



مطالعه تجربی و عددی تغییر شکل صفحات چندلایه کامپوزیت-فلز (FML) با ضخامت‌های یکسان تحت بارگذاری انفجاری

مسعود زاهدی‌نیا^۱، روح‌اله حسینی^{۲*}، حسین خدارحمی^۳ و مجتبی ضیاء شمامی^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

^۲ استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

^۳ استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

^۴ دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۲/۱۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۰۵/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۰۸

چکیده

تحقیقات در زمینه تاثیر انفجار بر سازه‌های هیبریدی و کامپوزیتی در حال گسترش می‌باشد و سازه‌های جدید باید بتوانند در برابر بارهای انفجاری و موج ناشی از انفجار مقاوم باشند. در این مقاله صفحات چندلایه کامپوزیت-فلز به روش دستی ساخته شدند و سپس با استفاده از تست‌های استاندارد کشش برای کامپوزیت‌ها، خواص مکانیکی به دست آمدند. تست انفجار در آزمایشگاه ضربه و انفجار توسط دستگاه لوله شاک انجام شد. در انتها نتایج حاصل از تست تجربی و شبیه‌سازی اجزاء محدود مورد مقایسه قرار گرفتند و ملاحظه گردید که تطابق خوبی بین نتایج برقرار می‌باشد. نتایج آزمایش‌ها مشخص کرد که این صفحات در بارگذاری کمتر از ۱۰ گرم ماده منفجره C4 (معادل فشار ۲۸ MPa) درون لوله شاک حتی دچار لایه لایه شدن هم نمی‌شوند و در بارگذاری‌های بالاتر از آن دچار تورق می‌گردند و در بارگذاری ۲۰ گرم به مرز پارگی می‌رسند. در تمامی آزمایش‌ها می‌توان دید که صفحه آلومینیوم پشت بدلیل انعکاس موج فشاری که به موج کششی تبدیل می‌شود از پنل جدا گردیده و دچار تغییر شکل پلاستیک شده است و باعث می‌شود که کامپوزیت کمتر دچار شکست شود.

کلمات کلیدی: چندلایه کامپوزیت-فلز؛ انفجار؛ تغییر شکل صفحات؛ لوله شاک.

Experimental and Numerical Study of Deformation of FML Plates with the Same Thickness Under Explosive Loading

M. Zahedinia¹, R. Hosseini^{2,*}, H. Khodarahmi³, M. Ziashamami⁴

¹ Msc student, Department of Mechanical Engineering, Imam Hossein University.

² Assis. Prof., Department of Mechanical Engineering, Imam Hossein University.

³ Prof., Department of Mechanical Engineering, Imam Hossein University.

⁴ PhD student., Department of Mechanical Engineering, Guilan University.

Abstract

Research in field of explosions effects on hybrid and composite structures is expanding. One of the loads that defense structures needs to withstand and not lose their performance is the explosion wave. In this thesis, fiber-metal laminates were made using hand layup. Then mechanical properties were obtained using standard tensile tests for composites. The explosion test was carried out using a Shock tube machine. Finally, the results of the empirical test were compared with the numerical simulation of these plates by the finite element software. It was found that experimental and numerical results are in good agreement. At the end, the results of the experimental test and finite element simulation were compared and it was observed that a good match between the results was observed. The results of the experiments have shown that these plates do not even in loading less than 10 grams of C4 (equivalent to a pressure of 28 MPa) inside the shock tube, and they are delaminated and in Loading 20 grams ruptured. In all experiments, it can be seen that the back aluminum plate, due to the reflection of the compressive wave that converts to the tensile wave, is removed from the panel and deforms the plastic And makes the composite less damaged.

Keywords: Fiber-Metal Laminates; Explosion; Deformation of Plates; Shock Tube.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۷۷۱۰۵۱۰۵

آدرس پست الکترونیک: kprhosseini@ihu.ac.ir

۱- مقدمه

مطالعه‌ی پاسخ چند لایه‌های هیبریدی در معرض بارگذاری‌های دینامیکی شدید مانند ضربه و انفجار در طی سالیان گذشته، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. در این میان چند لایه کامپوزیت-فلز که بر مبنای پشت‌سره‌م قرار گرفتن آلیاژهای فلزی و لایه‌های کامپوزیتی پارچه‌ای شکل گرفته‌اند، دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشند. چند لایه کامپوزیت-فلز یک نوع از کامپوزیت‌های هیبریدی است که با ترکیب لایه‌های نازک فلزی و کامپوزیتی ساخته می‌شود و از آنجا که متغیرهای زیادی همچون جنس، زاویه و چیدمان در ترکیب این مواد هیبریدی نقش دارند، دامنه وسیعی از ترکیب را در اختیار طراح قرار می‌دهند [۱]. تاکنون در تحلیل بارگذاری انفجاری رویکردهای مختلفی بکار رفته است. نوریک و مارتین [۲] روابط تئوری و نتایج آزمایشی تغییرشکل صفحات نازک در برابر بار انفجاری را تحلیل و ارائه نمودند. در مطالعه‌ی مروری آنها نسبت ضخامت به خیز به عنوان تابعی از بار وارده، خواص مواد، هندسه و ابعاد صفحه مورد ارزیابی قرار گرفت. همچنین راجندرانا و لی [۳] به بررسی رفتار ورق‌ها تحت بارگذاری انفجاری پرداخته و روابط ریاضی حاکم بر مدل‌سازی بار انفجاری را به دست آوردند. لانگدون و همکاران [۴] پاسخ انفجار دامنه‌ای از چندلایه‌های کامپوزیت-فلز جدید (FMLs) بر پایه مواد مرکب ترموپلاستیک تقویت شده با الیاف را با استفاده از یک آونگ بالستیک مورد مطالعه قرار دادند. آنها در مقاله خود به بررسی پاسخ انفجاری دو FMLs مبتنی بر ماتریس ترموپلاستیک (TFMLs) و یک ترموست FML پرداختند. بالدن و نوریک [۵]، شبیه‌سازی عددی حرکت پس از شکست صفحه فولادی تحت بارگذاری انفجاری را انجام دادند و پاسخ صفحات و حرکت پس از شکست ناشی از انفجار، برای صفحات با بار یکنواخت و بارگذاری انفجاری موضعی را شبیه‌سازی کردند. در ادامه او و دیگر همکاران ویژگی‌های شکست پنل‌های چندلایه فیبر-فلز مربعی تحت بارهای انفجاری، روند شناسایی و مودهای شکست برای هر نوع پنل را ارائه دادند [۶]. لانگدون و همکاران [۷] به بررسی رفتار انفجاری چندلایه کامپوزیت-فلز بر پایه آلیاژ آلومینیوم و پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف شیشه (FMLs) در معرض موضعی انفجار مواد منفجره پرداخته است. قسمت اول

مشاهدات حاصل از آزمایش بر روی نمونه‌هایی با ضخامت‌های مختلف و توزیع مواد متنوع، بررسی تأثیر موقعیت و پیکربندی چیده شدن (انباشته) را ارائه می‌دهد. آنها در بخش دوم مقاله خود آنالیز کمی از داده‌های تجربی را گزارش دادند. آنها با بیان پارامترهای بی‌بعد، نشان دادند جابجایی سطح پشت و جلو در داخل یک ضخامت ورق از یک روند خطی پیروی می‌کند [۸]. لانگدون و راو [۹] نتایج حاصل از تست انفجار روی پنل‌های پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف شیشه و پنل‌های چندلایه کامپوزیت-فلز (FML) متشکل از ورق‌های فولادی و پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف شیشه را گزارش دادند. قرابایی و همکاران [۱۰]، مطالعه تحلیلی و تجربی برای تغییرشکل صفحات دایره‌ای تحت بارگذاری انفجاری را انجام دادند. آنها در روش تجربی خود از صفحات با جنس فولاد، مس و آلیاژ آلومینیوم استفاده کردند و به بررسی اثر فاصله لازم برای نفوذ، ضخامت صفحه و خواص مواد بر روی خمش صفحه پرداختند. زمانی و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۱ به بررسی اثر نرخ کرنش در رفتار ورق دایروی کاملاً گیردار تحت بارگذاری انفجاری زیر آب روی دو ورق آلومینیوم و فولاد پرداختند و همچنین میزان حد واماندگی دینامیکی به استاتیکی را برای دو آلیاژ پر کاربرد بیان کردند. آنها همچنین با بررسی رفتار پلاستیک صفحات مربعی فولاد و آلومینیوم هنگام مواجهه با موج انفجار، با کنترل عواملی همچون مقدار ماده منفجره، فاصله قرارگیری آن و هندسه صفحات، ضربه موج اصابتی را اندازه‌گیری نمودند [۱۲]. آلدلیستن و همکارانش [۱۳] کاربرد آلیاژهای منیزیم در چند لایه کامپوزیت-فلز را بررسی کردند و یک ارزشیابی ابتدایی روی چند لایه کامپوزیت-فلز بر پایه آلیاژ منیزیم انجام دادند. مزیت‌های استفاده از آلیاژهای منیزیم شامل چگالی پایین منیزیم و مقاومت به خوردگی و فرسایش بسیار بالا و قابلیت محافظت از امواج الکترومغناطیسی می‌باشد. نگوین و تیران [۱۴] به بررسی دیوار عمودی که تحت بارگذاری حاصل از انفجار قرار دارد، پرداختند. در این تحقیقات دیوار به صورت یک صفحه در نظر گرفته شد و شبیه‌سازی با استفاده از روش المان محدود انجام گردید. رفتار کامپوزیت‌های گلر و صفحات آلومینیومی به وسیله‌ی صوری و همکارانش [۱۵] مورد مطالعه قرار گرفته و با استفاده از نرم‌افزار المان محدود اثر تغییر ضخامت صفحات

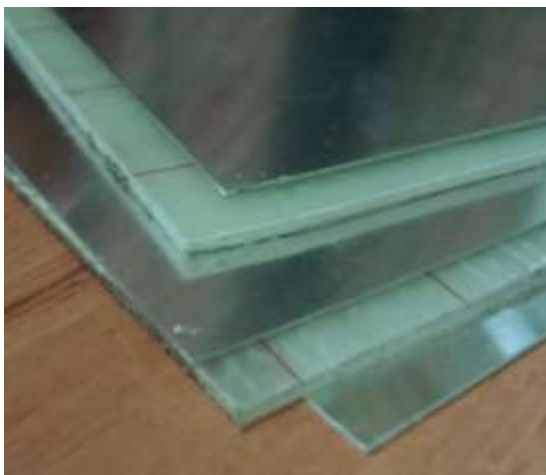
۲- ساخت پنل FML

برای بهینه‌سازی چیدمان چند لایه‌های کامپوزیت- فلز در برابر اثرات انفجار با استفاده از روش سطح پاسخ و الگوریتم ژنتیک که توسط قاسمی و همکاران [۱] انجام شد، نمونه‌ها باید طبق الگوی $[AL,90,60,-60,30,-30,0,AL]_S$ ساخته شوند. در این مقاله جهت ساخت چندلایه کامپوزیت-فلز، از آلومینیوم ۳۱۰۵ با ضخامت ۰/۶ mm و کامپوزیت شیشه/اپوکسی به روش دستی با الیاف تک جهته شیشه از نوع E با چگالی 240 gr/m^2 و رزین اپوکسی مدل ۱۰۱۲ با چگالی $1/1-1/2 \text{ gr/cm}^3$ که با نسبت جرمی ۱۰۰ به ۱۲ با سخت‌کننده مدل ۱۰۲ ترکیب شده بود، استفاده شد. در شکل ۱ می‌توان نحوه چیدمان لایه‌ها قبل از اتصال را مشاهده کرد.

پس از ساخت کامپوزیت به روش دستی، با استفاده از چسب اپوکسی آرال دایت ۲۰۱۱ و آمایش سطح آلومینیوم لایه‌ها به هم متصل شدند و سپس تحت پرس سرد قرار گرفتند. در شکل ۲ می‌توان چندلایه کامپوزیت-فلز ساخته شده را مشاهده کرد.

۳- فرآیند آزمایش‌ها

جهت انجام تست‌های انفجار از دستگاه لوله شاک انفجاری با قطر داخلی ۱۵۴ mm و طول ۷۰۰ mm و با جنس فولاد درون آزمایشگاه ضربه و انفجار استفاده شده است. در شکل ۳



شکل ۱- نحوه چیدمان لایه‌ها قبل از اتصال

آلومینیومی بررسی شد. همچنین کومار و شوکلار [۱۶] به بررسی صفحات با الیاف شیشه تحت بارگذاری انفجاری با در نظر گرفتن رفتار الاستیک الیاف، پرداختند. در این تحقیق رفتار الیاف شیشه به صورت پنل‌های ساندویچی بررسی شد. صدیقی و همکارانش [۱۷] تحقیقات انجام شده برای مقاومت چند لایه کامپوزیت- فلز در برابر ضربه با سرعت کم و زیاد را مرور و ارائه نمودند. احمدی و همکارانش [۱۸] نسبت‌های متفاوت ضخامت لایه‌های کربن- اپوکسی به ضخامت صفحات آلومینیومی را برای مطالعه رفتار ساندویچ پنل‌های کامپوزیتی با هسته فلزی در برابر سرعت زیاد به شکل تحلیلی و آزمایشی مورد بررسی قرار دادند. همچنین لانگدون و همکاران [۱۹] تاثیر اتصال سطحی بر پاسخ آلومینیوم و شیشه سبک وزن پنل‌های چندلایه کامپوزیت-فلز تحت بارگذاری انفجاری مورد بررسی قرار دادند.

در بررسی پیشینه پژوهش، نقش بهینه‌سازی چیدمان، ضخامت و جهت الیاف در آزمایش‌های انفجاری در چندلایه‌های فلز-کامپوزیت مورد توجه کافی قرار نگرفته بود. همچنین بررسی رابطه میزان ماده منفجره و استحکام پنل بصورت تجربی مورد بررسی قرار نگرفته بود. در تحقیق حاضر با توجه به اهمیت بررسی کامپوزیت‌های هیبریدی تحت بارگذاری انفجاری، طراحی چند لایه‌های کامپوزیتی با هسته فلزی برای مقابله با اثرات انفجار مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به بررسی‌های انجام شده بر روی تحقیقات پیشین، مشاهده شد که در تمامی کارهای تجربی گذشته صفحات چندلایه کامپوزیت و فلز بهینه نشده مورد استفاده قرار گرفته‌اند. لذا در این تحقیق صفحات به صورت چیدمان بهینه‌شده از الیاف تک‌جهته شیشه و با ضخامت‌های آلومینیوم یکسان که بهترین مقاومت در برابر بارگذاری انفجاری را دارند، ساخته شدند و با استفاده از لوله شاک^۱ انفجاری تحت آزمایش انفجار با مقادیر مختلف ماده منفجره قرار گرفتند. نتایج شبیه‌سازی با نرم‌افزارهای اجزاء محدود نیز با کار تجربی مورد مقایسه قرار گرفته و اعتبار کار شبیه‌سازی مورد تأیید قرار گرفت.

^۱ Shock Tube



شکل ۲- چندلایه کامپوزیت-فلز



شکل ۳- لوله شاک انفجاری



شکل ۴- اتصال تمام گیردار نمونه به لوله شاک

لوله شاک انفجاری نشان داده شده است. تست توسط لوله شاک این قابلیت را داراست که می‌تواند با استفاده از ماده‌ی منفجره‌ی کم، فشار موج انفجاری تا ۱۰ برابر انفجار آزاد را بوجود بیاورد. در تست‌های انفجار از ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ گرم ماده‌ی منفجره C4 جهت اعمال بارگذاری انفجاری بر روی نمونه استفاده شده است. نمونه‌ها با استفاده از ۱۲ عدد پیچ به جلوی لوله شاک مانند شکل ۴ محکم بسته می‌شوند تا شرایط تکیه‌گاهی کاملاً گیردار بوجود آید.

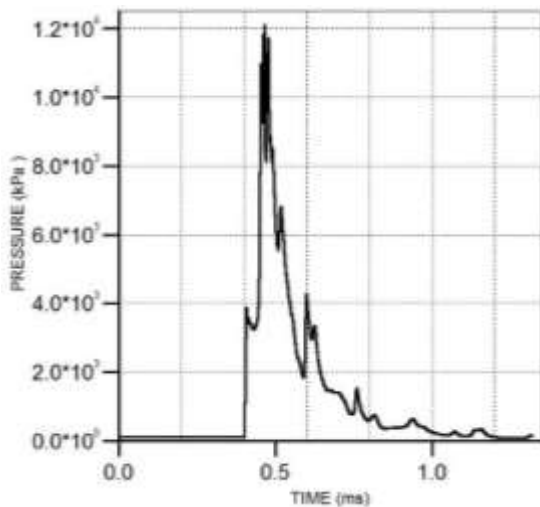
۳- مدل‌سازی

جهت مدل‌سازی صفحات چندلایه کامپوزیت-فلز از نرم‌افزارهای اجزاء محدود ANSYS-AUTODYN و ABAQUS استفاده می‌شود. با توجه به توانایی‌های بالای نرم‌افزار AUTODYN در مدل‌سازی پدیده‌های انفجار، شبیه‌سازی موج انفجار درون لوله شاک به روش اویلر-لاگرانژی برای چهار وزن مختلف از ماده منفجره در این هیدروکد انجام شده است. با این وجود این نرم‌افزار در مدل‌سازی صفحات کامپوزیت دارای محدودیت می‌باشد، در صورتی که نرم‌افزار ABAQUS قابلیت مدل‌سازی بهتری نسبت به اتوداین دارد. بنابراین مدل‌سازی پدیده انفجار در لوله شاک درون نرم‌افزار هیدروکد اتوداین انجام شد و نیروها و فشارهای حاصل از موج انفجار به دست آمده و بر روی صفحات چندلایه کامپوزیت-فلز که درون آباکوس مدل‌سازی شده بودند، اعمال شد. در بخش‌های بعد جزئیات مدل‌سازی‌ها آورده شده است.

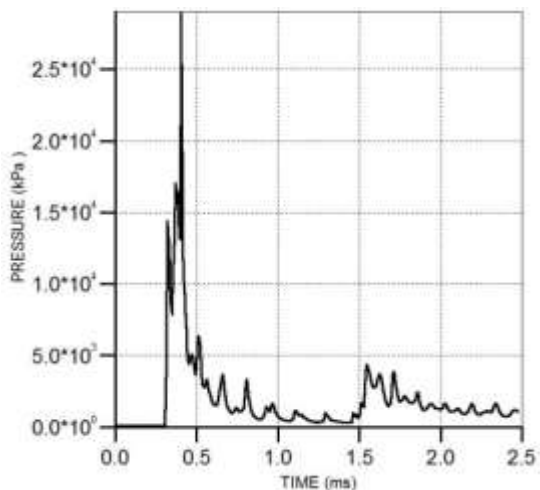
۳-۱- مدل‌سازی اویلر-لاگرانژی انفجار با هیدروکد

اتوداین

این تحلیل در نرم‌افزار هیدروکد اتوداین با مدل‌سازی لاگرانژی لوله شاک و مدل‌سازی اویلری هوا و ماده منفجره انجام شد و در صدد تحلیل اثر پیشروی موج شاک بر روی بدنه لوله شاک و مقایسه آن با نتایج و مشاهدات تجربی هستیم (شکل ۵). همچنین در این شبیه‌سازی به مطالعه نحوه پیشروی موج انفجار در هوا و نمودارهای فشار-زمان قبل از برخورد به صفحه هدف برای جرم خرج‌های ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ گرم پرداخته می‌شود. جهت اعمال بار انفجاری در



شکل ۶- نمودار فشار زمان گیج مرکزی برای ۵ گرم ماده منفجره



شکل ۷- نمودار فشار زمان گیج مرکزی برای ۱۰ گرم ماده منفجره

۳-۲- مدل سازی اجزاء محدود چندلایه کامپوزیت-فلز با آباکوس

پنل FML سه‌بعدی شامل آلیاژ آلومینیوم، کامپوزیت اپوکسی/الیاف شیشه یک‌جهته و لایه‌های چسبنده به صورت قسمت‌های جدا از هم مدل شد. با توجه به تقارن سازه در دو جهت، تنها یک چهارم از هر پنل FML با شرایط مرزی تمام گیردار مدل‌سازی شد (شکل ۱۰). شعاع آلومینیوم و کامپوزیت برابر ۷۷ mm در نظر گرفته شد و خواص مورد نیاز



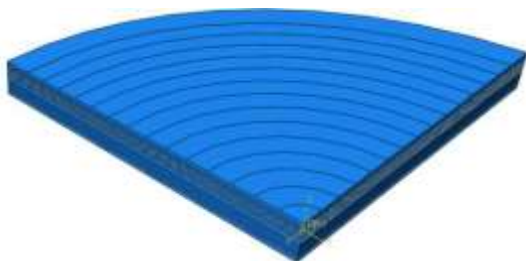
شکل ۵- مدل‌سازی لوله شاک و موج انفجار در اتوداین

نرم افزار آباکوس می‌بایست پنل مورد نظر را به ۱۵ قسمت جدا از هم تقسیم کرد و به هر قسمت یک فشار اعمال نمود. نمودار فشار-زمان هر قسمت را با استفاده از گیج‌های اولبری درون شاک متناسب با همان موقعیت از پنل، به دست آوردیم. برای این تحلیل از تحلیل محور متقارن دو بعدی استفاده شده است. تنظیمات تحلیل با تعریف مدل دوبعدی محور متقارن حول محور افقی با انتخاب واحدهای میلی‌متر برای طول، میلی‌گرم برای جرم و میلی‌ثانیه برای زمان شروع می‌شود. در ماژول ماده، مواد مورد نیاز در تحلیل اعم از هوا، ماده منفجره (C4) و فولاد ST37 (آهن) مواد سازنده لوله شاک در نظر گرفته می‌شود. سپس در ماژول شرایط اولیه، با کمک انرژی درونی به مقدار ۲۰۸۵۰۰، شرایط اولیه هوایی برای پرکردن بخش اولبری مدل، ساخته می‌شود. در ماژول شرایط مرزی با در نظر گرفتن شرایط مرزی مطلوب لوله شاک و هدف مقید می‌گردند.

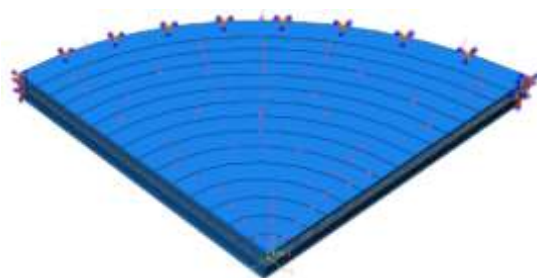
در ادامه، نمودار فشار زمان گیج مرکزی برای جرم‌های مختلف ماده منفجره نشان داده شده است. با توجه به زیاد بودن نمودارهای فشار-زمان، تنها نمودار گیج ۱ در مرکز ورق نشان داده شده است. در نمودار فشار-زمان شکل ۶ می‌توان مشاهده کرد که بیشترین فشار ناشی از موج انفجار برای ۵ گرم ماده منفجره در مرکز پنل برابر با ۱۲/۱ MPa بوده و در زمان ۰/۴۶ ms اتفاق می‌افتد. با توجه به نمودار فشار-زمان در شکل ۷ می‌توان مشاهده کرد که بیشترین فشار ناشی از موج انفجار برای ۱۰ گرم ماده منفجره در مرکز پنل برابر با ۲۸/۸ MPa و در زمان ۰/۴۰۳ms اتفاق می‌افتد.

همچنین در نمودار فشار-زمان شکل ۸ می‌توان مشاهده کرد که بیشترین فشار ناشی از موج انفجار برای ۱۵ گرم ماده منفجره در مرکز پنل برابر با ۳۵/۷ MPa و در زمان ۰/۳۵۸ms اتفاق می‌افتد. در نهایت در نمودار فشار-زمان شکل ۹ می‌توان مشاهده کرد که بیشترین فشار ناشی از موج انفجار برای ۲۰ گرم ماده منفجره در مرکز پنل برابر با ۴۰/۳ MPa و در زمان ۰/۳۳۳ ms اتفاق می‌افتد.

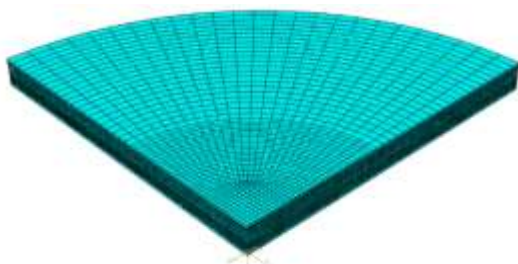
جهت اعمال بارگذاری انفجاری که در قسمت قبل توضیح داده شد، نیاز به ۱۵ عدد قسمت دایروی بر روی پنل است تا نمودار فشار-زمان هر گیج را به صورت بارگذاری فشاری به صورت یک دامنه بر آن قسمت اعمال کرد. همانطور که در شکل ۱۱ نشان داده شده است. لایه‌های آلومینیوم و کامپوزیت با استفاده از عناصر S3D8R مش‌بندی شدند، که هشت گره‌ای هستند. المان‌های چسبیده هم دارای مش سه‌بعدی هشت گره‌ای (COH3D8) هستند. همانطور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۰- هندسه پنل



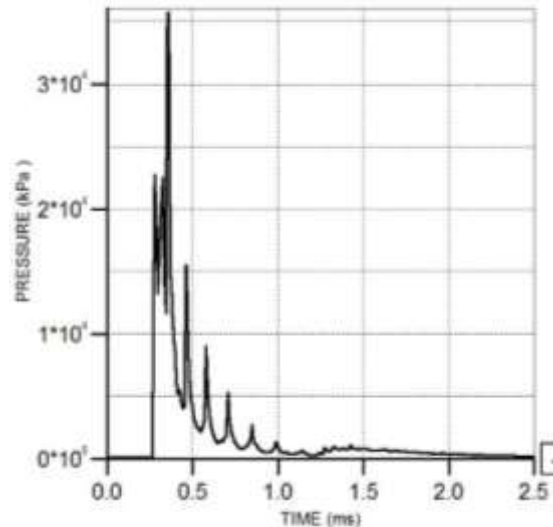
شکل ۱۱- نحوه اعمال بارگذاری انفجاری و شرایط مرزی



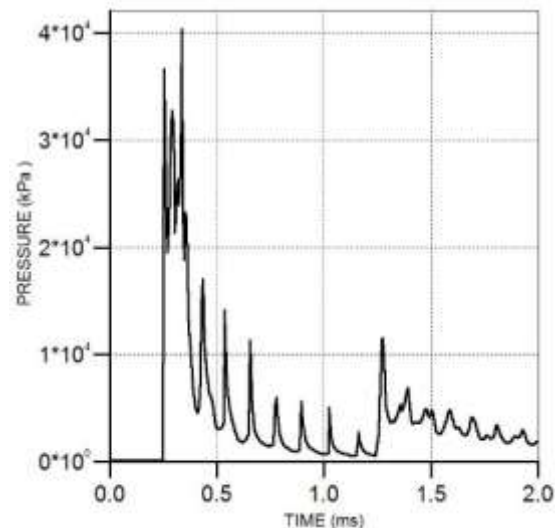
شکل ۱۲- نوع و اندازه مش‌بندی بر روی پنل

۳-۲-۱- مدل‌سازی لایه‌های آلومینیوم

آلیاژ آلومینیوم به عنوان یک ماده الاستوپلاستیکی، با رفتار نرخ وابسته نشان داده شده مدل‌سازی شد. اثرات دما در آلیاژ



شکل ۸- نمودار فشار زمان گیج مرکزی برای ۱۵ گرم ماده منفجره



شکل ۹- نمودار فشار زمان گیج مرکزی برای ۲۰ گرم ماده منفجره

شبه‌سازی با توجه به تست‌های استاندارد خواص مکانیکی به دست آمد و در نرم افزار آباکوس در قسمت خواص مواد، بر روی هر بخش اختصاص داده شد. قسمت‌های مدل شده در قسمت برهم‌کنش با استفاده از خواص المان‌های چسبیده به هم متصل شدند. در بخش‌های بعد به بررسی مدل استحکام مورد استفاده در آزمایش، جهت بکار بردن در شبه‌سازی عددی پرداخته شده است.

۳-۲-۲- معیار گسیختگی سه‌بعدی هاشین

لایه‌های کامپوزیت اپوکسی/الیاف شیشه تک‌جهته بصورت متقارن در دو جهت ساخته شده‌اند و رفتار مواد در صفحه چندلایه مشابه آن دو جهت است. بنابراین نیازی نیست که الیاف و رزین را به منظور حصول پاسخ در سرتاسر لایه کامپوزیت جداگانه شبیه‌سازی کرد. علاوه بر این، تست‌های مواد انجام شده در این مقاله بر اساس چندلایه‌های کامپوزیت بودند، یعنی هیچ تستی به طور جداگانه رزین و الیاف را بررسی نکرد. بنابراین، معیار شکست سه‌بعدی هاشین برای شبیه‌سازی لایه کامپوزیت اپوکسی/الیاف شیشه تک‌جهته مناسب است. هاشین جهت افزایش گسیختگی، این معیار را به چهار قسمت تقسیم نمود که عبارت از گسیختگی الیاف و رزین در کشش و فشار می‌باشد. در این معیار، گسیختگی کششی الیاف، متأثر از تنش‌های برشی نیز می‌باشد و برابر است با:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \frac{1}{S^2}(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) = 1 \quad \frac{\sigma_1}{X_t} = 1 \quad (4)$$

که در آن، X_t استحکام کششی در راستای الیاف، S استحکام برشی و σ_1 تنش عمودی در راستای ۱ می‌باشند. همچنین گسیختگی فشاری الیاف عبارتست از:

$$\frac{\sigma_1}{X_c} = 1 \quad (5)$$

که در آن، X_c استحکام برشی در راستای الیاف می‌باشند. در مورد گسیختگی کششی ماتریس در صورتیکه $\sigma_2 + \sigma_3 > 0$ باشد،

آلومینیوم مورد توجه قرار نگرفت. مدل جانسون-کوک به صورت رابطه (۱) استفاده شد:

$$\sigma = \left[A + B (\bar{\epsilon}_{pl})^n \right] \left[1 + C \ln \left(\frac{\bar{\epsilon}_{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \quad (1)$$

که $\bar{\epsilon}_{pl}$ کرنش پلاستیک معادل، $\dot{\epsilon}_0$ نرخ کرنش پلاستیک معادل و مرجع هستند و A, B, C, n پارامترهای مواد هستند. آسیب در مدل مواد جانسون-کوک با استفاده از قانون آسیب تجمعی رابطه (۲) پیش‌بینی شده است [۲۰]:

$$D = \sum \left(\frac{\Delta \bar{\epsilon}_{pl}}{\bar{\epsilon}_f} \right) \quad (2)$$

که در آن

$$\bar{\epsilon}_f^{-pl} = \left[D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*) \right] \left[1 + D_4 \ln \left(\frac{\bar{\epsilon}_{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \quad (3)$$

جاییکه $\Delta \bar{\epsilon}_{pl}$ افزایش کرنش پلاستیک معادل در طول یک افزایش در بارگذاری و σ^* تنش میانگین نرمال شده توسط تنش معادل است. پارامترهای D_1, D_2, D_3, D_4 ثابت‌ها هستند. فرض بر این است که شکست زمانی اتفاق می‌افتد که $D=1$ شود. بنابراین کرنش شکست فعلی، $\bar{\epsilon}_f^{pl}$ و انباشتگی آسیب، D ، تابعی از تنش میانگین و نرخ کرنش است. ثوابت در مدل جانسون کوک برای آلیاژ آلومینیوم استفاده شده در این مطالعه در جدول ۱ داده شده‌اند. در جدول ۲ نیز خواص مکانیکی آلومینیوم جهت استفاده در بخش الاستیک خصوصیات مواد نرم‌افزار آباکوس آورده شده است.

جدول ۱- ضرائب جانسون-کوک آلومینیوم ۳۱۰۵ [۲۱، ۲۲]

A (MPa)	B (MPa)	C	n	m
۱۳۰	۴۶۵	۰/۰۱۵	۰/۱۰۳	۰/۰۰۱

جدول ۲- خواص مکانیکی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ [۲۱، ۲۲]

چگالی (g/cm ³)	ضریب پواسون	مدول الاستیسیته (GPa)	مقاومت برشی (MPa)	تنش تسلیم (MPa)	کشیدگی %
۲/۸	۰/۳۳	۶۹	۹۷	۱۳۰	۳

۳-۲-۳- المان‌های چسبنده

جدایش در اتصال بین لایه‌های کامپوزیت و آلومینیوم با استفاده از المان‌های چسبنده موجود در آباکوس مدل‌سازی شد. پاسخ الاستیک در روابط از یک قانون جلدشدگی-کشش با رفتار بازشدگی بین مولفه‌های برشی و نرمال تعریف شد. انتخاب پیش فرض ضخامت تشکیل‌دهنده برای مدل‌سازی پاسخ، در روابط کشش در مقابل جلدشدگی بدون در نظر گرفتن ضخامت واقعی لایه چسب ۰/۱ است، بنابراین روابط قطری در ماتریس الاستیسیته و چگالی باید با استفاده از ضخامت واقعی لایه چسبنده در رابطه (۴) محاسبه شوند:

$$K_{mm} = \frac{E_m}{t_c}; \quad K_{ss} = \frac{E_s}{t_c}; \quad K_{tt} = \frac{E_t}{t_c};$$

$$\rho = \rho_c t_c \quad (۸)$$

تنش اسمی درجه دوم و معیار انرژی به ترتیب برای مدل آسیب اولیه و آسیب تکاملی مورد استفاده قرار گرفتند. آسیب زمانی آغاز می‌شود که یک تابع برهم‌کنش دویبعدی، شامل نسبت تنش اسمی به واحد برسد. آسیب تکاملی بر اساس رابطه انرژی با یک قانون نرم‌کننده خطی تعریف شد. در جدول ۶ خواص لایه‌های چسبنده با توجه به مشخصات به دست آمده از شرکت سازنده آورده شده است [۲۴].

۴- نتایج و بحث

در این بخش نتایج آزمایش‌ها و شبیه‌سازی‌ها با هم مقایسه شده است.

۴-۱- نمونه ۱

نمونه ۱ (A6C26-5) تحت بارگذاری انفجاری با ۵ گرم خرج ماده منفجره C4 قرار گرفته است.

همانطور که از آزمایش نمونه ۱ در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، نمونه ۱ (A6C26-5) دارای جابجایی سطح جلوی ناچیز و جابجایی سطح پشت (d_b) ۷/۲۵mm است و جدایش بین لایه‌های کامپوزیت و آلومینیوم وجود ندارد. هنگامی که موج فشاری از پنل عبور می‌کند و به انتها می‌رسد، به صورت موج کششی بازمی‌گردد و باعث می‌شود که آلومینیوم پشت از پنل جدا شود و به همان حالت تغییر شکل یافته باقی بماند. به همین دلیل در این نمونه و بقیه نمونه‌ها مشاهده می‌شود که آلومینیوم پشت دچار جابجایی و تغییر شکل بیشتری شده است. بیشتر جابجایی پنل مربوط به آلومینیوم است، در

$$\frac{1}{Y_t^2}(\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{S_t^2}(\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3) + \frac{1}{S^2}(\tau_{12}^2 - \tau_{13}^2) = 1 \quad (۶)$$

که در آن، Y_t استحکام کششی در راستای عمود بر الیاف و σ₂ و σ₃ تنش عمودی در راستای ۲ و ۳ می‌باشند. همچنین گسیختگی فشاری ماتریس عبارتست از:

$$\left[\left(\frac{Y_c}{2S_t} \right)^2 - 1 \right] \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{Y_c} + \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{4S_t^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{S_t^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{S^2} = 1 \quad (۷)$$

در روابط فوق، Y_c استحکام فشاری در راستای عمود بر الیاف و S_t مقاومت برشی عرضی و برابر تنش برشی مجاز در صفحه (۲-۳) می‌باشد. البته تنش مجاز برشی در صفحه (۱-۲) را می‌توان برابر تنش مجاز برشی در صفحه (۱-۲)، S، فرض نمود [۲۳]. از این معیار جهت مدل‌سازی آسیب کامپوزیت در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. در جداول ۳، ۴ و ۵ خواص مکانیکی کامپوزیت مورد استفاده به دست آمده از تست‌های استاندارد، آورده شده است.

جدول ۳- خواص الاستیک کامپوزیت

E ₁ (GPa)	E ₂ (GPa)	ν ₁₂	G ₁₂	G ₁₃	G ₂₃
۱۶/۶	۱۶/۳	۰/۱۷	۵	۵	۳

جدول ۴- خواص استحکام نهایی کامپوزیت

X _t (MPa)	X _c (MPa)	Y _t (MPa)	Y _c (MPa)	S(MPa)
۶۶۰	۴۰۰	۶۶۰	۴۰۰	۳۳۰

جدول ۵- انرژی‌های شکست کامپوزیت

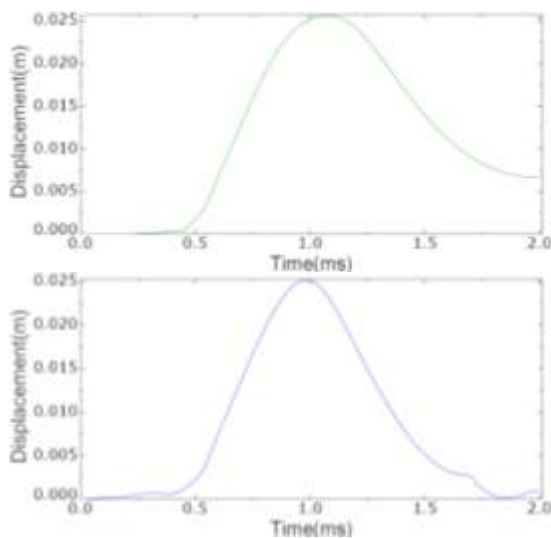
شکست کششی	شکست فشاری	شکست کششی	شکست فشاری
کششی طولی (KJ)	طولی (KJ)	عرضی (KJ)	عرضی (KJ)
۳۲/۸	۳۰	۳۲/۸	۳۰



شکل ۱۳- آزمایش نمونه ۱

جدول ۶- خواص لایه‌های چسبنده

مقاومت خمشی (MPa)	مدول خمشی (GPa)	مدول برشی (GPa)	مقاومت برشی (MPa)	هدایت حرارتی (w/mk)	گرانروی (Pas)	ضخامت (m)
۶۰/۴	۱/۹	۰/۲	۱۶/۳	۰/۲۲	۳۰-۴۵	۰/۰۰۰۰۵



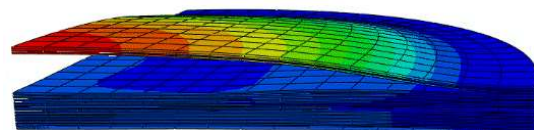
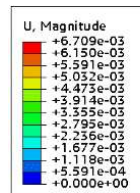
شکل ۱۵- نمودارهای جابجایی سطح پشت و جلوی نمونه ۱

همانطور که از آزمایش نمونه ۲ در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود، نمونه ۲ (A6C26-10) دارای جابجایی سطح جلوی ناچیز و جابجایی سطح پشت (d_b) ۱۳mm است و جدایش بین لایه‌های کامپوزیت و آلومینیوم وجود ندارد. بیشتر جابجایی پنل مربوط به آلومینیوم است، در صورتی که کامپوزیت دارای جابجایی بسیار کم است. در شکل ۱۷ نتایج شبیه‌سازی نمونه ۲ آورده شده است.

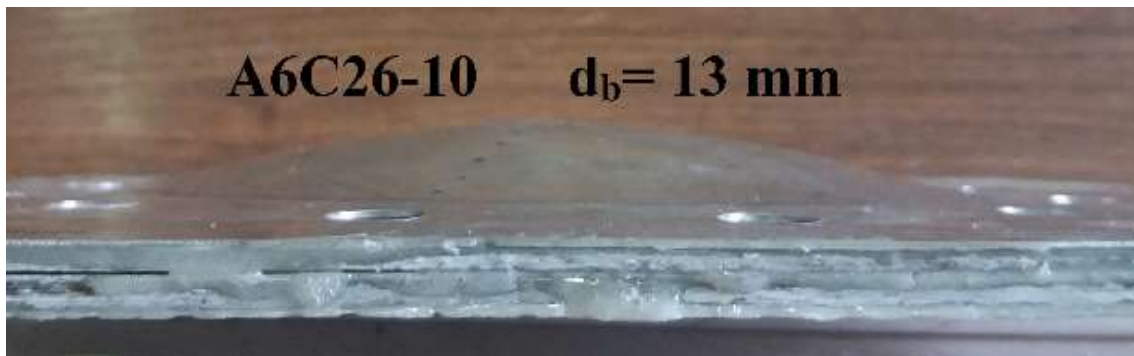
صورتی که کامپوزیت دارای جابجایی بسیار کم است. در شکل ۱۴ نتایج شبیه‌سازی نمونه ۱ آورده شده است. همانطور که از کانتورهای شکل ۱۴ و نمودارهای شکل ۱۵ مشخص است، جابجایی سطح پشت برابر با ۶/۷mm و جابجایی سطح جلو ۰/۵ mm است. بدلیل جابجایی ناچیز سطح جلو، تنها نتایج جابجایی سطح پشت در آزمایش شبیه‌سازی با هم مقایسه شده است.

۲-۴- نمونه ۲

نمونه ۲ (A6C26-10) که تحت بارگذاری انفجاری با ۱۰ گرم خرج ماده منفجره C4 درون لوله شاک قرار گرفته است.



شکل ۱۴- شبیه‌سازی نمونه ۱



شکل ۱۶- آزمایش نمونه ۲

۳-۴- نمونه ۳

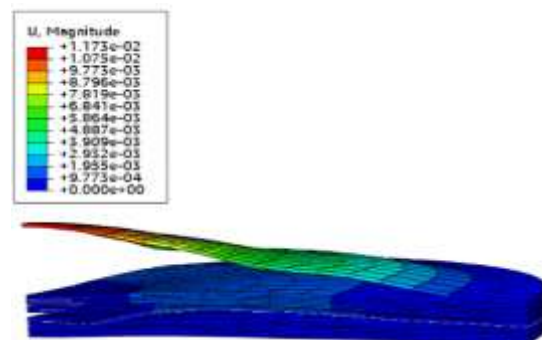
نمونه ۳ (A6C26-15) که تحت بارگذاری انفجاری با ۱۵ گرم خرج ماده منفجره C4 درون لوله شاک قرار گرفته است. همانطور که از آزمایش نمونه ۳ در شکل ۱۹ مشاهده می‌شود، نمونه ۳ (A6C26-15) دارای جابجایی سطح جلوی و جدایش در بین لایه اول کامپوزیت و لایه اول آلومینیوم و در بین لایه دوم کامپوزیت و لایه سوم آلومینیوم به چشم می‌خورد. بیشتر جابجایی پِنل مربوط به آلومینیوم است، در صورتی که کامپوزیت دارای جابجایی بسیار کم می‌باشد. در شکل ۲۰ نتایج شبیه‌سازی برای نمونه ۳ آورده شده است.

همانطور که از کانتورهای شکل ۲۰ و نمودارهای ۲۱ مشخص است، جابجایی سطح پشت برابر با ۱۴/۲ mm و جابجایی سطح جلو ۲/۳ mm است.

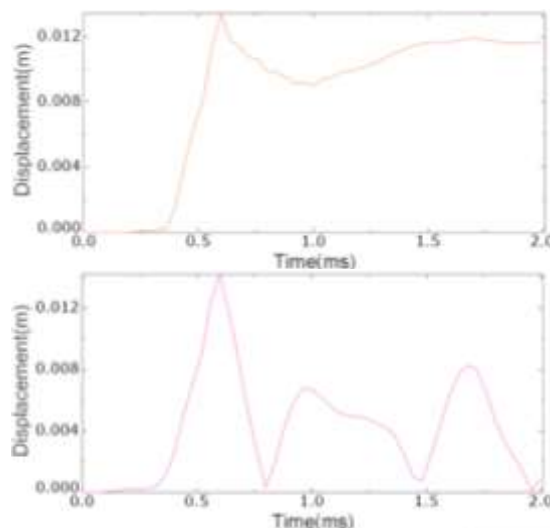
۴-۴- نمونه ۴

نمونه ۴ (A6C26-20) که تحت بارگذاری انفجاری با ۲۰ گرم خرج ماده منفجره C4 درون لوله شاک قرار گرفته است. همانطور که از آزمایش نمونه ۴ در شکل ۲۱ مشاهده می‌شود، نمونه ۴ (A6C26-20) دارای جابجایی سطح جلوی ۲/۱ mm و جابجایی سطح پشت (db) ۲۱ mm است. جدایش در بین لایه اول و دوم و سوم آلومینیوم وجود دارد. بیشتر جابجایی پِنل مربوط به آلومینیوم است، در صورتی که کامپوزیت دارای جابجایی بسیار کمتری است. در شکل ۲۲ نتایج شبیه‌سازی نمونه ۴ آورده شده است.

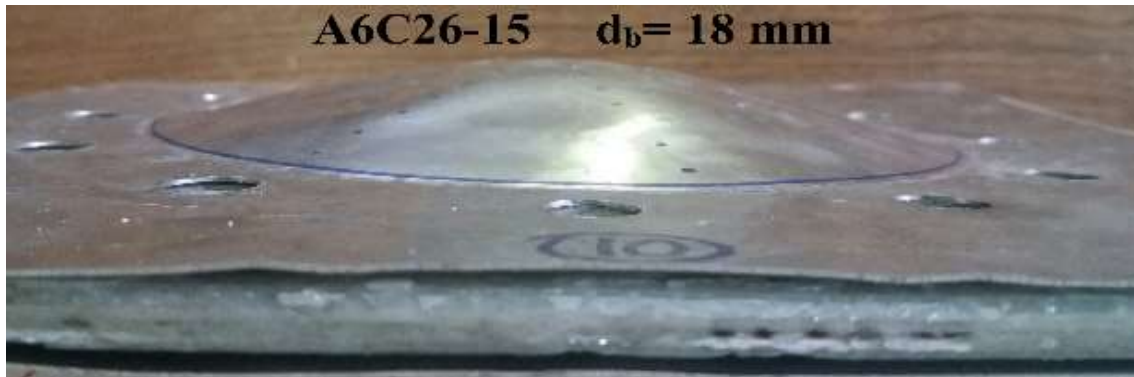
همانطور که از کانتورهای شکل ۱۷ و نمودارهای شکل ۱۸ مشخص است، جابجایی سطح پشت برابر با ۱۱/۷ mm و جابجایی سطح جلو ۰/۸ mm است.



شکل ۱۷- نتایج شبیه‌سازی نمونه ۲



شکل ۱۸- نمودارهای جابجایی سطح پشت و جلوی نمونه ۲

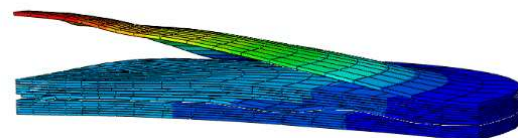
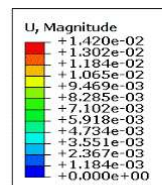


شکل ۱۹- آزمایش نمونه ۳

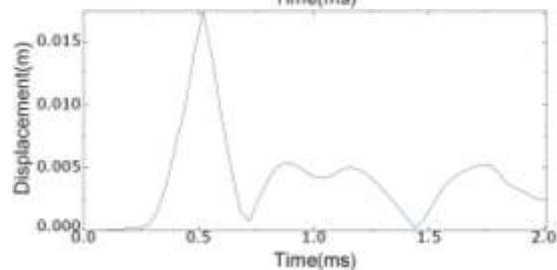
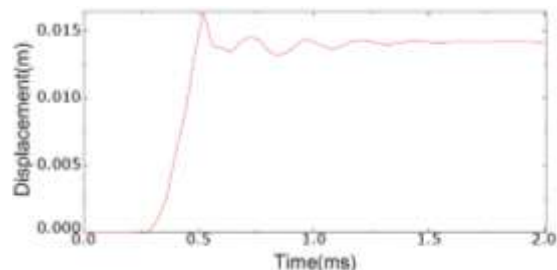
شبیه‌سازی می‌توان مشاهده نمود که در انفجار ۲۰ گرم خرج ماده منفجره C4، لایه‌های آلومینیوم کلاً از کامپوزیت‌ها جدا شده و تقریباً ۲ لایه از ۶ لایه کامپوزیت دوم دچار جدایش شده است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله صفحات چندلایه کامپوزیت-فلز مقاوم در برابر بار انفجاری با تحلیل اجزاء محدود شبیه‌سازی شده و سپس با نمونه‌های ساخته شده مورد مقایسه قرار گرفتند. نمونه‌های تست تجربی با دستگاه لوله شاک انفجاری مورد آزمایش قرار گرفتند و مقایسه نتایج تجربی و عددی بیانگر صحت شبیه‌سازی‌های انجام شده می‌باشد. با توجه به دشواری فرایند شبیه‌سازی و چند مرحله‌ای بودن فرایند تحلیل سه‌بعدی اثر انفجار (استخراج موج فشاری ناشی از انفجار در هر قسمت از پنل در یک مرحله و سپس استفاده از داده‌های آن برای بررسی میزان جابجایی پنل و تورق کامپوزیت و ...) پس از صحت‌گذاری فرایند تحلیل اجزاء محدود، از این شبیه‌سازی می‌توان برای تعمیم تحقیقات به منظور بررسی پارامترهای مختلف در کارهای آتی استفاده نمود. با توجه به آزمایش‌های انجام شده می‌توان مشاهده کرد که این صفحات در بارگذاری کمتر از ۱۰ گرم ماده منفجره C4 (معادل فشار ۲۸ MPa) درون لوله شاک حتی دچار لایه‌لایه شدن هم نمی‌شوند و در بارگذاری‌های بالاتر از آن دچار تورق می‌گردند و در بارگذاری ۲۰ گرم به مرز پارگی می‌رسند. در تمامی آزمایش‌ها می‌توان دید که صفحه آلومینیوم پشت بدلیل انعکاس موج فشاری که به موج کششی تبدیل می‌شود،

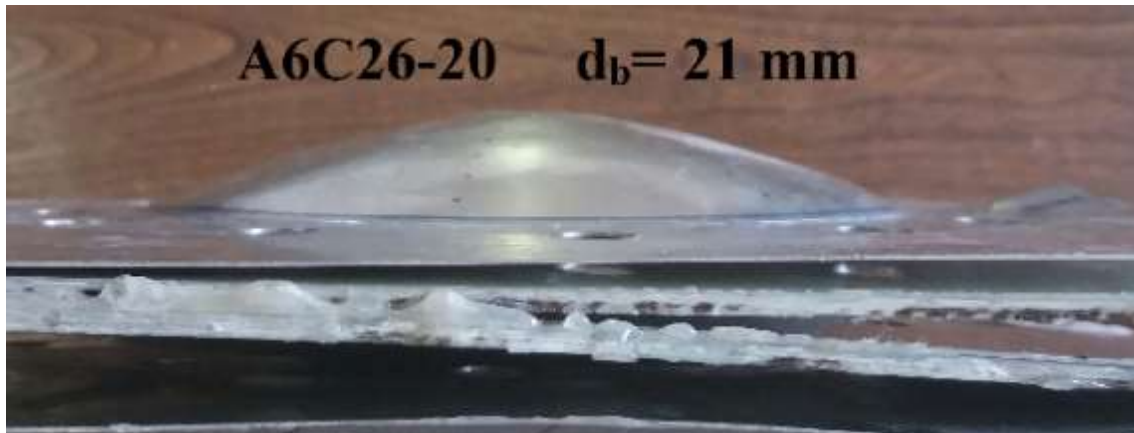


شکل ۲۰- شبیه‌سازی نمونه ۳



شکل ۲۰- نمودارهای جابجایی سطح پشت و جلوی نمونه ۳

همانطور که از کانتورهای شکل ۲۲ و نمودارهای شکل ۲۳ مشخص است، جابجایی سطح پشت برابر با ۱۹ mm و جابجایی سطح جلو برابر با ۶ mm است. با توجه به

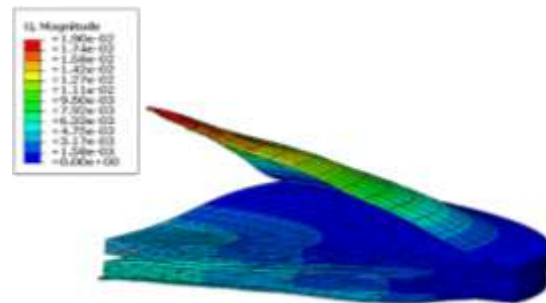


شکل ۲۱- آزمایش نمونه ۴

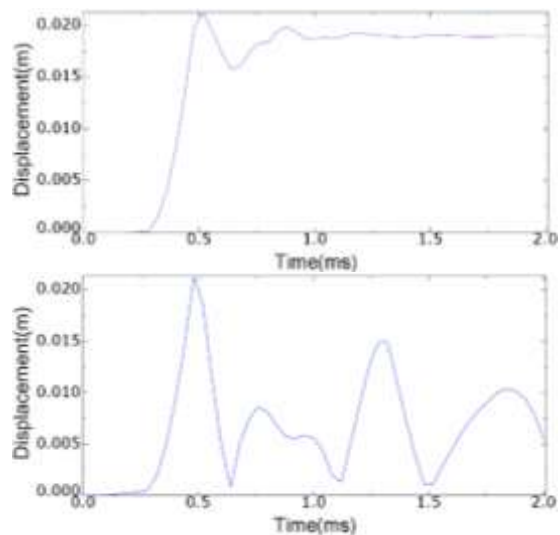
قوی‌تر می‌توان میزان تورق را کاهش داد. جابجایی سطح پشت در تمام آزمایش‌ها بسیار بیشتر از جابجایی سطح جلو بوده و تقریباً سطح جلو دارای جابجایی ناچیز است. همچنین لازم به ذکر است که در شبیه‌سازی عددی با استفاده از المان‌های چسبنده بهتر می‌توان تورق را نشان داد. لازم به ذکر است از این تیم تحقیقاتی در زمینه‌های مرتبط با اعمال بارگذاری‌های دینامیکی بر روی سازه‌های مختلف، کارهای پژوهشی مختلفی به ثبت رسیده [۲۵-۳۹] که علاقمندان می‌توانند در صورت نیاز از آن‌ها نیز استفاده نمایند.

۶- مراجع

- [1] Ghasemi AR, Hajmohammad MH, Aminoroaya M (2015) Using response surface method and genetic algorithm for optimization of fiber metal laminate stacking sequences subjected to explosion loading. J Energ Mater.
- [2] Nurick G, Martin J (1989) Deformation of thin plates subjected to impulsive loading—a review part II: Experimental studies. Int J Impact Eng 8(2): 171-186.
- [3] Rajendran R, Lee J (2009) Blast loaded plates. Mar Struct 22(2): 99-127.
- [4] Langdon G, Cantwell W, Nurick G (2004) The blast performance of novel fibre-metal laminates. WIT Trans Built Env 73.
- [5] Balden V, Nurick G (2005) Numerical simulation of the post-failure motion of steel plates subjected to blast loading. Int J Impact Eng 32(1-4): 14-34.
- [6] Langdon G, Nurick G, Lemanski S, Simmons M, Cantwell W, Schleyer G (2007) Failure



شکل ۲۲- شبیه‌سازی نمونه ۴



شکل ۲۳- نمودارهای جابجایی سطح پشت و جلوی نمونه ۴

از پتل جدا شده و دچار تغییر شکل پلاستیک گردیده و باعث می‌شود که کامپوزیت کمتر دچار شکست شود. با اتصال

- interfacial bonding on the response of lightweight aluminium and glass fibre metal laminate panels subjected to air-blast loading. *P I Mech Eng C-J Mec* 232(8): 1402-1417.
- [۲۰] خدارحمی ح (۱۳۹۴) مکانیک ضربه و انفجار. دانشگاه جامع امام حسین(ع) انتشارات ۱۴۷.
- [21] Moshksar M, Mansorzadeh S (2003) Determination of the forming limit diagram for Al 3105 sheet. *J Mater Process Tech* 141(1): 138-142.
- [22] Deilami Azodi H, Darabi R (2017) Theoretical, Numerical and Experimental Investigation on Formability of Al3105-St14 Two-Layer Sheet. *Journal of Solid Mechanics* 9(2): 434-444.
- [۲۳] شکیب س م م (۱۳۹۲) مکانیک سازه‌های مرکب. دانشگاه جامع امام حسین (ع) انتشارات ۳۸۰.
- [24] Vo T, Guan Z, Cantwell W, Schleyer G (2012) Low-impulse blast behaviour of fibre-metal laminates. *Compos Struct* 94(3): 954-965.
- [25] Forouzan MR, Hoseini R (2010) Dynamic Analysis of a Modified Truck Chassis. *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology* 3(4): 31-36.
- [26] Hoseini R, Salehipoor H (2012) Optimum design process of vibration absorber via imperialist competitive algorithm. *Int J Struct Stab Dy* 12(03): 1250019.
- [27] Hosseini R, Firoozbakhsh K, Naseri H (2014) Optimal design of a vibration absorber for tremor control of arm in Parkinson's disease. *JCARME* 3(2): 85-94.
- [28] Hosseini R, Hamed M (2015) Study of the resonant frequency of unimorph triangular V-shaped piezoelectric cantilever energy harvester. *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology* 8(4).
- [29] Hosseini R, Hamed M (2016) An investigation into resonant frequency of triangular V-shaped cantilever piezoelectric vibration energy harvester. *Journal of Solid Mechanics* 8(3): 560-567.
- [30] Hosseini R, Hamed M (2016) Resonant frequency of bimorph triangular V-shaped piezoelectric cantilever energy harvester. *JCARME* 6(1): 65-73.
- [31] Hosseini R, Hamed M, Ebrahimi Mamaghani A, Kim HC, Kim J, Dayou J (2017) Parameter identification of partially covered piezoelectric cantilever power scavenger based on the coupled distributed parameter solution. *International Journal of Smart and Nano Materials* 8(2-3): 110-124.
- [32] Hosseini R, Hamed M, Im J, Kim J, Dayou J (2017) Analytical and experimental investigation of partially covered piezoelectric cantilever energy harvester. *Int J Precis Eng Man* 18(3): 415-424.
- characterisation of blast-loaded fibre-metal laminate panels based on aluminium and glass-fibre reinforced polypropylene. *Compos Sci Technol* 67(7): 1385-1405.
- [7] Langdon G, Lemanski S, Nurick G, Simmons M, Cantwell W, Schleyer G (2007) Behaviour of fibre-metal laminates subjected to localised blast loading: Part I—Experimental observations. *Int J Impact Eng* 34(7): 1202-1222.
- [8] Lemanski S, Nurick G, Langdon G, Simmons M, Cantwell W, Schleyer G (2007) Behaviour of fibre metal laminates subjected to localised blast loading—Part II: Quantitative analysis. *Int J Impact Eng* 34(7): 1223-1245.
- [9] Langdon G, Rowe L (2009) The response of steel-based fibre-metal laminates to localised blast loading. in *Proceedings of 17th international conference on composite materials, Edinburgh* 27-31.
- [10] Gharababaei H, Darvizeh A, Darvizeh M (2010) Analytical and experimental studies for deformation of circular plates subjected to blast loading. *J Mech Sci Technol* 24(9): 1855-1864.
- [11] Zamani J, Shariati H, Gamsari A, Sheykhi A (2011) Effect of strain rate on the circular plate under dynamic loading by introducing a dynamic rather than static failure. *J Energ Mater* 10(2).
- [12] Zamani J, Safari K, Khalili (2006) A theoretical and empirical analysis of the plastic square plates under explosive loading uniformly. presented at the Annual International Conference on Mechanical Engineering.
- [13] Alderliesten R, Rans C, Benedictus R (2008) The applicability of magnesium based Fibre Metal Laminates in aerospace structures. *Compos Sci Technol* 68(14): 2983-2993.
- [14] Nguyen T, Tran M (2011) Response of vertical wall structures under blast loading by dynamic analysis. *Procedia Engineer* 14: 3308-3316.
- [15] Sabouri H, Ahmadi H, Liaghata GH (2011) Ballistic impact perforation into GLARE targets: Experiment, numerical modelling and investigation of aluminium stacking sequence. *IJVSS* 3(3).
- [16] Kumar P, Shukla A (2011) Dynamic response of glass panels subjected to shock loading. *J Non-Cryst Solids* 357(24): 3917-3923.
- [17] Sadighi M, Alderliesten R, Benedictus R (2012) Impact resistance of fiber-metal laminates: A review. *Int J Impact Eng* 49: 77-90.
- [18] Ahmadi H, Liaghat G, Sabouri H, Bidkhour E (2013) Investigation on the high velocity impact properties of glass-reinforced fiber metal laminates. *J Compos Mater* 47(13): 1605-1615.
- [19] Langdon GS, von Klemperer C, Volschenk G, van Tonder T, Govender R (2018) The influence of

- [۳۷] حسینی ر، فاتحی ناراب هـ (۱۳۹۶) بررسی تجربی برداشت انرژی از راه رفتن انسان. مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها ۱۷۳-۱۸۱: ۷(۴).
- [۳۸] حسینی ر، ابراهیمی ممقانی ع، نوری م (۱۳۹۶) بررسی تجربی اثر کاهش عرض تیر بر بازده برداشت کننده انرژی ارتعاشی پیزوپلیمری. مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها ۴۱-۵۱: ۷(۳).
- [۳۹] حسینی ر، فاتحی ناراب هـ (۱۳۹۶) برداشت انرژی ارتعاشی با استفاده از تیر یک‌سردرگیر با دو لایه پیزوالکتریک. مجله علمی پژوهشی مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها ۹-۱: ۷(۱).
- [33] Hosseini R, Nouri M (2016) Shape design optimization of unimorph piezoelectric cantilever energy harvester. *Journal of Computational Applied Mechanics* 47(2): 247-259.
- [34] Hosseini R, Zargar O, Hamed M (2018) Improving Power Density of Piezoelectric Vibration-Based Energy Scavengers. *Journal of Solid Mechanics* 10(1): 98-109.
- [35] Nejad RM, Marghmaleki IS, Hoseini R, Alaei P (2011) Effects of irreversible different parameters on performance of air standard Otto cycle. *J Am Sci* 7(3): 248-254.
- [36] Salehipour H, Hosseini R, Firoozbakhsh K (2015) Exact 3-D solution for free bending vibration of thick FG plates and homogeneous plate coated by a single FG layer on elastic foundations *Journal of Solid Mechanics* 7(1):28-40.