Archive of SID

فصلنامه علمی مطالعات اقتصادیِ کاربردی ایران
سال نهم، شماره‌ی ۳۳، بهار ۱۳۹۹
صفحات: ۱۴۱-۱۷۱
DOI: 10.22084/aes.2020.20372.2959

محاسبه مسیر تولید در حالت پایا برای اقتصاد ایران (رهیافتی از الگوی رشد درونزا با تابع تولید CES)

علی‌حسین استادزاد[1*]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۱۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۰۱

چکیده

در اغلب الگوهای رشد اقتصادی از تابع تولید کاب داگلاس (با کشش جانشینی عوامل برابر با یک) به‌عنوان تکنولوژی تولید استفاده شده است. در این تحقیق در ابتدا الگوی رشد درونزای رمزی با تابع تولید CES (تابع تولید با کشش جانشینی ثابت) بسط و پس از حل مسئله کنترل بهینه، مسیر بهینه متغیرهای اقتصادی (تولید و سرمایه) در حالت پایا برای اقتصاد ایران محاسبه شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که تولید و سرمایه تحقق یافته در اقتصاد ایران به‌صورت رکودی و معناداری از سطح پایا فاصله دارد. از نوآوری‌های این تحقیق بررسی اثر کشش جانشینی عوامل تولید بر مسیر بهینه متغیرهای اقتصادی و همچنین رشد اقتصادی در حالت پایا است. از دیگر نتایج استخراج شده رابطه کشش جانشینی و رشد اقتصادی است. کشش جانشینی عوامل تولید تأثیر منفی بر رشد تولید در حالت پایا برای اقتصاد ایران دارد. در حالت خاص کشش جانشینی را برابر با یک فرض نموده (کشش جانشینی تابع کاب داگلاس) و با حالت کشش جانشینی بین عوامل تولید مخالف یک مقایسه شده است. نتایج نظری تحقیق نشان می‌دهد با فرض کشش جانشینی برابر با یک، نرخ رشد تکنولوژی در بلندمدت پارامتر مهمی نیست و تأثیری بر نرخ رشد پایا نخواهد داشت. ولی با در نظر گرفتن کشش جانشینی کمتر از یک، نرخ رشد تولید در حالت پایا به نرخ رشد تکنولوژی و نرخ رشد جمعیت بستگی خواهد داشت. بنابراین با فرض تابع تولید CES در الگوهای رشد، موتور محرک نرخ رشد اقتصادی بلندمدت، نرخ رشد تکنولوژی است. بنابراین به‌طور مشخص در نظر گرفتن تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس در الگوی رشد نتایج کاملاً متفاوتی بر رشد اقتصادی خواهد داشت.

کلید واژه‌ها: تابع تولید CES، الگوی رشد درونزا، الگوریتم ژنتیک، کشش جانشینی ثابت.

طبقه‌بندی JEL : O41, O40, D24, B55.

۱. استادیار گروه اقتصاد، مجتمع آموزش عالی لارستان (*نویسنده مسئول) **Email:** a.ostadzad@lar.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

۱. مقدمه

در مطالعات تجربی مختلف در زمینه برآورد مقدار کشش جانشینی مقادیر کمتر از یک را برای این پارامتر پیشنهاد نموده‌اند (آنتراس[1]، ۲۰۰۴، کلامپ[2]، ۲۰۰۴، چرینکو[3]، ۲۰۰۸، مک آدام و ویلیام[4]، ۲۰۰۷). در مطالعات بررسی شده توسط نویسنده تابع تولید کاب داگلاس (تابع تولید با کشش جانشینی عوامل تولید برابر با یک) فرض اصلی الگوهای رشد است. بنابراین در بیشتر مطالعات موجود در زمینه رشد فرض تابع تولید با کشش جانشینی برابر یک (تابع تولید کاب داگلاس) را داریم. این فرض برای کشش جانشینی فرضی محدودکننده است و عملاً در بلندمدت کشش جانشینی عوامل تولید برای هر کشوری می‌تواند برابر یک نباشد.

کریستین[5] (۲۰۱۱) یک الگوی رشد درونزا با تابع تولیدی که بازده نسبت به مقیاس افزایشی دارد، بسط داده است. در الگوی کریستینز نشان داده شده است تولید سرانه مثبت خواهد بود حتی اگر نرخ رشد جمعیت منفی باشد. همچنین در این مطالعه نشان داده شده است که وقتی تابع تولید کاب داگلاس با فرض بازده نسبت به مقیاس ثابت داریم، نرخ رشد سرانه بلندمدت مثبت خواهد بود حتی درصورتی‌که نرخ رشد تکنولوژی برونزا و برابر صفر فرض شود. این نتایج نشان‌دهنده این موضوع است که پیشرفت تکنولوژی ممکن است در رشد اقتصادی بلندمدت مهم نباشد. نتایج تحقیق کریستین می‌تواند به دلیل در نظر گرفتن تابع تولید کاب داگلاس در الگوی بسط داده شده باشد.

در این تحقیق به این موضوع پرداخته شده است که اولاً کشش جانشینی عوامل تولید برای اقتصاد ایران دارای چه مقداری است و آیا در نظر گرفتن کشش جانشینی عوامل تولید مخالف یک بر رشد اقتصادی در حالت پایا[6] تأثیر معناداری دارد یا خیر؟ در پاسخ به این سؤال در این مطالعه نرخ رشد بلندمدت اقتصادی و همچنین روند بهینه متغیرهای کلان اقتصادی (تولید، سرمایه، نیروی کار و مصرف) با استفاده از مدل رشد رمزی با فرض اینکه تابع تولید به‌صورت کشش جانشینی ثابت (CES) باشد، موردبررسی قرار گرفته است.

بنابراین بر اساس این نتایج تجربی، در این مطالعه برخلاف مطالعات پیشین در زمینه رشد، تابع تولید به‌جای تابع تولید کاب داگلاس، تابع تولید با کشش جانشینی ثابت (CES) فرض شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد با فرض کشش جانشینی برابر با یک، نرخ رشد در حالت پایا برابر با نرخ رشد جمعیت خواهد بود و نرخ رشد تکنولوژی در بلندمدت مهم نیست و تأثیری بر نرخ رشد پایا نخواهد

1. Antras
2. Klump
3. Chirinko
4. McAdam, and Willman
5. Christiaans
6. Steady State

www.SID.ir

Archive of SID

داشت. ولی با در نظر گرفتن کشش جانشینی کمتر از یک نرخ رشد تولید در حالت پایا به نرخ رشد تکنولوژی و نرخ رشد جمعیت بستگی خواهد داشت. نتایج نظری تحقیق نشان می‌دهد که موتور محرک نرخ رشد بلندمدت، نرخ رشد تکنولوژی است؛ بنابراین به‌طور مشخص در نظر گرفتن تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس در الگوی رشد برونزا نتایج کاملاً متفاوتی را در بر خواهد داشت.

در ادامه این تحقیق در ابتدا پیشینه پژوهش موردبررسی قرار گرفته است. پس از آن به بررسی و بسط و حل الگو در قسمت مبانی نظری پرداخته شده است. نتایج نظری مهمی که از حل الگو استخراج شده است در این قسمت مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته است. سپس به‌عنوان یک کاربرد از الگو به برآورد پارامترهای الگو برای اقتصاد ایران پرداخته شده است. در برآورد پارامترهای تابع تولید (کشش جانشینی بین سرمایه و نیروی کار) با یک برآورد غیرخطی روبه‌رو شدیم .که به‌منظور برآورد پارامترهای تابع تولید از تکنیک الگوریتم ژنتیک استفاده شده است که در بخش برآورد پارامترهای الگو به این موضوع پرداخته شده است. پس از حل نظری الگو در بخش مبانی نظری و برآورد پارامترها در بخش پارامترهای الگو به کالیبره کردن الگو برای اقتصاد ایران پرداخته‌ایم. در بخش نتایج تجربی تحقیق نتایج و نمودارهای فاز در حالت پایا برای اقتصاد ایران رسم شده است. سیاست‌های کلی برای رسیدن از حالت کنونی که بهینه نیست به حالت پایا مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته است. در نهایت نتایج، جمع‌بندی تحقیق و پیشنهادات برای مطالعات آتی به‌طور خلاصه بیان شده است.

۲. پیشینه پژوهش

در ادبیات اقتصاد کلان دینامیکی، تابع تولید کل به‌صورت کاب داگلاس بسیار زیاد موردبررسی قرار گرفته است. ویژگی‌های تابع تولید کاب داگلاس به‌عنوان تابع تولید کل برای داده‌های اقتصاد آمریکا اولین بار توسط برنت[1] (۱۹۷۶) مورد استفاده قرار گرفته است.

تابع تولید CES به لحاظ نظری انواع توابع تولید مهم دیگر را شامل می‌شود و به همین علت ابزاری ساده و درعین‌حال به اندازه کافی انعطاف‌پذیر برای محاسبه کشش‌های جانشینی میان نهاده‌های تولید است (بکمن و هرتل[2]، ۲۰۱۰). علاوه‌براین، تابع تولید CES برای فرموله کردن تناظر بین امکانات جانشینی و رشد اقتصادی بسیار ابزار مناسبی است (دی لا گراندویلا[3]، ۲۰۰۹).

مقدار کشش جانشینی بین سرمایه فیزیکی و نیروی کار در اکثر مطالعات به‌صورت معناداری کمتر از یک برآورد شده است. برای اقتصاد آمریکا آنتراس (۲۰۰۴) مقدار کشش جانشینی را عددی بین

1. Berndt
2. Beckman and Hertel
3. de La Grandville

www.SID.ir

Archive of SID

۰/۴۰۷ تا ۰/۹۴۸ برآورد نموده است. مالیک[1] (۲۰۱۲) برای کشورهای منتخب به برآورد کشش جانشینی بین نیروی کار و سرمایه پرداخته است. در این مطالعه برای بیشتر کشورهای موردبررسی کشش جانشینی به‌طور معناداری مخالف یک به‌دست‌آمده است. که این موضوع اهمیت در نظر گرفتن تابعی با کشش جانشینی مخالف یک در الگوهای رشد نئوکلاسیکی را نشان می‌دهد.

اغلب تحقیقات در مورد توزیع نهاده تولید، تابع تولید CES معرفی شده توسط ارو[2] (۱۹۶۱) را موردبررسی قرار داده‌اند. این تابع تولید روش کارآمدی برای توصیف رفتار اقتصادی است. تابع تولید CES اولیه کشش جانشینی ثابت[3] بین نیروی کار و سرمایه را نشان می‌داد.

در مطالعه آنتراس[4] (۲۰۰۴) در زمینه محدودیت‌های استفاده از تابع تولید کاب داگلاس برای برآورد تولید کل اقتصاد آمریکا بحث شده است. تابع تولید کل به‌صورت CES با وجود تکنولوژی خنثی هیکسی[5] برای اقتصاد آمریکا توسط آنتراس (۲۰۰۴) پیشنهاد و درستی استفاده از این تابع تولید اثبات شده است. دی لا گرندوایل[6] (۱۹۸۹) و کلامپ و پریسلر[7] (۲۰۰۰) تحلیل‌های آنتراس را تأیید نموده بودند. در مطالعات آن‌ها اثبات شده است که مقدار بالای کشش جانشینی به مقدار بالای سرمایه بر نیروی کار در حالت پایا منجر خواهد شد. در مطالعه دی‌لاگرندوایل (۱۹۸۹) بر اهمیت کشش جانشینی غیر یک عوامل تولید در الگوهای رشد تأکید شده است، با بیان اینکه پارامترهای تابع تولید CES می‌توانند به‌طور درون‌زا تحت تأثیر کشش جانشینی قرار گیرد. موضوع درونزایی پارامترها با نوشتن پارامترهای الگو به‌عنوان تابعی از کشش جانشینی حاصل می‌شود. این تکنیک برای تابع تولید CES نرمال شده به کار گرفته شده است.

روش بسط داده شده توسط دی‌لاگرندوایل (۱۹۸۹) به‌صورت کاربردی توسط کلامپ و پریسلر (۲۰۰۰)، کلامپ و همکاران (۲۰۰۷) در یک الگوی رشد موردبررسی قرار گرفته است. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که در یک الگوی رشد نئوکلاسیکی یک مقدار بالا برای کشش جانشینی سطح بالاتر برای درآمد سرانه در حالت پایا را به همراه خواهد داشت. در الگوی بسط داده شده توسط کلامپ بیشتر به دنبال اثبات اهمیت کشش جانشینی در الگوهای رشد نئوکلاسیکی می‌باشند. در این الگو نرخ پس‌انداز برونزا در نظر گرفته شده است.

1. Mallick
2. Arrow
3. Constant elasticity of substitution
4. Antras
5. Hicks neutral technology
6. De La Grandville
7. Klump & Preissler

www.SID.ir

Archive of SID

در مطالعه کریستین[1] (۲۰۱۱) یک الگوی رشد درونزا با فرض تابع تولید با بازدهی نسبت به مقیاس صعودی همراه با نرخ رشد جمعیت منفی در نظر گرفته شده است. فرض اصلی الگوهای رشد درونزا برای داشتن جواب متناهی، فرض بازدهی نسبت به مقیاس نزولی و یا بازدهی ثابت نسبت به مقیاس است. در این مطالعه نشان داده شده است که با فرض نرخ رشد جمعیت منفی با مقدار بالا، نرخ رشد درونزای بلندمدت اتفاق خواهد افتاد، حتی اگر فروض اولیه الگوهای رشد درونزا (بازدهی غیرصعودی نسبت به مقیاس) برقرار نباشد.

توسط ساساکی و هوشیدا[2] (۲۰۱۷) یک الگوی رشد با فرض درونزا بودن تکنولوژی، تابع تولید کاب داگلاس و نرخ رشد منفی جمعیت معرفی شده است. با فرض تابع تولید کاب داگلاس در نظر گرفته شده، نتایج به‌دست‌آمده از الگوی حل شده با تکنولوژی درونزا و تکنولوژی برونزا یکسان است. این نتایج به دلیل در نظر گرفتن تابع تولید کاب داگلاس است. برای اقتصاد ایران روند نرخ رشد جمعیتی نشان‌دهنده این موضوع است که برای اقتصاد ایران سناریو جمعیت نزولی (نرخ رشد جمعیت منفی)، سناریو دور از انتظاری نیست. بنابراین بسط الگوی ساساکی و هوشیدا با نرخ رشد جمعیت منفی، تکنولوژی درونزا و فرض تابع تولید CES برای اقتصاد ایران مناسب برای مطالعات آتی است.

ساساکی[3] (۲۰۱۹) مطالعه‌ای تحت عنوان الگوی رشد سولو با تابع تولید CES و نرخ رشد منفی را بسط داده است. در این الگو اولاً تکنولوژی و در ثانی پس‌انداز برونزا فرض شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد با فرض کشش جانشینی بابر با واحد (تابع تولید کاب داگلاس) حتی با فرض صفر در نظر گرفتن نرخ رشد تکنولوژی، نرخ رشد اقتصادی مخالف صفر خواهد بود. درصورتی‌که از تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس استفاده شود، با صفر فرض شدن نرخ رشد تکنولوژی، نرخ رشد اقتصادی نیز صفر خواهد شد. که این اهمیت در نظر گرفتن تابع تولید CES در الگوهای رشد درونزا و برونزا را نشان می‌دهد[4].

در مطالعه‌ای دیگر تأثیر کشش‌های جانشینی عوامل تولید بر رشد اقتصادی در حالت پایا توسط دانیز[5] و کاکار[6] (۲۰۱۷) موردبررسی قرار گرفته است. در این مطالعه علاوه‌بر در نظر گرفتن تابع تولید CES در یک الگوی رشد درونزا، نیری انسانی را به همراه نیروی کار و سرمایه فیزیکی در تابع تولید در نظر گرفته شده است. از طرفی در این مطالعه مسیر بهینه تولید در حالت پایا و سرعت همگرا شدن اقتصاد به این مسیر و همچنین نرخ پس‌انداز در حالت پایا محاسبه شده است. در این مقاله اثبات شده

1. Christiaans
2. Sasaki and Hoshida
3. Hiroaki Sasaki

۴. به‌منظور بررسی مطالعات بیشتر در این زمینه می‌توانید به این مقاله مراجعه نمایید.

5. Gerald Daniels
6. Venoo Kakar

www.SID.ir

Archive of SID

است که با افزایش کشش جانشینی عوامل تولید نرخ رشد در حالت پایا افزایش خواهد یافت و همچنین سطح درآمد سرانه نیز افزایشی خواهد بود. از طرفی مقدار کشش‌های جانشینی عوامل تولید محاسبه شده است و این کشش‌ها دارای کمتر از یک است.

در مطالعه حاضر اولاً الگوی معرفی شده توسط رمزی با تابع تولید CES در نظر گرفته شده است. یعنی در تکمیل الگوی کلامپ (۲۰۰۷) و ساساکی (۲۰۱۹) در تحقیق حاضر نرخ پس‌انداز درونزا فرض شده است. همچنین در این تحقیق برای اقتصاد ایران به برآوردهای تجربی و کالیبره کردن الگو پرداخته شده است؛ بنابراین نسبت به مطالعه کلامپ و مطالعات مشابه این تحقیق دو نوآوری دارد. نوآوری اول در بسط الگوی نظری است و درونزا در نظر گرفتن نرخ پس‌انداز و نوآوری دوم کالیبره کردن الگو و کاربردی کردن الگو برای اقتصاد ایران از نظر تجربی است.

با توجه به بررسی مطالعات داخل توسط نویسنده تعداد محدودی از مطالعات به برآورد تابع تولید کل به‌صورت CES پرداخته شده است. ازجمله این مطالعات می‌توان به اسلاملوئیان، استادزاد (۱۳۹۳) اشاره نمود. در این مطالعه برآورد کشش جانشینی میان انرژی و سایر نهاده‌های تولید در ایران با استفاده از یک تابع تولید CES چند مرحله‌ای بوده است. در این راستا، تابع تولید آشیانه‌ای مناسب با چهار نهاده نیروی کار، سرمایه، انرژی و سرمایه‌گذاری در بخش تحقیق و توسعه برای اقتصاد ایران طراحی و با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک پیوسته به‌صورت عددی و غیرخطی برآورد شده است. نتایج به‌دست‌آمده از محاسبه کشش‌های جانشینی بیانگر این است که با افزایش یک‌درصد نیروی کار، ۰/۵۶ درصد صرفه‌جویی در انرژی خواهیم داشت. همچنین افزایش یک‌درصدی سرمایه باعث صرفه‌جویی ۰/۵۹ درصدی و به همین صورت افزایش یک‌درصدی در سرمایه‌گذاری در بخش تحقیق و توسعه موجب صرفه‌جویی ۰/۴۶ درصدی در مصرف انرژی می‌گردد.

در مطالعه‌ای دیگر خدادادکاشی (۱۳۹۰) تابع تولید CES دو مرحله‌ای پویا برای کارگاه‌های بزرگ صنعتی را با روش حداقل مربعات معمولی (OLS) برآورد کرده است. همچنین مطالعات مشیری و نیک پور(۱۳۸۶)، شاه‌آبادی (۱۳۸۹)، دلیری و دیگران (۱۳۸۹)، آذربایجانی و همکاران (۱۳۹۰) و پژویان و فقیه نصیری (۱۳۸۸) تابع تولید کل اقتصاد با استفاده از داده‌های پنل و در نظر گرفتن تابع تولید کاب–داگلاس برآورد کرده‌اند.

با توجه به بررسی انجام شده توسط نویسنده، در داخل هیچ مطالعه‌ای در زمینه بررسی نظری و کالیبره نمودن الگوی رشد درونزا با تابع تولید CES صورت نگرفته است؛ بنابراین در این تحقیق به بسط الگوی رشد درونزای رمزی با تابع تولید CES پرداخته شده است و پس از آن با توجه به پارامترهای برآورد شده به کالیبره نمودن الگو برای اقتصاد ایران پرداخته شده است.

www.SID.ir

Archive of SID

۳. مبانی نظری

در این مطالعه، اقتصادی با دو بخش شامل خانوار، بخش تولیدکننده در نظر گرفته شده است. دولت در این الگو نقش برنامه‌ریز اجتماعی را دارد، که رفاه اجتماعی را حداکثر می‌نماید؛ بنابراین برای سادگی و پیچیده نشدن الگو فرض شده است که دولت فقط برنامه‌ریز اجتماعی است و سیاست‌های مالی اجرا نمی‌کند. مطالعات بر پایه الگوهای رشد غالباً بر پایه الگوهای رشد سولو و رمزی- گاس و کوپمانز است. نتایج مشترک مطالعات در زمینه رشد اقتصادی بیانگر این موضوع است که دسترسی به رشد پایدار بستگی به تصریح الگو و فرضیات در رابطه با بازدهی نسبت به مقیاس، کشش‌های جانشینی تولید و ساختار ترجیحات دارد. در ادامه فرضیات هر بخش موردبررسی قرار خواهد گرفت.

هدف دولت در این اقتصاد حداکثرسازی مطلوبیت بین‌دوره‌ای خانوار با توجه به قید بودجه مشخص برای خانوار است. مسئله حداکثرسازی مطلوبیت بین دوره‌ای خانوار در رابطه (۱) آمده است.

$$Max \quad J = \left\{ \int_0^T U(C_t) e^{-\rho t} dt \right\} \qquad (۱)$$

در این رابطه، $U(C_t)$ تابع مطلوبیت لحظه‌ای[1] است. که این تابع مطلوبیت رابطه مثبت با سطح مصرف (C_t)دارد. ($U_C > 0$).

علاوه‌براین یکی از نکات بسیار مهم در الگوسازی رشد نوع تابع مطلوبیت لحظه‌ای است که در نظر گرفته می‌شود. در این مطالعه تابع مطلوبیت لحظه‌ای به‌صورت $\tau > 0$, $U(C_t) = \frac{C^{1-\tau}}{1-\tau}$ در نظر گرفته شده است. ازآنجاکه به‌منظور استخراج وضعیت پایدار بهینه با یک نرخ مثبت لازم است تا کشش مطلوبیت نهایی طی زمان ثابت باشد، اغلب از این نوع تابع مطلوبیت استفاده می‌گردد (بارو و سالای ماتین، ۱۹۹۵: ۱۱۴)[2]. در این تابع مطلوبیت لحظه‌ای، $\frac{1}{\tau} > 0$ مقدار کشش جانشینی بین‌دوره‌ای مصرف خصوصی بین دو نقطه از زمان را نشان می‌دهد. همچنین در رابطه (۱)، $\rho > 0$ نرخ تنزیل است. قید بودجه خانوار با استفاده از رابطه (۳) معین شده است.

$$\dot{K} = Y_t - C_t - \delta K_t \qquad (۲)$$

1. Instantaneous utility function
2. Barro and Sala-i-martin

www.SID.ir

Archive of SID

که در این رابطه $\dot{K}$ و K_t به ترتیب تغییرات سرمایه نسبت به زمان و حجم سرمایه، δ نرخ استهلاک و C_t مصرف کل اقتصاد است. بنابراین دولت به حداکثرسازی رفاه اجتماعی با توجه به قید بودجه رابطه (۲) می‌پردازد.

برخلاف مطالعات جاری همان‌گونه که در مقدمه و پیشینه پژوهش بررسی شد، در این تحقیق تکنولوژی تولید، به‌جای استفاده از تابع تولید کاب داگلاس از تابع تولید CES استفاده شده است. (رابطه ۳).

$$Y = A_t\left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad (۳)$$

که در این رابطه K حجم سرمایه، A_t سطح دانش و σ کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه است. در قسمت بعد پارامترهای این تابع تولید برآورد شده است.

تغییرات تکنولوژی عامل بسیار مهمی است که تولید را تحت تأثیر قرار می‌دهد. به‌گونه‌ای‌که اگر همه نهاده‌های تولید را ثابت در نظر بگیریم با افزایش دانش و پیشرفت تکنولوژی تولید افزایش خواهد یافت (در این مطالعه γ به‌عنوان نرخ رشد تکنولوژی فرض شده و در ادامه برای اقتصاد ایران برآورد گردیده است). به دو صورت می‌توان تغییرات تکنولوژی را بر تولید به‌حساب آورد. ۱. تغییرات تکنولوژی خنثی هیکس[1] که در مطالعه دوپوی[2] (۲۰۰۶) بررسی شده است. ۲. تغییرات تکنولوژی که یک نهاده تولید را تقویت می‌کند. (کلامپ[3] ، ۲۰۰۷) در این مطالعه تکنولوژی خنثی هیکس با نرخ رشد برونزا فرض شده است.

بنابراین با فرض نمودن نرخ رشد سطح تکنولوژی برابر با (γ) و همچنین نرخ رشد نیروی کار برابر با (n) رابطه (۴) را خواهیم داشت. که در این روابط n نرخ رشد جمعیت و γ نرخ رشد تکنولوژی است.

$$\frac{\dot{A}}{A} = \gamma \Rightarrow A_t = A_0 e^{\gamma t} \quad , \qquad \frac{\dot{L}}{L} = n \Rightarrow L_t = L_0 e^{nt} \qquad (۴)$$

در ادامه به‌طور خلاصه دنبال حل مسئله دینامیکی (۵) و محاسبه مسیرهای پایا برای متغیرهای کلان اقتصادی به‌صورت نظری هستیم. از طرفی پس از حل نظری این الگوی دینامیکی به بررسی تأثیر کشش جانشینی بر رشد اقتصادی در حالت پایا پرداخته شده است.

1. Hicks-neutral
2. Dupuy
3. Klump

www.SID.ir

Archive of SID

$$Max \quad J = \left\{ \int_0^T U(C_t) e^{-\rho t} dt \right\}$$

$$S.t$$

$$\dot{K} = A_t \left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - C_t - \delta K_t \qquad (۵)$$

$$\dot{A} = A\gamma \quad , \quad \dot{L} = nL$$

به‌منظور حل این مسئله حداکثرسازی دینامیکی متغیر کنترل مصرف (C_t) و متغیرهای وضعیت سرمایه، سطح تکنولوژی و نیروی کار (K_t, A_t, L_t) است. متغیرهای هم وضعیت[1] ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) در نظر گرفته شده است. به‌منظور بررسی شروط حداکثرسازی تابع همیلتون تنزیل شده به زمان حال را تشکیل داده و شروط اولیه حداکثرسازی را می‌نویسیم. راه‌حل‌های این مسئله دینامیکی به‌طور کامل در پیوست آمده است. در این حداکثرسازی با توجه به نوع توابع در نظر گرفته شده شرط ترانسورسالیتی برقرار خواهد بود. در ادامه تحقیق نتایج نظری موردبررسی قرار خواهد گرفت.

٤. نتایج نظری تحقیق[2]

در این قسمت نتایج نظری به‌دست‌آمده از الگوی بسط داده شده در قسمت قبل و حل شده در پیوست موردبررسی قرار خواهد گرفت. با توجه به رابطه (a۱۴) پیوست رابطه رشد تولید (رشد اقتصادی) و رشد سرمایه به‌صورت $g_y = (1-\sigma)\gamma + g_k$ خواهد بود[3]. این رابطه نشان می‌دهد، با فرض یک در نظر گرفتن کشش جانشینی ($\sigma = 1$) نرخ رشد سرمایه و رشد تولید در حالت پایا برابر خواهد بود ($g_y = g_k$). فرضی که در بیشتر الگوهای رشد اقتصادی در نظر گرفته می‌شود. ولی در این تحقیق این نتیجه حاصل شده است که با در نظر گرفتن کشش جانشینی مخالف یک این دو نرخ رشد برابر نخواهد بود. با توجه به نرخ رشد تکنولوژی، رشد اقتصادی از نرخ رشد سرمایه بیشتر است.

از طرفی با توجه به رابطه (a۱۸) پیوست رابطه مصرف و تولید (درآمد) به‌صورت رابطه (۶) محاسبه شده است. در این رابطه s_0 نرخ پس‌انداز در دوره صفر خواهد بود.

$$C = \left[1 - s_0 e^{-\gamma(1-\sigma)t}\right] Y \qquad (۶)$$

با توجه به رابطه (۶) در صورتی تابع تولید کاب داگلاس ($\sigma = 1$) فرض شود، داریم:

1. Co-state

۲. تمامی مراحل حل الگوی دینامیکی و محاسبات انجام شده در پیوست آمده و در این قسمت تنها نتایج تحقیق موردبررسی قرار گرفته است.

۳. به‌منظور بررسی چگونگی محاسبه این رابطه به پیوست مراجعه شود.

www.SID.ir

Archive of SID

$$C = [1 - s_0]Y \qquad (۷)$$

با توجه به رابـــطه (۷) نرخ پس‌انداز با فرض تابع تولید کاب داگلاس مقــدار ثابتـــی خواهـــد شد ($s = s_0$). یعنی پس‌انداز برونزا خواهد بود، ولی درصورتی‌که تابع تولید با کشش جانشینی ثابت فرض کنیم. نرخ پس‌انداز از رابطه (۸) قابل‌محاسبه است.

$$s_t = s_0 e^{-\gamma(1-\sigma)t} \rightarrow s_t = \frac{s_0}{e^{\gamma(1-\sigma)t}} \qquad (۸)$$

با توجه به رابطه (۸) درصورتی‌که از تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس استفاده شود، نرخ پس‌انداز در طول زمان مقداری متغیر خواهد بود. از طرفی این نرخ به نرخ رشد تکنولوژی بستگی دارد و به پارامترهای الگو بستگی خواهد داشت و دیگر نرخی برونزا نیست.

در ادامه به بررسی نرخ رشد تولید (رشد اقتصادی) در حالت پایا پرداخته شده است. با توجه به رابطه (a۲۹) پیوست نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا از رابطه (۹) قابل‌محاسبه است.

$$g_y = (1-\sigma)\gamma + \left(\frac{\rho - n}{\alpha}\right)^{\sigma} (A_0)^{1-\sigma} - \delta \qquad (۹)$$

درصورتـــی‌که تابع تولـــید کاب داگلاس فرض شـــود و نـــرخ کشش جانشینی برابر با یک باشد ($\sigma = 1$). بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{\sigma=1} g_y = \frac{\rho - n}{\alpha} - \delta \qquad (۱۰)$$

با توجه به این رابطه درصورتی‌که از تابع تولید کاب داگلاس استفاده شود. یعنی کشش جانشینی برابر با یک باشد. نرخ رشد در حالت پایا برابر با ($\frac{\rho - n}{\alpha} - \delta$) خواهد بود و نرخ رشد تکنولوژی در بلندمدت مهم نیست و تأثیری بر نرخ رشد پایا نخواهد داشت. با توجه به رابطه (۹) با در نظر گرفتن کشش جانشینی کمتر از یک، نرخ رشد تولید در حالت پایا به نرخ رشد تکنولوژی نیز بستگی خواهد داشت. از طرفی این رابطه نشان‌دهنده این موضوع است که اگر بخواهیم رشد تکنولوژی تأثیر مثبت بر رشد بلندمدت داشته باشد باید کشش جانشینی عوامل تولید کمتر از یک باشد. درصورتی‌که کشش جانشینی عددی بزرگ‌تر از یک باشد تأثیر رشد تکنولوژی بر رشد بلندمدت منفی خواهد بود.

از طرفی با توجه به رابطه بازگشتی سرمایه (a۲۲) که در رابطه (۱۱) آمده است. مسیر بهینه سرمایه در حالت پایا قابل‌محاسبه است.

www.SID.ir

Archive of SID

$$K_{t+1} = K_t + \left\{ A_0 s_0 e^{\gamma\sigma t} \left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)\left(L_0 e^{nt}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - \delta K_t \right\} \Delta t \qquad (۱۱)$$

همچنین با محاسبه مسیر بهینه سرمایه مسیر تولید بلندمدت در حالت پایا در طول زمان با استفاده از رابطه (۱۲) قابل‌محاسبه خواهد بود.

$$Y_t = A_0 e^{\gamma t} \left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)\left(L_0 e^{nt}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad (۱۲)$$

به‌منظور کالیبره کردن الگو برای اقتصاد ایران باید پارامترهای الگو محاسبه شود. در ادامه ابتدا در قسمت روش‌شناسی متغیرها و پارامترهای الگو به همراه منبع هر پارامتر آورده شده و سپس پارامترهای تابع تولید غیرخطی CES محاسبه شده است. پس از برآورد پارامترهای الگو به محاسبه مسیر پایا پرداخته شده است. سپس با مقایسه این مسیر پایا با مسیر تحقق یافته تولید نوسانات و حالات رکود و رونق اقتصادی مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته است.

۵. روش‌شناسی

به‌منظور کالیبره کردن الگو برای اقتصاد ایران پارامترهای زیادی باید برآورد و یا با توجه به مطالعات پیشین تهیه گردد. این قسمت از تحقیق در ابتدا پارامترهای مربوط به اقتصاد ایران بررسی و پس از آن خلاصه پارامترها و متغیرهای برونزا برای اقتصاد ایران و همچنین منبع برای هر داده در جدول شماره (۱) ارائه شده است. در ادامه به بررسی بیشتر پارامترهای موردنیاز خواهیم پرداخت.

برای پارامتر نرخ تنزیل(ρ) تنوع وسیعی از مقادیر مورد استفاده در مطالعات وجود دارد. به‌عنوان نمونه می‌توان به دلالی و همکاران (۱۳۸۷) با مقدار ۰/۰۵ ، عبدلی (۱۳۸۸) مقدار ۰/۰۷۲ و کیارسی (۱۳۸۹) با مقدار ۰/۰۹ اشاره کرد. با توجه به ساختار اقتصاد ایران به‌عنوان یک کشور درحال‌توسعه این پارامتر باید از مقدار نسبتاً بالای برخوردار باشد؛ بنابراین در مطالعه حاضر مقدار پارامتر موردنظر مطابق با مطالعه کیارسی (۱۳۸۹) برابر ۰/۰۹ در نظر گرفته شده است.

به‌منظور برآورد نرخ استهلاک در بخش‌های مختلف برای اقتصاد ایران مطالعات متعددی انجام شده است، که تقریباً تمامی آن‌ها به نرخ‌های مشابه‌ای دست یافته‌اند. ازجمله این مطالعات می‌توان به بغزیان (۱۳۷۱) با نرخی معادل۳/۶ درصد، امینی، صفاری‌پور و نهاوندی (۱۳۷۷) با نرخی برابر ۳/۷۵ درصد برای استهلاک کل اقتصاد ایران اشاره نمود. در جدول شماره (۲) نرخ استهلاک سرمایه براساس مطالعه

www.SID.ir

Archive of SID

امینی و نشاط (۱۳۸۴) برابر ۰/۰۳۷ در نظر گرفته شده است. این مطالعه یکی از کامل‌ترین مطالعات انجام شده در این زمینه است.

جدول ۱: پارامترها و متغیرهای مربوط به اقتصاد ایران

پارامتر	نماد	مقدار	واحد	منبع
نرخ رشد جمعیت	n	۱/۵	درصد	مرکز آمار ایران
نرخ رجحان زمانی	ρ	۰/۰۹	–	کیارسی (۱۳۸۹)
نرخ استهلاک	δ	۰/۰۳۷	درصد	امینی و نشاط (۱۳۸۴)

در بخش بعد پارامترهای تابع تولید CES با توجه به سری زمانی داده‌های موجودی سرمایه (K)[۱]، نیروی کار (L)[۲]، و متغیر وابسته تولید ناخالص داخلی (Y)[۳] برای سال‌های ۱۳۴۶ تا ۱۳۹۷ برای اقتصاد ایران برآورد گردیده است. بعد از برآورد کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه در قسمت برآورد پارامترهای تابع تولید، با توجه به پارامترهای برآورد شده و همچنین پارامترهای جمع‌آوری‌شده از مطالعات پیشین موجود در جدول (۲) به محاسبه مسیر بهینه تولید به قیمت‌های ثابت برای اقتصاد ایران پرداخته شده است.

برآورد پارامترهای تابع تولید CES

در بسیاری از مطالعات گذشته، توابع تولید با در نظر گرفتن نیروی کار و سرمایه به‌عنوان مهم‌ترین نهاده‌ها به‌صورت‌های مختلف (کاب داگلاس، ترانسلوگ، متعالی، CES و ...) برآورد و بر این اساس، کشش‌های جانشینی و تولید نهایی عوامل تولید محاسبه شده است. کشش جانشینی عوامل تولید پارامتر بسیار مهمی در اقتصاد است. به‌طور نمونه، توانایی اقتصاد برای پاسخ به شوک‌های مربوط به کاهش سرمایه تا حد زیادی به این موضوع بستگی دارد که تا چه اندازه می‌توان سرمایه را با سایر ورودی‌های تولید مانند نیروی کار جایگزین کرد. با بررسی مطالعات مختلف، یکی از پرطرفدارترین توابع تولید در میان اقتصاددانان، تابع تولید با کشش جانشینی ثابت[۴] (CES) و همچنین توابع تولید کاب داگلاس است. در این قسمت از تحقیق با توجه به در نظر گرفتن تابع تولید کل CES برای اقتصاد ایران در الگوی رشد رمزی، به برآورد این تابع تولید پرداخته شده است. پارامترهای این تابع تولید برای اقتصاد ایران از مطالعات مختلف قابل‌استخراج نبود. زیرا در مطالعات انجام شده کشش‌های جانشینی عمدتاً برای بخش‌های اقتصادی محاسبه شده است؛ بنابراین هدف اصلی این قسمت از مطالعه بررسی و برآورد کشش جانشینی میان نیروی کار و سرمایه برای اقتصاد ایران است. در این راستا، تابع تولید CES با

۱. منبع جمع‌آوری داده بانک مرکزی (داده‌های سری زمانی) است.
۲. منبع جمع‌آوری داده مرکز آمار ایران (داده‌های سری زمانی) است.
۳. منبع جمع‌آوری داده بانک مرکزی (داده‌های سری زمانی) است.
4. constant elasticity of substitution production function

www.SID.ir

Archive of SID

دو نهاده نیروی کار و سرمایه برای اقتصاد ایران طراحی و با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک پیوسته و به‌صورت عددی و غیرخطی این تابع تولید برآورد شده است.

رابطه تابع تولید CES که دو عامل تولید داشته باشد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y = A_0 e^{\gamma t}\left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad (۱۳)$$

که در آن، Y تولید ناخالص داخلی به قیمت‌های ثابت و (K, L) نیروی کار و سرمایه می‌باشند. α پارامتر توزیع[1] نامیده می‌شود. $\sigma > 0$ پارامتر کشش[2] (کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه)، A_0 مقدار اولیه سطح دانش و γ نرخ رشد دانش است. در این تابع کشش جانشینی از رابطه $\sigma_{KL} = \frac{\%\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\%\Delta\left(\frac{w}{r}\right)} = \sigma$ قابل‌محاسبه است.

به‌منظور برآورد تابع تولید غیرخطی با استفاده از روش‌های عددی، باید پارامترهای الگو را به‌گونه‌ای تعیین کنیم که تابع ضرر[3] ($\sum_{t=1346}^{1393}\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2$) حداقل شود. روش‌های مختلف غیرخطی برای برآورد پارامترهای الگو می‌توان روش‌های حرکت الگوی هوک-جیوز[4]، هوک جیوز شبه نیوتنی[5]، روزنبراک شبه نیوتنی[6]، دیفرانسیل تکاملی[7]، RPS[8] نام برد. در بین این روش‌ها دو روش آخر به دلیل ماهیت تصادفی در بین روش‌های بهینه‌سازی از محبوبیت بیشتری برخوردارند (میشرا[9]، ۲۰۰۶).

در این مطالعه، از روش بهینه‌سازی تکاملی الگوریتم ژنتیک پیوسته (روشی تصادفی و عددی در بهینه‌سازی) برای حداقل سازی RSS استفاده می‌نماییم. برای اطلاع بیشتر در مورد روش برآورد الگوریتم ژنتیک تکاملی، می‌توانید به مطالعات هاپت (۱۹۹۶)، مایکلویژ (۱۹۹۴)، هامز (۲۰۱۷) و اسلاملوئیان و استادزاد (۱۳۹۳) مراجعه نمایید. به‌منظور برآورد پارامترهای الگو در حل مسئله بهینه‌سازی، هدف ما حداقل‌سازی مجموع مربعات خطا با توجه به رابطه (۱۴) است.

1. Distribution parameter
2. Substitution parameter
3. Loss Function
4. Hooke-Jeeves Pattern Moves (JPM)
5. Hooke-Jeeves-Quasi-Newton (HJQN)
6. Rosenbrock-Quasi-Newton (RQN)
7. Differential Evolution (DE)
8. Repulsive Particle Swarm (RPS)
9. Mishra

www.SID.ir

Archive of SID

$$RSS = \sum_{t=1346}^{1393}\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2 \rightarrow RSS = \sum_{t=1346}^{1393}\left(Y_t - A_0 e^{\gamma t}\left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}\right)^2 \qquad (۱۴)$$

در این تابع هدف مقادیر مختلف RSS به ازای مقادیر مختلف پارامترها موردبررسی قرار خواهد گرفت. به‌صورت چرخه‌ای الگوریتم ادامه پیدا می‌کند تا مقدار حداقل RSS به ازای یک دسته پارامتر محاسبه گردد.

کروموزوم‌های مسئله موردبررسی این مطالعه در رابطه ۱۵ آمده است.

$$Chro = (A_0, \alpha, \gamma, \sigma) \qquad (۱۵)$$

ضریب تشخیص (R^2) که میزان دقت برازش را نشان می‌دهد توسط رابطه (۱۶) قابل‌محاسبه است.

$$R^2 = 1 - \sum_{t=1346}^{1393}\frac{\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2}{\left(Y_t - \overline{Y}_t\right)^2} \qquad (۱۶)$$

که در این رابطه $\hat{Y}$ تولید برآورد شده و $\overline{Y_t}$ میانگین تولید بین سال‌های ۱۳۴۶ تا ۱۳۹۴ است.

پس از برآورد پارامترها و رسم مقادیر واقعی تولید و مقادیر پیش‌بینی‌شده (شکل ۱) به محاسبه خطای پیش‌بینی برای سال‌های ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۷ با استفاده از رابطه (۱۷) پرداخته شده است. هر چه خطای پیش‌بینی مقدار کمتری داشته باشد تابع تولید موردنظر برای اقتصاد ایران مناسب‌تر است.

$$RSS_{PR} = \sum_{t=1395}^{1397}\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2 \qquad (۱۷)$$

با توجه به نمودار شکل ۱، الگوی توسعه داده شده قدرت بالایی در پیش‌بینی دارد که این به دلیل برآورد غیرخطی الگو است.

نتایج برآورد پارامترهای الگو و همچنین خطای پیش‌بینی حاصل شده در جدول (۲) آمده است.

جدول ۲: نتایج تخمین

γ	α	A_0	σ
۰,۰۰۵۶۲	۰,۹۲	۰,۲۳۶	۰,۴۵
مجموع مربعات خطا ($\boldsymbol{RSS}$): 64.19×10^6			
ضریب تشخیص ($\boldsymbol{R^2}$): 95.3%			
خطای پیش‌بینی $(\boldsymbol{RSS})_{\boldsymbol{PR}}$: 7.13×10^6			

www.SID.ir

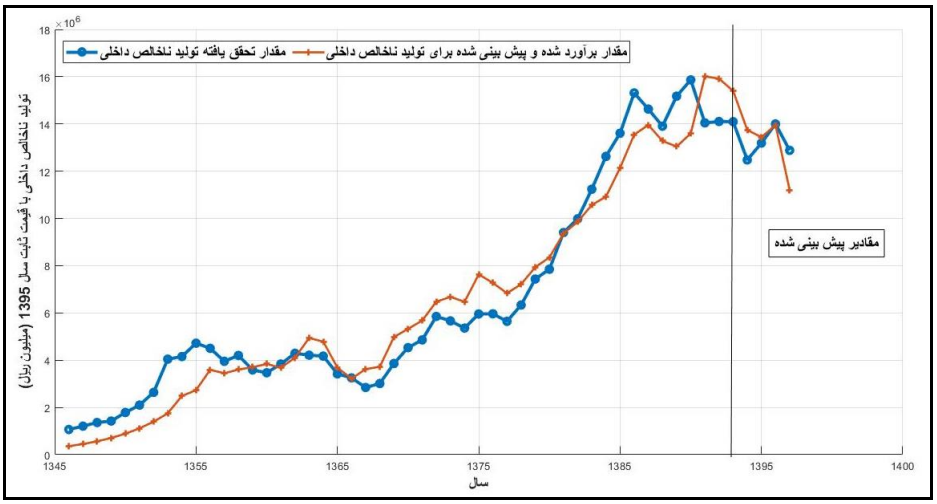
Archive of SID

نتایج حاصل از برآورد تابع تولید CES به‌طور خلاصه در جدول (۳) آورده شده است. با توجه به این جدول، کشش جانشینی بین سرمایه و نیروی کار ۰/۴۵ به‌دست‌آمده است. که این نشان‌دهنده این است که می‌توان با افزایش ۱ درصد سرمایه در نیروی کار به اندازه ۰/۴۵ درصد صرفه‌جویی کرد. یا برعکس با کاهش یک‌درصدی سرمایه باید نیروی کار به اندازه ۰/۴۵ درصد افزایش یابد تا سطح تولید تغییر پیدا نکند.

همچنین نرخ رشد تکنولوژی برای اقتصاد ایران ۰/۵۶ درصد برآورد شده است. میانگین جهانی نرخ رشد تکنولوژی حدود ۴ درصد است. که برای ایران رقم به‌دست‌آمده بسیار رقم پایینی است. دلیل این پایین بودن می‌تواند کمبود منابع مالی در بخش تحقیق و توسعه برای اقتصاد ایران باشد.

جدول ۳: مقادیر برآورد شده پارامترهای تابع تولید

پارامتر	نماد	مقدار	واحد	منبع
کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه	σ	۰/۴۵	–	محاسبات تحقیق
تکنولوژی اولیه	A_0	۰/۲۳۶۸		
پاراکتر توزیع نیروی کار و سرمایه	α	۰/۹۲	–	
نرخ رشد تکنولوژی	γ	۰/۵۶۲	درصد	



شکل ۱: نتایج تخمین تابع تولید و دقت برآورد و پیش‌بینی

کالیبره کردن الگو برای اقتصاد ایران

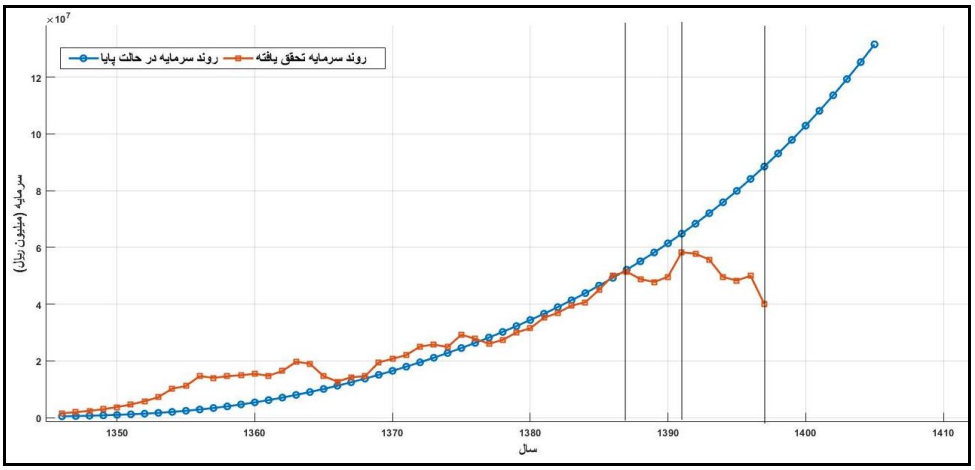
به‌منظور کالیبره کردن الگو با توجه به متغیرها و پارامترهای موجود (جدول ۱ و ۳) برای اقتصاد ایران و استفاده از رابطه بازگشتی (۱۱) مسیر سرمایه در حالت پایا و پس از آن با کمک رابطه (۱۲) مسیر پایا

www.SID.ir

Archive of SID

برای تولید محاسبه شده است. نتایج محاسبه مسیر بلندمدت اقتصادی برای سرمایه و تولید به‌ترتیب در شکل (۲) و (۳) آورده شده است.

با توجه به شکل (۲) مسیر سرمایه در حالت پایا (محاسبه شده با استفاده از رابطه ۱۱) رسم شده است. با توجه به این نمودار تا سال ۱۳۸۷ سرمایه تقریباً بر مسیر پایا قرار داشته و فاصله زیادی با مسیر پایا ندارد. از طرفی بین سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۱ در ابتدا سرمایه از حالت پایا دور شده ولی در سال ۱۳۹۱ دوباره به مسیر پایا برگشته است. بین سال‌های ۱۳۹۲ تا ۱۳۹۷ همواره سرمایه از مسیر پایا دور شده است. که این می‌تواند باعث رشد منفی تولید و همچنین کاهش رفاه اجتماعی گردد. در سال ۱۳۹۷ شاهد یک فاصله ۵۰ درصدی بین سرمایه تحقق یافته و سرمایه در حالت پایا هستیم. که این به‌دلیل نااطمینانی‌هایی است که برای سرمایه‌گذاری در سال ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۷ به وجود آمده است. با ادامه‌دار شدن این روند نزولی سرمایه و دور شدن سرمایه تحقق یافته و سرمایه در حالت پایا می‌تواند موجب یک بحران اقتصادی گردد. به‌هرحال برای بهبود سرمایه‌گذاری دولت باید سیاست‌های تشویقی مختلفی ارائه نماید و از طرفی اطمینان سرمایه‌گذاران داخلی و خارجی را برای سرمایه‌گذاری بیشتر جلب نماید.

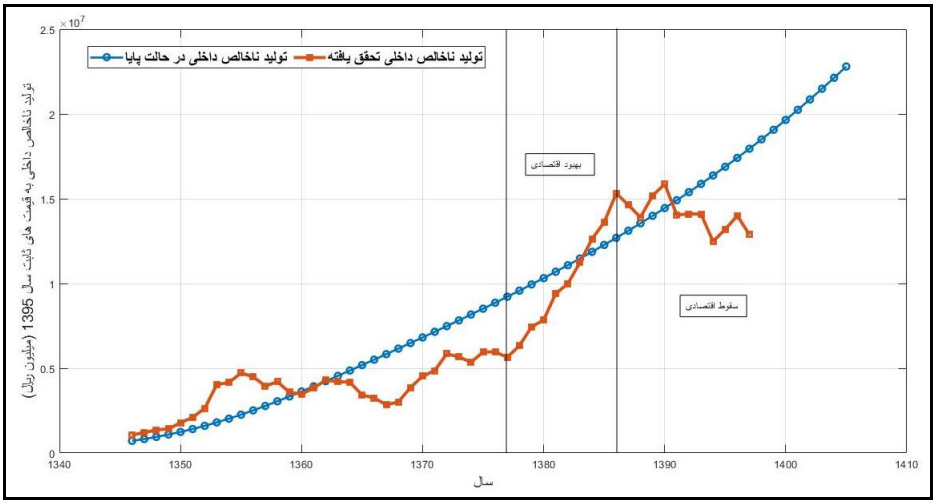


شکل ۲: مسیر سرمایه در حالت پایا و مقادیر تحقق یافته

در نمودار شکل (۳) مسیر تولید و همچنین مقادیر تحقق یافته تولید ناخالص داخلی به قیمت‌های ثابت سال ۱۳۹۰ رسم شده است (محاسبه شده با استفاده از رابطه ۱۲).

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۳: مسیر تولید ناخالص داخلی به قیمت‌های ثابت سال ۱۳۹۵ در حالت پایا و مقادیر تحقق یافته

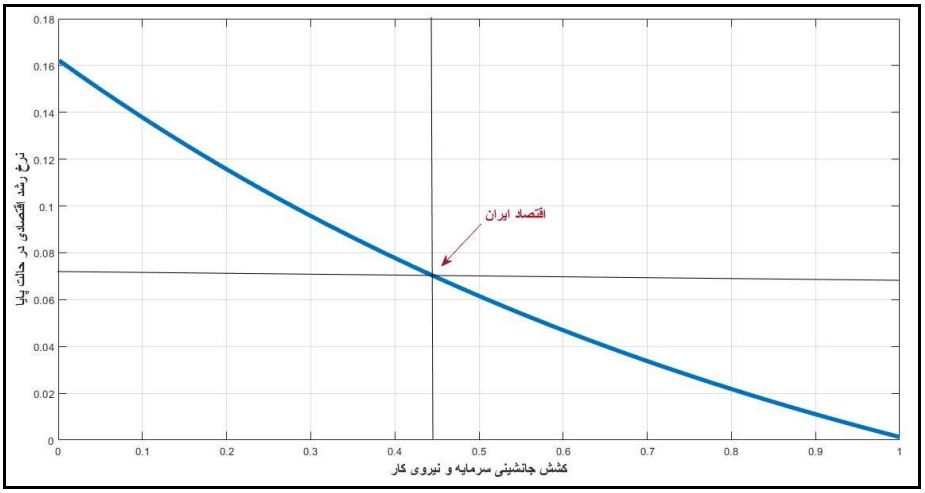
با توجه به نمودار شکل (۳) و مقادیر تولید در حالت پایا و مقادیر تحقق یافته تولید، بین سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۶ همواره بهبود اقتصادی را شاهد بوده‌ایم. تا اینکه در سال ۱۳۸۶ رونق اقتصادی را شاهد هستیم. ولی بین سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۷ سقوط اقتصادی پدیده غالب بوده است. به‌گونه‌ای که در سال ۱۳۸۷ شاهد رونق اقتصادی و سال ۱۳۹۷ شاهد رکود اقتصادی برای اقتصاد ایران هستیم. با بررسی همزمان نمودارهای شکل (۲) و (۳) دلیل اصلی این رکود اقتصادی را می‌توان کاهش سرمایه دانست. در سال ۱۳۶۷ نیز این رکود اقتصادی قابل‌مشاهده است. رکود اقتصادی که در سال ۱۳۹۷ بر اقتصاد ایران حاکم است عمیق‌تر از رکود سال ۱۳۶۷ است. تا رشد سرمایه‌گذاری در اقتصاد ایران افزایش پیدا نکند و سطح سرمایه متعادل نگردد، عبور از این رکود ممکن نیست. بنابراین به‌عنوان یک پیشنهاد سیاستی برنامه‌ریز اجتماعی باید برای حداکثر شدن رفاه اجتماعی اقتصاد را به سمت مسیر پایا حرکت دهد. به این منظور پیشنهاد می‌شود، دولت با هر سیاستی که می‌تواند، باید سطح سرمایه را در کشور افزایش دهد. برای افزایش سطح سرمایه باید سرمایه‌گذاری در هر دوره افزایش یابد و شرط ایجاد سرمایه‌گذاری ایجاد اطمینان برای سرمایه‌گذاران است. دیگر عاملی که می‌تواند سرمایه‌گذاری را افزایش دهد، عدم‌تغییر سیاست‌های دولت و در نهایت اعلام حمایت از سوی دولت برای سرمایه‌گذاری است. این سه عامل می‌تواند باعث افزایش تمایل خانوار برای سرمایه‌گذاری شود. از طرفی به علت نوسانات در قیمت نفت و همچنین وجود تحریم‌های نفتی، صادرات این محصولات را تحت تأثیر قرار می‌دهد، پس باید با تزریق سرمایه از سوی دولت واحدهای تولیدی را تشویق به تولیدات محصولات بیشتر و باکیفیت‌تر کرد تا در همین راستا صادرات غیرنفتی افزایش پیدا کند. با افزایش تولید، اقتصاد می‌تواند از رکود به وجود آمده خارج گردد.

www.SID.ir

Archive of SID

دلیل دیگری که می‌توان برای فاصله گرفتن اقتصاد ایران از حالت پایا دانست، پایین بودن نرخ رشد تکنولوژی است. نرخ رشد تکنولوژی برای اقتصاد ایران ۰/۵۶ درصد برآورد شده است. میانگین جهانی نرخ رشد تکنولوژی حدود ۴ درصد است. که برای ایران رقم به‌دست‌آمده بسیار رقم پایینی است. دلیل این پایین بودن می‌تواند کمبود منابع مالی در بخش تحقیق و توسعه برای اقتصاد ایران باشد. بنابراین با افزایش منابع مالی در بخش‌های تحقیق و توسعه و همچنین گسترش این بخش، تولید می‌تواند به حالت پایا نزدیک شود.

در ادامه با توجه به رابطه (۹) و پارامترهای موجود در جدول شماره (۲) با مجهول فرض نمودن نرخ کشش جانشینی بین نیروی کار و سرمایه، نمودار نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا و کشش جانشینی سرمایه و نیروی کار در شکل (۴) رسم شده است.



شکل ٤: نمودار نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا و کشش جانشینی سرمایه و نیروی کار

با توجه به نمودار شکل (۴) اولاً با توجه به پارامترهای برآورد شده برای اقتصاد ایران، نمودار نرخ رشد نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا و کشش جانشینی سرمایه و نیروی کار نزولی است. همچنین مقدار نرخ رشد در حالت پایا برای اقتصاد ایران (نرخی که اقتصاد را از حالت کنونی به حالت پایا و مسیر بلندمدت بر می‌گرداند.) ۶/۹ درصد محاسبه شده است. از طرفی اگر تابع تولید کاب داگلاس فرض گردد (تابع تولید با کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه برابر با یک)، نرخ رشد در حالت پایا نزدیک به صفر خواهد شد. که این نتیجه به نظر صحیح نیست. بنابراین با استفاده از تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس، نتایج به واقعیت نزدیک‌تر مشاهده می‌شود.

www.SID.ir

Archive of SID

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در ادبیات اقتصاد کلان دینامیکی، تابع تولید کاب داگلاس (تابع تولید با کشش جانشینی برابر با یک) بسیار زیاد موردبررسی قرار گرفته است. فرض کشش جانشینی برابر با یک فرضی محدودکننده است و عملاً در بلندمدت کشش جانشینی عوامل تولید برای هر کشوری می‌تواند برابر یک نباشد. بنابراین در این تحقیق به این موضوع پرداخته شده است که کشش جانشینی عوامل تولید برای اقتصاد ایران دارای چه مقداری است و آیا در نظر گرفتن کشش جانشینی عوامل تولید مخالف یک بر رشد اقتصادی در حالت پایا تأثیر معناداری دارد یا خیر؟ در این مطالعه الگوی رمزی با تابع تولید CES تعمیم داده شده است. پس از حل مسئله کنترل بهینه و محاسبه مقدار بهینه رشد بلندمدت به‌صورت نظری به کالیبره کردن الگو برای اقتصاد ایران پرداخته شده است. در زیر نتایج نظری و تجربی تحقیق آمده است.

۱- نتایج تحقیق نشان می‌دهد که نرخ پس‌انداز با فرض تابع تولید کاب داگلاس مقدار ثابت و برونزا خواهد شد ($s = s_0$). ولی درصورتی‌که تابع تولید با کشش جانشینی ثابت فرض کنیم. نرخ پس‌انداز از $s_t = \frac{s_0}{e^{\gamma(1-\sigma)t}}$ قابل‌محاسبه است و مقداری درونزا دارد که با توجه به پارامترهای الگو برآورد می‌گردد؛ بنابراین درصورتی‌که از تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس استفاده شود، نرخ پس‌انداز در طول زمان مقداری متغیر خواهد بود. از طرفی این نرخ به نرخ رشد تکنولوژی بستگی دارد. این نتیجه به دلیل در نظر گرفتن تابع تولید به‌صورت CES در یک الگوی رشد درونزا است. در کمتر مطالعه‌ای در زمینه تأثیر نرخ رشد تکنولوژی بر نرخ پس‌انداز بحث شده است. این نتیجه می‌تواند در مطالعات آتی بسط داده شود و موردبررسی بیشتری قرار گیرد (پیشنهادی برای مطالعات آتی است.)

۲- نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا از $g_y = (1-\sigma)\gamma + \left(\frac{\rho - n}{\alpha}\right)^{\sigma} (A_0)^{1-\sigma} - \delta$ قابل‌محاسبه است. درصورتی‌که از تابع تولید کاب داگلاس استفاده و کشش جانشینی عوامل تولید برابر با یک باشد. نرخ رشد در حالت پایا برابر با ($\frac{\rho - n}{\alpha} - \delta$) خواهد بود و نرخ رشد تکنولوژی در بلندمدت مهم نیست و تأثیری بر نرخ رشد پایا نخواهد داشت. با در نظر گرفتن کشش جانشینی کمتر از یک نرخ رشد تولید در حالت پایا به نرخ رشد تکنولوژی نیز بستگی خواهد داشت. از طرفی این رابطه نشان‌دهنده این موضوع است که اگر بخواهیم رشد تکنولوژی تأثیر مثبت بر رشد بلندمدت داشته باشد باید کشش جانشینی عوامل تولید کمتر از یک باشد. درصورتی‌که کشش جانشینی عددی بزرگ‌تر از یک باشد تأثیر رشد تکنولوژی بر رشد اقتصادی بلندمدت منفی خواهد بود.

۳- با برآورد تابع تولید کل CES برای اقتصاد ایران، کشش جانشینی بین سرمایه و نیروی کار ۰/۴۵ به‌دست‌آمده است. که این نشان‌دهنده این موضوع است که می‌توان با افزایش ۱ درصد سرمایه در

www.SID.ir

Archive of SID

نیروی کار به اندازه ۰/۴۵ درصد صرفه‌جویی کرد. یا برعکس با کاهش یک‌درصدی سرمایه باید نیروی کار به اندازه ۰/۴۵ درصد افزایش یابد تا سطح تولید تغییر پیدا نکند. همچنین نرخ رشد تکنولوژی برای اقتصاد ایران ۰/۵۶ درصد برآورد شده است.

۴- با توجه به محاسبات انجام شده برای مسیر سرمایه در حالت پایا و مقایسه با مقدار تحقق یافته سرمایه، از سال ۱۳۴۶ تا ۱۳۸۷ سرمایه تقریباً بر مسیر پایا قرار داشته و به مسیر بلندمدت سرمایه نزدیک است. بین سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۱ در ابتدا سرمایه از حالت پایا دور شده ولی در سال ۱۳۹۱ دوباره به مسیر پایا برگشته است. بین سال‌های ۱۳۹۲ تا ۱۳۹۷ همواره سرمایه از مسیر پایا دور شده است. در سال ۱۳۹۷ شاهد یک فاصله ۵۰ درصدی بین سرمایه تحقق یافته و سرمایه در حالت پایا هستیم. که این به دلیل نا اطمینانی‌هایی است که برای سرمایه گزاری در سال ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۷ به وجود آمده است.

۵- مقایسه مسیر تولید در حالت پایا و همچنین مقادیر تحقق یافته تولید نشان می‌دهد، بین سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۶ همواره شاهد بهبود اقتصادی بوده‌ایم. تا اینکه در سال ۱۳۸۶ رونق اقتصادی را شاهد هستیم. ولی بین سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۷ سقوط اقتصادی پدیده غالب بوده است. به‌گونه‌ای که در سال ۱۳۸۷ شاهد رونق اقتصادی و سال ۱۳۹۷ شاهد رکود اقتصادی برای اقتصاد ایران هستیم. با بررسی همزمان نمودارهای سرمایه و تولید دلیل اصلی این رکود اقتصادی را می‌توان کاهش سرمایه دانست. تا نااطمینانی تبدیل به اطمینان نشود نیز این کاهش سرمایه جبران نخواهد شد. در سال ۱۳۶۷ نیز این رکود اقتصادی قابل‌مشاهده است. رکود اقتصادی که در سال ۱۳۹۷ بر اقتصاد ایران حاکم است عمیق‌تر از رکود سال ۱۳۶۷ است. تا رشد سرمایه‌گذاری در اقتصاد ایران افزایش پیدا نکند و سطح سرمایه متعادل نگردد، عبور از این رکود ممکن نیست.

۶- با توجه به پارامترهای برآورد شده برای اقتصاد ایران، نمودار نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا و کشش جانشینی سرمایه و نیروی کار نزولی است. همچنین مقدار نرخ رشد در حالت پایا برای اقتصاد ایران (نرخی که اقتصاد را از حالت کنونی به حالت پایا و مسیر بلندمدت بر می‌گرداند.) ۶/۹ درصد محاسبه شده است. از طرفی اگر تابع تولید کاب داگلاس فرض گردد (تابع تولید با کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه برابر با یک)، نرخ رشد در حالت پایا نزدیک به صفر خواهد شد. که این نتیجه به نظر صحیح نیست؛ بنابراین با استفاده از تابع تولید CES به‌جای کاب داگلاس، نتایج به واقعیت نزدیک‌تر مشاهده می‌شود.

به‌منظور مطالعات بعدی می‌توان طیف وسیعی از مطالعات در زمینه رشد اقتصادی را که با تابع تولید کاب داگلاس به حل یک موضوع پرداخته‌اند. با تابع تولید CES موردبحث و بررسی قرار داد. که به‌طور حتم نتایج متفاوت و معناداری را شاهد خواهیم بود.

www.SID.ir

Archive of SID

منابع

آذربایجانی، کریم؛ راکی، مولود و همایون رنجبر. (۱۳۹۰). «تأثیر متنوع سازی صادرات بر بهره‌وری کل عوامل تولید و رشد اقتصادی (رویکرد داده‌های تابلویی در کشورهای گروه دی هشت)»، *پژوهش‌های رشد و توسعه اقتصادی*، شماره ۳، ۱۶۵-۲۰۱.

اسلاملوئیان، کریم و استادزاد، علی‌حسین. (۱۳۹۳).«برآورد نرخ رجحان زمانی در ایران با استفاده از الگوریتم بازگشتی»، *تحقیقات اقتصادی*، شماره ۱۰۷، ۲۶۷-۲۹۴.

اسلاملوئیان، کریم و استادزاد، علی‌حسین. (۱۳۹۳). «برآورد کشش جانشینی میان انرژی و سایر نهاده‌ها در ایران با استفاده از تابع تولید CES چند مرحله‌ای»، *مطالعات اقتصادی کاربردی ایران*، شماره ۹، ۲۵-۴۷.

امینی، علیرضا؛ صفاری‌پور، مسعود و نهاوندی، مجید. (۱۳۷۷). *برآورد آمارهای سری زمانی اشتغال و موجودی سرمایه در بخش‌های اقتصادی ایران*، سازمان برنامه‌وبودجه، دفتر اقتصاد کلان.

امینی، علیرضا و نشاط، حاجی محمد. (۱۳۸۴). «برآورد سری زمانی موجودی سرمایه در اقتصاد ایران طی دوره زمانی ۱۳۳۸ - ۱۳۸۱»، *مجله برنامه و بودجه*، ۹۰، ۵۳-۸۶.

بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، نماگرهای اقتصادی، سال‌های مختلف.

بانک مرکزی جمهوری ایران، گزارش اقتصادی و ترازنامه، سال‌های مختلف.

بغزیان، آلبرت. (۱۳۷۱). *برآورد موجودی سرمایه در زیربخش‌های عمده اقتصادی (۵۶-۱۳۳۸)*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه اقتصاد و علوم سیاسی دانشگاه شهید بهشتی.

پژویان، جمشید و فقیه نصیری، مرجان. (۱۳۸۸). «اثر رقابت‌مندی بر رشد اقتصادی با رویکرد الگوی رشد درونزا»، *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۳۸، ۹۷-۱۳۲.

شاه‌آبادی، ابوالفضل. (۱۳۸۹). «نقش رشد بهره‌وری کل عوامل در رشد بخش غیرنفتی اقتصاد ایران»، *اقتصاد پولی، مالی*، ۳۱، ۱-۲۹.

خدادادکاشی، فرهاد و جانی، سیاوش. (۱۳۹۰). «بررسی پویای رفتار تولیدکنندگان در استفاده از نهاده‌ها بر مبنای تابع تولید دو مرحله ای CES، با تأکید بر اصلاح الگوی مصرف انرژی در تولید و ارتقای اشتغال»، *مطالعات اقتصاد انرژی*، ۳۰، ۹۷-۱۲۴

دلالی اصفهانی، رحیم؛ بخشی دستجردی، رسول، حسینی جعفر. (۱۳۸۷). «بررسی نظری و تجربی نرخ ترجیح زمانی مطالعه موردی: اقتصاد ایران سال‌های (۱۳۵۱-۱۳۸۳)»، *دانش و توسعه*، ۲۵، ۱۳۷-۱۶۷.

دلیری، حسن و رنانی، محسن. (۱۳۸۹). «سرمایه اجتماعی چگونه وارد تابع تولید می‌شود؟ (طراحی یک الگوی نظری و آزمون آن در چارچوب یک مدل رشد درونزا)»، *اقتصاد تطبیقی*، سال اول، شماره اول، ۴۱-۶۸.

عبدلی، قهرمان. (۱۳۸۸). «تخمین نرخ تنزیل اجتماعی برای ایران»، *پژوهشنامه اقتصادی*، ۳۴، ۱۳۵-۱۵۶.

کیارسی، مهراب و، طیبی، کمیل. (۱۳۸۹). «تعیین نرخ بهینه مالیات و مخارج دولتی در چارچوب الگوی سه بخشی رشد درونزا- مورد ایران»، *مطالعات اقتصاد بین‌الملل*، ۳۷، ۴۳ -۶۲ .

مشیری، سعید و نیک‌پور، سمیه. (۱۳۸۶). «تأثیر فن‌آوری اطلاعات و ارتباطات و سرریزهای آن بر رشد اقتصادی کشورهای جهان»، *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، سال نهم، شماره ۳۳، ۷۵-۱۰۳.

www.SID.ir

Archive of SID

Arrow, K.J., H.B. Chenery, B.S. Minhas, B. and Solow, R. M. (1961). "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency", *Review of Economics and Statistics*, 43(3), 225- 250.

Antras, P. (2004). "Is the US Aggregate Production Function Cobb-Douglas? New Estimates of the Elasticity of Substitution", *Contributions to Macroeconomics*, 4(1), 74-93.

Beckman, J., Hertel, T. (2010). *Why previous estimates of the cost of climate mitigation are likely too low*. GTAP Working Paper 54 (version 3).

Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. I. (2003). *Economic Growth*, 2nd edition, Cambridge MA: MIT Press.

Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. (1995). *Economic Growth*, New York: McGraw Hill.

Christiaans, T. (2011). "Semi-Endogenous Growth When Population is Decreasing", *Economics Bulletin* 31(3), 2667-2673.

Chirinko, R. S. (2008). "The Long and Short of it", *Journal of Macroeconomics*, 30, 671-686.

De La Grandville, O. (1989). "In quest of the Slutsky diamond", *American Economic Review*, 79, 468-481.

De La Grandville, O. (2009). *Economic growth: a united approach*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Daniels, G., Kakar, V. (2017). "Economic Growth and the CES Production Function with Human Capital", *Economics Bulletin*, 37(2), 930-951.

Dupuy, A. and de Grip A. (2006). "Elasticity of Substitution and productivity, Capital and Skill Intensity Differences Across Firms", *Economics Letters*, 90, 340-347.

Haupt, R. L. and Haupt, S. E. (1996). Practical Genetic Algorithms, Second Edition, A JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION

Hommes, C., Tomasz, M., Domenico, M., Tom, S. (2017). "Genetic algorithm learning in a New Keynesian macroeconomic setup", *Journal of Evolutionary Economics*, 27, 1133-1155.

Klump, R., Saam, M., (2007). *Calibration of Normalized CES Production Functions in Dynamic Models*. Goethe University Frankfurt.

Klump, R., McAdam, P., and Willman, A. (2007). "Factor Substitution and Factor-Augmenting Technical Progress in the United States: A Normalized Supply-Side System Approach", *The Review of Economics and Statistics*, 89(1), 183-192.

Michalewicz, Z. (1994). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Second Edition*, New York, Springer Verlag.

Mishra, S. K. (2006). *Globalization and Structural changes in the Indian Industrial Sector: An Analysis of Production Functions*, MPRA Paper No. 1333.

Sasaki, H. and Hoshida, K. (2017). "The Effects of Negative Population Growth: An Analysis Using a Semi-Endogenous R&D Growth Model", *Macroeconomic Dynamics*, 21(7), 1545-1560.

Sasaki, H. (2019). "The Solow growth model with a CES production function and declining population", *Economics Bulletin*, 39(3), 1979-1988.

www.SID.ir

Archive of SID

پیوست ۱: اثبات روابط تغییرات تولید کل نسبت به متغیرهای در نظر گرفته شده

در فرآیند بهینه‌سازی الگوی بسط داده شده به مشتقات تولید نسبت به عوامل تولید نیاز است. در این قسمت به محاسبه این مشتقات خواهیم پرداخت.

$$Y = A_t\left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \Rightarrow \begin{cases} Ln(Y) = Ln(A) + \dfrac{\sigma}{\sigma-1} Ln\left(\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right) \\ \left(\dfrac{Y}{A}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = \alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \end{cases} \quad (a۱)$$

$$\frac{\partial Y}{Y} = \frac{\partial A}{A} \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial A} = \frac{Y}{A}$$

$$\frac{\partial Y}{Y} = \frac{\sigma}{\sigma-1} \times \frac{\sigma-1}{\sigma} \times \alpha \times \frac{K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}}{\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \partial K \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha Y \frac{K^{\frac{-1}{\sigma}}}{\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha Y \frac{K^{\frac{-1}{\sigma}}}{\left(\frac{Y}{A}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha (A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} Y^{\frac{1}{\sigma}} K^{\frac{-1}{\sigma}} \Rightarrow \quad (a۲)$$

$$MP_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha (A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left(\frac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\frac{\partial Y}{Y} = \frac{\sigma}{\sigma-1} \times \frac{\sigma-1}{\sigma} \times (1-\alpha) \times \frac{L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1}}{\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \partial L \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial L} = Y(1-\alpha) \times \frac{L^{\frac{-1}{\sigma}}}{\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = Y(1-\alpha) \times \frac{L^{\frac{-1}{\sigma}}}{\left(\frac{Y}{A}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \Rightarrow \quad (a۳)$$

$$MP_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

www.SID.ir

Archive of SID

پیوست ۲: حل مسئله کنترل بهینه:

به‌منظور حل مسئله کنترل بهینه در ابتدا الگوی بسط داده شده به‌طور خلاصه در رابطه (a۴) آورده شده است.

$$Max \quad J = \left\{ \int_0^T U(C_t) e^{-\rho t} dt \right\}$$

$$S.t$$

$$\dot{K} = Y_t - C_t - \delta K_t$$

$$Y = A_t \left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad (a۴)$$

$$\frac{\dot{A}}{A} = \gamma \Rightarrow A_t = A_0 e^{\gamma t}$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \Rightarrow L_t = L_0 e^{nt}$$

به‌منظور حل مسئله بهینه‌سازی رابطه (a۴) در ابتدا تابع همیلتون را تشکیل می‌دهیم.

$$H = U(C_t) + \lambda_1 \left(\dot{K} \right) + \lambda_2 \left(\dot{A} \right) + \lambda_3 \left(\dot{L} \right) \qquad (a۵)$$

حال با توجه به روابط (a۴) در رابطه همیلتون یعنی رابطه (a۵) قرار می‌دهیم.

$$H = U(C_t) + \lambda_1 (Y_t - C_t - \delta K_t) + \lambda_2 (\gamma A) + \lambda_3 (nL) \qquad (a۶)$$

تابع مطلوبیت و مشتق آن در رابطه (a۷) آورده شده است.

$$U(C_t) = \frac{C^{1-\tau}}{1-\tau} \Rightarrow U'(C_t) = C^{-\tau} \qquad (a۷)$$

شرایط اولیه بهینه‌سازی تابع همیلتون را برای متغیرهای کنترل و وضعیت در روابط (a۸) تا (a۱۱) آورده شده است.

$$\frac{\partial H}{\partial C} = 0 \Rightarrow U'(C_t) - \lambda_1 = 0 \Rightarrow U'(C_t) = \lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = C^{-\tau} \Rightarrow \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} = -\tau g_c \qquad (a۸)$$

$$\dot{\lambda}_1 = \rho \lambda_1 - \frac{\partial H}{\partial K} \Rightarrow \dot{\lambda}_1 = \rho \lambda_1 - \lambda_1 \left(\frac{\partial Y}{\partial K_t} - \delta \right) \Rightarrow \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} = \rho - \left(\alpha (A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left(\frac{Y}{K} \right)^{\frac{1}{\sigma}} - \delta \right) \qquad (a۹)$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$\dot{\lambda}_2 = \rho\lambda_2 - \frac{\partial H}{\partial A} \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = \rho\lambda_2 - \left(\lambda_1\left(\frac{\partial Y}{\partial A}\right) + \lambda_2(\gamma)\right) \Rightarrow \dot{\lambda}_2 = \rho\lambda_2 - \left(\lambda_1\left(\frac{Y}{A}\right) + \lambda_2(\gamma)\right) \qquad (a10)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \rho\lambda_3 - \frac{\partial H}{\partial L} \Rightarrow \dot{\lambda}_3 = \rho\lambda_3 - \left(\lambda_1\left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right) + \lambda_3(n)\right) \Rightarrow$$
$$\dot{\lambda}_3 = \rho\lambda_3 - \left(\lambda_1(1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} + \lambda_3(n)\right) \qquad (a11)$$

در حالت پایا فرض می‌شود نرخ رشد متغیرهای حالت برابر با صفر است ($\dot{\lambda}_1 = 0$). بنابراین از معادله (a9) داریم:

$$\xrightarrow{\dot{\lambda}_1=0} \rho = \alpha(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}} - \delta \Rightarrow \frac{\rho+\delta}{\alpha} = (A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \Rightarrow$$
$$Ln\left(\frac{\rho+\delta}{\alpha}\right) = \frac{\sigma-1}{\sigma}Ln(A) + \frac{1}{\sigma}\left[Ln(Y) - Ln(K)\right] \qquad (a12)$$

از رابطه (a12) مشتق نسبت به زمان می‌گیریم. با توجه به ثابت بودن پارامترهای سمت چپ معادله داریم.

$$0 = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma}\right)\frac{\dot{A}}{A} + \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{K}}{K}\right] \longrightarrow$$
$$0 = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma}\right)\gamma + \frac{1}{\sigma}\left[g_y - g_k\right] \Rightarrow (1-\sigma)\gamma = \left[g_y - g_k\right] \qquad (a13)$$

با کمی ساده‌سازی و مرتب‌سازی معادله (a13) به روابط زیر برای نرخ رشد اقتصادی و نرخ رشد سرمایه می‌رسیم.

$$\begin{cases} g_y = (1-\sigma)\gamma + g_k \\ g_k = g_y - (1-\sigma)\gamma \end{cases} \qquad (a14)$$

در ادامه به ساده‌سازی معادله حرکت سرمایه (a4) پرداخته شده است.

$$\dot{K} = Y_t - C_t - \delta K_t \longrightarrow g_k K = Y - C - \delta K \longrightarrow (g_k + \delta)K = Y - C \Rightarrow$$
$$Ln(g_k + \delta) + Ln(K) = Ln(Y - C) \Rightarrow \qquad (a15)$$

در حالت پایا طرف چپ معادله (a15) مقدار ثابتی است. بنابراین با مشتق‌گیری از این معادله خواهیم داشت:

www.SID.ir

Archive of SID

$$0+\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{Y}-\dot{C}}{Y-C}\Rightarrow g_k=\frac{g_yY-g_cC}{Y-C}$$
$$\Rightarrow g_yY-g_cC=g_k(Y-C)\Rightarrow g_yY-g_cC=Yg_k-Cg_k\Rightarrow \quad (a۱۶)$$
$$C(g_c-g_k)=Y(g_y-g_k)$$

با ترکیب دو معادله (a۱۴) و (a۱۶) و حل دستگاه فوق و کمی ساده‌سازی داریم:

در ادامه به حل معادله دیفرانسیل (a۱۷) خواهیم پرداخت. برای حل این معادله دیفرانسیل در ابتدا تغییر متغیر $\frac{C}{Y}=u\ ,\ \xi=\gamma(1-\sigma)$ را انجام می‌دهیم.

$$\xrightarrow{\frac{C}{Y}=u\ ,\ \xi=\gamma(1-\sigma)}\dot{u}+\xi u=\xi\Rightarrow\dot{u}=\xi-\xi u\Rightarrow\dot{u}=\xi(1-u)\Rightarrow$$
$$\frac{\dot{u}}{1-u}=\xi\Rightarrow\frac{du}{1-u}=\xi dt\Rightarrow\int\frac{du}{1-u}=\int\xi dt\Rightarrow$$
$$-Ln(1-u)=\xi t\Rightarrow Ln\left(\frac{1-u}{1-u_0}\right)=-\xi t$$
$$\frac{1-u}{1-u_0}=e^{-\xi t}\Rightarrow u=1-(1-u_0)e^{-\xi t}\Rightarrow\frac{C}{Y}=1-\left(1-\frac{C_0}{Y_0}\right)e^{-\gamma(1-\sigma)t}\Rightarrow C=\left[1-\left(1-\frac{C_0}{Y_0}\right)e^{-\gamma(1-\sigma)t}\right]Y$$

درصورتی‌که $S_0=Y_0-C_0$ فرض شود و همچنین نرخ پس‌انداز در دوره صفر برابر با s_0 فرض شود ($S_0=s_0Y_0$) بنابراین $s_0=1-\frac{C_0}{Y_0}$ خواهیم را داریم. بنابراین رابطه (a۱۸) را برای تابع مصرف بر حسب تولید در بلندمدت داریم:

$$C=\left[1-s_0e^{-\gamma(1-\sigma)t}\right]Y \quad (a۱۸)$$

معادله (a۱۸) برای رسم نمودار فازی مصرف بر حسب درآمد (تولید ناخالص داخلی) مورد استفاده قرار خواهد گرفت. در ادامه معادله (a۱۸) را در معادله حرکت سرمایه جایگزاری می‌کنیم.

$$\xrightarrow{C=\left[1-s_0e^{-\gamma(1-\sigma)t}\right]Y}\dot{K}=Y-\left[1-s_0e^{-\gamma(1-\sigma)t}\right]Y-\delta K$$
$$\Rightarrow\dot{K}=Y-Y+Ys_0e^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K\Rightarrow\dot{K}=Ys_0e^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K \quad (a۱۹)$$

در ادامه تابع تولید را در رابطه (a۱۹) قرار داده و به ساده‌سازی رابطه فوق پرداخته خواهد شد.

www.SID.ir

Archive of SID

$$\xrightarrow{Y=A_t\left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}} \dot{K}=A_0 s_0 e^{\gamma t}\left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} e^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K$$

$$\dot{K}=A_0 s_0 e^{\gamma\sigma t}\left[\alpha K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)\left(L_0 e^{nt}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}-\delta K \qquad (a۲۰)$$

در ادامه با توجه به اینکه معادله (a۲۰) حل نظری مشخصی ندارد به حل عددی این معادله پرداخته شده است. برای حل عددی این معادله در ابتدا $\dot{K}=\frac{K_{t+1}-K_t}{\Delta t}$ فرض شده است. بنابراین:

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{\Delta t}=A_0 s_0 e^{\gamma\sigma t}\left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)\left(L_0 e^{nt}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}-\delta K_t \qquad (a۲۱)$$

با مرتب‌سازی رابطه (a۲۱) معادله تفاضلی (a۲۲) را برای محاسبه سری زمانی سرمایه در حالت پایا خواهیم داشت.

$$K_{t+1}=K_t+\left\{A_0 s_0 e^{\gamma\sigma t}\left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)\left(L_0 e^{nt}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}-\delta K_t\right\}\Delta t \qquad (a۲۲)$$

با توجه به معادله تفاضلی (a۲۲) نمودار روند سرمایه بر حسب زمان در حالت پایا رسم شده است. از طرفی با توجه به تابع تولید و جایگزاری (a۲۲) در تابع تولید می‌توان سری زمانی تولید در حالت پایا را به‌صورت زیر محاسبه نمود.

$$Y_t=A_0 e^{\gamma t}\left[\alpha K_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)\left(L_0 e^{nt}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad (a۲۳)$$

در ادامه به محاسبه نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا پرداخته شده است. در ابتدا تغییرات قیمت سایه نیروی کار در حالت پایا در معادله (a۱۱) را برابر با صفر قرار می‌دهیم.

از طرفی در حالت پایا و در تعادل اقتصادی رابطه (a۲۴) برای عوامل تولید برقرار است.

$$\frac{MP_L}{P_L}=\frac{MP_K}{P_K}=\frac{MP_A}{P_A} \qquad (a۲۴)$$

که در این رابطه P_L, P_K, P_A به ترتیب قیمت هر واحد دانش، سرمایه و نیروی کار است. از طرفی MP_L, MP_K, MP_A میل نهایی تولید نسبت به دانش، سرمایه و نیروی کار است.

www.SID.ir

Archive of SID

بنابراین در الگوی حل شده قیمت‌های سایه‌ای عوامل تولید یعنی $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ را می‌توان در حالت پایا قیمت عوامل تولید در نظر گرفت. پس داریم: $P_K = \lambda_1, P_A = \lambda_2, P_L = \lambda_3$

با در نظر گرفتن رابطه (a۲۴) و همچنین روابط میل نهایی به تولید برای سرمایه و نیروی کار در روابط (a۲) و (a۳) خواهیم داشت.

$$\begin{cases} \dfrac{MP_L}{P_L} = \dfrac{MP_K}{P_K} \\ MP_K = \alpha(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\dfrac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\ MP_L = (1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\dfrac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\ P_K = \lambda_1, P_A = \lambda_2, P_L = \lambda_3 \end{cases} \longrightarrow \frac{(1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\dfrac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\lambda_3} = \frac{\alpha(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\dfrac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\lambda_1} \Rightarrow \quad \text{(a۲۵)}$$

$$\frac{(1-\alpha)\left(\dfrac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\lambda_3} = \frac{\alpha\left(\dfrac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1}$$

•

از طرفی با ثابت فرض کردن قیمت نیروی کار در حالت پایا ($\dot{\lambda}_3 = 0$) از رابطه (a۱۱) داریم:

$$\dot{\lambda}_3 = \rho\lambda_3 - \left(\lambda_1(1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} + \lambda_3(n)\right) \xrightarrow{\dot{\lambda}_3=0}$$

$$\rho\lambda_3 = \left(\lambda_1(1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} + \lambda_3(n)\right) \Rightarrow \quad \text{(a۲۶)}$$

$$(\rho-n)\lambda_3 = \lambda_1(1-\alpha)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \Rightarrow$$

$$\frac{\lambda_3}{\lambda_1} = \left(\frac{1-\alpha}{\rho-n}\right)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

از برابری دو رابطه (a۲۵) و (a۲۶) کمی ساده‌سازی رابطه (a۲۷) را خواهیم داشت.

$$\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{1-\alpha}{\rho-n}\right)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{L}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \Rightarrow \frac{1}{\alpha}(K)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{1}{\rho-n}\right)(A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}(Y)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho-n}{\alpha} = (A)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{Y}{K}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \xrightarrow{\wedge\sigma} \left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma} = (A)^{\sigma-1}\left(\frac{Y}{K}\right) \Rightarrow \left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A)^{1-\sigma} = \left(\frac{Y}{K}\right) \Rightarrow \quad \text{(a۲۷)}$$

www.SID.ir

Archive of SID

$$Y=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A)^{1-\sigma}K$$

از طرفی با توجه به رابطه (۱۹) و جایگزاری رابطه (۲۷) در این رابطه داریم:

$$\begin{cases}\dot{K}=Ye^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K\\ Y=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A)^{1-\sigma}K\end{cases}\Rightarrow\dot{K}=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A)^{1-\sigma}Ke^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K\xrightarrow{A=A_0e^{xt}}$$

$$\dot{K}=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}\left(A_0e^{xt}\right)^{1-\sigma}Ke^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K\Rightarrow\dot{K}=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}e^{\gamma(1-\sigma)t}Ke^{-\gamma(1-\sigma)t}-\delta K\Rightarrow$$

$$\dot{K}=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}K-\delta K\xrightarrow{\div K}\frac{\dot{K}}{K}=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}-\delta\xrightarrow{g_K=\frac{\dot{K}}{K}}\quad(a۲۸)$$

$$g_K=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}-\delta$$

در نهایت با توجه به رابطه (۱۴) رابطه نهایی برای نرخ رشد اقتصادی در حالت پایا محاسبه خواهد شد.

$$g_y=(1-\sigma)\gamma+g_k\longrightarrow g_y=(1-\sigma)\gamma+\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}-\delta\qquad(a۲۹)$$

در ادامه به‌دنبال بررسی تأثیر کشش جانشینی نیروی کار و سرمایه بر رشد اقتصادی در حالت پایا هستیم.

$$\xrightarrow{Z=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}\Rightarrow Ln(Z)=\sigma Ln\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)+(1-\sigma)Ln(A_0)\Rightarrow\frac{dZ}{Z}=Ln\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)d\sigma-Ln(A_0)d\sigma\Rightarrow\frac{dZ}{d\sigma}=ZLn\left(\frac{\rho-n}{A_0\alpha}\right)}$$

$$\frac{dg_y}{d\sigma}=-\gamma+\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}Ln\left(\frac{\rho-n}{A_0\alpha}\right)\qquad(a۳۰)$$

در رابطه (۳۱) تغییرات نرخ رشد پایا بر اساس کشش محاسبه شده است.

$$\begin{cases}if\ \ \frac{dg_y}{d\sigma}=0\Rightarrow\gamma=\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}Ln\left(\frac{\rho-n}{A_0\alpha}\right)\\ if\ \ \frac{dg_y}{d\sigma}>0\Rightarrow\gamma<\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}Ln\left(\frac{\rho-n}{A_0\alpha}\right)\\ if\ \ \frac{dg_y}{d\sigma}<0\Rightarrow\gamma>\left(\frac{\rho-n}{\alpha}\right)^{\sigma}(A_0)^{1-\sigma}Ln\left(\frac{\rho-n}{A_0\alpha}\right)\end{cases}\qquad(a۳۱)$$

www.SID.ir

Archive of SID

Applied Economics Studies, Iran (AESI) 171

Volume 9, Number 33, Spring 2020

Calculate the Steady-State Production Trajectory for Iranian Economy (An Approach of endogenous Growth Model With CES Production Function)

Ostadzad, A. H.[1*]

Abstract

The Cobb Douglas production function was used in most economic growth models as production technology (Which has elasticity of substitution equal one). In this research, the Ramsy growth model is extended with CES production function (production function with constant elasticity of substitution, not one). After solving the optimal control problem, the optimal trajectory of economic variables (production and capital) is calculated in steady state for Iranian economy. The results show that production and capital are significantly lower than the steady state level. One of the innovations of this paper is to investigate the effect of elasticity of substitution on optimal trajectory of economic variables as well as economic growth in steady state. The results indicate the elasticity of substitution will have a negative impact on the growth in steady state. Theoretical results of the research show that assuming elasticity of substitution equal one, the technology growth rate is not significant effect on the economic growth rate in the long run. But given elasticity of substitution below one, the steady growth rate of production will depend on technology and population growth rates. Therefore, specifically considering the CES production function rather than the Cob Douglas in the growth model would have quite different results. Also in this research was calculated the economic growth rate for Iranian economies equal 6.9 percent. Other results show that the production realized for Iran had not been in steady state trajectory and Iranian economy is in deep recession in 2018.we show that the reason of this recession is decreasing of investment.

Keywords: CES Production Function, Growth models, Genetic Algorithm, Constant Elasticity of Substitution.

JEL Classification: O41, O40, D24, B55.

1. Assistant Professor of Economics, Larestan Higher Education Complex **Email:** a.ostadzad@lar.ac.ir

www.SID.ir