



تحلیل عددی نمونه جدید آزمایشگاهی جهت انجام آزمایش‌های شکست تحت بارگذاری مود I/III مرکب

سجاد پیرمحمد^{۱*} و احد کیانی^۲

^۱ استادیار، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل

^۲ کارشناس ارشد، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل

یادداشت تحقیقاتی، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۲/۱۶؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۰۵/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۳

چکیده

هندسه قطعه آزمایشگاهی به منظور انجام آزمایش‌های شکست، یکی از چالش‌های مهم در تعیین استحکام شکست مواد است. در این پژوهش، یک نمونه جدید آزمایشگاهی موسوم به "نیم‌دیسک خمشی حاوی ترک سه‌بعدی" جهت بررسی رفتار شکست مواد مهندسی تحت بارگذاری مرکب کششی-برشی خارج صفحه‌ای (I/III) پیشنهاد شده است. این نمونه نیم‌دیسک شکل، حاوی ترک مورب بوده و بصورت خمش سه نقطه‌ای بارگذاری می‌شود. به منظور محاسبه ضرایب شدت تنش در نوک ترک نمونه پیشنهادی با پارامترهای هندسی و بارگذاری مختلف، تحلیل‌های گسترده اجزای محدود در نرم‌افزار آباکوس، بصورت سه‌بعدی انجام گرفته است. نتایج تحلیل‌ها نشان داد که این نمونه قادر به ایجاد مود مرکب I/III بوده، بطوری که با افزایش زاویه ترک، سهم مود III افزایش می‌یابد. در مرحله بعد به منظور بررسی قابلیت عملیاتی بودن نمونه پیشنهادی، چند نمونه از جنس بتن آسفالتی ساخته و تحت مودهای مختلف مرکب I/III، مورد آزمایش تجربی قرار گرفت. نتایج نشان داد که نمونه پیشنهادی به درستی می‌تواند مود بارگذاری I/III را شبیه‌سازی کند؛ همچنین نتایج شکست نشان داد که با افزایش مود III، استحکام شکست بتن آسفالتی کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، بررسی سطح شکست نمونه‌ها نشان داد که در حالت بارگذاری مود III، مسیر رشد ترک بصورت پیچشی بوده است.

کلمات کلیدی: نمونه نیم‌دیسک خمشی؛ مود ترکیبی I/III؛ ضرایب شدت تنش؛ بتن آسفالتی.

Numerical Analysis of a New Specimen for Conducting Fracture Experiments Under Mixed Mode I/III Loading

S. Pirmohammad^{1,*}, A. Kiani²

¹ Assoc. Prof., Mech. Eng., Mohaghegh Ardabili Univ., Ardabil, Iran

² M.Sc. Student, Mech. Eng., Mohaghegh Ardabili Univ., Ardabil, Iran.

Abstract

Geometry of the specimen has been known to be one of the main challenges of determining the fracture strength of the materials. In this paper, a new specimen called "semi-disc bend specimen containing a 3D crack" has been proposed in order to study mixed mode I/III fracture behavior of the materials. This SCB specimen contains a tilted crack and is loaded by three-point bend fixture. Extensive three dimensional finite element analyses were carried out for different geometrical and loading parameters to obtain the stress intensity factors at the crack tip. The results showed that this specimen was capable of creating the mixed mode I/III loading such that the mode III component increases as the crack angle enhances. In the next step, in order to consider practicability of the proposed specimen, several specimens made of asphalt concrete were produced, and were then tested under different mixed mode I/III loading. The results showed that the suggested specimen can correctly simulate the mixed mode I/III loading. In addition, based on the experiments, fracture resistance of the asphalt concrete reduces as the mode III component increases. On the other hand, twisted fracture trajectory was observed from considering fracture surface of the specimens.

Keywords: Semi-Disc Bend Specimen; Mixed Mode I/III; Stress Intensity Factors; Asphalt Concrete.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: +۴۵۳۳۵۱۵۷۳۶؛ فکس: +۴۵۳۳۵۱۲۹۱۰

آدرس پست الکترونیک: S_pirmohammad@uma.ac.ir

۱- مقدمه

بسیاری از مواد ترک‌دار مانند سرامیک‌ها، سنگ‌ها، پلیمرها، بتن‌های آسفالتی و ... حین بهره‌برداری بصورت ترد یا شبه‌ترد می‌شکنند. قطعات ترک‌دار عمدتاً در معرض ترکیبی از مودهای I (مود بازشدگی)، II (مود برشی داخل‌صفحه‌ای) و III (مود برشی خارج‌صفحه‌ای) قرار می‌گیرند. محققان زیادی در گذشته رفتار مواد تحت بارگذاری مرکب را بررسی و مطالعه کرده‌اند؛ اما اغلب این مطالعات مربوط به حالت بارگذاری مود I و II بوده و برای این حالت بارگذاری، نمونه‌های آزمایشگاهی مختلفی نیز از جمله تیر خمشی سه‌نقطه‌ای و چهارنقطه‌ای، نیم‌دیسک خمشی، دیسک با ترک مرکزی، صفحه مستطیلی شکل و ... پیشنهاد شده است. شاملی و همکاران [۱]، رفتار شکست مود مرکب I/II پلیمر پلی‌پروپیلین را با رویکرد انتگرال J بررسی کرده، چقرمگی شکست آن را بدست آورده‌اند. طالع‌زاده لاری و صدیقی [۲]، پارامترهای شکست در مساله تماس لغزشی یک پانچ صلب روی یک زمینه همگن ماده هدفمند را در حضور ترک سطحی مطالعه کرده‌اند. سعیدی‌فر و همکاران [۳]، به بررسی رفتار مکانیکی جدایش بین‌لایه‌ای در کامپوزیت‌های چندلایه شیشه/اپوکسی پرداخته و چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای را در حالت بارگذاری مود مرکب I/II تعیین کرده‌اند. موحدی آلنی و همکاران [۴]، تاثیر افزودن نانو ذرات سیلیکا بر چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای مود II را مورد بررسی تجربی قرار داده‌اند. قاجار و همکاران [۵]، از روش جابجایی برای محاسبه ضرایب شدت تنش (مود I و مود II) استاتیکی و دینامیکی مواد تابعی استفاده کرده‌اند. آیت‌اللهی و پیرمحمد [۶] و پیرمحمد و آیت‌اللهی [۷-۸]، از نمونه نیم دیسک خمشی برای محاسبه چقرمگی شکست بتن آسفالتی در دماهای مختلف زیر صفر درجه و تحت بارگذاری‌های مود ترکیبی I/II بهره برده‌اند. ترابی و همکاران [۹] معیار چگالی انرژی کرنشی را به منظور پیش‌بینی بار شکست در قطعات مهندسی ضعیف شده با شیار کلیدی شکل تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II اصلاح کرده‌اند.

مود ترکیبی I/III نیز، یکی از مودهای متداول شکست است. برای مثال سازه‌های بتن آسفالتی، محورها و اکسل خودروها، از جمله مواردی هستند که تحت مود I/III دچار شکست می‌شوند [۱۰-۱۲]؛ بنابراین لازم است، جهت

جلوگیری یا کاهش رشد ترک، رفتار مواد تحت این حالت بارگذاری نیز بررسی شود. با مرور کارهای پیشین مشخص است که شکست مواد تحت بارگذاری مود I/III در مقایسه با حالت بارگذاری I/II، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. با این حال، برخی محققان، رفتار شکست مود I/III مواد فلزی مانند فولاد، آلومینیوم و تیتانیوم [۱۶-۱۳] و مواد ترد (یا شبه ترد) مانند شیشه، سرامیک و بتن پلیمری [۱۷-۱۸] را مطالعه کرده‌اند. این محققان نمونه‌های مختلفی را جهت انجام آزمایش‌ها استفاده کرده‌اند. برای مثال پوک [۱۹]، رفتار رشد ترک خستگی فولاد نرم تحت بارگذاری مود ترکیبی I/III را با استفاده از نمونه تیر خمشی مورد بررسی قرار داده و در تحقیق دیگری، لای و کایان [۲۰] رفتار شکست فولاد تحت بارگذاری مود ترکیبی I/III را با استفاده از نمونه فشرده کششی (حاوی ترک زاویه‌دار) بررسی کرده‌اند. فنگ و همکاران [۲۱]، چقرمگی شکست مود ترکیبی I/III آلیاژ آلومینیوم را با استفاده از قطعه فشرده کششی بهبود داده شده، مورد بررسی قرار داده‌اند. آیت‌اللهی و صبوری [۲۲] یک فیکسچر جدیدی را جهت شبیه‌سازی مود ترکیبی I/III در نمونه تیر خمشی ارائه کرده‌اند؛ همچنین آنها در تحقیق دیگری [۲۳]، یک نمونه جدیدی را برای انجام آزمایش‌های شکست تحت بارگذاری مود ترکیبی I/III پیشنهاد داده‌اند. منصوریان و همکاران [۲۴]، رفتار شکست مود ترکیبی I/III بتن سیمانی را بررسی کرده و نشان داده‌اند که با کاهش دما، چقرمگی شکست بتن سیمانی افزایش می‌یابد. در تحقیق دیگری، دو معیار شکست برای حالت بارگذاری مود ترکیبی I/III توسط صبوری و همکاران [۲۵]، مورد بررسی قرار گرفته است. اخیراً، علیها و همکاران [۲۶]، رفتار شکست مود ترکیبی I/III فوم پلی‌اورتان را بررسی کرده‌اند. یافته‌های آنها نشان داد که با افزایش میزان مود III، استحکام شکست فوم پلی‌اورتان کاهش می‌یابد؛ همچنین بر اساس نتایج آنها، معیار بیشینه تنش محیطی برای این ماده، نتایج قابل قبولی را ارائه می‌دهد.

مخلوط‌های آسفالتی بطور کلی از سه مولفه سنگدانه، قیر و فضای خالی تشکیل شده است. با تغییر در میزان استفاده از این مولفه‌ها، می‌توان مخلوط‌های آسفالتی با خواص مختلفی را تهیه کرد. از طرف دیگر، مخلوط‌های آسفالتی موادی

مودهای ترکیبی مختلف I/III در دمای 20°C محاسبه شده است.

۲- مدلسازی اجزای محدود

شکل ۱ مشخصات هندسی نمونه نیم‌دیسک حاوی ترک را نشان می‌دهد. این نمونه دارای شعاع R و حاوی یک ترک مورب به طول a و زاویه α است. بارگذاری این نمونه بصورت خمشی سه‌نقطه‌ای بوده که فاصله تکیه‌گاه‌های پایینی از وسط نمونه برابر S است. وقتی ترک در راستای بارگذاری است ($\alpha=0^{\circ}$)، نمونه تحت بارگذاری مود I خالص قرار می‌گیرد. با افزایش مقدار α ، مود III به مود I اضافه می‌شود؛ بنابراین، میزان مود I و III در نوک ترک وابسته به مقدار α است. قابل ذکر است که نمونه نیم‌دیسک با موقعیت ترک $\alpha=0^{\circ}$ (یعنی تنها برای حالت بارگذاری مود I خالص) قبلاً توسط چونگ و کورپو [۳۰] برای مواد سنگی ارائه شده بود که در تحقیق حاضر برای حالت بارگذاری مود ترکیبی I/III توسعه داده شده است. نقطه A نشان داده شده در شکل ۱-الف بیان‌گر این نکته است که در تحقیق حاضر ضرایب شدت تنش در این نقطه (نوک ترک در وسط قطعه) محاسبه شده‌اند. بر اساس تحقیقات برخی از محققان [۳۱-۳۴]، ضرایب شدت تنش حاصل از شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی تنها در وسط قطعه دقیق هستند و در کناره‌ها قابل اطمینان نمی‌باشند.

روش اجزای محدود یک ابزار مطمئن و مناسب برای تحلیل رفتار شکست قطعات ترک‌دار است. پارامترهای نوک ترک در نمونه پیشنهادی وابسته است به: طول ترک (a)، هندسه نمونه (R و t)، فاصله تکیه‌گاه‌ها (S) و زاویه ترک (α) که بصورت روابط (۱-۲) قابل بیان است [۳۵]:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y_I \left(\frac{a}{R}, \frac{S}{R}, \frac{t}{R}, \alpha \right) \quad (1)$$

$$K_{III} = \sigma \sqrt{\pi a} Y_{III} \left(\frac{a}{R}, \frac{S}{R}, \frac{t}{R}, \alpha \right) \quad (2)$$

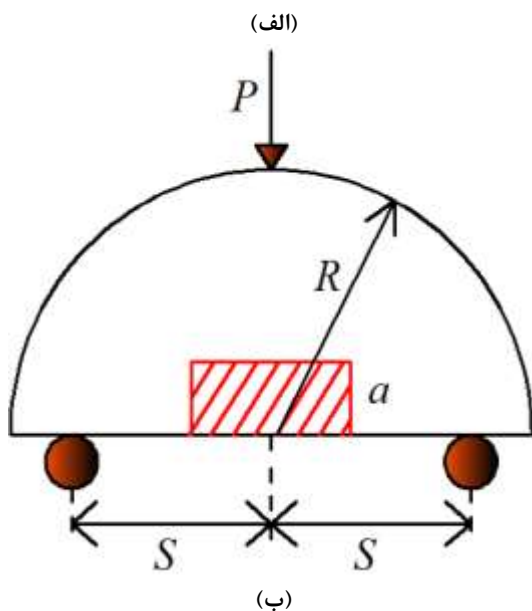
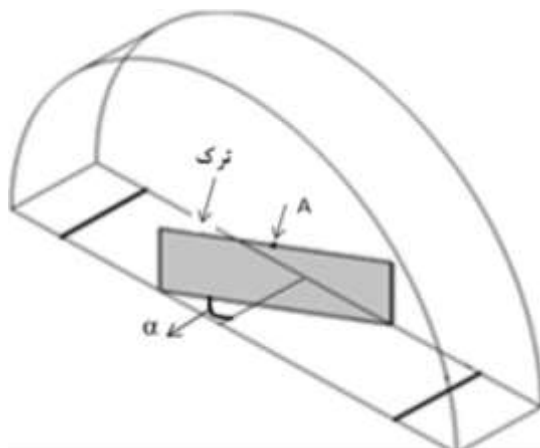
نمونه آزمایشگاهی نشان داده شده در شکل ۱، در نرم‌افزار آباکوس مدلسازی و مورد تحلیل قرار گرفته است. شرایط مرزی در مدلسازی‌های اجزای محدود مشابه شکل ۱-ب بوده است. به این صورت که نمونه در دو تکیه‌گاه پایین مقید شده و نیروی $P=1000\text{N}$ از قسمت بالا به نمونه وارد شده است. در مدلسازی‌های اجزای محدود، المان جامد

وابسته به دما هستند و تغییرات دما، استحکام مکانیکی و شکست آسفالت را بطور قابل توجهی تحت تاثیر قرار می‌دهد؛ بطوریکه با کاهش دما، استحکام شکست آسفالت ابتدا افزایش یافته و پس از دمای معینی (معمولاً 20°C) کاهش می‌یابد. از این رو می‌توان گفت که رفتار مواد آسفالتی وابسته به ترکیبات آسفالت و دمای بهره‌برداری از آن دارد [۲۷-۲۹].

بر اساس مبانی مکانیک شکست، رشد ترک و واماندگی در یک جسم ترک‌دار، زمانی رخ می‌دهد که مقدار ضریب شدت تنش در نوک ترک به مقدار بحرانی خود برسد. ضرایب شدت تنش، وابسته به نوع و مقدار بارگذاری و مشخصات هندسی قطعه است. اگر در یک هندسه و بارگذاری مشخص، این ضرایب موجود باشند، حوزه تنش در کل سازه ترک‌دار مشخص خواهد شد؛ بنابراین برای بررسی شرایط شکست و رشد ترک لازم است که این ضرایب برای حالت‌های مختلف بارگذاری، به طریق مناسب محاسبه شوند. روش اجزای محدود، یکی از راهکارهای مناسب برای بدست آوردن پارامترهای شکست است که می‌تواند برای محدوده وسیعی از شرایط هندسی و بارگذاری قابل استفاده باشد و نیاز به امکانات آزمایشگاهی نیز ندارد. ضمناً با رعایت نکاتی که در مسائل اجزای محدود مطرح است (بخصوص نکات مربوط به مسائل مکانیک شکست)، می‌توان به نتایج بسیار قابل قبولی دست یافت.

از نقطه نظر آزمایشگاهی، نمونه مناسب آزمایشگاهی بایستی دارای شرایطی مانند، سهولت ساخت و ایجاد ترک روی قطعه بوده و اعمال بار بایستی به آسانی و بدون استفاده از فیکسچر خاص و پیچیده صورت گیرد. در تحقیق حاضر، برای ایجاد مود ترکیبی I/III در نوک ترک از یک نمونه نیم‌دیسک حاوی ترک سه‌بعدی استفاده شده است. پس از انجام تحلیل‌های اجزای محدود فراوان روی نمونه پیشنهادی با پارامترهای هندسی و تحت بارگذاری‌های مختلف در نرم‌افزار آباکوس، ضرایب شدت تنش مستقیماً از نرم‌افزار استخراج شده و در ادامه از این ضرایب برای محاسبه ضرایب شکل هندسی استفاده شده است. برای انجام آزمایش‌های شکست، نمونه‌های نیم‌دیسک از جنس بتن آسفالتی تهیه شده و در نهایت، استحکام شکست بتن آسفالتی تحت

اجزای محدود نمونه نیم دیسک، R شعاع نمونه، a طول ترک، t ضخامت قطعه و P مقدار نیروی اعمالی بوده که مقادیر آنها به ترتیب برابر 75mm ، 20mm ، 32mm و 1000N در نظر گرفته شده است؛ همچنین در این تحقیق، تکیه‌گاه‌های پایینی در فاصله‌های مختلفی از مرکز نمونه (یعنی $S=50, 55, 60, 65\text{mm}$) بررسی شده است. لازم به ذکر است که در تحلیل‌های عددی، خواص مکانیکی بصورت $E=12.5\text{GPa}$ و $\nu=0.35$ [۳۶] (همان خواص مکانیکی بتن آسفالتی است) فرض شد.



شکل ۱- هندسه نمونه نیم‌دیسک (الف) نمای ایزومتریک و (ب) نمای روبرو ($R=75\text{mm}$ ، $a=20\text{mm}$ ، $S=50, 55, 60, 65\text{mm}$)

C3D20R در نرم افزار آباکوس به کار گرفته شده، به منظور مدل‌سازی سینگولاریتی (حالت تکین) تنش موجود در نوک ترک، از المان‌های ویژه‌ای به نام المان‌های نقطه یک چهارم (المان تکین) برای جبهه ترک استفاده شده است. المان‌های تکین مورد استفاده در واقع همان المان آجری ۲۰ گرهی است که به صورت فروریخته هستند. این المان‌ها در نوک ترک به صورت مکعب مثلثی شکل درمی‌آیند. شکل ۲ الگوی مش‌بندی کل قطعه به خصوص در اطراف نوک ترک را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که تعداد المان‌های استفاده شده در این مش‌بندی، حدود 32000 (از نوع C3D20R) بوده است؛ همچنین، از المان‌های تکین در حلقه اول ناحیه استوانه‌ای شکل واقع در اطراف نوک ترک استفاده شده است. جهت افزایش دقت نتایج تحلیل‌های اجزای محدود، از المان‌های ریز در اطراف نوک ترک استفاده شده و در نقاط دورتر (که تاثیر قابل توجهی بر روی پارامترهای شکست ندارند) به منظور کاهش زمان اجرای کامپیوتری از المان‌های درشت استفاده شده است؛ همچنین جهت تعیین اندازه المان مناسب، تحلیل همگرایی روی مدل‌ها انجام گرفته است. شکل ۳، اثر تعداد المان روی نتایج المان محدود (ضریب شدت تنش) در حالت مود I را نمایش می‌دهد. در این شکل مشخص است که وقتی تعداد المان در مدل‌سازی‌ها در حدود 32000 در نظر گرفته می‌شود، ضرایب شدت تنش به مقدار مشخصی همگرا می‌شوند.

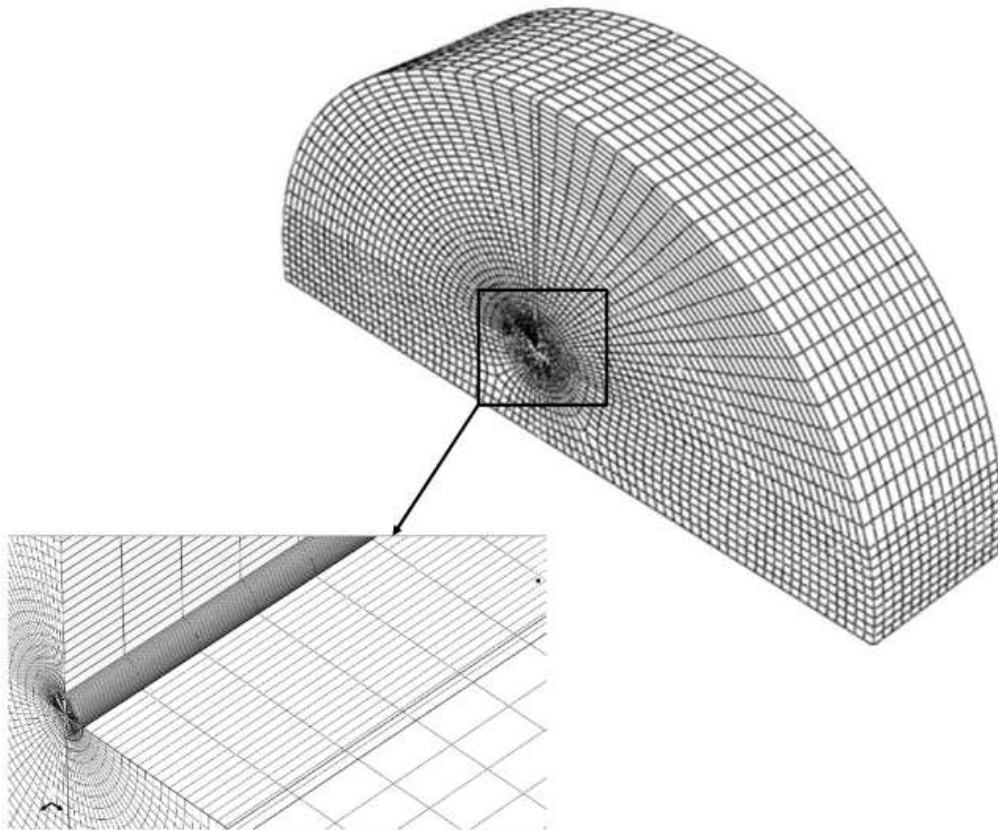
در نهایت پس از انجام تحلیل‌های عددی در نرم‌افزار آباکوس، مقادیر ضرایب شدت تنش مود I و مود III (K_I و K_{III}) با استفاده از روش انتگرال بر هم‌کنشی^۱ (که روشی بر مبنای انتگرال J است)، به طور مستقیم از نرم‌افزار استخراج شدند. ضرایب شکل هندسی مود I (Y_I) و مود III (Y_{III}) از روابط (۳-۴) محاسبه می‌شوند.

$$Y_I = \frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} \frac{2Rt}{P} \quad (3)$$

$$Y_{III} = \frac{K_{III}}{\sqrt{\pi a}} \frac{2Rt}{P} \quad (4)$$

ضرایب شکل در حقیقت پارامترهای بی‌بعدی هستند که از جایگذاری مقادیر K_I و K_{III} استخراج شده از آباکوس در این روابط محاسبه می‌شوند. در مدل‌سازی‌های

^۱ Interaction integral method

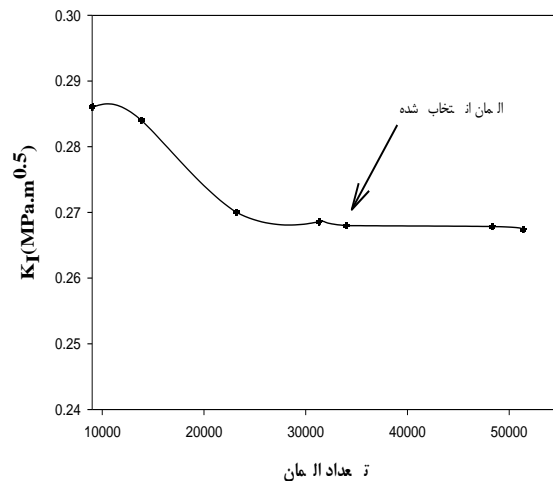


شکل ۲- الگوی مش بندی نمونه نیم دیسک به خصوص در اطراف نوک ترک در شبیه سازیهای اجزای محدود

نیم دیسک خمشی با انجام تحلیل های اجزای محدود فراوان، محاسبه گردیده که در ادامه به نتایج این تحلیل ها پرداخته شده است.

۳- نتایج تحلیل های اجزای محدود

برای ایجاد مود I بارگذاری، ترک در وسط قطعه نیم دیسک و با زاویه $\alpha=0^\circ$ قرار می گیرد. تحلیل های اجزای محدود نشان می دهد که با چرخش ترک (تغییر زاویه α) مود III بارگذاری به تدریج به مود I اضافه می شود؛ بنابراین با چرخش ترک (تغییر زاویه ترک)، مود بارگذاری ترکیبی I/III در نمونه پیشنهادی ایجاد می شود. یادآوری می شود که ضرایب شدت تنش استخراج شده از تحلیل های اجزای محدود در معادلات (۳-۴) جایگذاری شده و ضرایب شکل مود I و مود III محاسبه می شوند. قابل ذکر است که استخراج این ضرایب برای محاسبه استحکام شکست مواد مهندسی الزامی هستند.



شکل ۳- نتایج تحلیل همگرایی در مدلسازی های اجزای محدود

در این تحقیق، ضرایب Y_{III} و Y_I برای طیف گسترده ای از طول ترک، ضخامت و فاصله تکیه گاهی مختلف نمونه

۳-۱- ضریب شکل مود I

شکل ۴ نتایج ضریب شکل مود I (Y_I) حاصل از تحلیل‌های اجزای محدود برای زوایا و طول‌های مختلف ترک و ضخامت‌های مختلف ($t/R = 0.2, 0.4, 0.6$) قطعه نیم دیسک را نشان می‌دهد. در یک ضخامت ثابت، با افزایش زاویه α ، به تدریج از مقدار ضریب شکل Y_I کاسته می‌شود. همچنین در یک زاویه و ضخامت ثابت، با افزایش طول ترک، مقدار Y_I افزایش پیدا می‌کند. همانطور که از شکل ۴ مشخص است، با افزایش دو برابری طول ترک، ضریب شکل Y_I بطور متوسط حدود ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. با مقایسه شکل ۴-الف تا ۴-ج، افزایش سه برابری ضخامت نمونه نیم‌دیسک، ضریب شکل Y_I را حداکثر ۲۶ درصد (در زاویه ترک ۶۰ درجه) کاهش می‌دهد. بطوری که این کاهش در زوایای ترک کوچکتر، حتی ناچیز است.

شکل ۵ تغییرات ضریب شکل مود I (Y_I) در مقابل زاویه ترک را برای فاصله‌های تکیه‌گاهی و طول ترک‌های مختلف در ضخامت ثابت $t/R=0.4$ نشان می‌دهد. مطابق شکل ۵، با افزایش زاویه ترک، مقدار Y_I کاهش یافته است؛ اما با افزایش فاصله تکیه‌گاه‌ها از وسط نمونه، مقدار Y_I افزایش پیدا می‌کند؛ همچنین، با مقایسه شکل ۵-الف تا ۵-ج، مشخص است که افزایش دو برابری طول ترک، موجب افزایش حدود ۲۰ درصدی ضریب شکل Y_I شده است که صحت بر نتایج نشان داده شده در شکل ۴ می‌گذارد.

بطور کلی از مطالب بالا می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که بیشترین مقدار Y_I در زاویه ترک صفر درجه و برای حالت بارگذاری مود I خالص بوده که به مرور و با افزایش زاویه از مقدار آن کاسته شده تا اینکه در زاویه ۶۰ درجه به کمترین مقدار خود می‌رسد؛ همچنین، زاویه ترک بیشتر از پارامترهای دیگر (از جمله طول ترک، ضخامت نمونه و فاصله تکیه‌گاه‌ها) ضریب شکل Y_I را متاثر می‌سازد.

۳-۲- ضریب شکل مود III

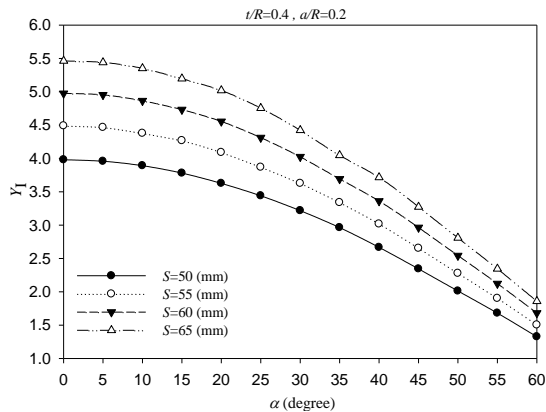
شکل ۶ تغییرات Y_{III} برای زوایا و طول‌های مختلف ترک و ضخامت‌های مختلف قطعه نیم‌دیسک را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، در حالت کلی با افزایش زاویه ترک، Y_{III} از مقدار صفر (برای زاویه $\alpha = 0^\circ$ (مود I خالص))، شروع به افزایش کرده تا اینکه به بیشترین

مقدار خود در زاویه ترک حدود ۵۰ درجه رسیده است. با در نظر گرفتن همزمان شکل‌های ۴ و ۶ واضح است که با افزایش زاویه α از صفر درجه، سهم مود I در نوک ترک کاهش و در مقابل، سهم مود III افزایش پیدا کرده است.

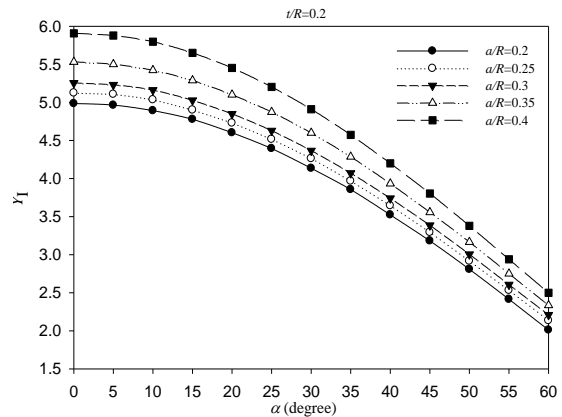
با توجه به نتایج اجزای محدود، در زوایای ترک و ضخامت‌های یکسان، با افزایش طول ترک، مقدار Y_{III} افزایش جزئی یافته که البته این افزایش جزئی نیز در ضخامت‌های بالاتر نمونه، کاسته شده و به مقداری تقریباً برابر در ضخامت $t/R=0.6$ رسیده است. این درحالی است که در طول ترک ثابت و برای زاویه ترک یکسان، اگرچه در کل مقدار Y_{III} با افزایش ضخامت کاهش پیدا می‌کند، اما این روند برای طول ترک‌های مختلف کمی متفاوت است؛ به‌طوری که در طول ترک $a/R=0.2$ تا زاویه ۳۰ درجه افزایش ضخامت هیچ تاثیری در مقدار Y_{III} نداشته و از این به بعد است که به مرور اختلاف بین مقادیر Y_{III} محسوس می‌شود. بطور کلی می‌توان گفت که افزایش سه برابری ضخامت نمونه نیم‌دیسک، ضریب شکل Y_{III} را حداکثر ۲۸ درصد (در زاویه ترک ۶۰ درجه) کاهش می‌دهد.

شکل ۷ تغییرات ضریب شکل مود III در مقابل زاویه ترک را برای فاصله‌های تکیه‌گاهی و طول ترک‌های مختلف در ضخامت ثابت $t/R=0.4$ نشان می‌دهد. از این شکل مشخص است که با افزایش فاصله تکیه‌گاه‌ها از وسط قطعه، مقدار Y_{III} برای زاویه‌های ترک یکسان افزایش می‌یابد که البته این افزایش به مرور و با افزایش زاویه ترک، بیشتر می‌شود؛ همچنین با مقایسه مقادیر Y_{III} (نشان داده شده در شکل‌های ۷-الف تا ۷-ج) بطور کلی می‌توان گفت که افزایش طول ترک، مخصوصاً در زوایای بالاتر، تاثیر چندانی روی مولفه‌های شکست مود III ندارد. بطوری که افزایش دو برابری طول ترک، ضریب شکل Y_{III} را فقط بطور متوسط ۵ درصد افزایش می‌دهد.

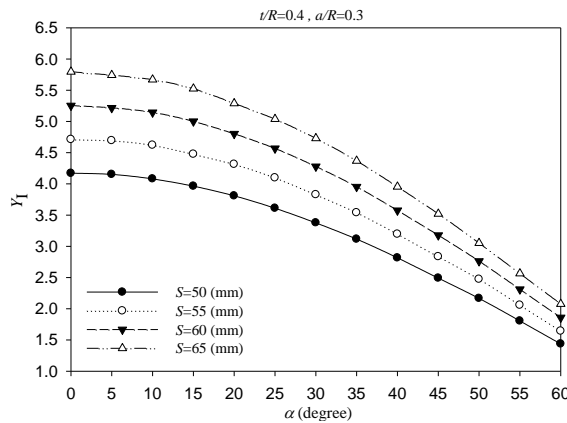
شکل ۸ تغییرات Y_I و Y_{III} در مقابل فاصله‌های تکیه‌گاهی مختلف را در زاویه ترک ۶۰ درجه نمایش می‌دهد. از این شکل واضح است که ضرایب شکل رابطه خطی با پارامتر فاصله تکیه‌گاه‌ها دارد. البته بر اساس نتایج شبیه‌سازی‌ها، این رابطه خطی برای تمامی زاویه‌های ترک صادق است که در اینجا به عنوان نمونه نتایج تنها برای زاویه ترک ۶۰ درجه آورده شده است.



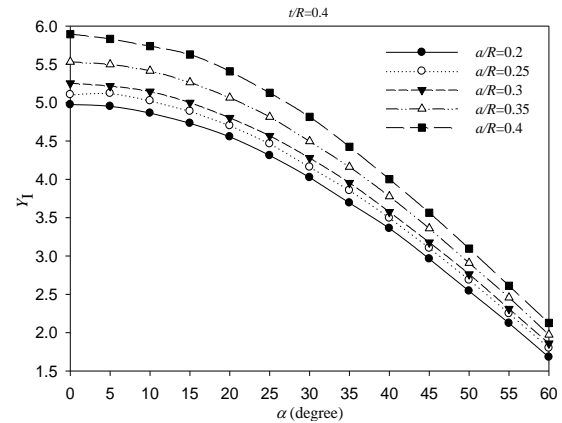
(الف)



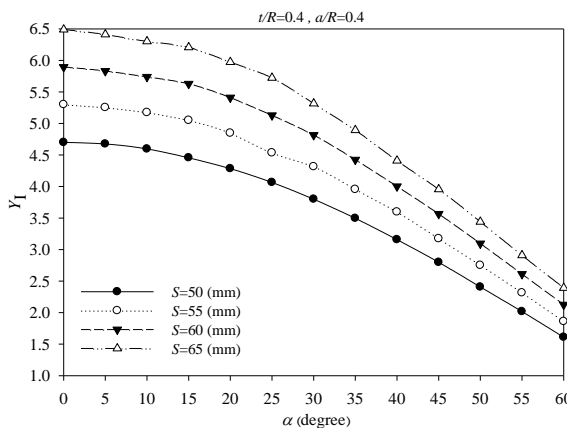
(الف)



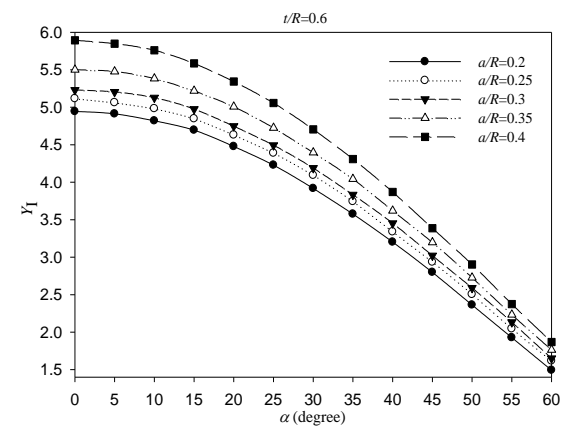
(ب)



(ب)



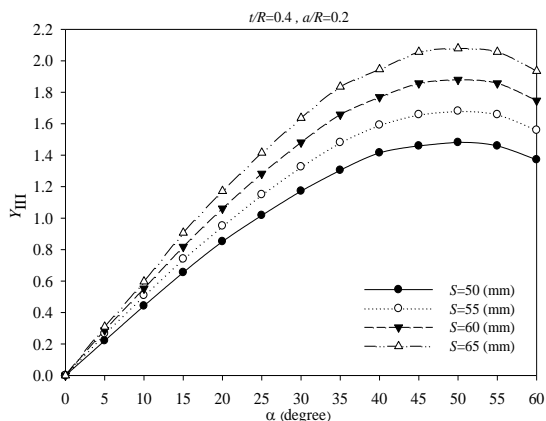
(ج)



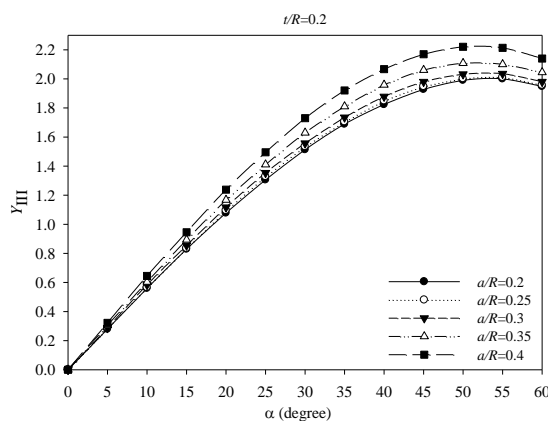
(ج)

شکل ۵- تغییرات Y_I در مقابل زاویه ترک در فاصله تکیه-
گاه‌های مختلف و برای طول ترک‌های الف) $a/R=0.2$
ب) $a/R=0.3$ و ج) $a/R=0.4$

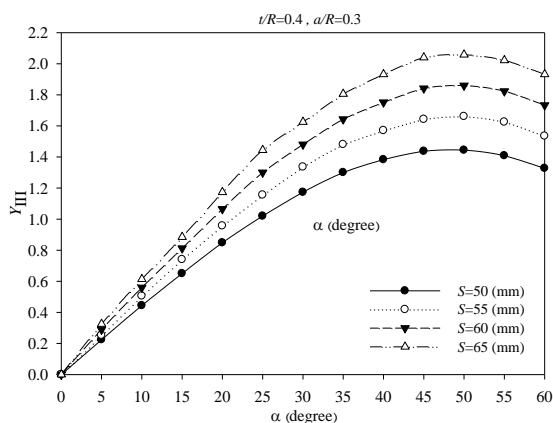
شکل ۴- تغییرات Y_I در مقابل زاویه ترک در طول ترک‌های
مختلف و برای ضخامت‌های الف) $t/R=0.2$ ب) $t/R=0.4$
و ج) $t/R=0.6$



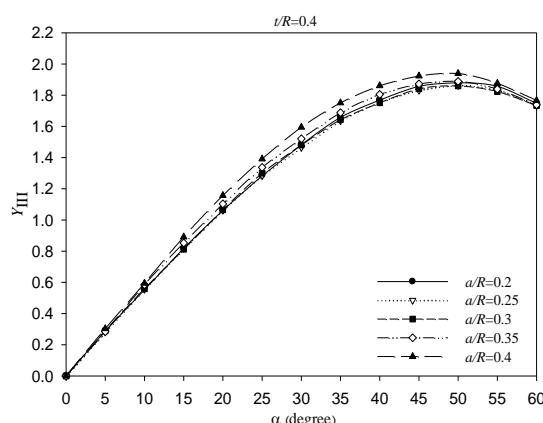
(الف)



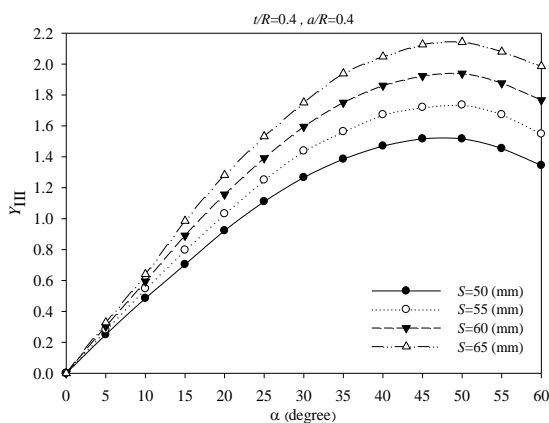
(الف)



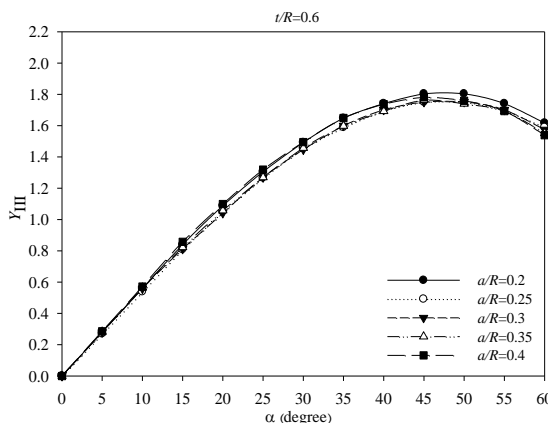
(ب)



(ب)



(ج)



(ج)

شکل ۷- تغییرات Y_{III} در مقابل زاویه ترک در فاصله تکیه‌گاه-های مختلف و طول ترک‌های (الف) $a/R=0.2$ (ب) $a/R=0.3$ و (ج) $a/R=0.4$

شکل ۶- تغییرات Y_{III} در مقابل زاویه ترک در طول ترک‌های مختلف و برای ضخامت‌های (الف) $t/R=0.2$ (ب) $t/R=0.4$ و (ج) $t/R=0.6$

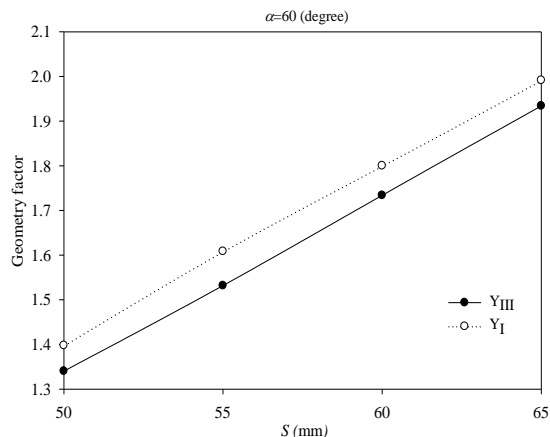
این تحقیق، برابر ۴ درصد است. پس از تهیه مصالح مذکور، نمونه‌های بتن آسفالتی استوانه‌ای شکل به قطر ۱۵ سانتی‌متر و ارتفاع ۱۳ سانتی‌متر با استفاده از دستگاه تراکم ژیراتوری ساخته شد.

برای ایجاد نمونه‌هایی به شکل نیم‌دیسک جهت انجام آزمایش‌های شکست، لازم است که ابتدا نمونه‌های استوانه‌ای بدست آمده از دستگاه تراکم ژیراتوری به دیسک‌های به ضخامت ۳/۲ سانتی‌متر برش داده شوند. جهت برش نمونه‌های آسفالتی، از یک دستگاه برش مصالح ساختمانی دارای تیغه به ضخامت ۴ میلی‌متر (که با پاشش آب، سطح برش خنک می‌شود)، استفاده شده است. دیسک‌های آسفالتی برش داده شده در قسمت قبل، لازم است که از وسط بریده شده و نصف شوند؛ لذا در مرحله بعد با استفاده از یک دستگاه برش دیگر که با آب صابون خنک‌کاری می‌شود و دارای یک تیغه نازک‌تر به ضخامت ۱ میلی‌متر بود، دیسک‌های آسفالتی به شکل نمونه‌های نیم‌دایره، برش داده شدند. در مرحله بعد لازم بود که یک ترک مصنوعی سه بعدی روی نمونه‌های نیم‌دیسک ایجاد می‌شود. این مرحله نیز با موفقیت با استفاده از دستگاه برش آب خنک (مجهز به یک تیغه نازک ۰/۳ میلی‌متر) انجام گرفت.

۴-۲- انجام آزمایش‌های شکست

قبل از اینکه به طرز انجام آزمایش شکست پرداخته شود، اشاره می‌شود که آزمایش شکست در این تحقیق روی نمونه‌های نیم‌دیسک با زوایای ترک $\alpha=20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ (برای سه حالت بارگذاری مرکب مود I/III) و طول ترک 20mm انجام شده است؛ همچنین برای هر حالت بارگذاری، تعداد ۴ قطعه آزمایشگاهی به منظور بالابردن دقت نتایج آزمایش ساخته شد.

نحوه انجام آزمایش شکست به این صورت است که قطعات نیم‌دیسک ترک‌دار به مدت ۱۲ ساعت در یک دستگاه فریز (با دمای -20°C) نگاه‌داشته شده تا اینکه کلیه قسمت‌های قطعات آزمایشگاهی به آن دما رسیده باشد. سپس این قطعات به ترتیب از فریزر خارج شده و سریعاً داخل دستگاه آزمایش یونیورسال قرار داده و بارگذاری می‌شوند. در نهایت نمودار بار-جابجایی مربوط به هر آزمایش توسط یک‌دستگاه کامپیوتر (متصل به دستگاه



شکل ۸- تغییرات Y_{III} و Y_I در مقابل فاصله تکیه‌گاه‌ها در زاویه ترک $\alpha=60^\circ$

۴-۴- آزمایش‌های شکست

در قسمت قبل نتایج تحلیل‌های اجزای محدود روی نمونه نیم‌دیسک خمشی حاوی ترک سه‌بعدی برای طول ترک، ضخامت و فاصله تکیه‌گاهی مختلف ارائه شد؛ اما این نمونه پیشنهادی لازم است، از نقطه‌نظر آزمایشگاهی نیز مورد آزمون قرار گیرد تا صحت قابلیت بکارگیری آنها در عمل جهت مطالعه رفتار شکست مواد مهندسی بررسی شود. به این منظور، نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی از جنس بتن آسفالتی تهیه و تحت آزمایش شکست قرار گرفت که در ادامه به جزئیات این آزمایش‌ها پرداخته شده است.

۴-۱- تهیه نمونه‌های آزمایشگاهی

آزمایش‌های شکست در این تحقیق روی نمونه‌های بتن آسفالتی انجام شده است که از طریق دستگاه تراکم ژیراتوری ساخته شده‌اند. مشخصات مصالح آسفالتی استفاده شده در این تحقیق جهت ساخت نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی بر اساس آیین‌نامه روسازی آسفالتی راه‌های ایران انتخاب شده است؛ لذا مصالح سنگی طبق دانه‌بندی شماره ۴ انتخاب گردید که بیشترین کاربرد را در صنعت روسازی آسفالتی دارد (جدول ۱). همین‌طور قیر با درجه نفوذ ۶۰ با توجه به کاربرد وسیع آن در سطح کشور برای ساخت نمونه‌های آزمایشگاهی انتخاب شد؛ همچنین فضای خالی بتن آسفالتی ساخته شده در

جدول ۱- دانه‌بندی شماره ۴ استفاده شده برای ساخت نمونه‌های بتن آسفالتی

درصد عبور	درصد مورد نیاز		اندازه الک (mm)
	حداکثر	حداقل	
100	100	100	19
95	100	90	12.5
77	87	67	9
59	74	44	4.75
43	58	28	2.36
33	46	20	1.18
23	34	13	0.5
13	21	5	0.3
9.5	16	4	0.15
8.4	10	2	0.075

مود I (K_{If}) و مود III (K_{IIIf}) را می‌توان از طریق روابط (۵-۶) محاسبه کرد.

$$K_{If} = Y_I \frac{P_{cr}}{2Rt} \sqrt{\pi a} \quad (۵)$$

$$K_{IIIf} = Y_{III} \frac{P_{cr}}{2Rt} \sqrt{\pi a} \quad (۶)$$

که P_{cr} بار بحرانی شکست بوده و از نمودار بار-جابجایی ثبت شده در آزمایش شکست استخراج می‌شود که مقادیر آن در جدول ۲ برای حالت‌های مختلف بارگذاری ارایه شده است. Y_I و Y_{III} ضرایب شکل هندسی بوده که مقادیر آنها از قسمت "نتایج تحلیل‌های اجزای محدود" قابل برداشت است. همچنین یادآوری می‌شود که مقادیر R ، t و a به ترتیب برابر 75mm، 32mm و 20mm است. با جایگذاری این مقادیر در روابط (۵) و (۶)، ضرایب شدت تنش بحرانی مود I و III برای آزمایش‌های شکست انجام شده در این تحقیق محاسبه شده و مقادیر آنها در جدول ۲ ارایه شده است.

شکل ۱۱ میانگین مقادیر ضرایب شدت تنش بحرانی مود I، III و ضریب شدت تنش بحرانی موثر (K_{eff}) را برای بارگذاری‌های مختلف نشان می‌دهد. K_{eff} از طریق رابطه (۷) محاسبه می‌شود.

آزمایش یونیورسال) ثبت می‌شود. لازم به ذکر است که در این آزمایش‌ها، فاصله تکیه‌گاه‌های پایینی از وسط نمونه برابر 60mm در نظر گرفته شد. شکل ۹ نحوه بارگذاری در آزمایش شکست را نشان می‌دهد. در این تحقیق، نرخ بارگذاری برابر 0.05 mm/s (3 mm/min) مشابه تحقیق مولنار و همکاران [۳۷] در نظر گرفته شد.

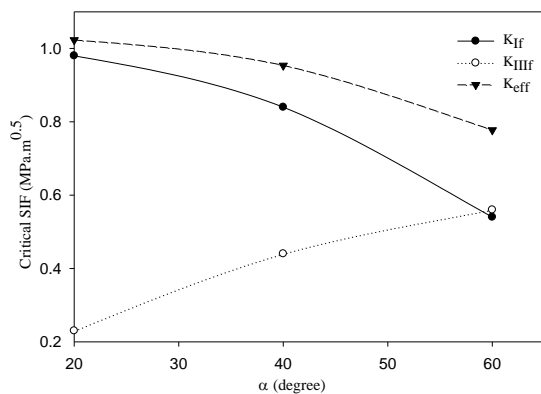
شکل ۱۰ نمونه‌های نیم‌دیسک خمشی بعد از انجام آزمایش شکست تحت بارگذاری‌های مختلف مود مرکب I/III را نشان می‌دهد. از این شکل مشخص است که پس از بارگذاری نمونه‌ها مطابق شکل ۹، رشد ترک از نوک ترک اولیه شروع شده و در امتداد یک مسیر منحنی شکل تا تکیه‌گاه بالایی ادامه پیدا کرده است. علت منحنی بودن مسیر به این خاطر است که تنش کششی بیشینه، مثل حالت بارگذاری مود I خالص در امتداد خط ترک اولیه نبوده و لذا به دلیل حضور مود III ترک در یک مسیر منحنی شکل رشد کرده است. همچنین از این شکل مشخص است که با افزایش سهم مود III در نوک ترک، زاویه شروع ترک بیشتر می‌شود. نکته مهم دیگر این است که بر اساس سطح شکست نمونه‌ها (شکل ۱۰)، مسیر رشد ترک بدلیل بارگذاری مود III بصورت پیچشی است.

۴-۳- نتایج آزمایش‌های شکست

هدف از انجام آزمایش‌های شکست، تخمین استحکام شکست مواد است. ضرایب شدت تنش بحرانی (استحکام شکست)



شکل ۹- نحوه بارگذاری خمشی سه‌نقطه‌ای در دستگاه آزمایش یونیورسال



شکل ۱۱- مقادیر میانگین ضرایب شدت تنش بحرانی

جدول ۲- نتایج آزمایش شکست در حالت‌های مختلف بارگذاری مود مرکب I/III (زوایای مختلف ترک)

K_{IIIIf} (MPa ^{0.5})	K_{IIf} (MPa ^{0.5})	بار شکست (kN)	شماره آزمایش	مود بارگذاری
0.22	0.97	4.705	1	
0.23	0.98	4.786	2	مود
0.24	1.06	5.132	3	ترکیبی
0.23	0.98	4.749	4	I/III ($\alpha=20^\circ$)
0.23	0.98	4.843		میانگین
0.45	0.86	5.651	1	
0.44	0.83	5.500	2	مود
0.41	0.78	5.143	3	ترکیبی
0.47	0.90	5.956	4	I/III ($\alpha=40^\circ$)
0.44	0.84	5.562		میانگین
0.53	0.51	6.731	1	
0.55	0.53	6.956	2	مود
0.57	0.55	7.276	3	ترکیبی
0.58	0.56	7.398	4	I/III ($\alpha=60^\circ$)
0.56	0.54	7.090		میانگین

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، نمونه آزمایشگاهی نیم‌دیسک حاوی ترک سه‌بعدی به منظور انجام آزمایش‌های شکست تحت بارگذاری مود مرکب I/III پیشنهاد شده است. این نمونه دارای مزایایی از جمله هندسه ساده، سهولت تهیه نمونه (از قطعات استوانه‌ای شکل) و بارگذاری آسان (با استفاده از فیکسچرهای مرسوم خم‌سه‌نقطه‌ای) است.

$$K_{eff} = \sqrt{K_{IIf}^2 + K_{IIIIf}^2} \quad (7)$$

برای مود I خالص، K_{eff} برابر K_{IIf} است. در حقیقت میزان مقاومت مواد در برابر شکست تحت شرایط بارگذاری مود ترکیبی I/III است. مطابق شکل ۱۱، با افزایش میزان مود III در نوک ترک، استحکام بتن آسفالتی کاهش می‌یابد؛ بنابراین در طراحی سازه‌های ساخته شده از مواد آسفالتی بایستی تاثیر مود III را لحاظ کرد. این در حالی است که مطابق بررسی کارهای پیشین محققان، این نوع بارگذاری در طراحی‌ها لحاظ نشده است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۰- نمونه نیم‌دیسک خمشی بعد از آزمایش‌های شکست تحت بارگذاری‌های مختلف مود مرکب I/III (الف) ($\alpha=20^\circ$)، (ب) ($\alpha=40^\circ$) و (ج) ($\alpha=60^\circ$) شعاع و طول ترک نمونه‌ها به ترتیب ۷۵ میلی‌متر و ۲۰ میلی‌متر است)

۷- مراجع

- [1] Shamel M, Choupani N, Razav MK (1395) Measurement of Mixed-mode Fracture Toughness of Polypropylene using Multi-specimen J-integral Method. *Modares Mech Eng* 16(4): 333-344.
- [2] Talezadeh Lari A, Sadighi M (1392) Numerical analysis of the fracture parameters in the sliding contact problem between a rigid flat punch and a functionally graded semi-infinite medium in the presence of a surface crack. *Modares Mech Eng* 13(12): 14-24.
- [3] Saeedifar M, Fotouhi M, Mohammadi R, Ahmadi Najafabadi M, Hosseini Toudeshki H (1393) Investigation of delamination and interlaminar fracture toughness assessment of Glass/Epoxy composite by acoustic emission. *Modares Mech Eng* 14(4): 1-11.
- [4] Movahhedi Aleni H, Liaghat GH, Pol MH, Afrouzian A (1394) An experimental investigation on mode-II interlaminar fracture toughness of nanosilica modified glass/epoxy fiber-reinforced laminates. *Modares Mech Eng* 15(3): 283-290.
- [5] Ghajar R, Varavi MR, Peyman S (1395) Calculation of static and dynamic stress intensity factors in orthotropic functionally graded materials using displacement correlation technique. *Modares Mech Eng* 16(3): 79-86.
- [6] Ayatollahi MR, Pirmohammad S (2013) Temperature effects on brittle fracture in cracked asphalt concretes. *Struct Eng Mech* 45(1): 19-32.
- [7] Pirmohammad S, Ayatollahi MR (2014) Fracture resistance of asphalt concrete under different loading modes and temperature conditions. *Const Build Mater* 53: 235-242.
- [8] Pirmohammad S, Ayatollahi MR (2014) Asphalt concrete resistance against fracture at low temperatures under different modes of loading. *Cold Region Sci Technol* 110: 149-159.
- [9] Torabi AR, Majidi HR, Ayatollahi MR (1396) Fracture prediction of key-hole notched graphite plates by using the strain energy density based on the equivalent factor concept. *Solids Fluids Mech* 7(2): 1-15.
- [10] Ameri M, Mansourian A, Heidary Khavas M, Aliha MRM, Ayatollahi MR (2011) Cracked asphalt pavement under traffic loading – A 3D finite element analysis. *Eng Fract Mech* 78(8) 1817-26.
- [11] Liu S, Chao YJ, Zhu X (2004) Tensile-shear transition in mixed mode I/III fracture. *Int J Solids Struct* 41(22) 6147-6172.
- [12] Susmel L, Taylor D (2008) The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading. *Eng Fract Mech* 75(3): 534-550.

با انجام تحلیل‌های اجزای محدود روی این نمونه آزمایشگاهی، مشخص شد که با چرخش ترک، نمونه تحت بارگذاری مود مرکب I/III قرار می‌گیرد و میزان مود III وابسته به زاویه ترک است. سپس پارامترهای هندسی شامل، زاویه ترک، طول ترک، ضخامت نمونه و فاصله تکیه‌گاه‌ها از وسط نمونه تغییر داده شد و در نهایت ضرایب شکل مود I و مود III محاسبه شد. در مرحله بعد تلاش شد که قابلیت به‌کارگیری این نمونه پیشنهادی در عمل نیز بررسی شود. لذا نمونه‌هایی از جنس بتن آسفالتی تهیه و تحت آزمون شکست در سه حالت بارگذاری مختلف مود مرکب I/III قرار گرفت. نتایج نشان داد که نمونه پیشنهادی می‌تواند در عمل نیز مودهای بارگذاری مرکب I/III را شبیه‌سازی کند؛ همچنین بر اساس نتایج آزمایش شکست، افزایش مود III در نوک ترک باعث کاهش استحکام شکست مواد آسفالتی می‌شود. شایان ذکر است که نمونه پیشنهادی می‌تواند علاوه بر مواد آسفالتی برای اغلب مواد مهندسی دیگر مانند سنگ‌ها، سرامیک‌ها، پلیمرها، بتن و ... نیز استفاده شود.

۶- فهرست علائم

طول ترک	a
ضریب شدت تنش مود I	K_I
ضریب شدت تنش مود III	K_{III}
ضریب شدت تنش بحرانی مود I	K_{Ic}
ضریب شدت تنش بحرانی مود III	K_{IIIc}
ضریب شدت تنش بحرانی موثر	K_{eff}
نیروی اعمالی	P
شعاع نمونه	R
فاصله تکیه‌گاه‌های پایینی از وسط نمونه	S
ضخامت نمونه	t
ضریب شکل هندسی مود I	Y_I
ضریب شکل هندسی مود III	Y_{III}
بار شکست	P_{cr}
	علائم یونانی
زاویه ترک	α

- [26] Aliha MRM, Linul E, Bahmani A, Marsavina L (2018) Experimental and theoretical fracture toughness investigation of PUR foams under mixed mode I+III loading. *Polym Test* 67: 75-83.
- [27] Aliha MRM, Fazaeli H, Aghajani S, Moghadas Nejad F (2015) Effect of temperature and air void on mixed mode fracture toughness of modified asphalt mixtures. *Construct Build Materi* 95: 545-555.
- [28] Ayatollahi MR, Pirmohammad S (2013) Temperature effects on brittle fracture in cracked asphalt concretes. *Struct Eng Mech* 45: 19-32, 2013.
- [29] Li XJ, Marasteanu MO (2010) Using semicircular bending test to evaluate low temperature fracture resistance for asphalt concrete. *Exp Mech* 50: 867-76.
- [30] Chong KP, Kuruppu MD (1984) New specimen for fracture toughness determination of rock and other materials, *Int J Fract* 26: 59-62.
- [31] Lazarus VE, Leblond JB, Mouchrif SE (2001) Crack front rotation and segmentation in mixed mode I + III or I + II + III. Part I: Calculation of stress intensity factors. *J Mech Phys Solids* 49: 1399-1420.
- [32] Yates JR, Mohammed RA (1994) Crack propagation under mixed mode (I+III) loading. *Pro. 4th Int Conference on Biaxial Multiaxial Fatigue, Saint-Germain-en-Laye, France* 2: 99-106.
- [33] Hubbard S (1995) Determining the fatigue threshold and crack propagation properties of a steel under mixed mode I and III loading. M.Sc. Dissertation, SheLeld University, SheLeld.
- [34] Pook LP A (1993) Finite element analysis of the angled slit specimen. In: *Mixed Mode Fatigue and Fract*, London 285-302.
- [35] Aliha MRM, Bahmani A, Akhondi Sh (2015) Numerical analysis of a new mixed mode I/III fracture test specimen, *Eng Fract Mech* 134: 95-110.
- [36] Timm D, Birgisson B, Newcomb D, Development of mechanistic empirical pavement design in Minnesota. *Transport Res Rec* 1629(1): 181-188.
- [37] Molenaar AAA, Scarpas A, Liu X, Erkens G (2002) Semi-circular bending test; simple but useful. *J Assoc Asphalt Technol* 71: 794-815.
- [13] Schroth JG, Hirth JP, Hoagland RG, Rosenfield AR (1987) Combined mode I-mode III fracture of a high strength low-alloy steel. *Metall Trans A* 18(13): 1061-1072.
- [14] Kamat SV, Hirth JP, Mehrabian R (1989) Combined mode I-Mode III fracture toughness of alumina particulate-reinforced aluminum alloy-matrix composites. *Scr Metall* 23(4): 523-528.
- [15] Seifi R, Omidvar N (2013) Fatigue crack growth under mixed mode I + III loading. *Mar Struct* 34: 1-15.
- [16] Rao BC, Srinivas M, Kamat SV (2008) The effect of mixed mode I/III loading on the fracture toughness of Timetal 834 titanium alloy. *Mater Sci Eng A* 476(1-2): 162-168.
- [17] Ayatollahi MR, Aliha MRM (2011) Fracture analysis of some ceramics under mixed mode loading. *J Am Ceram Soc* 94(2): 561-569.
- [18] Liu S, Chao YJ, Zhu X (2004) Tensile-shear transition in mixed mode I/III fracture. *Int J Solids Struct* 41(22): 6147-6172.
- [19] Pook LP (1985) The fatigue crack direction and threshold behaviour of mild steel under mixed mode I and III loading. *Int J Fatigue* 7(1): 21-30.
- [20] LI HF, QIAN CF (2011) Experimental study of I + III mixed mode fatigue crack transformation propagation. *Fatigue Fract Eng* 34: 53-59.
- [21] Feng X, Kumar AM, Hirth JP (1993) Mixed mode I/III fracture toughness of 2034 aluminum alloys. *Acta Metall Mater* 41(9): 2755-2764.
- [22] Ayatollahi MR, Saboori B (2015) A new fixture for fracture tests under mixed mode I/III loading, *Eur J Mech A/Solids* 51: 67-76.
- [23] Saboori B, Ayatollahi MR (2018) A novel test configuration designed for investigating mixed mode II/III fracture. *Eng Fract Mech* 197: 248-258.
- [24] Mansourian A, Hashemi S, Aliha MRM (2018) Evaluation of pure and mixed modes (I/III) fracture toughness of Portland cement concrete mixtures containing reclaimed asphalt pavement. *Construct Build Mater* 178: 10-18.
- [25] Saboori B, Ayatollahi MR, Torabi AR, Berto F (2016) Mixed mode I/III brittle fracture in round-tip V-notches. *Theor Appl Fract Mech* 83: 135-151.