



## مطالعه عددی تأثیر زبری‌های یکنواخت سینوسی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال در محفظه مربعی به روش شبکه بولتزمن

علیرضا شهرياری<sup>۱</sup> و نبی جهانتيغ<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> مربي، مهندسي مکانیک، دانشگاه زابل

<sup>۲</sup> استادیار، مهندسي مکانیک، دانشگاه زابل

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۵/۱۳؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۱۰/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۳۰

### چکیده

در این مقاله، تأثیر زبری‌های یکنواخت سینوسی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال‌ها در محفظه بسته به روش شبکه بولتزمن، مورد مطالعه قرار گرفته است. دیواره‌های جانبی چپ و راست محفظه دارای زبری‌های یکنواخت سینوسی بوده و به ترتیب در دماهای گرم و سرد قرار گرفته‌اند. تقریب بوزینسک که برای تغییرات جزئی چگالی استفاده شده است، باعث تأثیرپذیری میدان‌های هیدرودینامیکی و حرارتی از همدیگر می‌شود. ویسکوزیته و هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال با مدل KKL محاسبه شده است که تأثیر حرکت براونی ذرات را لحاظ می‌کند. برای توابع توزیع سرعت و دما، مدل شبکه D2Q9 بکار رفته و از یک کد به زبان فرترن استفاده شده است. اثر تغییر پارامترهایی نظیر عدد رایلی، محل قرارگیری زبری‌ها، تعداد زبری‌ها، دامنه بی‌بعد زبری‌ها و کسر حجمی‌ها مختلف از نانوسیال آب-اکسید آلومینیم روی میدان‌های جریان و دما، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که افزایش عدد رایلی و افزایش کسر حجمی، انتقال حرارت را افزایش می‌دهند؛ اما افزایش تعداد و دامنه بی‌بعد زبری‌ها سینوسی یکنواخت عدد ناسلت میانگین را کاهش می‌دهند. نرخ افزایش و کاهش عدد ناسلت میانگین نیز، تابع محل قرارگیری زبری‌ها سینوسی است.

**کلمات کلیدی:** نانوسیال؛ زبری سینوسی یکنواخت؛ جابجایی طبیعی؛ روش شبکه بولتزمن؛ حرکت براونی.

## Numerical Study of Effect of Uniform Sinusoidal Roughness Elements on Nanofluid Natural Convection, using Lattice Boltzmann Method

A. Shahriari<sup>1</sup>, N. Jahantigh<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Academic Staff, Mech. Eng., University of Zabol, Zabol, Iran.

<sup>2</sup> Assistant. Prof., Mech. Eng., University of Zabol, Zabol, Iran.

### Abstract

In this paper, the effect of uniform sinusoidal roughness elements on natural convection heat transfer of nanofluids within an enclosed cavity is studied by adopting the lattice Boltzmann Model. The uniform sinusoidal roughness elements are presented on the vertical walls, while the Right and left walls are kept at hot and cold constant temperatures, respectively. The variation of density is slight thus; hydrodynamics and thermal fields equations are coupled using the Boussinesq approximation. Effective viscosity and thermal conductivity of nanofluid are obtained using KKL model implementing Brownian motion of nanoparticles. The velocity and temperature distribution are both solved by D2Q9 scheme by using a Fortran code. The study have been carried out for Rayleigh number, location of roughness elements, frequency of roughness elements, dimensionless amplitude of uniform sinusoidal roughness elements and various volume fractions of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticles in the base water fluid. Results show that the heat transfer increases with the increment of Rayleigh number and nanoparticles volume fractions, but Nusselt number decreases by the increment of the frequency of roughness elements and dimensionless amplitude of uniform sinusoidal roughness elements. The rate of increase or decrease of Nusselt number is a function of roughness elements locations.

**Keywords:** Nanofluid; Uniform Sinusoidal Roughness; Natural Convection; Lattice Boltzmann Method; Brownian Motion.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۲۴۰۶۴۸۷۱

آدرس پست الکترونیک: [njahantigh@uoz.ac.ir](mailto:njahantigh@uoz.ac.ir)

## ۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی آزاد در بسیاری از کاربردهای مهندسی و صنعتی همچون، خنک‌کاری قطعات الکترونیک، مبدل‌های حرارتی، کوره‌ها، سرمایش و گرمایش ساختمان‌ها، پنجره‌های دوجداره، فنآوری‌های خورشیدی و سیستم‌های بیومکانیکی به علت سادگی و هزینه کم به کار می‌رود [۱-۳]. با توجه به اهمیت کاربردی این نوع انتقال حرارت در هندسه‌های مختلف، تجزیه و تحلیل سیستم‌های انتقال حرارت جابجایی آزاد، مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. در بین مطالعات انجام شده در این زمینه، محفظه‌ها با دیواره‌های صاف (به علت سادگی)، بیشترین سهم را به خود اختصاص داده‌اند [۴ و ۵].

از سوی دیگر در اکثر سیستم‌های عملی از آب، انواع روغن‌ها و اتیلن گلیکول به‌عنوان سیال کاری بهره جسته می‌شود. پایین بودن ذاتی هدایت حرارتی سیال‌های مذکور، علت اصلی پایین بودن بازده حرارتی سیستم‌هایی است که از این سیال‌ها استفاده می‌کنند. استفاده از ذرات جامد فلزی با هدایت حرارتی بالا، یکی از روش‌هایی است که محققان برای رفع این مشکل پیشنهاد نموده‌اند.

با پیشرفت فنآوری تولید و امکان ساخت ذراتی در مقیاس نانو، چوبی و همکارانش [۶]، اولین افرادی بودند که ایده افزودن نانوذرات (معمولاً ذراتی با ابعاد کمتر از 100 نانومتر) به سیال پایه را پیشنهاد نمودند و نام نانوسیال را بر آن نهادند. نانوسیال‌ها به علت دارا بودن ذرات جامد با بعد نانو نسبت به ذرات با ابعاد بزرگ‌تر، دارای ویژگی‌های منحصربه‌فردی هستند که می‌توان به کاهش قدرت مورد نیاز برای پمپاژ، امکان استفاده در مبدل‌های حرارتی با ابعاد کوچک، پایداری بیشتر و کاهش فرآیند ته‌نشینی اشاره نمود. این خواص نانوسیال‌ها باعث شده است که مطالعات فراوانی به بررسی جریان و انتقال حرارت نانوسیال‌ها بپردازند.

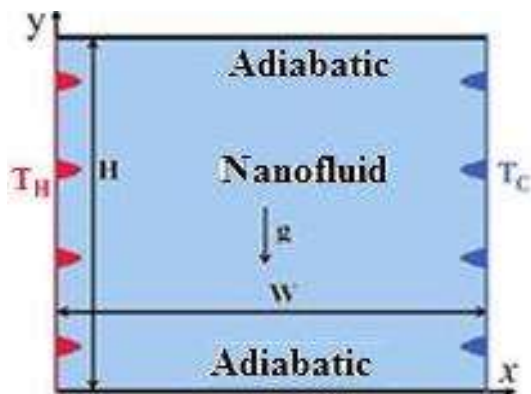
ازجمله این تحقیق‌ها می‌توان به مطالعه انجام شده توسط خانافر و همکاران [۷]، برای نانوسیال آب-اکسید مس برای اعداد گراشف مختلف در محفظه با دیواره‌های صاف اشاره کرد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که در تمام محدوده اعداد گراشف مورد بررسی، با افزایش کسر حجمی نانوذرات مس، میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد. ابونادا و چامخا [۸]، به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال

آب-اتیلن گلیکول-اکسید مس در محفظه دوبعدی با دیواره‌های صاف و با استفاده از مدل‌های مختلف لزجت و هدایت حرارتی پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که برای محفظه‌های دوبعدی در تمام نسبت ابعاد مورد بررسی، مدل لزجت و مدل هدایت حرارتی مورد استفاده می‌تواند تعیین‌کننده افزایش یا کاهش عدد ناسلت در حضور نانوذرات باشد. رضوانی و همکاران [۹]، انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در یک محفظه دوبعدی بررسی کردند که گوشه‌های آن اصلاح شده بود. آن‌ها نشان دادند که نرخ انتقال حرارت و عدد ناسلت با افزایش عدد گراشف و کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد.

علی‌رغم مطالعات بسیاری که روی هندسه‌ها با دیواره‌های صاف صورت گرفته است، برای هندسه‌ها با دیواره‌های زبر مطالعات کمی وجود دارد. حضور دیواره‌های جداکننده، اجزاء زبر و پره‌ها در بسیاری از کاربردهای مهندسی همانند، وسایل الکتریکی و الکترونیکی، سیستم‌های انرژی خورشیدی و مخازن ذخیره انرژی گرمایی کاربرد دارند [۱۰].

کاوایی [۱۱] به تجزیه و تحلیل عددی اثرات یک برآمدگی نیمه استوانه‌ای در کف محفظه دوبعدی روی انتقال حرارت پرداخت. او مشاهده کرد که با تغییر شعاع برآمدگی هر دو مقدار انتقال حرارت محلی و انتقال حرارت میانگین کاهش می‌یابد. خانافر و همکاران [۱۲]، به بررسی مشخصات جریان و انتقال حرارت در یک محفظه دوبعدی شامل، دیواره‌های بافل‌دار متخلخل پرداختند. آن‌ها نشان دادند که در حضور بافل روی دیواره گرم، ناسلت میانگین افزایش می‌یابد و در زاویه ۹۰ درجه و مکان‌های دورتر از دیواره بالا، ماکزیمم مقدار انتقال حرارت رخ می‌دهد. علوی و همکاران [۱۳]، جابجایی طبیعی نانوسیال آب-آلومینا را در محفظه ال شکل بافلدار مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که با افزایش طول بافل، نانوسیال تأثیری کمتری بر خنک‌کاری محفظه گذاشته است.

در سال‌های اخیر روش شبکه بولتزمن با توجه به مزایایی که نسبت به روش‌های معمول دینامیک سیالات محاسباتی دارد، مورد توجه خاص محققین قرار گرفته است. به عنوان مثال از این مزایا می‌توان به صریح بودن معادلات حاکم، سادگی اعمال شرایط مرزی گوناگون و قابلیت پردازش موازی مستقل از نوع مسئله اشاره نمود. سادگی اعمال شرایط مرزی



شکل ۱- شماتیک فیزیکی مسئله و دستگاه مختصات

دیواره‌های بالا و پایین محفظه عایق و در تمام حالات صاف می‌باشند. تنها نیروی خارجی وارد بر مسئله نیروی حجمی گرانشی است که در راستای منفی محور  $y$  عمل می‌کند. معادله زبری‌ها با رابطه‌های (۱) و (۲) بیان می‌شوند.

$$x = h \sin\left(\frac{2\pi Ny}{H} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (۱) \text{ دیواره چپ}$$

$$x = W - h \sin\left(\frac{2\pi Ny}{H} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (۲) \text{ دیواره راست}$$

که در روابط (۱) و (۲)،  $x$  و  $y$  محورهای مختصات با بعد هستند؛ هم‌چنین  $N$ ،  $h$ ،  $W$  و  $H$  به ترتیب بیانگر تعداد زبری‌های سینوسی، ارتفاع زبری‌ها، عرض محفظه و ارتفاع محفظه هستند. ارتفاع بی‌بعد زبری‌های سینوسی  $(A = h/H)$  از ۰ تا ۰/۲ و تعداد زبری‌ها از ۰ تا ۴ تغییر می‌کنند.

## ۲-۲- روش شبکه بولتزمن

برای حل میدان سرعت و دما از روش مدل دوبعدی شبکه بولتزمن D2Q9 استفاده شده است. تابع توزیع چگالی بولتزمن گسسته شده با رابطه (۳) به دست می‌آید [۲۰].

$$f_{\alpha}(\vec{x} + \vec{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_{\theta}} [f_{\alpha}(\vec{x}, t) - f_{\alpha}^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (۳)$$

در معادله (۳)،  $f_{\alpha}$  و  $f_{\alpha}^{eq}$  به ترتیب تابع توزیع چگالی و تابع توزیع تعادلی نامیده می‌شوند. (شکل ۲).

$\vec{e}_{\alpha}$ ها بردار سرعت گسسته شده ذرات روی شبکه هستند که بستگی به مدل انتخاب شده دارد و برای این مدل با رابطه (۴) و  $f_{\alpha}^{eq}$  با رابطه (۵) بیان می‌شوند [۲۰].

$$|e_0| = 0, |e_{1-4}| = 1, |e_{5-8}| = \sqrt{2} \quad (۴)$$

باعث شده است که روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک روش توانمند در حل مسائل با مرزهای پیچیده، جریان در محیط‌های متخلخل، جریان‌های چند فاز و جریان‌های چندجزمی مورد استفاده قرار گیرد [۱۴-۱۶].

چو و همکاران [۱۷]، جایجایی آزاد نانوسیال آب - اکسید آلومینیم در یک محفظه با دیواره موجی پیچیده با دمای ثابت را به‌صورت عددی حل نمودند. بر اساس نتایج آن‌ها در تمام محدوده عدد رایلی مورد بررسی با افزایش کسر حجمی نانو ذرات، عدد ناسلت افزایش یافت. شهریاری [۱۸] با استفاده از روش شبکه بولتزمن انتقال حرارت جایجایی آزاد نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در یک محفظه با دیواره‌های موجی پیچیده و توزیع دمای غیریکنواخت بررسی نمود. او نشان داد که با تنظیم پارامترهای دیواره‌های موجی می‌توان به یک انتقال حرارت بهینه دست یافت. رحیمی و همکاران [۱۹]، به بررسی اثر موقعیت فین‌های مستطیلی روی انتقال حرارت جایجایی آزاد و تولید آنتروپی نانوسیال آب-اکسید مس در محفظه دوبعدی پرداختند. آن‌ها از روش شبکه بولتزمن استفاده کردند و نشان دادند که عدد ناسلت میانگین وقتی ماکزیمم است که فین واقع روی دیواره گرم، نزدیک به دیوار بالا و فین واقع روی دیواره سرد، نزدیک به دیواره پایین محفظه قرار داشته باشد.

با توجه به مطالعات ذکر شده در بالا، محققین تاکنون به بررسی اثر زبری‌ها با هندسه‌های مختلف برای بررسی انتقال حرارت در سیالات متفاوت اقدام نموده‌اند، اما اثر زبری سینوسی یکنواخت روی دیواره‌های یک محفظه دو بعدی که می‌تواند در صنایع انتقال حرارت مانند خنک کاری کاربرد داشته باشد، تاکنون بررسی نشده است؛ بنابراین در کار حاضر به بررسی اثر موقعیت زبری‌های سینوسی یکنواخت روی دیواره‌های محفظه مربعی شامل، نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با روش شبکه بولتزمن پرداخته شده است.

## ۲- معادلات حاکم

### ۲-۱- بیان مساله

هندسه مورد بررسی در این تحقیق، محفظه‌ای است دوبعدی به ارتفاع  $H$  و عرض  $W$  که در شکل ۱ نمایش داده شده است. دیواره‌های راست و چپ به ترتیب دارای دمای سرد و گرم می‌باشند که می‌توانند شامل زبری سینوسی باشند.

$$F = w_a \rho [g_y \beta (T(\vec{x}, t) - T_\infty)] \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)،  $g_y$  شتاب گرانشی در راستای  $y$  و  $T_\infty$  برابر حداقل دما در نظر گرفته می‌شود ( $T_\infty = 0$ ). میدان دما به کمک معادله انرژی بولتزمن با رابطه (۱۲) به دست می‌آید.

$$g_\alpha(\vec{x} + \vec{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = g_\alpha(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_T} [g_\alpha(\vec{x}, t) - g_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] \quad (12)$$

در این رابطه تابع توزیع انرژی در راستای سرعت گسسته شده  $i$  با  $g_i$  نشان داده شده و تابع توزیع انرژی تعادلی  $g_i^{eq}$  و دمای ماکروسکوپی به ترتیب توسط روابط (۱۳) و (۱۴) بیان شده‌اند [۲۰].

$$g_\alpha^{eq} = \omega_\alpha T \left[ 1 + 3 \frac{\vec{e}_\alpha \cdot \vec{u}}{C^2} + \frac{9(\vec{e}_\alpha \cdot \vec{u})^2}{2C^4} - \frac{3\vec{u}^2}{2C^2} \right] \quad (13)$$

$$T = \sum_{\alpha=0}^8 g_\alpha \quad (14)$$

رابطه زمان آرامش ( $\tau_T$ ) با ضریب نفوذ حرارتی برای بازیابی صحیح معادله انرژی از معادله انرژی بولتزمن به صورت رابطه (۱۵) بیان می‌شود [۲۰].

$$\alpha = C_s^2 \Delta t (\tau_T - 0.5) \quad (15)$$

### ۲-۳- اعمال شرایط مرزی

متغیرهای بی‌بعد حاکم بر مسئله با رابطه (۱۶) بیان شده است.

$$\alpha^* = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}, \mu = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f}, \nu = \frac{k_{nf}}{k_f}, \theta = \frac{T - T_C}{\Delta T} \quad (16)$$

$$Pr = \frac{\vartheta}{\alpha}, Ra = \frac{g_y \beta H^3 \Delta T}{\vartheta \alpha}$$

شرایط مرزی مسئله با استفاده از معادلات بی‌بعد شده (۱۶) به صورت روابط (۱۷-۱۹) بیان می‌شوند.

$$U = V = 0, \theta = 1 \quad \text{دیواره چپ} \quad (17)$$

$$U = V = 0, \theta = 0 \quad \text{دیواره راست} \quad (18)$$

$$U = V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = 0 \quad \text{دیواره‌های افقی} \quad (19)$$

برای مدل‌سازی مرز منحنی (شکل ۳)، از مدل موجود در مرجع [۲۱] استفاده شده است.

اعداد ناسلت محلی، ناسلت میانگین و نسبت ناسلت برای تعیین مقدار انتقال حرارت روی دیواره گرم به ترتیب با روابط (۲۰)، (۲۱)، (۲۲) و (۲۳) محاسبه شده‌اند.

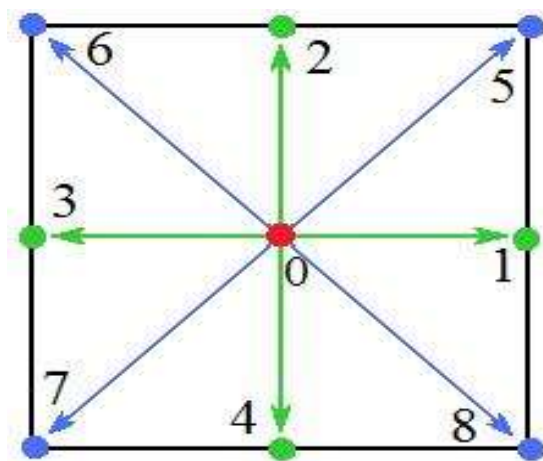
$$f_\alpha^{eq} = \omega_\alpha \rho \left[ 1 + 3 \frac{\vec{e}_\alpha \cdot \vec{u}}{C^2} + \frac{9(\vec{e}_\alpha \cdot \vec{u})^2}{2C^4} - \frac{3\vec{u}^2}{2C^2} \right] \quad (5)$$

در معادله (۵)،  $\rho$  و  $\vec{u}$  چگالی و سرعت ماکروسکوپی سیال هستند و  $\omega_\alpha$  ضرایب وزنی تابع توزیع تعادلی در راستای  $\alpha$  هستند و به صورت زیر بیان می‌شوند [۲۰]:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha \quad (6)$$

$$\rho \vec{u} = \sum_{\alpha=0}^8 \vec{e}_\alpha f_\alpha \quad (7)$$

$$\omega_0 = \frac{4}{9}, \omega_{1-4} = \frac{1}{9}, \omega_{5-8} = \frac{1}{36} \quad (8)$$



شکل ۲- بردارهای سرعت گسسته شده در مدل D2Q9

رابطه زمان آرامش ( $\tau_\theta$ ) با لزجت سینماتیکی ( $\vartheta$ ) از بازیابی معادله نایر-استوکس از معادله بولتزمن، به صورت رابطه (۹) به دست می‌آید [۲۰].

$$\vartheta = C_s^2 \Delta t (\tau_\theta - 0.5) \quad (9)$$

به واسطه نیروی خارجی حجمی گرانشی و اختلاف دمای دیواره‌ها، نیروی شناوری به وجود می‌آید که در معادله جریان ظاهر و به صورت رابطه (۱۰) معرفی می‌شود. [۲۰].

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(\vec{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_\theta} [f_\alpha(\vec{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\vec{x}, t)] + \Delta t F_\alpha(\vec{x}, t) \cdot \frac{\vec{e}_\alpha}{C_s^2} \quad (10)$$

محاسبه نیروی شناوری با تقریب بوزینسک انجام شده که یک تقریب خطی از تغییرات چگالی بر حسب دماست.

### ۳- ارزیابی استقلال شبکه و اعتبار سنجی نتایج

برای بررسی عدم وابستگی نتایج به شبکه، عدد ناسلت میانگین برای شش شبکه مختلف محاسبه و در جدول ۲ ارائه شده است. بر این اساس، شبکه ۱۲۱×۱۲۱ یک شبکه مناسب برای بهینه‌سازی محاسبات از نظر دقت و هزینه است. معیار همگرایی محاسبات با رابطه (۲۷) تعریف شده است.

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |T^{n+1} - T^n|}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |T^n|} < 10^{-7} \quad (27)$$

در رابطه (۲۷)، n و n+1 مراحل زمانی قدیم و جدید، ε خطای مجاز و N و M تعداد گره‌ها در راستای x و y هستند.

به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از مرز منحنی، خطوط جریان و هم‌دما در یک محفظه مربعی با مرزهای پیچیده با نتایج مطالعه‌های مشابه قبلی [۱۷] در شکل ۴ آورده شده که نشان‌دهنده تطبیق خوب نتایج با نتایج پیشین است؛ همچنین اعتبارسنجی کمی نیز، برای یک محفظه مربعی بدون زبری سینوسی در جدول ۳ ارائه شده است.

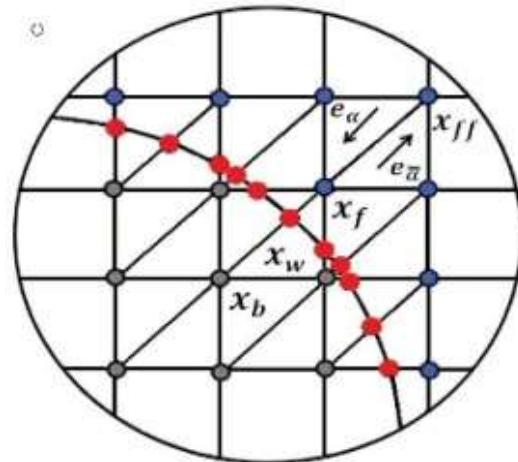
جدول ۱- خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات [۱۸]

خواص	آب	نانوذرات اکسید آلومینیم
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	997.1	3970
$C_p$ (J/kgK)	4179	765
$k$ (W/mK)	0.613	40
$\beta \times 10^5$ (1/K)	21	0.85
$\mu \times 10^4$ (Pas)	8.54	-

جدول ۲- عدد ناسلت میانگین برای شبکه‌های مختلف روی

دیواره سمت چپ (N = 4, A = 0.2, φ = 0.04)

اندازه شبکه	Ra=10 <sup>4</sup>	خطا
41 × 41	1.547781	-5.5763
81 × 81	1.602897	-2.2139
121 × 121	1.639187	00.00
141 × 141	1.652249	0.796858



شکل ۳- مرز دیواره منحنی و شبکه گره‌ها

$$Nu_l = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (20)$$

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^1 Nu_l dy^* \quad (21)$$

$$Nu^* = \frac{Nu_m(\varphi)}{Nu_m(\varphi = 0)} \quad (22)$$

$$Nu^{**} = \frac{Nu_m}{Nu_{m, smooth}} \quad (23)$$

### ۲-۴ معادلات حاکم برای نانوسیال‌ها

در این مقاله نانوسیال، نیوتنی و غیرقابل تراکم فرض شده و خواص نانوذرات و سیال پایه در جدول ۱ آمده است.

با توجه به مدل‌های استفاده شده برای نانوسیال، خواص ترموفیزیکی سیال متأثر از حضور نانوذرات هست. رابطه چگالی، ظرفیت گرمایی و انبساط حرارتی مؤثر نانوسیال بر اساس مرجع [۱۸] تعریف و برای محاسبه لزجت و هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال از مدل KKL استفاده شده است [۱۶]. در این مدل اثر حرکت براونی ذرات لحاظ شده است؛ بنابراین انتظار پیش‌بینی دقیق‌تری از خواص مؤثر نانوسیال هست.

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \quad (24)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (\rho c_p)_f(1 - \varphi) + (\rho c_p)_p\varphi \quad (25)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (\rho\beta)_f(1 - \varphi) + (\rho\beta)_p\varphi \quad (26)$$

بین زبری‌های سینوسی است. در  $Ra=10^5$  چنین پدیده‌ای مشاهده نمی‌شود. علت تشکیل گردابه‌های کوچک، کمتر بودن قدرت جریان ناشی از کمتر بودن اندازه سرعت در رایلی پایین است. به‌عنوان مثال برای حالت (III) در غیاب نانوذرات سرعت برابر است با:

$$|U|_{\max}^{1000} = 0.00061 < |U|_{\max}^{100000} = 0.00126$$

کوچک بودن اندازه سرعت باعث می‌شود تا در نوک زبری‌ها، ذرات سیال از حرکت بایستند و جدایش رخ دهد؛ ولی با افزایش سرعت جریان به دو دلیل: ۱- فاصله زیاد زبری‌ها از یکدیگر، ۲- نداشتن لبه‌های تیز زبری‌های سینوسی، جریان درون حفره بین دو زبری متوالی سقوط کرده و گردابه کوچک به‌وجود نمی‌آید؛ هم‌چنین مشاهده می‌شود که برای همه رایلی‌ها قدرت جریان برای حالت‌های I و II تغییر ناچیزی دارد؛ اما با حضور هم‌زمان زبری‌ها (حالت III)، در قدرت جریان کاهش چشمگیری مشاهده می‌شود. مثلاً در  $Ra=10^4$  برای تابع جریان داریم:

$$|\Psi|_{\max}^{\text{II}} = 4.800 > |\Psi|_{\max}^{\text{I}} = 4.754 > |\Psi|_{\max}^{\text{III}} = 3.751$$

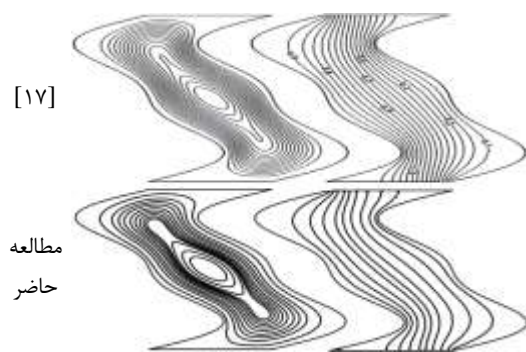
بعلاوه شکل ۵ نشان می‌دهد که حضور نانو ذرات روی تابع جریان در رایلی‌های مختلف اثرات مختلفی دارد. حضور نانوذرات در  $Ra=10^3$  قدرمطلق تابع جریان را کاهش می‌دهد، ولی در  $Ra=10^5$  باعث افزایش قدرت جریان می‌شود. علت آن است که در رایلی پایین رژیم هدایتی غالب است؛ بنابراین با افزودن  $\phi$  سیال ویسکوزتر شده و تابع جریان کاهش می‌یابد، ولی برای رایلی بالا رژیم جابجایی غالب است و افزایش  $\phi$  باعث افزایش هدایت حرارتی سیال شده، بنابراین انتقال حرارت جابجایی افزایش و سبب افزایش قدرت جریان می‌شود.

شکل ۶ خطوط هم‌دما را برای اعداد رایلی و هندسه‌های مختلف در دو کسر حجمی 0% و 4% نشان می‌دهد. خطوط هم‌دما مستقل از مقدار عدد رایلی تمایل دارند، در کنار زبری‌های سینوسی از هندسه زبری‌ها پیروی کنند. در رایلی پایین خطوط هم‌دما در مرکز دارای انحنای قابل توجهی نبوده و به‌صورت لایه‌های موازی عمودی رفتار می‌کنند که حکایت از رژیم رسانشی در این حالت دارد. انحنای قابل ملاحظه ایجاد شده در خطوط هم‌دما و ایجاد لایه‌های موازی افقی در مرکز محفظه به دلیل افزایش عدد رایلی، دال بر حاکم بودن مکانیزم انتقال حرارت جابجایی است؛ هم‌چنین برای رایلی

جدول ۳- مقایسه نتایج حاضر با نتایج محفظه مربعی در

ناسلت میانگین برای شبکه‌های مختلف روی  $Pr=0.7$

	$Ra = 10^5$		$Ra = 10^3$		
	کار حاضر	[4]	کار حاضر	[4]	
Umax	34.73	35.45	3.649	3.652	
y	0.855	0.863	0.813	0.820	
Vmax	68.59	68.78	3.697	3.753	
x	0.066	0.075	0.178	0.186	
Nu	4.519	4.480	1.118	1.119	



شکل ۴- مقایسه خطوط جریان (چپ) و خطوط هم‌دما (راست) در  $Ra=10^2$  و  $\lambda=2$

#### ۴- نتایج

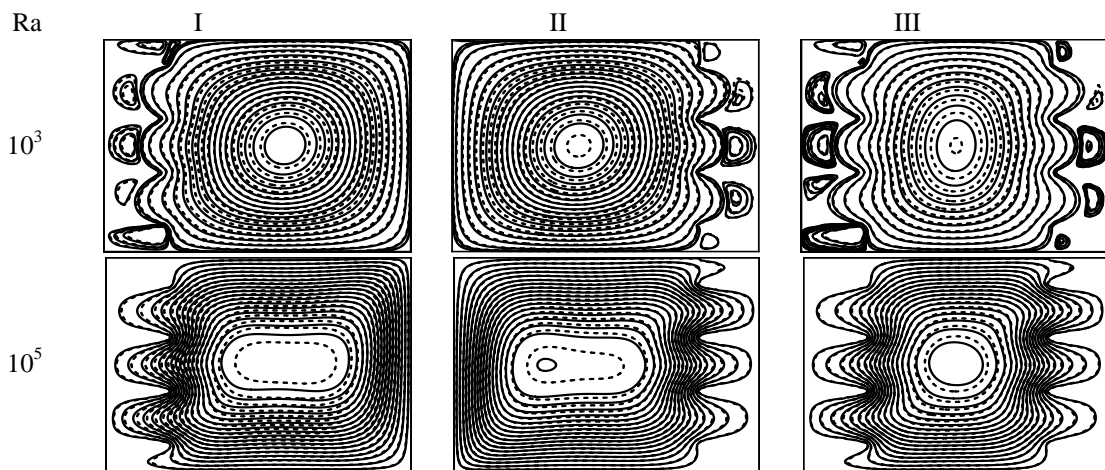
##### ۴-۱- اثر اعداد رایلی و کسر حجمی نانوذرات روی جریان و انتقال حرارت

در این بخش با ثابت نگه داشتن تعداد و دامنه زبری‌ها به بررسی اثرات عدد رایلی و کسر حجمی روی خطوط جریان و هم‌دما در حالت‌های مختلف پرداخته شده است.

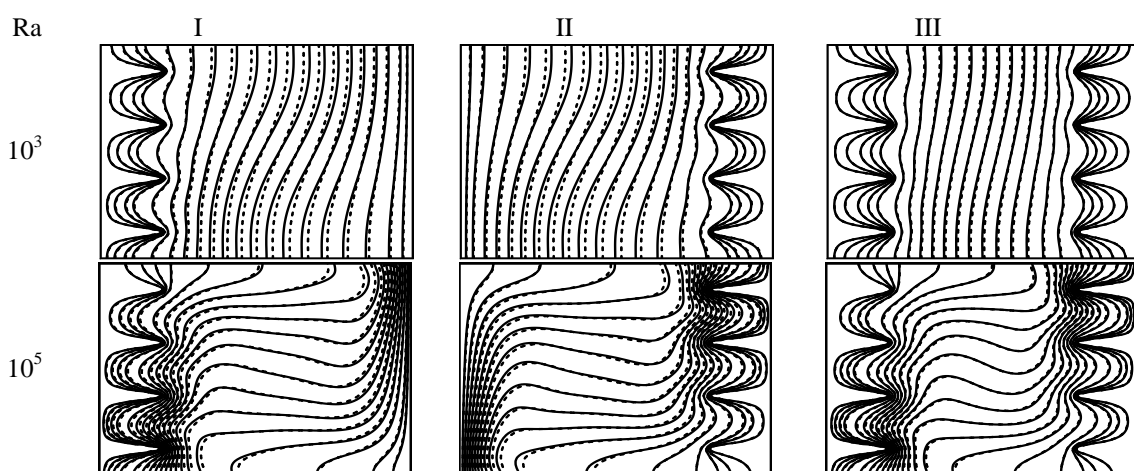
شکل ۵، خطوط جریان را برای اعداد رایلی و هندسه‌های مختلف (زبری‌ها در سمت چپ: I، زبری‌ها در سمت راست: II، زبری‌ها در هر دو سمت: III) در دو کسر حجمی 0% و 4% نشان می‌دهد. خطوط جریان در رایلی  $Ra=10^3$  و  $Ra=10^5$  دارای یک سلول گردشی بزرگ چرخان در جهت ساعت‌گرد هستند. در  $Ra=10^3$  تعدادی گردابه کوچک در خلاف جهت چرخش سلول مرکزی در مجاورت دیوار دارای زبری سینوسی، مشاهده می‌شوند و محل قرارگیری آن‌ها در فاصله

افزایش سهم نانوذرات اکسید آلومینیم، باعث افزایش عمومی نرخ انتقال حرارت در محفظه می‌گردد؛ زیرا حضور نانوذرات دو اثر هم‌زمان و متقابل در پی دارد: یکی افزایش ویسکوزیته مؤثر (اثر منفی) و دیگری افزایش هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال (اثر مثبت). با توجه به افزایش انتقال حرارت با افزایش  $\phi$  می‌توان گفت که اثر هدایت حرارتی، بیشتر از اثر ویسکوزیته بوده است. از سوی دیگر، نمودارهای  $Nu^*$  نمودارهای مناسبی برای مقایسه درصد افزایش ناسلت میانگین در هر کسر حجمی در رایلی‌های مختلف است. مشاهده می‌شود که بیشترین اثر نانوذرات روی عدد ناسلت متعلق است به  $Ra=10^3$  که با افزایش رایلی این اثر کاهش

پایین در مجاورت نوک زبری‌ها، چگالی بیشتری از خطوط هم‌دما مشاهده می‌شود. با افزایش عدد رایلی در غیاب زبری-های سینوسی، در گوشه‌های پایین سمت چپ و بالا سمت راست، با کاهش ضخامت لایه مرزی روی دیواره‌ها مواجه هستیم که محل تجمع خطوط هم‌دما هستند و با حضور زبری‌ها مساحت این نواحی کاهش می‌یابند. بعلاوه حضور نانوذرات روی خطوط هم‌دما در رایلی کم با کاهش انحنای خطوط همراه است، ولی در رایلی بالا تأثیر ناچیزی دارد. در شکل ۷ تغییرات عدد ناسلت میانگین نرمال شده برحسب کسر حجمی نانوذرات برای اعداد رایلی و موقعیت-های مختلف حضور زبری‌های سینوسی نشان داده شده است.



شکل ۵- مقایسه خطوط جریان برای سیال پایه (خط‌های توپر) و نانوسیال با  $\phi=0.04$  (خط چین‌ها) ( $N=4, A=0.2$ )



شکل ۶- مقایسه خطوط هم‌دما برای سیال پایه (خط‌های توپر) و نانوسیال با  $\phi=0.04$  (خط چین‌ها) ( $N=4, A=0.2$ )

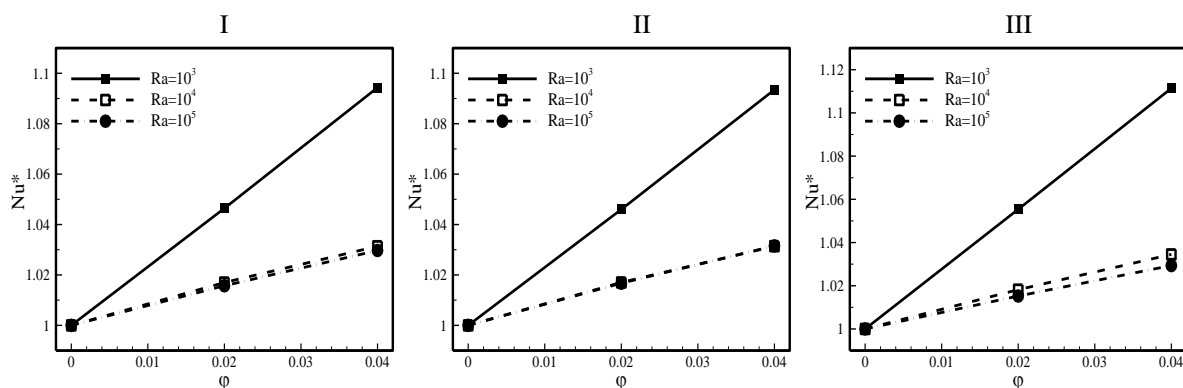
زبری‌ها و هندسه‌های مختلف در کسر حجمی 4% و رایلی می‌یابد. به‌عنوان مثال برای حالت III وقتی  $\phi$  از 0% تا 4% افزایش می‌یابد، عدد ناسلت 11% در  $Ra = 10^3$ ، 3.5% در  $Ra = 10^4$  و 2.9% در  $Ra = 10^5$  افزایش می‌یابد. علت این امر را می‌توان در غالب بودن  $k_{eff}$  (اثر مثبت) در رژیم انتقال حرارت هدایتی (رایلی کم) نسبت به رژیم حرارتی جابجایی (رایلی بالا) دانست. بعلاوه نمودارهای  $Nu^*$  نشان می‌دهد که حضور نانوذرات بیشترین تأثیر را برای حالت (III) دارند.

۲-۴- اثر تعداد زبری‌ها بر روی جریان و انتقال حرارت در این بخش با ثابت نگاه‌داشتن دامنه زبری‌های سینوسی ( $A = 0.1$ ) به بررسی اثرات تعداد زبری‌های سینوسی و عدد رایلی در حالت‌های مختلف روی خطوط جریان و خطوط هم‌دما پرداخته شده که شکل ۸ خطوط جریان را برای تعداد

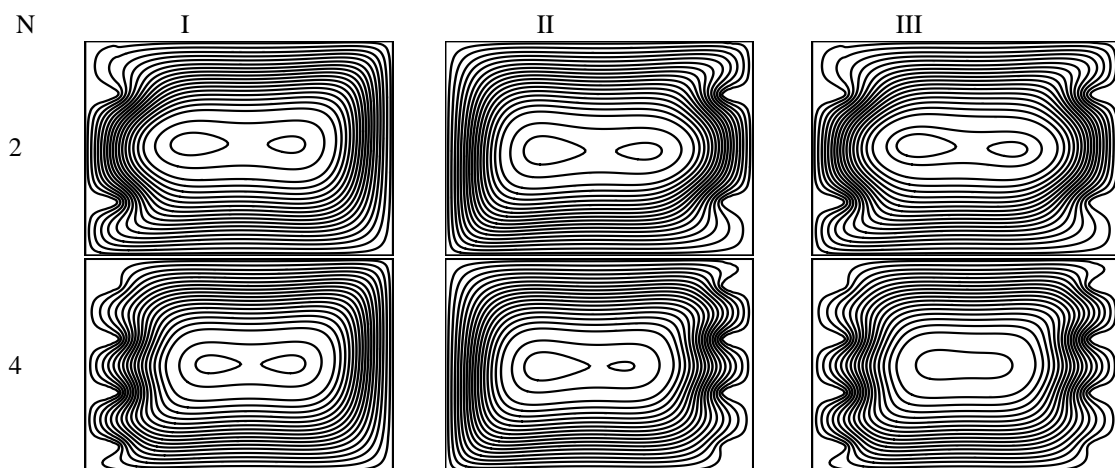
در شکل ۸ در همه حالت‌ها خطوط جریان از یک سلول بزرگ چرخشی ساعتگرد تشکیل شده و با افزایش زبری‌ها، مرکز جریان دستخوش تغییرات چندانی قرار نگرفته است و تغییرات محدود به ناحیه مجاور زبری‌ها می‌شود. نتایج قدمطلق تابع جریان برای شکل ۸ نشان می‌دهد که با افزایش تعداد زبری‌ها، قدرت جریان کاهش می‌یابد که بیشترین کاهش برای حالت (III) رخ می‌دهد؛ مثلاً برای افزایش تعداد زبری‌ها از 0 به  $N = 4$ ، درصد تغییرات تابع جریان ( $E\Psi$ ) عبارت است از:

$$|E\Psi|_{\max}^I = 3.4 < |E\Psi|_{\max}^{II} = 5.2 < |E\Psi|_{\max}^{III} = 8.3$$

۲-۴- اثر تعداد زبری‌ها بر روی جریان و انتقال حرارت در این بخش با ثابت نگاه‌داشتن دامنه زبری‌های سینوسی ( $A = 0.1$ ) به بررسی اثرات تعداد زبری‌های سینوسی و عدد رایلی در حالت‌های مختلف روی خطوط جریان و خطوط هم‌دما پرداخته شده که شکل ۸ خطوط جریان را برای تعداد



شکل ۷- تغییرات عدد ناسلت میانگین و عدد ناسلت میانگین نرمال شده نسبت به کسر حجمی ( $N=4, A=0.2$ )



شکل ۸- مقایسه خطوط جریان برای نانوسیال با  $\phi=0.04$  با تعداد زبری‌های مختلف ( $Ra=10^5, A=0.1$ )

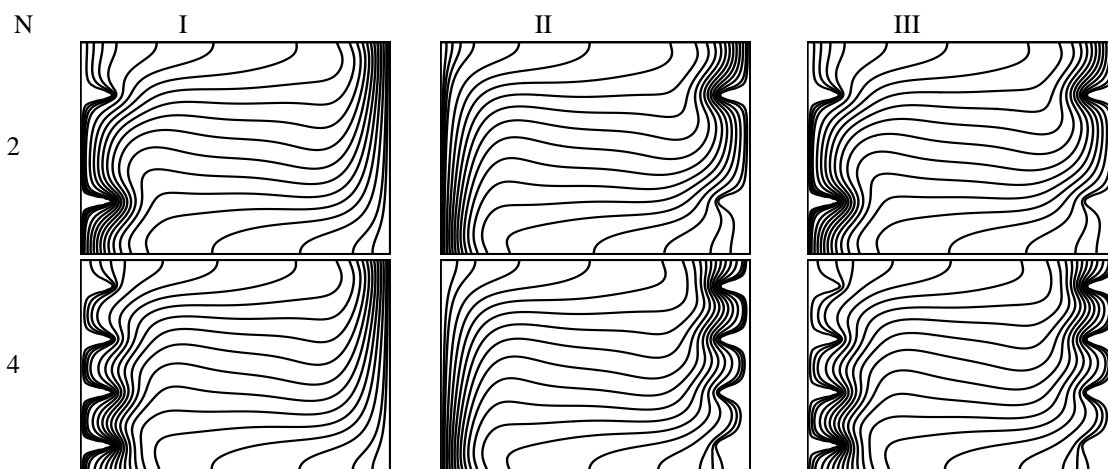


زبری، اثرات قابل توجهی روی خطوط هم‌دما می‌گذارد؛ همچنین مشاهده می‌شود که تراکم خطوط هم‌دما در نوک زبری‌ها یا همان گرادیان‌های دمایی در این مناطق بالاست و با افزایش تعداد زبری‌ها، تعداد این مناطق نیز افزایش می‌یابند.

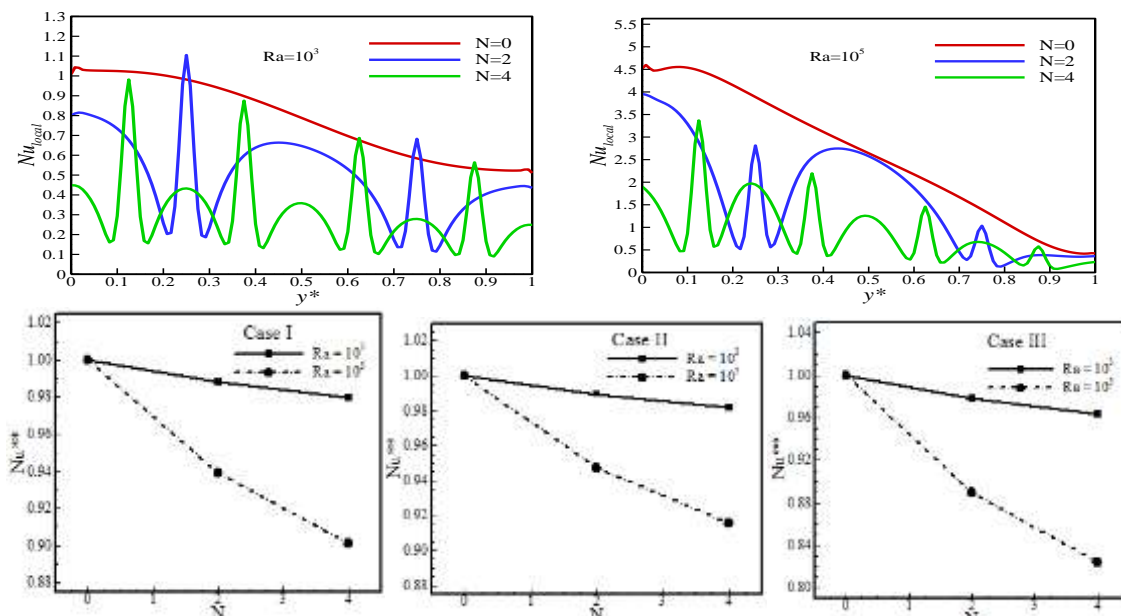
در شکل ۱۰ تغییرات ناسلت محلی و ناسلت میانگین نرمال شده برحسب تعداد زبری‌ها برای اعداد رایلی و موقعیت‌های مختلف حضور زبری‌های سینوسی نشان داده

در واقع حضور زبری‌ها همانند مانع در برابر جریان عمل می‌کنند و هر چه تعداد این زبری‌ها افزایش یابد، نیروی مقاوم در برابر حرکت سیال نیز افزایش و در نتیجه قدرت چرخش جریان کاهش می‌یابد.

شکل ۹ خطوط هم‌دما را برای تعداد زبری‌ها و هندسه‌های مختلف در کسر حجمی 4% و رایلی  $Ra=10^5$  نشان می‌دهد. افزایش تعداد زبری‌ها در مرکز محفظه بر روی خطوط هم‌دما تأثیری ندارد؛ اما در مجاورت دیواره‌های دارای



شکل ۹- مقایسه خطوط هم‌دما برای نانوسیال با  $\phi=0.04$  با تعداد زبری‌های مختلف ( $Ra=10^5, A=0.1$ )



شکل ۱۰- تغییرات عدد ناسلت محلی و ناسلت میانگین نرمال شده نسبت به تعداد زبری ( $Ra=10^5, A=0.1$ )

زبری‌ها از  $N = 0$  به  $N = 4$  درصد تغییرات عدد ناسلت نرمال شده ( $ENu^{**}$ ) برابر است با:  
 $|ENu^{**}|^{III} = 21.3 > |ENu^{**}|^I = 10.9 > |ENu^{**}|^{II} = 9.2$

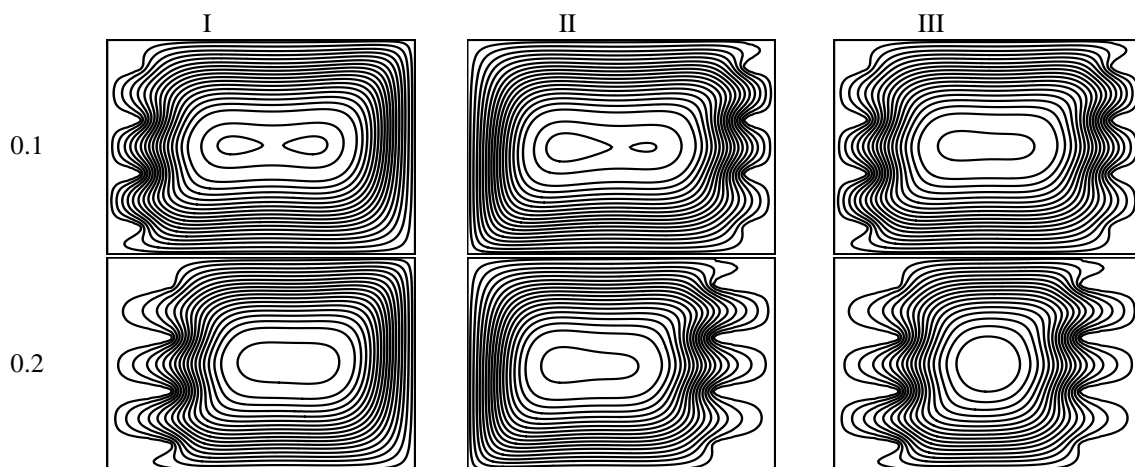
#### ۴-۳- اثر دامنه زبری‌های سینوسی بر روی جریان و انتقال حرارت

در این بخش با ثابت نگه‌داشتن تعداد زبری‌های سینوسی ( $N = 4$ ) به بررسی اثرات دامنه زبری‌های سینوسی و عدد رایلی در حالت‌های مختلف روی خطوط جریان و خطوط هم‌دما پرداخته شده که شکل ۱۱، خطوط جریان را برای تعداد زبری‌ها و هندسه‌های مختلف در کسر حجمی ۴٪ و رایلی  $Ra = 10^5$  نشان می‌دهد.

مشخصه عمومی همه خطوط جریان در شکل ۱۱، وجود یک سلول بزرگ چرخشی است که در جهت ساعت‌گرد در حال چرخش است. با افزایش دامنه زبری‌ها، قدرت جریان کاهش می‌یابد که بیشترین کاهش برای حالت (III) رخ می‌دهد؛ مثلاً برای افزایش دامنه زبری‌ها از ۰ به  $A = 0.2$ ، درصد تغییرات تابع جریان ( $E\Psi$ ) عبارت است از:

$|E\Psi|_{\max}^{III} = 10.7 > |E\Psi|_{\max}^{II} = 6.5 > |E\Psi|_{\max}^I = 5.1$   
 افزایش دامنه زبری‌ها باعث ایجاد تنگنا در برابر حرکت سیال شده که منجر به کاهش قدرت جریان می‌شود. هم‌چنین مقایسه  $E\Psi$  نشان می‌دهد که افزایش دامنه نسبت به افزایش تعداد زبری‌ها، اثر کاهشی بیشتری بر جریان دارد. نکته قابل‌توجه دیگر این است که دامنه زبری‌ها عاملی مؤثر بر کنترل شکل سلول مرکزی جریان است. مطابق شکل ۱۱

شده است. نمودارهای با شیب منفی در شکل ۱۰ دلالت بر این دارد که با افزایش تعداد زبری برای هر دو عدد رایلی و در هر سه حالت قرارگیری زبری‌ها، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. مقدار کاهش در هر حالت به‌شدت به عدد رایلی بستگی دارد. افزایش تعداد زبری‌ها که به‌عنوان یک مانع در برابر حرکت سیال روی دیواره‌های افقی عمل می‌کنند، باعث افزایش نیروی مقاوم در برابر جریان و در نتیجه کاهش اثرات جابجایی در محفظه شده که در نهایت منجر به کاهش عدد ناسلت می‌شوند؛ هم‌چنین مشاهده می‌شود که نمودارهای رایلی بالاتر شیب کاهشی بیشتری را نشان می‌دهند؛ زیرا با توجه به تغییرات نمودارهای خطوط هم‌دما، در رایلی پایین افزایش زبری‌ها تأثیر چندانی روی الگوی خطوط هم‌دما ندارد؛ اما شکل ۱۰ تأثیر قابل‌توجه افزایش زبری‌ها روی خطوط هم‌دما در رایلی بالا را نشان می‌دهد. اگرچه با افزایش زبری‌ها، تراکم خطوط هم‌دما افزایش می‌یابد، اما این افزایش موضعی بوده و تنها در ناحیه کوچکی در نوک زبری رخ می‌دهد. در واقع حضور زبری‌ها (به‌خصوص در نواحی پرتراکم؛ گوشه‌های پایین سمت چپ و بالا سمت راست)، تراکم خطوط هم‌دما را از یک ناحیه نسبتاً بزرگ‌تر تنها محدود به نوک زبری‌ها می‌کند و در فاصله بین زبری‌ها کاهش چگالی خطوط هم‌دما به‌روشنی قابل مشاهده است که این امر در نهایت منجر به کاهش چشمگیر عدد ناسلت در رایلی بالا می‌شود. بعلاوه بیشترین اثر کاهشی تعداد زبری‌ها برای حالت (III) مشاهده می‌شود؛ مثلاً برای  $Ra = 10^5$  با افزایش تعداد

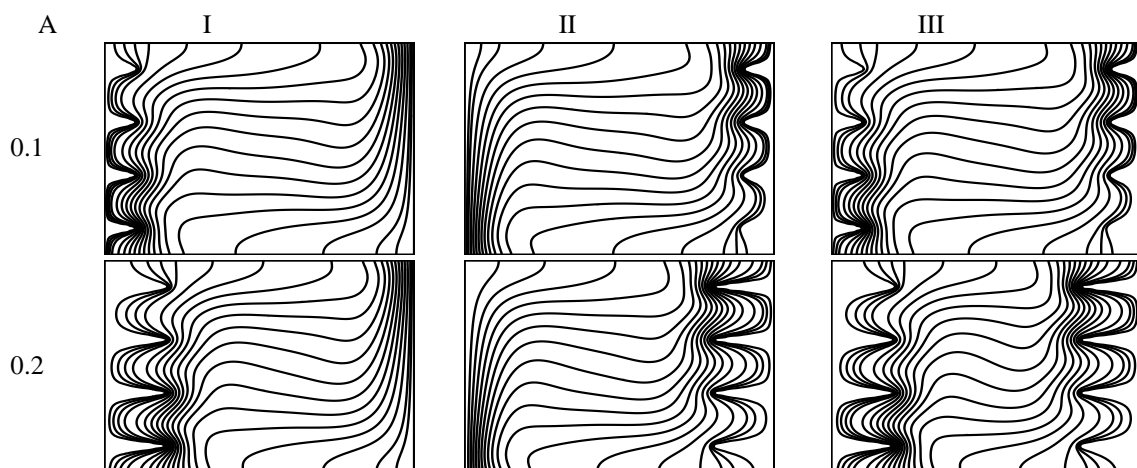


شکل ۱۱ - مقایسه خطوط جریان برای نانوسیال با  $\phi = 0.04$  با دامنه مختلف زبری‌ها ( $Ra = 10^5$ ,  $N = 4$ )

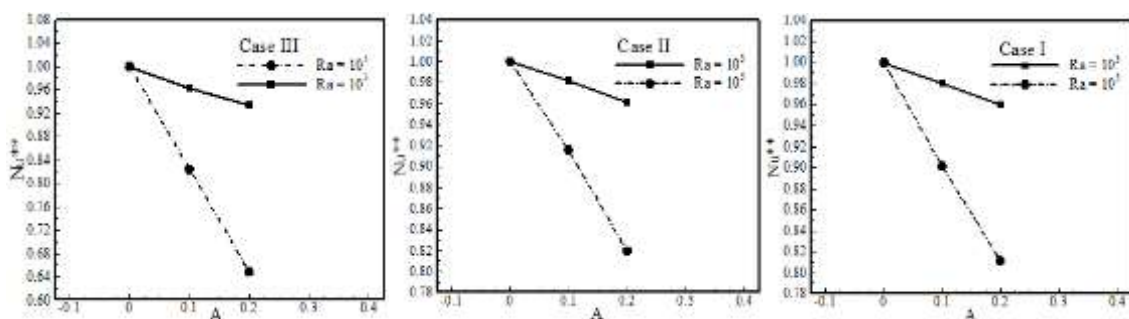
در شکل ۱۳ و ۱۴ تغییرات عدد ناسلت میانگین نرمال شده و عدد ناسلت میانگین برحسب دامنه زبری‌ها برای اعداد رایلی و موقعیت‌های مختلف حضور زبری‌های سینوسی نشان داده شده است. نتایج حاصل از این شکل‌ها نشان می‌دهند که با افزایش دامنه زبری‌ها، عدد ناسلت یک روند کاهشی دارد که به شدت تابع عدد رایلی است. با مراجعه به تابع جریان و خطوط هم‌دما می‌توان علت این پدیده را توضیح داد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، حضور زبری‌های سینوسی برای جریان ممانعت ایجاد می‌کند که با افزایش دامنه موانع نیروی مقاوم تقویت شده و موجب کاهش اثرات جابجایی جریان می‌شود. از سوی دیگر برای خطوط هم‌دما نیز شاهد کاهش مساحت نواحی با چگالی بالای خطوط هم‌دما بودیم که این امر منجر به کاهش گرادیان‌های دمایی و در نتیجه کاهش انتقال حرارت خواهد شد. بعلاوه بیشترین اثر کاهشی دامنه زبری‌ها برای حالت (III) مشاهده می‌شود؛ مثلاً

برای دامنه  $A = 0.1$  با تغییر موقعیت زبری‌ها به طرفین محفظه تغییر محسوسی در شکل سلول مرکزی مشاهده نمی‌شود. این در حالی است که برای  $A = 0.2$  تغییر موقعیت زبری‌ها شکل سلول مرکزی را از حالت افقی به عمودی تغییر داده است که بیانگر تغییر مؤلفه غالب سرعت جریان است.

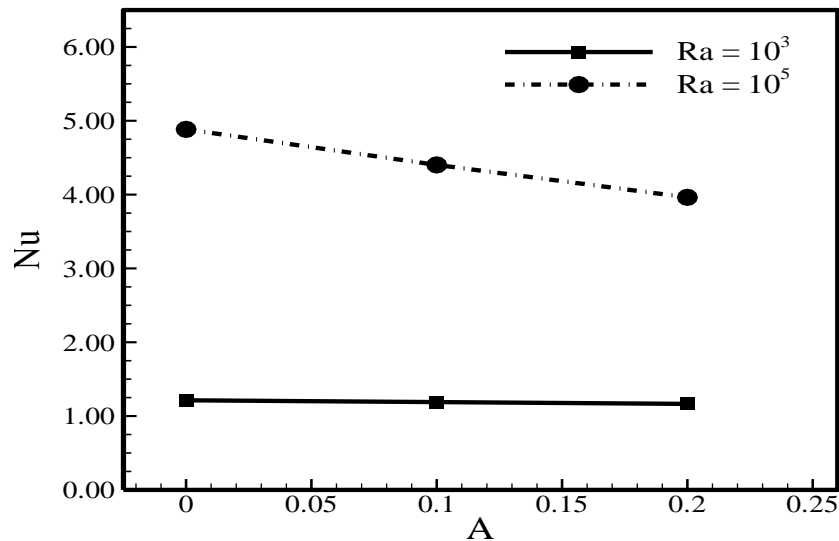
شکل ۱۲ خطوط هم‌دما را برای دامنه زبری‌ها و هندسه‌های مختلف در کسر حجمی 4% و رایلی  $Ra=10^5$  نشان می‌دهد. مطابق شکل ۱۲، افزایش دامنه زبری‌ها در مرکز محفظه روی خطوط هم‌دما تأثیری ندارد؛ اما در مجاورت دیواره‌های دارای زبری، با افزایش دامنه زبری‌ها اگرچه نواحی پرتراکم خطوط هم‌دما در نوک زبری‌ها حفظ می‌شود، ولی تراکم خطوط در بقیه نواحی (به‌خصوص در نواحی پرتراکم: گوشه‌های پایین سمت چپ و بالا سمت راست) کاهش می‌یابد.



شکل ۱۲- مقایسه خطوط هم‌دما برای نانوسیال با  $\phi=0.04$  با دامنه مختلف زبری‌ها ( $Ra=10^5$ ,  $N=4$ )



شکل ۱۳- تغییرات ناسلت میانگین و ناسلت نرمال شده نسبت به دامنه مختلف زبری‌ها ( $Ra=10^5$ ,  $N=4$ )



شکل ۱۴- تغییرات ناسلت میانگین نسبت به دامنه مختلف زبری‌ها ( $Ra=10^5, N=4$ )

های پیچیده از نوع زبری یکنواخت سینوسی است. خطوط جریان در همه حالات دارای یک سلول چرخشی ساعت‌گرد در مرکز محفظه می‌باشند. در کار حاضر شکل محفظه مربعی انتخاب شده است؛ اما با تغییر طول یا ارتفاع محفظه ساختار خطوط جریان و خطوط همدم‌ها تغییر خواهد کرد که تأثیر بسزایی در انتقال حرارت خواهد گذاشت. در رایلی کم تعدادی گردابه کوچک در فاصله بین زبری‌ها ایجاد شده که با افزایش رایلی کل آن‌ها از بین می‌روند. با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی، انتقال حرارت در محفظه افزایش و با افزایش تعداد زبری‌ها و دامنه بی‌بعد زبری‌ها، انتقال حرارت کاهش می‌یابد. بیشترین تأثیر حضور نانوذرات روی انتقال حرارت برای  $Ra=10^3$  و کسر حجمی 4% اتفاق می‌افتد که عدد ناسلت میانگین در این شرایط 11% افزایش می‌یابد و با افزایش عدد رایلی، تأثیر حضور نانوذرات بر انتقال حرارت کاهش می‌یابد. بیشترین تأثیر افزایش تعداد زبری‌ها روی انتقال حرارت برای  $Ra=10^5$  اتفاق می‌افتد که عدد ناسلت میانگین در این شرایط 21.3% کاهش می‌یابد و با افزایش عدد رایلی، تأثیر افزایش تعداد زبری‌ها بر انتقال حرارت کاهش می‌یابد. بیشترین تأثیر افزایش دامنه زبری‌ها روی انتقال حرارت برای  $Ra=10^5$  اتفاق می‌افتد که عدد ناسلت میانگین در این شرایط 54.2% کاهش می‌یابد و با افزایش عدد رایلی، تأثیر افزایش دامنه زبری‌ها بر انتقال حرارت کاهش می‌یابد. از بین سه موقعیت قرارگیری زبری‌ها، حالت

برای  $Ra=10^5$  با افزایش دامنه زبری‌ها از  $A=0$  به  $A=0.2$ ، درصد تغییرات عدد ناسلت نرمال شده ( $ENu^{**}$ ) عبارت است از:  $|ENu^{**}|^I = 22 < |ENu^{**}|^{II} = 23.2 < |ENu^{**}|^{III} = 54$  هم‌چنین مقایسه  $ENu^{**}$  برای تغییرات تعداد و دامنه زبری‌های سینوسی نشان می‌دهد که افزایش دامنه نسبت به افزایش تعداد زبری‌ها (در محدوده‌های محاسبه شده)، اثر کاهشی بیشتری بر انتقال حرارت دارد. علت آن است که با افزایش دامنه، زبری‌ها در مکانی واقع می‌شوند که سیال به علت دوری از دیواره از سرعت نسبتاً بالایی برخوردار است که در برخورد با این زبری‌ها، افت شدید سرعت و در نتیجه کاهش بیشتر اثرات جابجایی را شاهد هستیم.

##### ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیم با حرکت براونی ذرات در محفظه دوبعدی شامل، زبری‌های سینوسی یکنواخت با روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های افقی محفظه هر دو صاف و عمیق و دیواره‌های جانبی محفظه دارای زبری‌های یکنواخت سینوسی بوده که در دماهای گرم و سرد قرار گرفته‌اند. اثر عدد رایلی، کسر حجمی نانوذرات، تعداد زبری‌ها و دامنه بی‌بعد زبری‌ها بر روی جریان و انتقال حرارت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که شبکه بولتزمن، یک روش مناسب برای حل مسائل مختلف مانند، انتقال حرارت در مرز-

<p>سیال پایه</p> <p>نانوسیال</p> <p>نانوذرات جامد</p>	<p>زیرنویس‌ها</p> <p><math>f</math></p> <p><math>nf</math></p> <p><math>p</math></p>	<p>III حساسیت بیشتری نسبت به تغییر متغیرها (<math>\varphi, N, A</math>) نشان می‌دهد؛ درحالی‌که حالت‌های I و II، دارای تغییرات کمتر و نتایج تقریباً مشابهی هستند.</p>
<b>۶- فهرست علائم</b>		
	<p>دامنه بی بعد زبری‌ها</p> <p>سرعت ذرات مجازی روی شبکه</p> <p>گرمای ویژه (<math>J/kg^{-1}K^{-1}</math>)</p> <p>نیروی خارجی</p> <p>تابع توزیع چگالی</p> <p>تابع توزیع انرژی</p> <p>شتاب جاذبه (<math>ms^{-2}</math>)</p> <p>ارتفاع محفظه (m)</p> <p>هدایت حرارتی (<math>Wm^{-1}K^{-1}</math>)</p> <p>تعداد زبری‌های سینوسی</p> <p>عدد ناسلت میانگین</p> <p>عدد پرانتل</p> <p>عرض محفظه (m)</p>	<p><math>A</math></p> <p><math>C_i</math></p> <p><math>C_p</math></p> <p><math>F</math></p> <p><math>f_i</math></p> <p><math>g_i</math></p> <p><math>g</math></p> <p><math>H</math></p> <p><math>k</math></p> <p><math>N</math></p> <p><math>Nu</math></p> <p><math>Pr</math></p> <p><math>W</math></p>
<b>۶- مراجع</b>		
<p>[1] Ostrach S (1988) Natural convection in enclosures. J Heat Trans-T ASME 10(4b): 1175-1190.</p> <p>[2] Calcagni B, Marsili F, Paroncini M (2005) Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below. Appl Therm Eng 25(16): 2522-253</p> <p>[3] Abu-Nada E (2010) Natural convection heat transfer simulation using energy conservative dissipative particle dynamics. Phys Rev E 81(056704): 1-14</p> <p>[4] Davis GDV (1983) Natural convection of air in a square cavity, a bench mark numerical solution. Int J Numer Methods Fluids 3: 249-264</p> <p>[5] Barakos G, Mistoulis E (1994) Natural convection flow in a square cavity revisited: Laminar and turbulent models with wall functions. Int J Numer Method Heat Fluid Flow 18:695-719.</p> <p>[6] Choi SUS, Eastman JA (1995) Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. ASME FED 231(1): 99-105</p> <p>[7] Khanafer K, Vafai K, Lightstone M, (2003) Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. Int J Heat Mass Tran 46(19): 3639-3653</p> <p>[8] Abu-Nada E, Chamkha A (2010) Effect of nanofluid variable properties on natural convection in enclosures filled with a CuOeEGeWater nanofluid. Int J Therm Sci 49(3): 2339-2352</p> <p>[9] Rezvani A, Biglari M, Valipour MS (2017) Numerical solution of natural convective heat transfer of Al2O3/water nanofluids in a square cavity with modified circular corners. Journal of Solid and Fluid Mechanics 7(1): 315-328</p> <p>[10] Selimefendigil F, Oztop HF (2016) Conjugate natural convection in a cavity with a conductive partition and filled with different nanofluids on different sides of the partition. J Mol Liq 216: 67-77.</p> <p>[11] Kaviany M (1984) Effect of a protuberance on thermal convection in a square cavity. J Heat Transf (106): 830-834.</p> <p>[12] Khanafer K, AlAmiri A, Bull J (2015) Laminar natural convection heat transfer in a differentially</p>	<p>علائم یونانی</p> <p>کسر حجمی نانوذرات</p> <p>لزجت دینامیکی (<math>kgm^{-1}s^{-1}</math>)</p> <p>چگالی (<math>kgm^{-3}</math>)</p> <p>دمای بدون بعد</p> <p>زمان آرامش</p> <p>ضرایب وزنی تابع توزیع تعادلی</p>	<p><math>\varphi</math></p> <p><math>\mu</math></p> <p><math>\rho</math></p> <p><math>\theta</math></p> <p><math>\tau</math></p> <p><math>\omega_i</math></p>
<b>بالانویس‌ها</b>		
	<p>حالت تعادلی</p> <p>کمیت بی بعد</p>	<p><math>eq</math></p> <p>*</p>

- wavy-wall enclosed cavity filled with Nanofluid. *Int J Therm Sci* 60(1): 255-226
- [18] Shahriari A (2016) Numerical simulation of free convection heat transfer of nanofluid in a wavy-wall cavity with sinusoidal temperature distribution using lattice Boltzmann method. *Modares Mechanical Engineering* 16(9): 143-154
- [19] Rahimi A, Sepehr M, Janghorban Lariche M, Kasaeipoor A, Hasani Malekshah E, Kolsi L (2018) Entropy generation analysis and heatline visualization of free convection in nanofluid (KKL model-based)-filled cavity including internal active fins using lattice Boltzmann method. *Comput Math Appl* 75: 1814-1830.
- [20] Kao PH, Yang RJ (2007) Simulating oscillatory flows in Rayleigh-Bénard convection using the lattice Boltzmann method. *Int J Heat Mass Tran* 50(17): 3315-3328
- [21] Guo Z, Zheng C, Shi B (2002) An extrapolation method for boundary conditions in Lattice Boltzmann method. *Phys Fluids* 14(6): 2007-2010.
- heated cavity with a thin porous fin attached to the hot wall. *Int J Heat Mass Transf* 87: 59-70
- [13] Alavi N, Armaghani T, Izadpanah E (2016) Natural convection heat transfer of a nanofluid in a baffle L-Shaped cavity. *Journal of Solid and Fluid Mechanics* (3): 311-321.
- [14] Shahriari A (2017) Effect of magnetic field on natural convection heat transfer of nanofluid in wavy cavity with non-uniform temperature distribution. *Modares Mechanical Engineering* 17(4): 29-40.
- [15] Shahriari A, Ashorynejad H (2017) Numerical study of heat transfer and entropy generation of Rayleigh-Bénard convection nanofluid in wavy cavity with magnetic field. *Modares Mechanical Engineering* 17(10): 385-396
- [16] Sheikholeslami M, Gorji-Bandpy M, Ganji DD (2014) Investigation of nanofluid flow and heat transfer in presence of magnetic field using KKL model. *Arab J Sci Eng* 39(1): 5007-5016
- [17] Cho CC, Chen CL, Chen CK (2012) Natural convection heat transfer performance in complex-