



بررسی دو روش آزمایشگاهی تماسی و غیرتماسی در بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی ورق‌های مستطیلی نازک

پوریا اولیازاده^۱ و انوشیروان فرشیدیانفر^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

^۲ استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۱۱/۱۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۶/۱۲/۱۱۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۲/۱۷

چکیده

در این مقاله دو روش آزمایشگاهی تماسی و غیرتماسی برای تحریک ارتعاشی یک ورق مستطیلی نازک با شرایط مرزی گیردار در هر چهار لبه آن به کار رفته است. در روش تماسی، از یک چکش مودال برای اعمال ضربه به سطح ورق استفاده شده و در روش غیرتماسی، سه بلندگو برای فرستادن سیگنال نویز سفید و تحریک ورق به کار رفته است. بلندگوها سه محدوده فرکانسی پایین، متوسط و بالا را پوشش می‌دهند. موقعیت‌های مختلفی برای اتصال شتاب‌سنج روی ورق پیشنهاد شده است تا بهترین موقعیتی مشخص شود که بتواند بیشترین فرکانس‌های طبیعی را اندازه‌گیری کند. مقایسه دو روش تحریک نشان می‌دهد که روش غیرتماسی در فرکانس‌های متوسط و بالا کارایی بهتری دارد؛ درحالی‌که روش تماسی در فرکانس‌های پایین عملکرد بهتری دارد. یک روش تحلیلی-تقریبی بر اساس روش رایلی-ریتز نیز، برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی ورق مستطیلی نازک به صورت تئوری ارائه شده و فرکانس‌های طبیعی بدست آمده به دو روش آزمایشگاهی با نتایج تئوری مقایسه شده است.

کلمات کلیدی: روش تماسی؛ روش غیرتماسی؛ ورق مستطیلی نازک؛ فرکانس طبیعی.

Experimental Investigation on Natural Frequencies of Thin Rectangular Plates Using Contact and Non-Contact Methods

P. Oliyazadeh¹, A. Farshidianfar^{2,*}

¹ Ph.D. Student, Mech. Eng., Ferdowsi Univ., Mashhad, Iran.

² Professor, Mech. Eng., Ferdowsi Univ., Mashhad, Iran.

Abstract

In this paper, two excitation methods, namely contact and non-contact methods were used to excite a thin rectangular plate with clamped boundary conditions at all four edges. A modal hammer was used to apply an impact on the surface of the plate in the contact method while for the non-contact method, three loudspeakers were utilized to excite the plate by emitting a white noise signal. The loudspeakers covered low, medium and high ranges of frequency. Different positions for excitation point were suggested in order to find the best position in which the accelerometer is more capable of measuring the vibration of plate surface at natural frequencies. By comparing two types of excitation, the non-contact method was discovered to have advantages over contact method in medium and high frequency ranges and the contact method had better performance in low frequency range. An approximate analytical method based on Rayleigh-Ritz method was also studied in order to compare and validate the experimental results in predicting natural frequencies of a thin rectangular plate.

Keywords: Contact Method; Non-Contact Method; Thin Rectangular Plate; Natural Frequency.

۱- مقدمه

مطالعه ارتعاشات ورق‌ها به دلیل کاربرد آن‌ها در حوزه‌های مختلف مهندسی، از اهمیت بسزایی برخوردار است. ورق‌ها در ساختمان‌ها، پل‌ها، سازه‌های دریایی، قطعات خودرو و همچنین سازه‌های هوایی کاربرد دارند. ورق به صورت یک جسم صلب تعریف می‌شود که توسط دو صفحه موازی محدود شده است. فاصله بین این دو صفحه، ضخامت ورق نامیده می‌شود که در مقایسه با سایر ابعاد ورق کوچک است. در چند دهه گذشته تحقیقات متعددی در زمینه یافتن فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ورق‌ها انجام شده است. دلیل اصلی، این است که فرکانس‌های طبیعی ورق و ارتعاشات آن، اثر قابل توجهی روی عملکرد سازه آن دارد.

با مطالعه مقالات مشخص می‌شود، پاسخ تحلیلی ورق‌های مستطیلی محدود به شرایط مرزی معینی است؛ بنابراین، روش‌های تحلیلی-تقریبی و عددی به منظور بررسی ارتعاشی ورق‌های مستطیلی توسعه داده شدند. لیسا [۱]، مروری بر ۲۱ شرط مرزی مختلف برای ورق‌های مستطیلی بر اساس روش رایلی-ریتز ارائه داد. موضوع حائز اهمیت در کاربرد این روش، انتخاب تابع تغییر مکان مناسب برای ورق است. در گزارش لیسا از توابع تیر استفاده شده است. ماک‌هوپادهایی [۲]، نشان داد که توابع مشخصه تیر که شرایط مرزی دو سر آزاد را برای تیر ارضا می‌کند، در مورد ورق با لبه‌های آزاد کاربرد ندارد. دیکنسون و دی بلاسیو [۳]، استفاده از توابع چندجمله‌ای متعامد را در روش رایلی-ریتز برای مطالعه ارتعاشات و کماتش ورق پیشنهاد دادند. لی و لیم [۴]، اصل رایلی را برای بدست آوردن مودهای اصلی یک ورق مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی ساده به کار برد. میزوساوا [۵]، از توابع بی-اسپلاین در روش رایلی-ریتز، به منظور تحلیل حرکت ارتعاشی ورق‌های مستطیلی با لبه‌های آزاد استفاده نمود. باردل [۶] روش المان محدود را برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق‌های مستطیلی به کار برد. بهات و ماندکور [۷]، معادله دیفرانسیلی نسبی را به معادله دیفرانسیلی معمولی کاهش دادند و از روش رایلی-ریتز برای پیدا کردن توابع مشخصه استفاده کردند. راجالینگهام و همکاران [۸]، این رویکرد را جهت بدست آوردن نتایج دقیق-تر بهینه نمودند. خورشیدی و همکاران [۹]، از روش رایلی-ریتز برای بررسی ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد

تابعی استفاده کردند. قدیریان و همکاران [۱۰]، از روش ریتز برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی و پیدا کردن شکل مود-های ورق‌های مرکب بهره جستند.

همانطور که مشاهده می‌گردد، روش رایلی-ریتز کاربرد گسترده‌ای داشته است. البته این یک روش تقریبی است و دقت آن وابسته به انتخاب توابع تغییر شکل است. این روش برای مسائل ارتعاشی با شرایط مرزی پیچیده قابل استفاده نیست؛ بنابراین، محققان از روش‌های دیگری برای بدست آوردن نتایج دقیق بهره جستند. روش‌های عددی مانند، روش المان محدود [۱۱-۱۳] و روش تفاضل محدود [۱۴ و ۱۵]، روش‌های قدرتمندی برای تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق-های مستطیلی با شرایط مرزی پیچیده به شمار می‌آیند. علاوه بر این، روش‌های تحلیلی دیگری برای حل معادله دیفرانسیل نسبی حرکت ورق از مرتبه چهار معرفی شده است [۱۶ و ۱۷].

نتایج بدست آمده از روش‌های تحلیلی و عددی، بایستی با نتایج قابل اعتماد مقایسه شوند. از این رو، مطالعات آزمایشگاهی نیز، جهت ارائه داده‌های واقعی و اعتبارسنجی روش‌های تئوری و عددی، اهمیت قابل توجهی دارند. بنامار و همکاران [۱۸]، آزمایش‌هایی جهت تخمین پاسخ دینامیکی یک ورق مستطیلی با دامنه ارتعاشات زیاد انجام دادند. آن‌ها از دو نوع تحریک استفاده کردند؛ تحریک نقطه‌ای با استفاده از یک محرک الکترو دینامیک و تحریک گسترده با انتشار موج در یک لوله به منظور دستیابی به دامنه ارتعاشات زیاد. لو و همکاران [۱۹]، آزمایش مودالی برای بررسی اثر جرم متمرکز روی فرکانس‌های طبیعی ورق‌ها انجام دادند. آن‌ها از دستگاه تکان‌دهنده^۱ برای پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی استفاده کردند. روش تحریک ضربه‌ای با استفاده از چکش [۲۰] یا آونگ [۲۱] نیز، مورد استفاده قرار گرفته است. در تحریک ضربه‌ای پس از اعمال ضربه، ورق در فرکانس‌های طبیعی خود ارتعاشات آزاد خواهد داشت. اکثر روش‌های آزمایشگاهی بر مبنای روش تماسی هستند که تأثیراتی از جنس بارگذاری جرمی روی پاسخ فرکانسی سیستم دارند.

هدف اصلی این مقاله، بررسی مزایا و معایب دو روش آزمایشگاهی در پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی ورق‌های

^۱ Shaker

جابه‌جایی ورق به دلیل فرض ارتعاشات آزاد، هارمونیک در نظر گرفته می‌شود.

$$w(x, y, t) = W(x, y) \sin(\omega t) \quad (3)$$

که در آن ω فرکانس طبیعی و W دامنه جابه‌جایی ورق است. با جایگذاری معادله ۳ در معادله ۱، معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات آزاد ورق بدست می‌آید.

$$D \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) - \rho h \omega^2 W = 0 \quad (4)$$

با استفاده از روش رایلی-ریتز، می‌توان دامنه جابه‌جایی عرضی ورق را به صورت رابطه (۵) نوشت.

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} X_m(x) Y_n(y) \quad (5)$$

که در آن $X_m(x)$ و $Y_n(y)$ به ترتیب، توابع شکل مود ارتعاشی در راستاهای x و y هستند. m و n نیز به ترتیب، اعداد مود در راستاهای x و y می‌باشند. توابع شکل مود بایستی شرایط مرزی ورق را ارضا نمایند. در این مقاله شرایط مرزی هر چهار لبه ورق، گیردار در نظر گرفته شده است.

$$W(x, y) = \frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = 0; \quad x = 0, l_x \quad (6)$$

$$W(x, y) = \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = 0; \quad y = 0, l_y \quad (7)$$

با استفاده از توابع مشخصه مرتبط با شرط مرزی گیردار، توابع شکل مود زیر حاصل می‌شود [۱].

$$X_m(x) = \left[\cosh\left(\frac{k_m x}{l_x}\right) - \cos\left(\frac{k_m x}{l_x}\right) \right] - \frac{\cosh(k_m) - \cos(k_m)}{\sinh(k_m) - \sin(k_m)} \left[\sinh\left(\frac{k_m x}{l_x}\right) - \sin\left(\frac{k_m x}{l_x}\right) \right] \quad (8)$$

$$Y_n(y) = \left[\cosh\left(\frac{k_n y}{l_y}\right) - \cos\left(\frac{k_n y}{l_y}\right) \right] - \frac{\cosh(k_n) - \cos(k_n)}{\sinh(k_n) - \sin(k_n)} \left[\sinh\left(\frac{k_n y}{l_y}\right) - \sin\left(\frac{k_n y}{l_y}\right) \right] \quad (9)$$

که در آن k_m و k_n به ترتیب، ریشه‌های معادلات ۸ و ۹ می‌باشند.

$$\cosh(k_m) \cos(k_m) - 1 = 0 \quad (10)$$

$$\cosh(k_n) \cos(k_n) - 1 = 0 \quad (11)$$

آنگاه، فرکانس‌های طبیعی یک ورق مستطیلی گیردار به صورت زیر می‌باشد [۲۲].

مستطیلی نازک است. در روش اول که روش تماسی است، از یک چکش مودال در آزمایش استفاده شد و در روش دوم که روش غیرتماسی است، از سه بلندگو جهت تحریک آکوستیکی ورق بهره برده شد. این سه بلندگو توانایی انتشار امواج را در محدوده‌های فرکانسی پایین، متوسط و بالا دارا بودند. مشخص شد که تحریک آکوستیکی در فرکانس‌های متوسط و بالا بر روش تماسی برتری دارد. موقعیت شتاب‌سنج روی سطح ورق نیز، در آزمایش‌ها بررسی شد تا بتوان بهترین مکانی را تعیین کرد که در آن بیشترین فرکانس با دامنه واضح حاصل می‌شود؛ همچنین، فرکانس‌های طبیعی ورق بر اساس روش رایلی-ریتز نیز بدست آمد و با مقایسه آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی، اعتبار روش‌های آزمایشگاهی و تحلیلی بررسی شد.

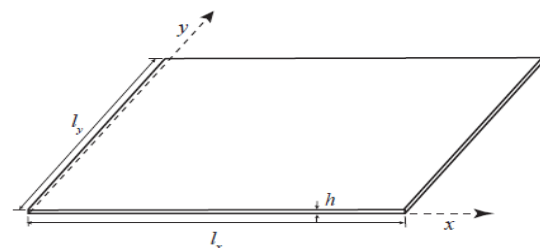
۲- مدل تئوری

یک ورق مستطیلی به طول l_x ، عرض l_y و ضخامت یکنواخت h در نظر بگیرید که در صفحه $x-y$ همانند شکل ۱ قرار گرفته است. ورق، آیزوتروپیک، همگن و الاستیک است و مدول الاستیسیته آن E ، ضریب پواسون آن ν و چگالی آن ρ است. معادله دیفرانسیل حرکت ورق برای تغییر مکان‌های کوچک را می‌توان با نوشتن روابط تعادل نیروها و گشتاورها برای جزئی از ورق و استفاده از قانون هوک بدست آورد.

$$D \left(\frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

که در آن $w(x, y, t)$ ، جابه‌جایی عرضی و D ، صلبیت خمشی ورق است که به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$



شکل ۱- ورق مستطیلی نازک

ورق فلزی توسط دو روش مختلف تحریک شد؛ روش تحریک تماسی که در آن از چکش مودال برای تحریک فرکانس‌های طبیعی ورق استفاده شد و روش تحریک غیرتماسی که در آن از بلندگو جهت تحریک آکوستیکی فرکانس‌های طبیعی بهره برده شد. نقاط مختلفی برای اتصال شتاب‌سنج (شتاب‌سنج B&K از نوع ۴۳۷۵ با جرم ۲/۴ گرم) روی ورق انتخاب شد که از آن میان چهار نقطه با توجه به تقارن هندسی ورق تمام سطح آن را پوشش می‌دادند. موقعیت این نقاط، در شکل ۳ نمایش داده شده است. موقعیت ۱ از مرزها فاصله دارد، موقعیت ۶ مرکز ورق است، موقعیت ۷ نزدیک به مرز سمت راست و موقعیت ۸، نزدیک به مرز بالا قرار دارد.

دلیل انتخاب این چهار نقطه این است که پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی ورق با اتکا به نتایج فقط یک نقطه دقیق و قابل اعتماد نیست؛ زیرا در بعضی نقاط برخی از فرکانس‌های طبیعی ورق اصلاً تحریک نمی‌شوند یا دامنه قله مربوط به آن‌ها در نمودار طیف فرکانسی بسیار کوچک بوده و به راحتی قابل تشخیص نمی‌باشد. در ادامه بررسی جامع و کاملی از موقعیت‌های مختلف اندازه‌گیری و دو روش تحریک ارائه خواهد شد. شتاب‌سنج پس از قرارگرفتن روی ورق به تقویت‌کننده B&K نوع ۲۶۴۷B وصل شد و از طریق آن به سیستم تحلیل چندگانه پالس ۳۵۶۰ متصل گشت. اندازه‌گیری‌های انجام شده، توسط نرم‌افزار پالس ۱۰/۱ تحلیل شدند.



شکل ۳- چهار موقعیت اتصال شتاب‌سنج بر روی ورق مشخص شده با دایره قرمز رنگ

$$\omega_{nm} = \left(\frac{\pi}{l_x}\right)^2 \times \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left[G_m^4 + G_n^4 \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^4 + 2 \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 \right] [vH_m H_n + (1-v)J_m J_n]} \quad (12)$$

که در آن

$$G_m = \begin{cases} 1.506 & m = 2 \\ m - 0.5 & m > 2 \end{cases} \quad (13)$$

$$G_n = \begin{cases} 1.506 & n = 2 \\ n - 0.5 & n > 2 \end{cases} \quad (14)$$

و

$$H_m = J_m = \begin{cases} 1.248 & m = 2 \\ (m - 0.5)^2 \left[1 - \frac{2}{\pi(m - 0.5)} \right] & m > 2 \end{cases} \quad (13)$$

$$H_n = J_n = \begin{cases} 1.248 & n = 2 \\ (n - 0.5)^2 \left[1 - \frac{2}{\pi(n - 0.5)} \right] & n > 2 \end{cases} \quad (14)$$

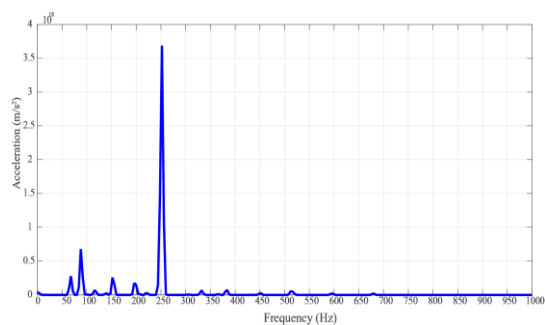
۳- مدل آزمایشگاهی

آزمایش‌های متعددی روی یک ورق مستطیلی از جنس فولاد گالوانیزه با مدول الاستیسیته $E = 200 \text{GPa}$ ، چگالی $\rho = 7850 \text{kg/m}^3$ و ضریب پواسون $\nu = 0.28$ انجام شد. هر چهار لبه ورق، دارای شرایط مرزی گیردار است و طول، عرض و ضخامت آن به ترتیب، ۱.۰۴m، ۰.۶۰۹m و ۱.۲۷mm است. شکل ۲، ورق تحت بررسی را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، به منظور حصول شرایط مرزی گیردار، ورق از چهار طرف توسط دو ردیف پیچ و مهره به چارچوب‌های فولادی محکم مقید شده است.

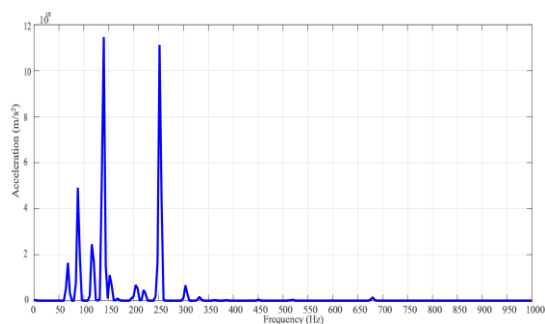


شکل ۲- ورق مستطیلی تحت آزمایش

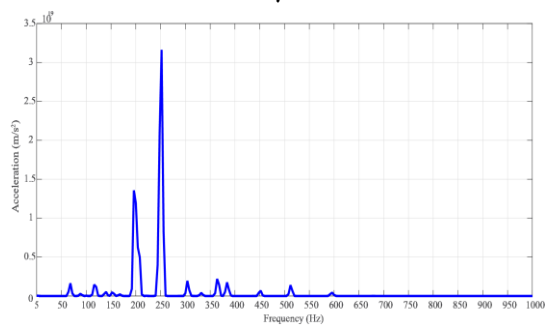
فرکانس ۲۵۰ Hz در تمامی شکل‌های ۴-۷ به‌وضوح قابل تشخیص است، به غیر از شکل‌های ۵الف و ۵ب که در آن‌ها شتاب‌سنج در وسط ورق مستطیلی نصب شده است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴- نمودار FFT مربوط به روش تحریک تماسی برای شتاب‌سنج در موقعیت ۱: (الف) ضربه در موقعیت ۶؛ (ب) ضربه در موقعیت ۷؛ (ج) ضربه در موقعیت ۸

۵- روش تحریک غیر تماسی

روش تحریک آکوستیکی به‌عنوان یک روش غیر تماسی در مطالعه ارتعاشات ورق‌های مستطیلی، مورد بررسی قرار گرفت. سه بلندگو ساخت کمپانی Community (نوع M4، EM282 و VHF100)، جهت فرستادن سیگنال‌های نویز

۴- روش تحریک تماسی

روش تحریک تماسی که در آن از چکش مودال یا دستگاه تکان‌دهنده استفاده می‌شود، یکی از روش‌های پرکاربرد به‌کار رفته توسط محققان است که از آن برای مطالعه ارتعاشی سازه‌های جدارنازک بهره برده‌اند. به‌دلیل آنکه پس از اعمال ضربه بوسیله چکش مودال، نیروی تحریک در سیستم باقی نمی‌ماند؛ ورق می‌تواند در فرکانس‌های طبیعی خود آزادانه نوسان نماید؛ بنابراین، روش تحریک تماسی با استفاده از چکش مودال در اینجا برای بررسی رفتار ارتعاشی ورق مستطیلی استفاده شده است.

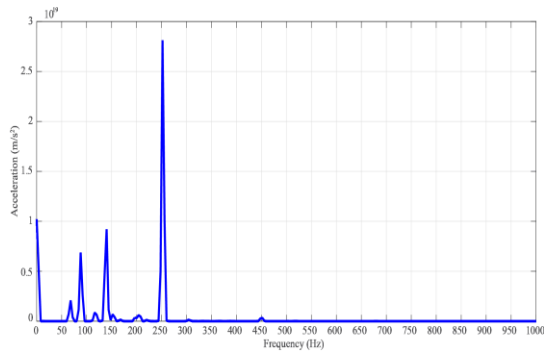
دو پارامتر مهم که روی نتایج تأثیرگذار است، انتخاب مکان‌های مناسب برای اتصال شتاب‌سنج به ورق و اعمال ضربه توسط چکش است. برای پیدا کردن بهترین موقعیت، بایستی کل ورق را مورد بررسی قرار داد. از این‌رو، چهار مکان مختلف که پوشش دهنده تمام ورق هستند، برای انجام آزمایش در نظر گرفته شد. برای هر مکان انتخابی، سه آزمایش انجام شد. برای مثال، هنگامی که شتاب‌سنج در نقطه ۱ متصل شده، ضربه بوسیله چکش در سه نقطه دیگر (۶، ۷ و ۸) اعمال شده است. نمودارهای FFT^۱ بدست آمده برای هر نقطه در شکل‌های ۴-۷ نمایش داده شده است و همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج برای نقاط مختلف اتصال شتاب‌سنج و محل اعمال ضربه متفاوت است.

ملاحظه می‌شود که برخی مودهای طبیعی در بازه فرکانسی ۱۰۰-۰ Hz، بهتر از مودهای دیگر تحریک شده‌اند و روش تحریک تماسی نتوانسته است، بعضی مودها را به خوبی تحریک کند، به‌طوریکه به‌راحتی به‌عنوان فرکانس طبیعی ورق، قابل تشخیص نیستند؛ همچنین فرکانس‌های بیشتر از ۷۰۰ Hz اصلاً شناسایی نشده‌اند؛ زیرا هیچ قله محسوسی از آن‌ها در نمودارهای FFT وجود ندارد. بیشتر قله‌های مشخص در روش تحریک تماسی در محدوده فرکانسی کمتر از ۳۰۰ Hz می‌باشند و تعدادی قله با دامنه کم در بازه فرکانسی ۳۰۰ Hz-۷۰۰ Hz قرار دارد. بایستی توجه شود که برخی مودها با توجه به محل نصب شتاب‌سنج و محل ضربه بهتر تحریک شده‌اند؛ برای نمونه، قله مربوط به

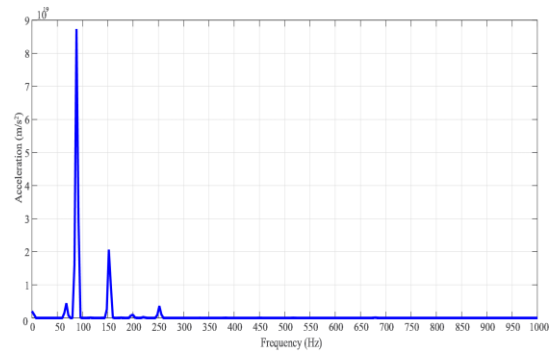
^۱ Fast Fourier Transform

فرکانسی پایین (۲۰۰۰ Hz-۲۰۰ Hz)، متوسط (۱۲۰۰۰ Hz-۱۰۰۰۰ Hz) و بالا (۱۸۰۰۰ Hz-۱۸۰۰ Hz) را پوشش دادند. آزمایش مودال، به روش تحریک غیرتماسی در یک اتاق

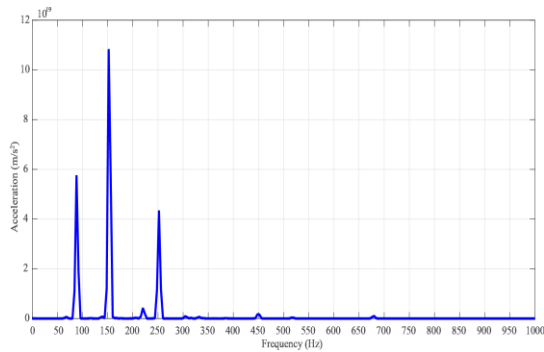
سفید استفاده شد. نویز سفید سیگنالی تصادفی است که تابع چگالی توان آن در همه فرکانس‌ها به‌طور یکنواخت توزیع شده است [۲۳]. بلندگوهای مورد استفاده سه محدوده



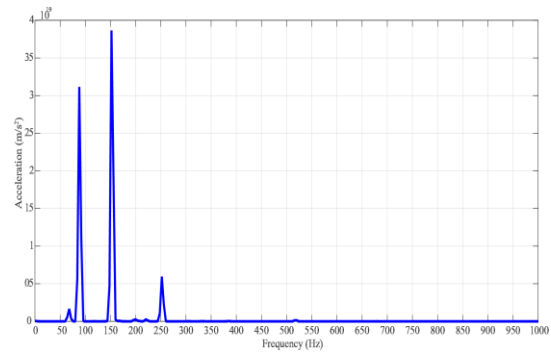
(الف)



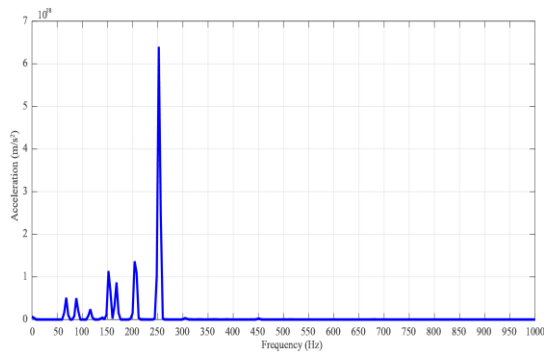
(الف)



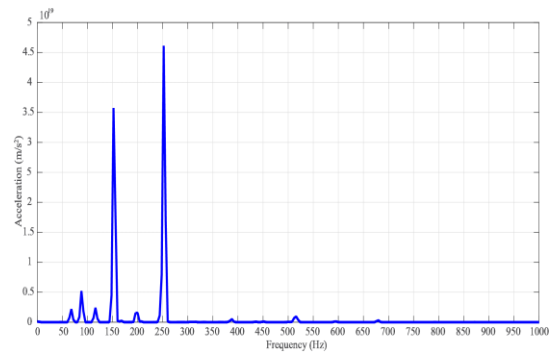
(ب)



(ب)



(ج)



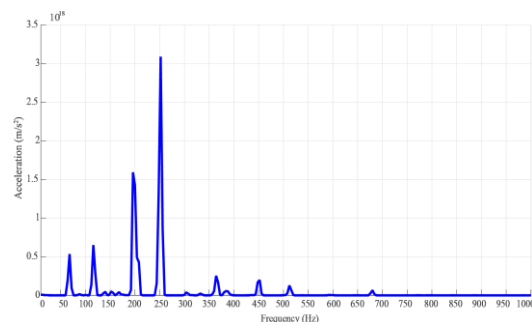
(ج)

شکل ۶- نمودار FFT مربوط به روش تحریک تماسی برای شتاب‌سنج در موقعیت ۷: (الف) ضربه در موقعیت ۱؛ (ب) ضربه در موقعیت ۶؛ (ج) ضربه در موقعیت ۸

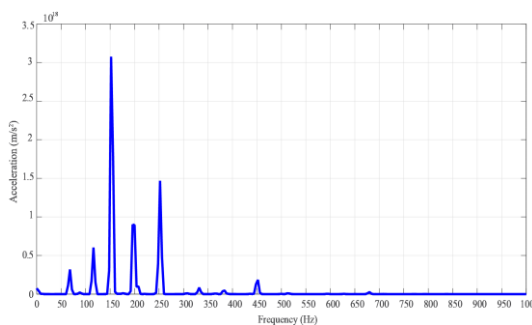
شکل ۵- نمودار FFT مربوط به روش تحریک تماسی برای شتاب‌سنج در موقعیت ۶: (الف) ضربه در موقعیت ۱؛ (ب) ضربه در موقعیت ۷؛ (ج) ضربه در موقعیت ۸

هندسی آن‌ها روی ورق باشد. برای این منظور، اتاق پربازتاب باید به‌گونه‌ای طراحی شود که میدان صوتی در آن دارای توزیع انرژی یکنواخت باشد. برای رسیدن به این هدف، بهتر است سطوح اتاق سخت باشند تا امواج صوتی که به دیوارهای اتاق برخورد می‌کنند، به داخل اتاق بازگردانده شوند. با توجه به اینکه در انجام آزمایش به روش تحریک غیرتماسی، هدف بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی ورق جدارنازک با اتصال شتابسنج در نقاط مختلف سطح ورق و معرفی بهترین محل نصب شتابسنج می‌باشد؛ لازم است فشار آکوستیکی در تمامی نقاط سطح ورق یکسان و تنها عامل متغیر، محل اتصال شتابسنج باشد. از این رو، یکنواخت بودن توزیع انرژی آکوستیکی در اتاق و یکنواخت بودن تابع چگالی توان در فرکانس‌های مختلف سبب می‌شود که میدان آکوستیکی در اتاق دارای فشار صوتی یکسانی باشد؛ در نتیجه، شرایط مناسب برای انجام آزمایش فراهم می‌شود. شکل ۹ سطح فشار صوت را برای سه نقطه مختلف در اتاق نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که سطح فشار صوت در فرکانس‌های پایین، متوسط و بالا برای این سه موقعیت مکانی مختلف، تقریباً یکسان است؛ بنابراین، شرایط مناسب و لازم برای یک اتاق پربازتاب فراهم شده است.

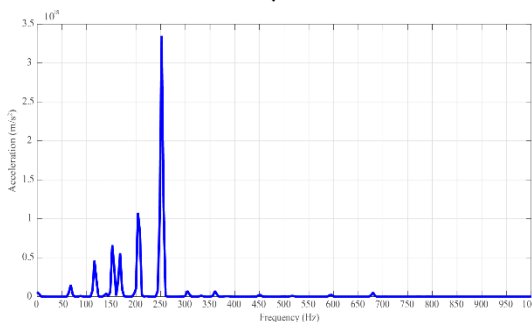
نمودارهای FFT بدست آمده از روش تحریک غیرتماسی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. آزمایش مودال برای چهار موقعیت مختلف شتابسنج روی ورق مستطیلی جدار نازک صورت گرفته است. ملاحظه می‌شود که امواج صوتی فرکانس‌های بالاتر از ۵۰۰ Hz را به راحتی تحریک کرده‌اند. روش تحریک غیرتماسی برخلاف روش تماسی که در محدوده فرکانسی کمتر از ۳۰۰ Hz موثر بود، در محدوده فرکانسی بین ۵۰۰ Hz تا ۲۰۰۰ Hz و تا حدی در فرکانس‌های بالا، کارآمد است. مشابه نتایج ارائه شده در شکل‌های ۴-۷، موقعیت شتابسنج نقش مهمی در تحریک مدهای طبیعی ایفا کرده است؛ بنابراین، دستیابی به یک روش توانمند در تحریک اکثر فرکانس‌های طبیعی ورق در بازه مورد علاقه، اهمیت زیادی دارد. در بخش بعدی، پس از مقایسه نتایج دو روش تحریک تماسی و غیرتماسی، نتیجه‌گیری سودمندی ارائه می‌گردد.



(الف)



(ب)

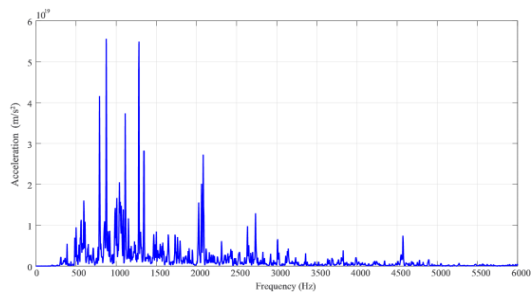


(ج)

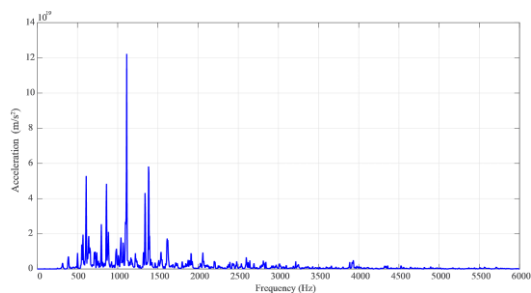
شکل ۷- نمودار FFT مربوط به روش تحریک تماسی برای شتابسنج در موقعیت ۸: (الف) ضربه در موقعیت ۱؛ (ب) ضربه در موقعیت ۶؛ (ج) ضربه در موقعیت ۷

پربازتاب^۱ انجام شد که تصویری از اتاق در شکل ۸ آورده شده است. دلیل این امر آن است که فشار صوت در تمامی نقاط ورق مستطیلی بایستی یکسان باشد؛ به طوری که عامل تحریک با تغییر محل نصب شتابسنج روی ورق دچار تغییر نشود و تنها وجه تمایز بین نقاط مختلف اتصال شتابسنج، دوری و نزدیکی آن‌ها از مرزها و به عبارت دیگر، موقعیت

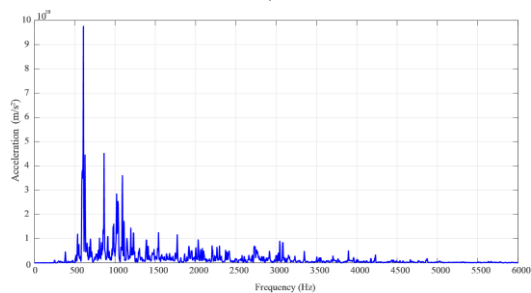
^۱ Reverberation Chamber



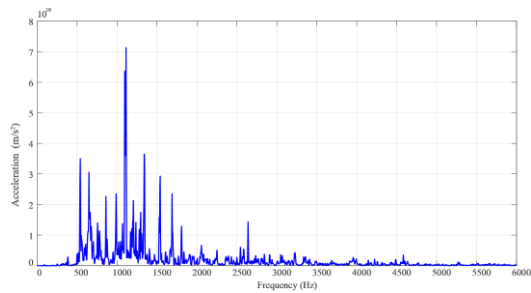
(الف)



(ب)



(ج)



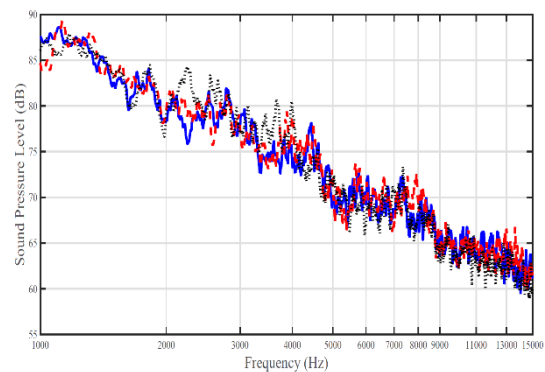
(د)

شکل ۱۰- نمودار FFT مربوط به روش تحریک غیر تماسی؛
 (الف) شتاب‌سنج در موقعیت ۱؛ (ب) شتاب‌سنج در موقعیت ۶؛
 (ج) شتاب‌سنج در موقعیت ۷؛ (د) شتاب‌سنج در موقعیت ۸

توجه به اینکه روش تماسی فقط توانایی تشخیص فرکانس‌های طبیعی در بازه فرکانسی پایین را دارد، فرکانس‌های طبیعی که در محدوده فرکانسی ۵۰۰- Hz



شکل ۸- نمایی از اتاق پربازتاب و ورق مستطیلی تحت آزمایش



شکل ۹- نمودار سطح فشار صوت برای سه موقعیت مکانی مختلف در اتاق پربازتاب

۶- بحث و بررسی نتایج

هدف اصلی این مقاله مطالعه ارتعاشات آزاد ورق‌های مستطیلی جدارنازک با شرایط مرزی گیردار بر پایه روش‌های آزمایشگاهی و معرفی روشی کارآمد و موثر در تحریک فرکانس‌های طبیعی ورق می‌باشد. برای این منظور دو روش مختلف تحریک، روش تماسی و روش غیرتماسی، استفاده شد. برای اعتبارسنجی دو روش آزمایشگاهی، روش تحلیلی- تقریبی رایلی-ریتز جهت مقایسه نتایج آزمایشگاهی با تئوری انتخاب شد. همانطور که در مقدمه اشاره شد، روش رایلی-ریتز به‌صورت گسترده برای یافتن فرکانس‌های طبیعی ورق‌های نازک با شرایط مرزی مختلف به‌کار رفته است. داده‌های آزمایشگاهی و تحلیلی برای سه بازه فرکانسی پایین، متوسط و بالا در جداول ۱-۴ با یکدیگر مقایسه شده است. با

نتایج آزمایشگاهی و تئوری وجود دارد و درصد خطا به‌ویژه در بازه‌های فرکانسی متوسط و بالا کم است که حاکی از صحت انجام آزمایش‌ها و قابل اعتماد بودن نتایج آن می‌باشد. همانطور که در شکل‌های ۴-۷ و ۱۰ مشاهده شد، روش تحریک تماسی در پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی در بازه فرکانسی پایین مفید است و برای بازه‌های فرکانسی متوسط و بالا بهتر است، از روش تحریک غیرتماسی استفاده شود. به منظور درک بهتر عملکرد دو روش تحریک تماسی و غیرتماسی، مقایسه‌ای بین این دو روش برای زمانی صورت گرفت که شتاب‌سنج در موقعیت ۱ نصب شده باشد. شکل ۱۱ این مقایسه را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌گردد

جدول ۳- مقایسه فرکانس‌های طبیعی بدست آمده به دو روش آزمایشگاهی و تحلیلی در محدود فرکانسی

شماره مود		فرکانس طبیعی (Hz)		خطا (%)
m	n	نتایج آزمایشی	نتایج تئوری	
۸	۵	۲۰۲۸	۲۰۰۶	۱/۱
۱۰	۳	۲۰۶۰	۲۰۳۸	۱/۱
۱۰	۴	۲۲۰۴	۲۲۰۰	۰/۲
۵	۶	۲۲۵۲	۲۲۳۲	۰/۹
۶	۶	۲۲۹۶	۲۲۹۱	۰/۲
۷	۶	۲۳۷۲	۲۳۸۲	۰/۴
۱۰	۵	۲۴۴۴	۲۴۸۳	۱/۶
۸	۶	۲۵۴۰	۲۵۱۲	۱/۱
۹	۶	۲۶۳۶	۲۶۸۶	۱/۹
۱	۷	۲۸۴۴	۲۸۸۶	۱/۴
۴	۷	۲۹۰۸	۲۹۰۷	۰/۰۳
۵	۷	۲۹۲۴	۲۹۳۴	۰/۳

جدول ۴- مقایسه فرکانس‌های طبیعی بدست آمده به دو روش آزمایشگاهی و تحلیلی در محدود فرکانسی

شماره مود		فرکانس طبیعی (Hz)		خطا (%)
m	n	نتایج آزمایشی	نتایج تئوری	
۶	۷	۳۰۱۲	۲۹۸۰	۱/۱
۷	۷	۳۰۴۴	۳۰۵۰	۰/۲
۸	۷	۳۱۴۴	۳۱۵۳	۰/۳
۹	۷	۳۲۳۶	۳۲۹۳	۱/۷
۷	۸	۳۸۲۸	۳۸۳۶	۰/۲

هستند و در جدول ۱ ارائه شده‌اند از روش تماسی بدست آمده‌اند و سایر فرکانس‌های طبیعی به روش غیرتماسی تعیین شده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌گردد، تطابق بسیار خوبی بین

جدول ۱- مقایسه فرکانس‌های طبیعی بدست آمده به دو روش آزمایشگاهی و تحلیلی در محدود فرکانسی ۰-۱۰۰۰Hz

شماره مود		فرکانس طبیعی (Hz)		خطا (%)
m	n	نتایج آزمایشی	نتایج تئوری	
۲	۱	۱۴۰	۱۳۴	۴/۵
۱	۱	۱۵۲	۱۴۲	۷/۰
۳	۱	۲۵۲	۲۳۸	۵/۹
۱	۲	۳۰۴	۳۱۵	۳/۵
۲	۲	۳۳۲	۳۵۴	۶/۲
۳	۲	۳۸۴	۳۹۴	۲/۵
۴	۲	۴۵۲	۴۸۳	۶/۴
۵	۱	۵۶۱	۵۴۴	۳/۱
۵	۲	۶۴۸	۶۲۲	۴/۲
۳	۳	۶۸۰	۶۶۷	۱/۹
۴	۳	۷۰۴	۷۲۴	۲/۸
۶	۱	۷۸۰	۷۵۲	۳/۷
۵	۳	۸۰۸	۸۲۳	۱/۸
۶	۳	۹۲۰	۹۷۳	۵/۴

جدول ۲- مقایسه فرکانس‌های طبیعی بدست آمده به دو روش آزمایشگاهی و تحلیلی در محدود فرکانسی ۱۰۰۰-۲۰۰۰Hz

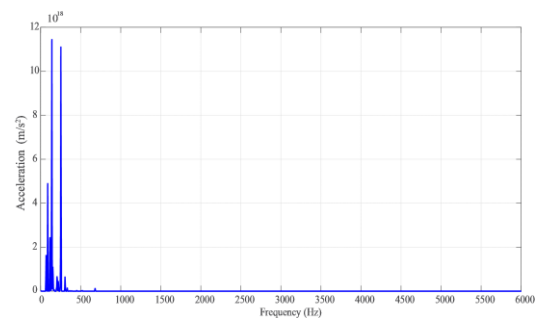
شماره مود		فرکانس طبیعی (Hz)		خطا (%)
m	n	نتایج آزمایشی	نتایج تئوری	
۱	۴	۱۰۲۰	۱۰۳۹	۱/۸
۲	۴	۱۰۴۰	۱۰۴۶	۰/۶
۳	۴	۱۰۶۸	۱۰۶۲	۰/۶
۴	۴	۱۰۸۸	۱۰۹۹	۱/۰
۵	۴	۱۱۱۲	۱۱۶۷	۴/۷
۷	۳	۱۱۴۸	۱۱۷۲	۲/۰
۸	۱	۱۲۲۸	۱۲۷۷	۳/۸
۸	۲	۱۳۴۰	۱۳۰۹	۲/۴
۸	۳	۱۳۹۰	۱۴۱۷	۱/۹
۷	۴	۱۴۶۸	۱۴۳۴	۲/۴
۱	۵	۱۵۴۰	۱۵۵۲	۰/۸
۵	۵	۱۶۴۸	۱۶۴۰	۰/۵
۷	۵	۱۸۳۶	۱۸۴۰	۰/۲

که نمودارهای FFT بدست آمده از اتصال شتاب‌سنج به مرکز ورق را نشان می‌دهد، ملاحظه می‌شود که مودهای متقارن مانند $(m,n) = \{(1,1), (3,1)\}$ به خوبی تحریک شده‌اند؛ ولی مودهای ضدتقارن مانند $(m,n) = \{(1,2), (2,1)\}$ ، اصلاً مورد تحریک قرار نگرفته‌اند. نتیجه مشابهی با مقایسه شکل‌های ۱۰ الف و ۱۰ ب در تحریک غیرتماسی، حاصل می‌شود. برای نمونه مودهای $(m,n) = \{(1,3), (5,4)\}$ از مود $(m,n) = \{(6,2)\}$ هنگامی که شتاب‌سنج در مرکز ورق نصب گردیده، بهتر تحریک شده است. همچنین با توجه به نمودارهای FFT در شکل‌های ۴ و ۱۰ الف می‌توان این نتیجه را گرفت که محل نصب و تحریک اگر از مرزها دور باشد، مودهای بیشتری قابل شناسایی است و فرکانس‌های طبیعی در محدوده فرکانسی بالا راحت‌تر قابل تشخیص هستند.

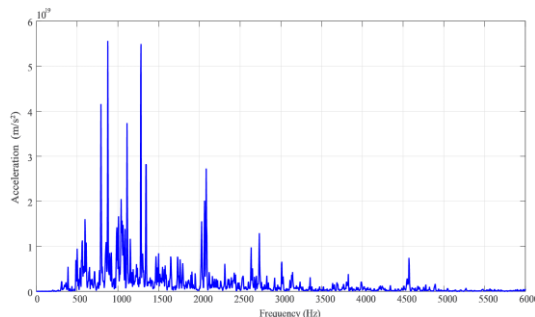
۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی روی ورق‌های مستطیلی جدار نازک انجام شد. تعدادی از فرکانس‌های طبیعی ورق در محدوده‌های فرکانسی پایین، متوسط و بالا با اعمال تحریک تماسی و غیرتماسی به صورت آزمایشگاهی بدست آمد و با نتایج تئوری به روش تحلیل-تقریبی رایلی-ریتز، مقایسه شد. این مقایسه حاکی از صحت دو روش آزمایشگاهی بود. از بررسی دو روش تماسی و غیرتماسی دریافت شد که روش تحریک غیرتماسی در بازه‌های فرکانسی متوسط و بالا، نتایج بهتری را نسبت به روش تماسی ارائه می‌دهد، درحالی‌که روش تماسی کارایی بهتری در بازه فرکانسی پایین از خود نشان داد. سپس اثر موقعیت‌های مختلف نصب شتاب‌سنج روی سطح ورق مستطیلی مطالعه شد. این بررسی نشان داد که مودهای ضد تقارن هنگامی که شتاب‌سنج در مرکز ورق نصب شود، تحریک نمی‌شود. همچنین، برخی مودها در صورتی که شتاب‌سنج نزدیک مرزها قرار گیرد، به خوبی تحریک نمی‌شود. بنابراین، دور از مرزها بهترین مکان برای نصب شتاب‌سنج و اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی ورق است، زیرا قله‌های مربوط به مودهای طبیعی واضح هستند و به راحتی قابل شناسایی می‌باشند.

که در بازه فرکانسی ۶۰۰۰-۰ Hz، روش تحریک تماسی قادر به تحریک فرکانس‌های بالا نبوده و برخی از فرکانس‌های طبیعی قابل تشخیص نیستند؛ بنابراین، نتیجه گرفته می‌شود که روش تحریک غیرتماسی که بر مبنای انتشار صوت توسط بلندگو است، در تخمین فرکانس‌های بالا، سودمندتر از روش تماسی است؛ همچنین می‌توان این نتیجه را نیز گرفت که در فرکانس‌های پایین روش تماسی، نسبت به روش غیرتماسی برتری دارد.



(الف)



(ب)

شکل ۱۱- مقایسه نمودار FFT دو روش تحریک تماسی و غیرتماسی؛ (الف) تحریک تماسی؛ (ب) تحریک غیرتماسی

همانطور که در بخش قبلی اشاره شد، پیدا کردن محل مناسب برای نصب شتاب‌سنج روی سطح ورق مستطیلی می‌تواند به دستیابی به طیف ارتعاشی با قله‌های قابل تشخیص برای فرکانس‌های طبیعی کمک نماید. انتخاب وسط ورق برای قراردادن شتاب‌سنج، سهم مودهای ضدتقارن^۱ در جهات x و y را در نظر نمی‌گیرد. در شکل ۵

^۱ Anti-Symmetric

- ۸- مراجع**
- [12] Ramu I, Mohanty S (2012) Study on free vibration analysis of rectangular plate structures using finite element method. *Procedia Eng* 38: 2758-2766.
- [13] Senjanovic I, Tomic M, Vladimir N, Hadzic N (2015) An approximate analytical procedure for natural vibration analysis of free rectangular plates. *Thin-walled Str* 95: 101-114.
- [14] Yeh YL, Jang MJ, Wang CC (2006) Analyzing the free vibrations of a plate using finite difference and differential transformation method. *Appl Math Comp* 178: 493-501.
- [15] Mochida Y, Iianko S (2008) Bounded natural frequencies of completely free rectangular plates. *J Sound Vibration* 311: 1-8.
- [16] Malik M, Bert C W (1998) Three-dimensional elasticity solutions for free vibrations of rectangular plates by the differential quadrature method. *Int J Solid Str* 35: 299-318.
- [۱۷] خورشیدی ک، عنصری نژاد س (۱۳۹۵) تحلیل دقیق ارتعاش آزاد ورق‌های قطاعی کویل شده با لایه پیزوالکتریک با بکارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول. *مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۱۳۸-۱۲۵: ۶(۴).
- [18] Benamar R, Bennouna M, White R (1993) The effects of large vibration amplitudes on the mode shapes and natural frequencies of thin elastic structures, Part II: fully clamped rectangular isotropic plates. *J Sound Vibration* 164: 295-316.
- [19] Low K, Chai G, Tan G (1997) A comparative study of vibrating loaded plates between the Rayleigh-Ritz and experimental methods. *J Sound Vibration* 199: 285-297.
- [20] Singhatanadgid P, Songkhla AN (2008) An experimental investigation into the use of scaling laws for predicting vibration responses of rectangular thin plates. *J Sound Vibration* 311: 314-327.
- [21] Nieves F, Gascon F, Bayon A (2004) Natural frequencies and mode shapes of flexural vibration of plates: laser-interferometry detection and solutions by Ritz's method. *J Sound Vibration* 278: 637-655.
- [22] Howard CQ, Kidner MR (2006) Experimental validation of a model for the transmission loss of a plate with an array of lumped masses. *Proc. Acoust. Christchurch, New Zealand* 169-177.
- [23] Crocker M J (2007) *Handbook of noise and vibration control*. John Wiley & Sons.
- [1] Leissa AW (1969) *Vibration of plates*. Technical Report, Ohio State University Columbus.
- [2] Mukhopadhyay M (1978) A semi-analytic solution for free vibration of rectangular plates. *J Sound Vib* 60: 71-85.
- [3] Dickinson S, Di Blasio A (1986) On the use of orthogonal polynomials in the Rayleigh Ritz method for the study of the flexural vibration and buckling of isotropic and orthotropic rectangular plates. *J Sound Vib* 108: 51-62.
- [4] Lee H, Lim S (1992) Free vibration of isotropic and orthotropic rectangular plates with partially clamped edges. *Appl Acoust* 35: 91-104.
- [5] Mizusawa T (1986) Natural frequencies of rectangular plates with free edges. *J Sound Vib* 105: 451-459.
- [6] Bardell N (1991) Free vibration analysis of a flat plate using the hierarchical finite element method. *J Sound Vib* 151: 263-289.
- [7] Bhat R, Mundkur G (1993) Vibration of plates using plate characteristic functions obtained by reduction of partial differential equation. *J Sound Vib* 161: 157-171.
- [8] Rajalingham C, Bhat R, Xistris G (1996) Vibration of rectangular plates using plate characteristic functions as shape functions in the Rayleigh-Ritz method. *J Sound Vib* 193: 497-509.
- [۹] خورشیدی ک، بخششی ع، قدیریان ح (۱۳۹۵) بررسی تاثیرات محیط حرارتی بر ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج دو بعدی مستقر بر بستر الاستیک. *مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۱۴۷-۱۳۷: ۶(۳).
- [۱۰] قدیریان ح، قضاوی م ر، خورشیدی ک (۱۳۹۵) تحلیل ارتعاشات و پایداری ورق‌های مرکب چند لایه تحت اثر رطوبت و دما. *مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها* ۱۶۶-۱۵۵: ۶(۲).
- [11] Wang D, Yang Z, Yu Z (2010) Minimum stiffness location of point support for control of fundamental natural frequency of rectangular plate by Rayleigh-Ritz method. *J Sound Vib* 329: 2792-2808.