیستم‌های قدرتی که از واحدهای اندازه‌گیری فازوری^۵ به عنوان اندازه‌گیر استفاده می‌کند، با استفاده از نظریه تراوش مدل‌سازی شده و یک رویکرد کاهش‌ی نیز پیشنهاد شده است [۱۵]. هوانگ و همکاران [۱۶] مدل وابستگی متقابلی برای شبکه برق هوشمند پیشنهاد داده است که در آن شبکه برق و شبکه مخابراتی به صورت شبکه بدون مقیاس^۶ در نظر گرفته می‌شود. هر گره قدرت انرژی چندین گره مخابراتی را تأمین می‌کند درحالی‌که خود تنها تحت کنترل یک گره عملیاتی است. در این کار با استفاده از نظریه تراوش، پیشنهاد مدلی برای مطالعه تأثیر خطاهای آبخاری داده شده و مقاومت آن در برابر حملات تصادفی و خطاها با اندازه‌گیری بخش‌های فعال در هر دو شبکه بررسی شده است. گروه تحقیقاتی هوانگ و همکاران، جزئیات ریاضیاتی و آزمایش‌های بیش‌تری نیز ارائه کرده است [۱۷]. همچنین در این کار تلاشی برای ارائه روشی برای حل معادله غیر جبری برای شبکه بدون مقیاس صورت گرفته است. چو و مور [۱۸ و ۱۹]، مفهوم تاب‌آوری شبکه در نظریه تراوش را با معرفی انطباق‌پذیری شبکه تعمیم داده‌اند. از منظر این دو مرجع، مراجع حوزه نظریه تراوش با تأکید بر تحمل‌پذیری خطا توسط شبکه، از نحوه ارائه خدمت توسط آن غافل شده‌اند. این دو مرجع رویکردی انطباقی پیشنهاد داده که می‌تواند تأثیر خطاهای اولیه رخ داده را با تنظیم یال‌های میان رئوس کاهش دهد به طوری که همه شبکه‌ها بتوانند وظایف خود را به نحو مناسبی اجرا کنند.

رادبچی [۱۳] تراوش میان دو شبکه به هم پیوسته را بدون در نظر گرفتن هیچ فرایند بررسی کرده است. در مرجع مورد اشاره، دو شبکه به هم پیوسته به سه گراف تفکیک شده و سپس با استفاده از ماتریس‌های مجاورت این سه گراف، دیگرام فاز کل

³ Random Geometric Graphs⁴ Dual Covering Graph⁵ Phasor Measurement Units (Pmus)⁶ Scale-Free Network¹ Information and Communications Technology² Percolation

ریاضیات، تراوش جایگاهی^۱ و تراوش پیوندی^۲ خوانده می‌شود. روش‌های متفاوتی برای حذف اجزای شبکه وجود دارد که در اینجا حذف تصادفی یکنواخت بررسی می‌گردد.

شبکه‌ای را در نظر بگیرید که در آن کسری از رئوس که به‌طور یکنواخت تصادفی انتخاب شده است حذف گردد. حذف در وضعیت‌های جهان واقعی به‌منزله حذف فیزیکی رأس نبوده بلکه عدم کارکرد آن را شامل می‌شود. به‌طور معمول فرایند تراوش به‌وسیله احتمال ϕ که احتمال حضور یا عملکرد یک رأس در شبکه است به‌صورت پارامتری بیان می‌شود. در ادبیات نظریه تراوش گفته می‌شود که رئوس در حال کار، اشغال شده است و احتمال اشغال^۳ نامیده می‌شود. از این‌رو، $\phi = 1$ نشان‌دهنده اشغال همه رئوس (عدم حذف هیچ رأسی) و $\phi = 0$ نشان‌دهنده عدم اشغال هیچ رأسی (حذف همه رئوس) است. برای توضیح بیش‌تر شکل (۱) را در نظر بگیرید. در قاب (الف) که $\phi = 1$ است، همه رئوس حاضر یا اشغال است و همه آنها در قالب یک جزء واحد به هم متصل است. در قاب (ب) تعدادی از رئوس حذف شده است، ولی آن تعداد که باقی‌مانده همچنان به‌وسیله پال‌های باقیمانده به هم متصل است. در قاب (ج) باز هم تعداد بیش‌تری از رئوس حذف شده است و این حذف به‌قدری بوده که دیگر همه رئوس باقیمانده به هم متصل نبوده و به دو جزء کوچک تقسیم شده است. در قاب آخر همه رئوس حذف شده است و در کل، دیگر شبکه‌ای باقی نمانده است.



شکل ۱. مثالی از تراوش جایگاهی برای: (الف) $\phi = 1$ ؛ (ب) $\phi = 0.7$ ؛ (ج) $\phi = 0.3$ ؛ و (د) $\phi = 0$.

شبکه به هم پیوسته رسم می‌گردد. با بهره‌گیری از معادلات توسعه‌داده‌شده توسط رادیچی [۱۳]، در این تحقیق به بررسی سیستم قدرت پیوسته به شبکه مخابراتی با استفاده از نظریه تراوش پرداخته می‌شود. ابتدا هر دو سیستم به‌وسیله دو گراف مدل شده، سپس سیستم به هم پیوسته توسط گرافی بی‌جهت مدل می‌گردد. در ادامه با به‌کار بستن معادلات رادیچی [۱۳]، دیاگرام گذار سیستم به هم پیوسته از حالت دارای جزء بزرگ به حالت دارای چندین جزء کوچک ترسیم شده و نقاط حساس (آسیب‌پذیر) در هر شبکه مشخص می‌گردد. همچنین حیاتی‌ترین ارتباطات میان دو شبکه نیز با تحلیل نتایج قابل تمییز است. برخلاف میلانوویچ و ژو [۵]، در این کار امکان تعیین آستانه‌ای برای به هم پیوستگی سیستم قدرت به شبکه مخابراتی به مدد نظریه تراوش وجود دارد و همچنین با ارزیابی نتایج می‌توان پیشنهاد ساختاری مقاومت‌تر را برای شبکه به هم پیوسته ارائه داد.

باقی مقاله به این قرار است که: در بخش دوم نظریه تراوش و دو نوع آن به‌صورت تفصیلی مرور می‌گردد. سیستم قدرت، شبکه مخابراتی و شبکه به هم پیوسته سایبری-فیزیکی در بخش سوم مدل شده و گذار تراوش آن استخراج می‌گردد. نتایج عددی حاصل از تحقیق در بخش چهارم ارائه شده و مورد بحث قرار می‌گیرد و در نهایت بخش پنجم به نتیجه‌گیری مقاله اختصاص می‌یابد.

۲. مروری بر نظریه تراوش

هدف غائی از مطالعه شبکه‌ها فهم بهتر از سیستم‌هایی است که آن شبکه‌ها نمایندگی می‌کند. مطالعات ساختار شبکه‌ها تنها گامی در راستای فهم شبکه است. گام مهم دیگر ایجاد ارتباط میان ساختار شبکه و کارکرد آن است. به‌عبارت‌دیگر، بعد از سنجش و کمی‌بخشی ساختار شبکه، چگونه می‌توان از نتایج حاصل برای پیش‌بینی و نتیجه‌گیری رفتار کل سیستم استفاده کرد. یکی از ساده‌ترین فرایندهای شبکه که به نظریه‌ای کارا از مقاومت سیستم‌های شبکه‌ای در برابر خطای اجزای‌شان منتج می‌شود، تراوش است که در این بخش به معرفی آن می‌پردازیم. مطالب این بخش از فصل شانزدهم کتاب مقدمه‌ای بر شبکه‌ها استخراج شده است [۱۲].

فرایندی که در آن کسری از اجزای یک شبکه حذف می‌گردد تراوش نامیده می‌شود. نظریه تراوش درصدد پاسخ به این پرسش است که این فرایند چه تأثیری بر عملکرد شبکه خواهد گذاشت. اجزای شبکه شامل رئوس و پال‌ها است که به‌ترتیب فرایند حاصل از حذف هر کسری از آنها، تراوش رأسی و تراوش پالی نامیده می‌شود. این دو فرایند معمولاً با استفاده از نام‌گذاری برگرفته از مطالعات تراوش در مراجع فیزیک و

¹ Site Percolation

² Bond Percolation

³ Occupation Probability

۳. اعمال نظریه تراوش بر شبکه به هم پیوسته

سایبری-فیزیکی

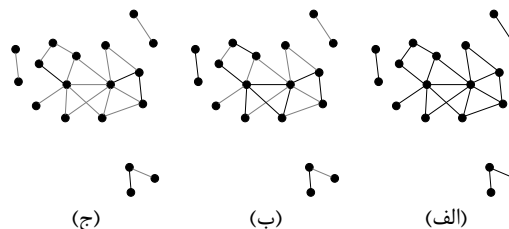
در این بخش ابتدا سیستم قدرت و شبکه مخابراتی به صورت گرافی نمایش داده شده و سپس ارتباط میان آن دو با استفاده از یک شبکه به هم پیوسته مدل می‌گردد. در ادامه با اعمال نظریه تراوش بر این شبکه، آستانه گذار آن یافت می‌گردد.

۳-۱. مدل سازی سیستم قدرت، شبکه مخابراتی و شبکه به هم پیوسته

سیستم قدرتی را با N_{PS} شین و L_{PS} خط و شبکه مخابراتی را با N_{CN} عنصر و L_{CN} لینک در نظر بگیرید. به منظور مدل سازی به هم پیوستگی میان این دو زیرساخت لازم است هر یک از آنها به وسیله یک گراف نمایندگی شود. بدین منظور از گراف $\mathcal{G}_{PS}(\mathcal{V}_{PS}, \mathcal{E}_{PS})$ برای نمایش سیستم قدرت استفاده می‌شود که در آن \mathcal{V}_{PS} و \mathcal{E}_{PS} به ترتیب مجموعه رئوس و یال‌ها می‌باشد به طوری که $|\mathcal{V}_{PS}| = N_{PS}$ و $|\mathcal{E}_{PS}| = L_{PS}$ است که $||$ بیانگر تعداد اعضای یک مجموعه است. به طور مشابه، از گراف $\mathcal{G}_{CN}(\mathcal{V}_{CN}, \mathcal{E}_{CN})$ برای نمایش شبکه مخابراتی استفاده می‌شود که در آن \mathcal{V}_{CN} و \mathcal{E}_{CN} به ترتیب مجموعه رئوس و یال‌ها می‌باشد به طوری که $|\mathcal{V}_{CN}| = N_{CN}$ و $|\mathcal{E}_{CN}| = L_{CN}$ است. آرایش هر یک از گراف‌های \mathcal{G}_{PS} و \mathcal{G}_{CN} به ترتیب به وسیله ماتریس‌های مجاورت $\mathbf{A}_{PS} \in \mathbb{R}^{N_{PS} \times N_{PS}}$ و $\mathbf{A}_{CN} \in \mathbb{R}^{N_{CN} \times N_{CN}}$ نمایش داده می‌شود. این ماتریس‌های مربعی دارای درایه‌های قطری صفر بوده و درایه غیر قطری (i, j) آن نیز صفر نیست اگر یالی میان دو راس i و j آن وجود داشته باشد. از آنجاکه ماتریس مجاورت یک گراف، نمایندگی کننده آن بوده و مشخصات آن را بازمی‌نمایاند، لذا با در اختیار داشتن آن می‌توان بسیاری از تحلیل‌ها را در مورد گراف مورد نظر انجام داد. از این رو، برای نمایش به هم پیوستگی میان سیستم قدرت و شبکه مخابراتی نیز از ماتریس مجاورت شبکه حاصل بهره می‌گیریم. با به هم پیوستن این دو زیرساخت شبکه‌ای متشکل از $N_{PS} + N_{CN}$ شین یا عنصر و $L = L_{PS} + L_{CN} + L_{PS, CN}$ خط یا لینک خواهیم داشت که $L_{PS, CN}$ نشان‌دهنده تعداد اتصالات میان شین‌ها و عناصر است. این اتصالات یا لینک‌های داده از سیستم قدرت به شبکه مخابراتی و انتقال‌دهنده فرمان‌ها کنترلی در جهت مخالف بوده و یا خطوط قدرتی است که انرژی مورد نیاز شبکه مخابراتی را تأمین می‌کند. گراف مدل کننده شبکه به هم پیوسته می‌تواند به

رفتار مشاهده شده در این مثال نمونه‌ای بارز از فرایند تراوش است. زمانی که ϕ بزرگ است رئوس تمایل دارد که به هم متصل بوده و جزئی بزرگ را تشکیل دهد که بیش تر شبکه را فرا می‌گیرد (اگرچه ممکن است هنوز اجزاء کوچکی وجود داشته باشد)؛ اما چنانکه ϕ کاهش یابد نقطه‌ای می‌رسد که در آن جزء بزرگ از هم می‌شکند و تنها اجزاء کوچکی باقی می‌ماند. به طور معکوس، اگر ϕ از صفر افزایش یابد ابتدا اجزاء کوچکی شکل می‌یابد که سپس اندازه شان افزایش یافته و در نهایت به هم می‌پیوندند تا جزء بزرگی شکل یابد که کسر بزرگی از شبکه را فرا می‌گیرد. تشکیل و انحلال جزء بزرگ بدین سبک، گذار تراوش^۱ نامیده می‌شود. زمانی که شبکه شامل یک جزء بزرگ باشد، گوئیم که آن تراوش می‌کند و نقطه‌ای که در آن گذار تراوش رخ می‌دهد، آستانه تراوش^۲ نامیده می‌شود. اجزائی که بعد از حذف رئوس باقی می‌ماند در مطالعات تراوش، خوشه‌ها^۳ نامیده می‌شود. جزء بزرگ فرایند تراوش اگر یکی باشد، به درستی خوشه بزرگ^۴ نامیده می‌شود. حضور خوشه بزرگ نشانگری از شبکه‌ای است که دست‌کم بخشی از عملکرد محوله خود را انجام می‌دهد، در حالی که اندازه خوشه بزرگ دقیقاً می‌گوید که چه مقدار از شبکه کار می‌کند.

تراوش پیوندی در بسیاری از موارد مشابه فرایندهای تراوش جایگاهی است. شکل (۲) را در نظر بگیرید. برای احتمال اشغال پایین یال ϕ ، تنها پیوندهای اشغال شده اندکی وجود دارد که داخل خوشه‌های منفصل شده کوچک تشکیل گروه داده است؛ اما چنانکه ϕ افزایش می‌یابد، نقطه‌ای که همان گذار تراوش است می‌رسد که در آن خوشه‌های به هم پیوسته به قدری بزرگ می‌شود که به هم متصل شود و خوشه‌ای بزرگ را شکل دهد، اگرچه معمولاً خوشه‌های کوچک دیگری نیز وجود دارد که به خوشه بزرگ نیپیوسته است. چنانچه ϕ باز هم بیش تر افزایش یابد، خوشه بزرگ رشد می‌کند تا به بیشینه اندازه خود زمانی که $\phi = 1$ است برسد.



شکل ۲. مثالی از تراوش پیوندی برای: (الف) $\phi = 1$ ؛ (ب) $\phi = 0.5$ ؛ و (ج) $\phi = 0.2$.

¹ Percolation Transition
² Percolation Threshold
³ Clusters
⁴ Giant Cluster

می‌آید: اول، احتمال متصل بودن به بزرگ‌ترین خوشه در سایه لاقط یک رأس متصل به i در هر دو لایه؛ دوم، اگر شرایط قبلی برآورده نشود، احتمال اینکه رأس i به بزرگ‌ترین خوشه از طریق لاقط یک رأس k در لایه PS و یک رأس l در لایه CN به شرط $k \neq l$ متصل باشد. توجه کنید که اگر لایه‌های شبکه یکسان باشد، معادله (۱) دقیقاً به معادله معتبر برای شبکه‌های مجزا تقلیل می‌یابد. به بیان دیگر، می‌توان مجموعه یال‌های شبکه را به سه زیرمجموعه تقسیم کرد و سپس بر مبنای این تقسیم منحصر به فرد سه گراف متفاوت ساخت: گراف فصل مشترک با ماتریس مجاورت معین به وسیله ضرب هادامارد^۱ ماتریس‌های \mathbf{A}_{PS} و \mathbf{A}_{CN} (i, j) امین درایه ماتریس مجاورت $\mathbf{A}_{PSij}\mathbf{A}_{CNij}$ است؛ باقیمانده شبکه PS که در آن یال میان رئوس i و j حاضر است تنها اگر $(1 - \mathbf{A}_{CNij}) = 1$ باشد؛ و باقیمانده شبکه CN که درایه (i, j) ام ماتریس مجاورت آن برابر با $(1 - \mathbf{A}_{PSij}) = 1$ است. با تعریف $u_i = \ln(1 - s_i)$ ، می‌توان نوشت $S_{PSCN_i} = 1 - \exp[\sum_j \mathbf{A}_{PSij}\mathbf{A}_{CNij}u_j]$ ، $S_{PS-CN_i} = 1 - \exp[\sum_j \mathbf{A}_{PSij}(1 - \mathbf{A}_{CNij})u_j]$ و $S_{CN-PS_i} = 1 - \exp[\sum_j \mathbf{A}_{CNij}(1 - \mathbf{A}_{PSij})u_j]$ از این رو، پاسخ عددی معادله (۱) می‌تواند در تعداد معینی از تکرارها، هریک با پیچیدگی محاسباتی رشدکننده با تعداد یال‌های حاضر در پرتراکم‌ترین لایه، به دست آید. در تقریب خطی، گذار تنها با مشارکت گراف فصل مشترک تعیین می‌شود. در نتیجه اگر فصل مشترک باقیمانده‌ها را مغلوب سازد، گذار یکنواخت است و آستانه تراوش با $1/\lambda_l$ تقریب زده می‌شود که در آن λ_l بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس مجاورت گراف فصل مشترک است.

جدی‌ترین محدودیت معادله (۱) معرفی یک بازخورد مثبت میان احتمال‌ها است. افزایشی در احتمال s_i افزایشی در احتمال s_j همسایه‌ها تولید می‌کند که موجب افزایشی در احتمال s_i می‌شود و ادامه روندی به همین ترتیب. برای اجتناب از حضور سازوکارهای خود-تقویتی موجود در معادله (۱)، سیستم دیگری از معادلات ابتکاری معرفی می‌شود که طبق آن s_i از

$$s_i = \phi [R_{PSCN_i} + (1 - R_{PSCN_i})R_{PS-CN_i}R_{CN-PS_i}] \quad (2)$$

پیروی می‌کند که در آن $R_{\mathcal{X}} = 1 - \prod_{j \in \mathcal{X}} (1 - r_{i \rightarrow j})$ است و سه مجموعه $PSCN_i$ ، $PS-CN_i$ ، و $CN-PS_i$ به

شکل ماتریس مجاورت $\mathbf{A}_{PS,CN} \in \mathbb{R}^{(N_{PS} + N_{CN}) \times (N_{PS} + N_{CN})}$ نمایش داده شود. قاعده صفر نبودن درایه‌های این ماتریس نیز به‌مانند مورد مشابه برای ماتریس‌های \mathbf{A}_{PS} و \mathbf{A}_{CN} است.

۳-۲. اعمال نظریه تراوش بر شبکه به هم پیوسته

به‌منظور اعمال روش پیشنهادی توسط رادچی [۱۳] برای بررسی فرایند تراوش در شبکه‌های به هم پیوسته نیاز است تغییراتی در نمایش گرافی سیستم قدرت، شبکه مخابراتی و شبکه به هم پیوسته آنها داده شود. فرض کنید گراف شبکه به هم پیوسته از دو لایه هر یک به تعداد N رأس که $N = \max(N_{PS}, N_{CN})$ است تشکیل شده باشد. ماتریس مجاورت گرافی که تعداد رئوسش برابر N است بی‌تغییر می‌ماند و گراف دیگر به تعداد اختلاش با N ($\max(N - N_{PS}, N - N_{CN})$) سطر و ستون به انتهای سطرها و ستون‌هایش افزوده می‌شود. مقدار درایه‌های اضافه‌شده همگی صفر است. فرض بر این است که هنگام حاضر بودن همه رئوس، گراف از یک جزء به هم پیوسته تشکیل شود. رئوس اضافه‌شده به گراف با اندازه کوچک‌تر را رئوسی مجازی در نظر بگیرید که در فرایند تراوش نقشی نداشته و صرفاً برای هم‌اندازه‌سازی ماتریس‌های مجاورت دو گراف به هم پیوسته به کار می‌رود. احتمال اشغال جایگاهی را $\phi \in (0, 1)$ و احتمال اینکه گره نوعی i بخشی از خوشه بزرگ گره‌های متقابلاً متصل باشد را s_i در نظر بگیرید. مجموعه همسایه‌های گره i در هر یک از لایه‌های قدرتی و مخابراتی را به ترتیب با \mathcal{N}_i^{PS} و \mathcal{N}_i^{CN} نشان می‌دهیم. حال سه مجموعه منفصل از رئوس را تعریف می‌کنیم: $PSCN_i = \mathcal{N}_i^{PS} \cap \mathcal{N}_i^{CN}$ مجموعه‌ای از رئوس است که در هر دو لایه با رأس i همسایه است، $PS-CN_i = \mathcal{N}_i^{PS} \setminus PSCN_i$ مجموعه‌ای از رئوس متصل به رأس i در لایه PS و نه CN و $CN-PS_i = \mathcal{N}_i^{CN} \setminus PSCN_i$ مجموعه‌ای از رئوس همسایه رأس i در لایه CN و نه PS است. احتمال s_i که رأس i در بزرگ‌ترین خوشه متقابلاً متصل شبکه باشد را می‌توان با معادله

$$s_i = \phi [S_{PSCN_i} + (1 - S_{PSCN_i})S_{PS-CN_i}S_{CN-PS_i}] \quad (1)$$

نوشته شده که در آن $S_{\mathcal{X}} = 1 - \prod_{j \in \mathcal{X}} (1 - s_j)$ احتمال این است که لاقط یکی از رئوس j از مجموعه \mathcal{X} بخشی از بزرگ‌ترین خوشه باشد. معادله (۱) بیان می‌کند که با فرض اشغال رأس، احتمال s_i برای اینکه رأس i بخشی از بزرگ‌ترین خوشه متقابلاً متصل باشد از جمع دو مشارکت‌کننده به دست

^۱ Hadamard Product

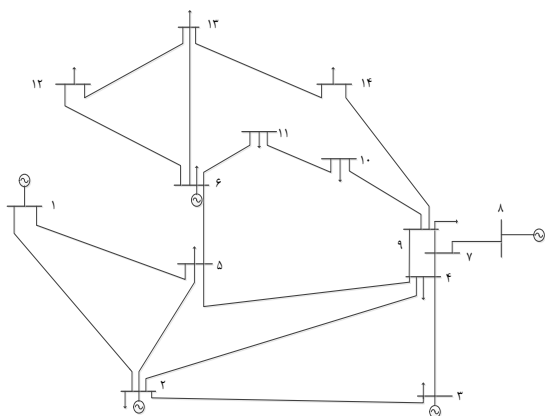
معادلات (۲) و (۳) صرف نظر نشود. با به همراه داشتن ماهیت غیرخطی موجود در مسئله، تنها می‌توان به پاسخ عددی معادلات اعتماد کرد. این پاسخ می‌تواند با تکرار به روشی نسبتاً سریع به دست آید، چراکه هر تکرار دارای پیچیدگی محاسباتی با درجه خطی نسبت به تعداد کل یال‌های L است و زمان محاسباتی τ مورد نیاز برای رسم کل دیاگرام یک شبکه معین از درجه $\tau \sim L \ln(L)$ است.

۴. نتایج و بحث

در این بخش ابتدا نظریه تراوش را در مورد سیستم قدرت و شبکه مخابراتی مجزا بررسی کرده، سپس روابط حاصل برای نظریه تراوش دو شبکه به هم پیوسته را بر روی شبکه نمونه سیستم قدرت متصل به شبکه مخابراتی اعمال می‌کنیم. سیستم قدرت مورد نظر سیستم ۱۴ شینه IEEE است که مدل گرافی آن از ۱۴ رأس و ۱۷ یال تشکیل شده است. شبکه مخابراتی مورد آزمون نیز شامل ۳ مسیرگزین^۲، ۵ همتافتگر^۳ و یک مرکز بی‌سیم می‌باشد که مدل گرافی آن هم دارای ۹ رأس و ۷ یال است [۵]. شکل‌های (۳) و (۴) به ترتیب نمایی از سیستم قدرت و شبکه مخابراتی و شکل (۵) نیز آرایش گرافی آنها را به نمایش می‌گذارد.

پیش از اعمال نظریه تراوش لازم است برای ارزیابی نتایج، پارامتر نظم^۴ گذار تراوش به صورت میانگین احتمال عضو بزرگ‌ترین خوشه رئوس (متقابلاً) متصل بودن هر رأس، بر روی همه رئوس گراف تعریف شود، یعنی،

$$P_{\infty} = \frac{1}{N} \sum_i s_i \quad (4)$$



شکل ۳. سیستم ۱۴ شینه IEEE

صورتی که پیش‌تر گذشت تعریف می‌شود. در اینجا $r_{i \rightarrow j}$ احتمال این است که رأس j بخشی از بزرگ‌ترین خوشه رئوس متقابلاً متصل باشد، صرف نظر از اینکه رأس i متعلق به آن باشد یا نه. اگرچه این کمیت می‌تواند برای هر جفت از رئوس تعریف شود، اما تنها سهم تعیین‌شده توسط رئوس مجاور در معادله (۲) نقش ایفا می‌کند. می‌توان $r_{i \rightarrow j}$ را به عنوان یکی از $2L$ مؤلفه بردار \mathbf{r} تصور کرد. در تعریف \mathbf{r} هر یال (i, j) پاسخگوی دو آرایه به نام‌های $r_{i \rightarrow j}$ و $r_{j \rightarrow i}$ است. برای هماهنگی، احتمال $r_{i \rightarrow j}$ به صورت معادله ابتکاری زیر بیان می‌شود

$$r_{i \rightarrow j} = \phi [R_{PSCN_j \setminus \{i\}} + (1 - R_{PSCN_j \setminus \{i\}}) R_{PS-CN_j \setminus \{i\}} R_{CN-PS_j \setminus \{i\}}] \quad (3)$$

ضرب‌های موجود در سمت راست معادله (۳) بر روی همه همسایه‌های رأس j ، به جز رأس i اجرا می‌گردد. اگر لایه‌های شبکه یکسان باشد، آنگاه معادلات (۲) و (۳) به معادلاتی معتبر برای شبکه‌ای مجزا تقلیل می‌یابند. اگر برداری که مؤلفه‌هایش به وسیله یال‌های حاضر در گراف فصل مشترک تولید می‌شود را با $\mathbf{r}^{(A_{PS} A_{CN})}$ بردار با آرایه‌های از نوع $w_{i \rightarrow j}^{(A_{PS} A_{CN})} = \ln(1 - r_{i \rightarrow j}^{(A_{PS} A_{CN})})$ را با $\mathbf{w}^{(A_{PS} A_{CN})}$ و ماتریس غیرپس‌گشتی^۱ را با $\mathbf{M}^{(A_{PS} A_{CN})}$ نمایش دهیم، می‌توان نوشت

$$R_{PSCN_j \setminus \{i\}} = 1 - \exp[\sum_{k \rightarrow l} M_{i \rightarrow j, k \rightarrow l}^{(A_{PS} A_{CN})} w_{k \rightarrow l}^{(A_{PS} A_{CN})}]$$

در معنایی مشابه، همچنین می‌توان نوشت

$$R_{PS-CN_j \setminus \{i\}} = 1 - \exp[\sum_{k \rightarrow l} M_{i \rightarrow j, k \rightarrow l}^{(A_{PS} - A_{CN})} w_{k \rightarrow l}^{(A_{PS} - A_{CN})}]$$

و

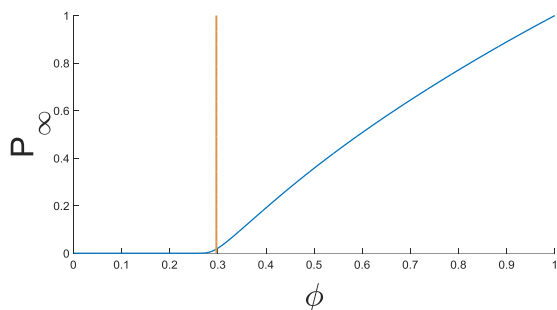
$R_{CN-PS_j \setminus \{i\}} = 1 - \exp[\sum_{k \rightarrow l} M_{i \rightarrow j, k \rightarrow l}^{(A_{CN} - A_{PS})} w_{k \rightarrow l}^{(A_{CN} - A_{PS})}]$

که این معادلات تنها برای یال‌هایی که به ترتیب متعلق به لایه PS و CN باشد معتبر است. این معادلات استفاده از ماتریس غیرپس‌گشتی برای مطالعه تراوش را از شبکه‌های مجزا به شبکه‌های به هم پیوسته تعمیم می‌بخشد. در تقریب خطی، گذار تنها با مشارکت گراف فصل مشترک تعیین و مسئله، معادل با مسئله معتبر برای شبکه‌های مجزا می‌شود که گذار یکنواخت است و آستانه تراوش با $1/\mu_l$ تعیین می‌شود که μ_l بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس غیرپس‌گشتی گراف فصل مشترک است. توجه شود که فیزیک‌های جالب تراوش شبکه‌های به هم پیوسته زمانی ظاهر می‌شود که از عبارت‌های غیرخطی

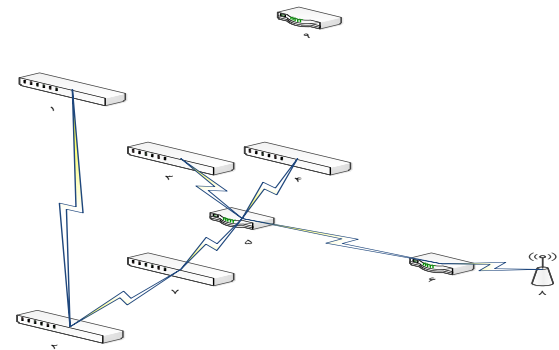
² Router
³ Multiplexer
⁴ Order Parameter

¹ Non-Backtracking Matrix

که پیش از مقدار $1/\lambda_{PS} = 1/3.37$ تمام δ_i ها صفر بوده و سیستم در رژیم غیرتراوشی قرار داشته است. تنها اندکی بعد از $1/3.37$ ، با افزایش مقادیر $\vec{\delta}$ در راستای $\vec{1}$ سیستم وارد رژیم تراوشی می گردد. برای فائق آمدن بر محدودیت پس خورد مثبت موجود در این نحوه محاسبه، می توان از جفت ویژه (W_{PS}, μ_{PS}) مربوط به ماتریس غیرپی گشتی گراف سیستم قدرت $M_{PS} \in \mathbb{R}^{L_{PS} \times L_{PS}}$ استفاده کرد. درایه عمومی ماتریس M_{PS} با $\delta_{x,y}$ به دست می آید که در آن $M_{i \rightarrow j, k \rightarrow l} = \delta_{j,k} (1 - \delta_{i,l})$ تابع دلتای کرونگر^۱ است که به صورت $\delta_{x,y} = 1$ اگر $x = y$ و $\delta_{x,y} = 0$ در غیر این صورت، تعریف می شود. از این رو، یک درایه عمومی ماتریس M_{PS} متفاوت از صفر است تنها اگر رأس انتهائی یال $i \rightarrow j$ متناظر با رأس ابتدائی یال $k \rightarrow l$ باشد، اما رؤس ابتدائی و انتهائی i و j متفاوت باشد. به طور مشابه حالت قبل، آستانه تراوش گراف سیستم قدرت برابر $1/\mu_{PS} = 1/2.16$ خواهد بود و اندکی سمت راست این نقطه حیاتی، احتمال δ_i با جمع مؤلفه های بردار مقادیر ویژه متناظر با یال های خروجی از رأس i ، به صورت خطی افزایش می یابد. در هر دو این حالت ها، نمودار مربوط به فرایند تراوش با حل عددی به ترتیب (۱) و (۲) به دست می آید (شکل های ۶ و ۷). البته باید این دو رابطه را به روابط صحیح برای یک گراف مجزا تقلیل داد. منحنی آبی در این دو نمودار مربوط به حل عددی نوع تقلیل یافته (۱) و (۲) و خط عمودی قرمز نیز مشخص کننده مقدار حاصل از تقریب خطی دو رابطه مذکور است. همچنان که در شکل ها مشخص است و مطابق با نتایج به دست آمده توسط رادچی [۱۳]، نمودار تراوش شبکه های واقعی پیوسته بوده و نقطه گسستی ندارد.



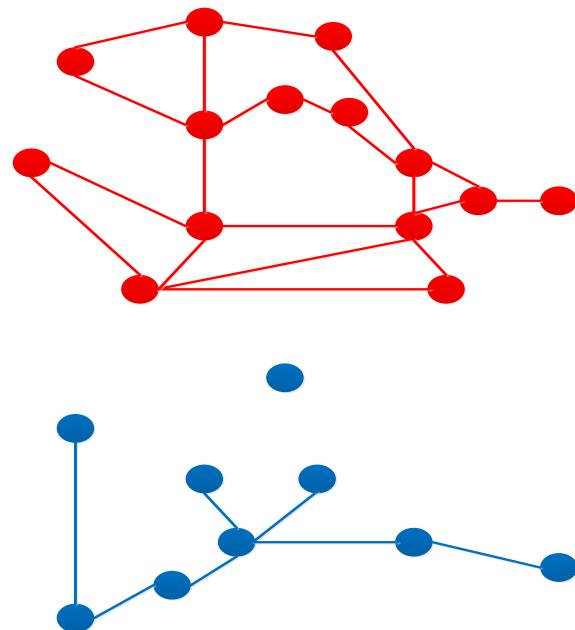
شکل ۶. نمودار فرآیند تراوش سیستم ۱۴ شینه IEEE مجزا (با استفاده از (۱)).



شکل ۴. شبکه مخابراتی ۹ عنصری.

پیش از اعمال نظریه تراوش لازم است ماتریس های مجاورت گراف دو زیرساخت را به دست آوریم. ماتریس مجاورت سیستم قدرت یک ماتریس 14×14 بوده درحالی که این ماتریس برای شبکه مخابراتی 9×9 است. از آنجاکه ماتریس مجاورت گراف شبکه مخابراتی، ماتریس کوچک تر است، $5 = 14 - 9$ سطر و ستون با درایه صفر به آن افزوده می شود تا آماده اعمال روابط مربوط به نظریه تراوش شبکه های به هم پیوسته گردد.

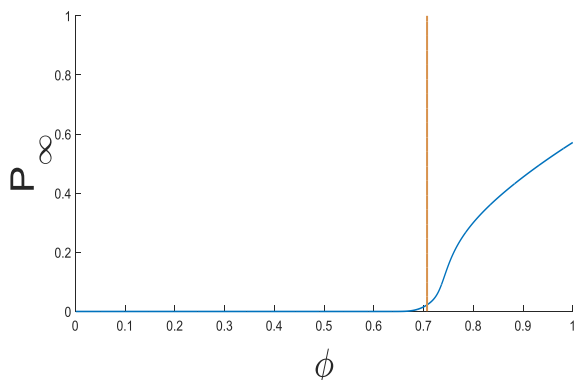
با محاسبه جفت ویژه اساسی $(\vec{1}_{PS}, \lambda_{PS})$ ماتریس A_{PS} می توان تنها پاسخ تقریب خطی بامعنی از فرآیند تراوش در گراف مدل کننده سیستم قدرت را به صورت زیر به دست آورد.
 $(-1/40, -0/11, 0/50, 0/78, 1/13, 2/04, 2/33, 3/37]$
 $(-1/00, -1/27, -1/39, -1/66, -1/90, -2/42)$
 این مقادیر به این معنی است



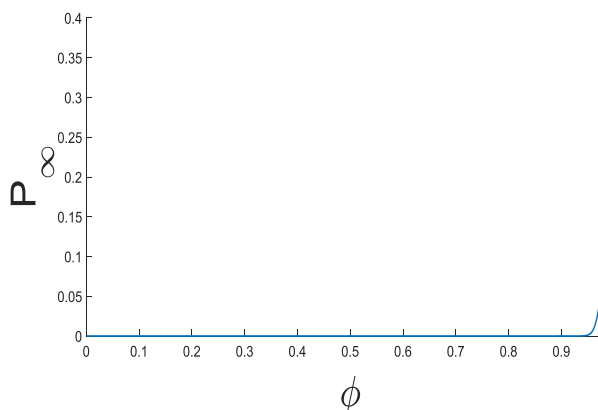
شکل ۵. مدل گرافی سیستم قدرت و شبکه مخابراتی.

^۱ Kronecker Delta Function

حضور رأس ۲ بین رئوس با بیشترین احتمال عملکرد در هر دو سیستم قدرت و شبکه مخابراتی مجزا است.



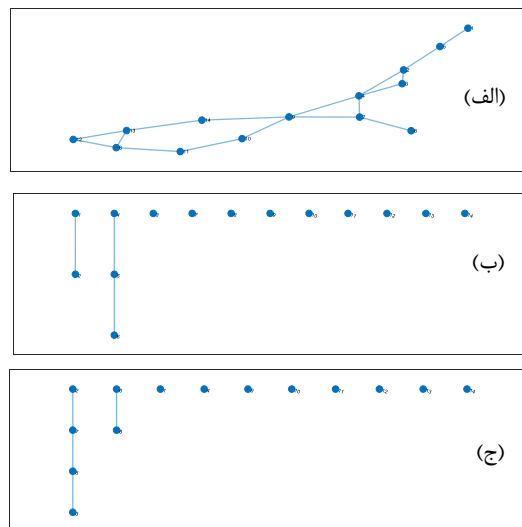
شکل ۱۱. نمودار فرآیند تراوش شبکه به هم پیوسته سیستم قدرت و شبکه مخابراتی (با استفاده از (۱)).



شکل ۱۲. نمودار فرآیند تراوش شبکه به هم پیوسته سیستم قدرت و شبکه مخابراتی (با استفاده از (۲)).

۵. نتیجه گیری

دو زیرساخت حیاتی سیستم قدرت و شبکه مخابراتی به صورت گرافی مدل شده و به تعداد اختلاف میان تعداد رئوس گراف‌ها، به گراف با تعداد رأس کم تر رأس (رئوس) اضافه می‌گردد. سپس شبکه به هم پیوسته ناشی از دو زیرساخت به سه گراف تجزیه شده و با استفاده از ماتریس مجاورت آنها فرآیند تراوش بررسی می‌گردد و مقاوم‌ترین رئوس شبکه که با کمترین احتمال اشغال نیز در آن باقی می‌مانند مشخص می‌گردد. با تحلیل فرآیند تراوش آشکار می‌شود که گذر فاز در شبکه‌های واقعی، پیوسته بوده و جهشی در آن رخ نمی‌دهد. همچنین در شبکه‌هایی که یال‌های اندکی میان رئوس وجود دارد، امکان تشکیل خوشه‌ای متشکل از همه رئوس حتی در صورت عملکرد همه آنها وجود ندارد که این لزوم افزایش اتصالات میان عناصر زیرساخت‌های حیاتی را خاطر نشان می‌کند.



شکل ۱۰. تفکیک شبکه به هم پیوسته سیستم قدرت و شبکه مخابراتی به سه گراف مجزا. (الف) باقیمانده گراف سیستم قدرت؛ (ب) گراف فصل مشترک؛ و (ج) باقیمانده گراف شبکه مخابراتی.

برای بررسی فرآیند تراوش از (۱) و ماتریس‌های مربوط به سه گراف شکل (۱۰) استفاده می‌شود. با تشکیل این سه ماتریس و حل عددی (۱)، فرآیند تراوش شبکه به هم پیوسته سیستم قدرت و شبکه مخابراتی به مانند شکل (۱۱) حاصل می‌گردد. نمودار آبی مربوط به حل عددی (۱) و خط عمودی قرمز نمایندگی کننده $1/\lambda_1$ است که $\lambda_1 = 1.41$ مقدار ویژه اساسی ماتریس فصل مشترک $A_{PS} \circ A_{CN}$ است. همان گونه که از شکل مشخص است، مقدار پارامتر نظم شبکه به هم پیوسته برابر یک نگاشته و حتی در صورت اشغال یا عملکرد همه رئوس گراف مدل کننده شبکه نیز بزرگ‌ترین خوشه متشکل از رئوس متصل، همه رئوس شبکه را شامل نخواهد شد. در صورتی که از (۲) برای ارزیابی فرآیند تراوش شبکه به هم پیوسته استفاده شود شکل (۱۲) به دست می‌آید که بیانگر این مطلب است که پارامتر نظم هرگز به مقدار یک نخواهد رسید. همچنین برای تشکیل خوشه بزرگ (نه لزوماً از تمام رئوس شبکه) لازم است که احتمال اشغال رئوس ϕ حدوداً مقداری بیش از ۰.۹۵ داشته باشد. خط عمودی قرمز مربوط به تقریب خطی (۲) نیز به علت صفر بودن مقدار ویژه اساسی μ_1 ماتریس غیرپس‌گشتی شبکه به هم پیوسته $M^{(A_{PS} A_{CN})}$ در بی‌نهایت تشکیل می‌گردد.

برای یافتن حیاتی‌ترین رئوس نیز از ارزیابی مقدار متغیرهای S_i در حوالی آستانه تراوش استفاده می‌شود. با تغییر ϕ از یک تا صفر مشخص می‌شود که رده اول تا سوم پایدارترین رئوس را شماره‌های ۷، ۳ و ۲ به خود اختصاص می‌دهند. نکته جالب توجه

۶. مراجع‌ها

- [10] Shi, L.; Dai, Q.; Ni, Y. "Cyber-Physical Interactions in Power Systems: A Review of Models, Methods, and Applications"; *Electr. Power Syst. Res.* 2018, 163, 396-412.
- [11] Sayyidipour, S.; Ghaffarpour, R.; Ranjbar, A. M. "A Review on Vulnerability Analysis of Electric Grid: Approaches, Models, and Solution Methods"; *Adv. Defence Sci. Technol.* 2018, 9, 11-28. [In Persian]
- [12] Newman, M. "Networks: an Introduction"; Oxford University Press, 2010.
- [13] Radicchi, F. "Percolation in Real Interdependent Networks"; *Nat. Phys.* 2015, 11, 597-602.
- [14] Xiao, H.; Yeh, E. M. "Cascading Link Failure in The Power Grid: A Percolation-Based Analysis"; 2011 IEEE Int. Conf. Communications Workshops, Kyoto, 2011, 1-6.
- [15] Yuqi, H.; Chuangxin, G.; Shiyang, M.; Dunwen, S. "Modeling Cascading Failures and Mitigation Strategies in PMU based cyberCyber-Physical Power Systems"; *J. Mod. Power Syst. Cle.* 2018, 6, 944-957.
- [16] Huang, Z.; Wang, C.; Ruj, S.; Stojmenovic, M.; Nayak, A. "Modeling Cascading Failures in Smart Power Grid Using Interdependent Complex Networks and Percolation Theory"; IEEE 8th Conf. Industrial Electronics and Applications, Melbourne, VIC, 2013, 1023-1028.
- [17] Huang, Z.; Wang, C.; Stojmenovic, M.; Nayak, A. "Characterization of Cascading Failures in Interdependent Cyber-Physical Systems"; *IEEE Trans. Comput.* 2015, 64, 2158-2168.
- [18] Cho, J. H.; Moore, T. J. "Percolation-based Network Adaptability under Correlated Failures"; *IEEE Conf. Computer Communications*, Honolulu, HI, 2018, 2186-2194.
- [19] Moore, T. J.; Cho, J. H. "Applying Percolation Theory"; *Cyber Resilience of Systems and Networks*, Springer, 2019, 107-133.
- [1] Ouyang, M. "Review on Modeling and Simulation of Interdependent Critical Infrastructure Systems"; *Reliab. Eng. Syst. Safe.* 2014, 121, 43-60.
- [2] Rinaldi, S. M.; Peerenboom, J. P.; Kelly, T. K. "Identifying, Understanding, and Analyzing Critical Infrastructure Interdependencies"; *IEEE Contr. Syst. Mag.* 2001, 21, 11-25.
- [3] de Carvalho, R. S.; Mohagheghi, S. "Analyzing Impact of Communication Network Topologies on Reconfiguration of Networked Microgrids, Impact of Communication System on Smart Grid Reliability, Security and Operation"; *North American Power Symposium*, Denver, CO, 2016, 1-6.
- [4] Zhu, Y.; Yan, J.; Sun, Y. L.; He, H. "Revealing Cascading Failure Vulnerability in Power Grids Using Risk-Graph"; *IEEE Trans. Parall. Distr.* 2014, 25, 3274-3284.
- [5] Milanovic, J. V.; Zhu, W. "Modelling of Interconnected Critical Infrastructure Systems Using Complex Network Theory"; *IEEE Trans. Smart Grid* 2017, 9, 4637-4648.
- [6] Fan, Y.; Li, J.; Zhang, D. "A Method for Identifying Critical Elements of a Cyber-Physical System Under Data Attack"; *IEEE Access* 2018, 6, 16972-16984.
- [7] Chen, T. M.; Sanchez-Aarnoutse, J. C.; Buford, J. "Petri Net Modeling of Cyber-Physical Attacks on Smart Grid"; *IEEE Trans. Smart Grid* 2011, 2, 741-749.
- [8] Ismail, Z.; Leneutre, J.; Bateman, D.; Chen, L. "Managing Security Risks Interdependencies between ICT and Electric Infrastructures: A Game Theoretical Analysis"; *Game Theory for Security and Risk Management*, Springer, 2018, 223-250.
- [9] Yan, Y.; Qian, Y.; Sharif, H.; Tipper, D. "A Survey on Smart Grid Communication Infrastructures: Motivations, Requirements and Challenges"; *IEEE Commun. Surv. Tut.* 2012, 15, 5-20.