



تحلیل تنش و جابجایی ورق‌های ساندویچی ضخیم دارای هسته آگرتیک تغییر شکل پذیر به کمک تئوری عمومی-محلی مرتبه سه بهبود یافته

آیدین غزنوی اسگوئی^{۱*} و محمد شرعیات^۲

^۱ استادیار، پژوهشگاه نیرو، گروه انرژی‌های تجدیدپذیر

^۲ استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۰۸، تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۳/۰۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰۵

چکیده

در مقاله پیش‌رو، یک تئوری عمومی-محلی مرتبه بالای اصلاح شده با روابط سه‌بعدی الاستیسیته به منظور مطالعه رفتار تنش و جابجایی در راستای ضخامت ورق‌های ساندویچی ضخیم و نازک با هسته تغییر شکل پذیر آگرتیک تحت بارهای استاتیکی ارائه شده است. معادلات حاکم بر اساس اصل همپلتون استخراج شده‌اند. از مهم‌ترین نوآوری‌های پژوهش حاضر، می‌توان به ارائه تئوری عمومی-محلی مرتبه بالای اصلاح شده با استفاده از روابط سه‌بعدی الاستیسیته، در نظر گرفتن تغییر شکل عرضی هسته (موضوعی که به خصوص در مطالعه رفتار ورق‌های ساندویچی با هسته نرم و یا ورق‌های ساندویچی ضخیم از اهمیت بالایی برخوردار است) و بررسی اثر آگرتیک بودن هسته بر رفتار استاتیکی ورق ساندویچی و مولفه‌های مختلف تنش و جابجایی ورق ساندویچی اشاره کرد. از آنجایی که تنش‌های عرضی با استفاده از معادلات تعادل سه‌بعدی الاستیسیته محاسبه شده‌اند، برخلاف تئوری‌های متداول مرسوم، شرایط پیوستگی تنش‌های برشی بین لایه‌ها به خوبی برآورده شده است. مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج موجود در مراجع معتبر نشان می‌دهد که فرمولاسیون المان - محدود ارائه شده، از دقت بسیار مناسبی حتی برای ورق‌های ساندویچی ضخیم برخوردار است؛ همچنین نتایج حاصله نشان دادند که استفاده از هسته آگرتیک منجر به کاهش سطح تنش و همچنین جابجایی عرضی هسته و رویه‌های ورق ساندویچی می‌شود.

کلمات کلیدی: ورق ساندویچی؛ تئوری عمومی-محلی؛ تئوری مرتبه بالا؛ هسته تغییر شکل پذیر؛ آگرتیک.

Stress and Displacement Analysis of Thick Sandwich Plates with Deformable Auxetic Cores using an Enhanced Third Order Global-Local Theory

A. Ghaznavi Osgoeei^{1,*}, M. Shariyat²

¹ Assistant Professor, Mech. Eng., Niroo Research Institute, Renewable Energies Department, Tehran, Iran.

² Prof., Mech. Eng., K.N.Toosi university of Technology, Tehran, Iran.

Abstract

In the present article, a high-order global-local theory with three-dimensional elasticity corrections is employed to trace the local and instantaneous variations of lateral deflections and stress components of sandwich plates with auxetic (negative Poisson ratio) cores under static loads. The governing equations are extracted based on Hamilton's principle. The main novelties of the present research in comparison to the available literature are the presenting a higher-order global-local plate theory with equilibrium-based 3D-elasticity corrections, incorporation of the transverse flexibility of the core (a fact that is crucial when studying behaviors of thick or soft core sandwich plates) and investigation of the negative Poisson ratio (auxeticity) effects of the core material on the static (stress and displacement) responses. All these items are accomplished here, for the first time. Since the transverse shear stresses are extracted based on the 3D elasticity theory, in contrast the traditional constitutive-based theories, the interlaminar continuity condition of the transverse shear stresses is met. The verification results show that the presented finite element formulation leads to highly accurate results, even for thick or soft core sandwich plates. Results reveal that auxeticity of the core material decreases the global and relative stresses and lateral deflections of the face sheets.

Keywords: Sandwich Plate; Global-Local Theory; Higher Order Theory; Flexible Core; Auxetic.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۰۹۳۹۷۴۶۰۰۶۰

آدرس پست الکترونیک: aidin.ghaznavi@yahoo.com و aghaznavi@nri.ac.ir

۱- مقدمه

در چند دهه گذشته، پیشرفت علم و فناوری برای پژوهشگران انگیزه‌ای در جهت یافتن مواد سازه‌ای جدید از قبیل مواد آگزیتریک (ماده با ضریب پواسون منفی) ایجاد نموده است. ویژگی مهم این مواد این است که زمانی که تحت فشار قرار می‌گیرند، بر عکس مواد معمولی در جهات دیگر نیز منقبض می‌شوند. از جمله سازه‌هایی که مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است، سازه‌های ساندویچی با هسته‌هایی از مواد آگزیتریک (ماده با ضریب پواسون منفی) است. از طرفی به دلیل رشد روزافزون سازه‌های کامپوزیتی در صنایع مختلف، ارزیابی تنش‌های بین لایه‌ای نیز همچون محاسبه سایر تنش‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است [۱]. از آنجا که حل تحلیلی سه بعدی ورق‌های ساندویچی دچار محدودیت‌های فراوانی است، تحلیل این گونه سازه‌ها براساس تئوری ورق‌ها و پوسته‌ها بسیار کاربردی و مورد توجه است. روش‌های مختلفی برای تبدیل مدل‌های سه بعدی ورق‌های چند لایه به مدل‌های دوبعدی با حدس وابستگی به ضخامت، ارائه شده است. دفا دار و همکارانش [۲]، تئوری ترکیبی مرتبه بالای عمومی ترکیبی برای حل ورق‌های کامپوزیتی ارائه دادند. ملک زاده و همکاران [۳]، یک تئوری مرتبه بالای بهبود یافته برای تحلیل رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر ارائه کردند که در آن، در رویه‌ها از تئوری مرتبه اول و در هسته از تئوری الاستیسیته استفاده شده است. کررا و همکاران [۴]، به بررسی و ارزیابی دقت انواع تئوری دوبعدی شامل، تک‌لایه معادل، لایه‌ای، زیگزاگ و ترکیبی در تحلیل استاتیکی و ارتعاشی ورق‌های ساندویچی پرداختند. بریش تو و همکاران [۵]، با افزودن تابع زیگزاگ در تئوری مرتبه اول و سوم برشی، نتایج تحلیل خمش ورق ساندویچی را برای نسبت‌های مختلف هندسی و نسبت‌های مختلف سفتی رویه به هسته بررسی نموده‌اند. بت شکنان و همکاران [۶]، بر مبنای مدل کررا، از یک تئوری ترکیبی شامل تئوری تک لایه معادل و تئوری لایه‌گون با مرتبه‌های متفاوت جهت تحلیل استاتیکی ورق ساندویچی استفاده کرده‌اند. لی و لو [۷]، تئوری زیگزاگ را بسط دادند تا از روش برهم نهی دوگانه یا مضاعف استفاده نمایند. شرعیات [۸] اثر کرنش‌های قائم عرضی را به تئوری برهم نهی مضاعف لی و لو اضافه نموده و از آن، جهت بررسی مسائل استاتیکی،

دینامیکی و کمانشی صفحات مرکب و ساندویچی استفاده نمود. چاکرابارتی و همکاران [۹]، یک مدل دوبعدی المان محدود را براساس تئوری زیگزاگ مرتبه بالا، برای تحلیل ورق‌های چندلایه و ساندویچی ارائه کردند. در این مدل، برای جابجایی‌های درون صفحه‌ای رویه‌ها و هسته، چند جمله‌ای درجه ۳، برای خیز عرضی هسته توابع درجه ۴ و خیز رویه‌ها ثابت در نظر گرفته شده و پیوستگی بین لایه‌ای تنش‌های عرضی لحاظ شده است. دماسی [۱۰]، بر مبنای تئوری کررا، تئوری نیمه زیگزاگی جهت تحلیل ورق‌های کامپوزیتی و ساندویچی ارائه کرد. رحمانی و همکاران [۱۱]، از یک تئوری مرتبه بالا برای تحلیل پوسته‌های ساندویچی با هسته تغییر شکل‌پذیر در راستای عرضی ارائه کردند. آنها رفتار رویه‌ها را با استفاده از تئوری کلاسیک و هسته را با روابط الاستیسیته تحلیل نمودند. گروور و همکاران [۱۲]، تحلیل استاتیکی و کمانش ورق چندلایه و ساندویچی را با بکارگیری تئوری تغییر شکل برشی هذلولی معکوس بررسی کردند. کاپوریا و همکاران [۱۳]، به ارزیابی دقت تئوری‌های کلی-محلی در تحلیل خمش و ارتعاشات ورق‌های چندلایه و ساندویچی پرداختند. نتایج نشان دهنده دقت نسبتاً خوب تئوری کلی-محلی برای ورق‌های با لایه‌های بیشتر از ۳ لایه بود، اما برای ورق‌های هیبریدی و ساندویچی نتایج خوبی ارائه نمی‌نمود؛ در حالیکه تئوری زیگزاگ، دقت مناسبی در تحلیل خمش و فرکانسی ورق‌های کامپوزیتی و ساندویچی داشت. خندوال و همکاران [۱۴]، با استفاده از تئوری زیگزاگ مرتبه بالای ارتقاء یافته، به تحلیل استاتیکی ورق ساندویچی با هسته نرم پرداختند؛ همچنین لزگی [۱۵] برای شبیه سازی آنالیز شکست پیش رونده تیرهای کامپوزیتی یک مدل تک بعدی المان محدود بر اساس تئوری اصلاح شده مرتبه بالا عمومی-محلی تیرها (RHGB) ارائه دادند. ویژگی مدل آنها سریع بودن، بازدهی بالا و کم هزینه بودن از نظر حجم محاسبات است. لزگی و بهشتی [۱۶] از تئوری اصلاح شده مرتبه بالای عمومی-محلی تیرها برای تحلیل ارتعاشی و خمشی تیرهای کامپوزیتی نیز استفاده کرده اند؛ همچنین لزگی و همکارانش [۱۷]، تئوری اصلاح شده عمومی-محلی بر اساس فرمولاسیون با شرایط پیوستگی ترکیبی C1 ارائه دادند که در تحلیل خمشی تیرهای کامپوزیت با مقطع مستطیلی و عرض کم کاربرد دارد. از مقایسه نتایج بدست آمده توسط

لایه بالایی h_1 ، ضخامت هسته h_2 و ضخامت لایه پایینی h_3 در نظر گرفته شده است.

مولفه‌های جابجایی درون صفحه‌ای ورق از ترکیب دو بخش محلی و عمومی در نظر گرفته می‌شود ($k = 1, 2, 3$):

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_G(x, y, z) + u_L^k(x, y, z) \\ v(x, y, z) = v_G(x, y, z) + v_L^k(x, y, z) \end{cases} \quad (1)$$

که u_G و v_G مولفه‌های عمومی میدان جابجایی می‌باشند که به شرح زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\begin{cases} u_G(x, y, z) = u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) + z^3\lambda_x(x, y) \\ v_G(x, y, z) = v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) + z^3\lambda_y(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

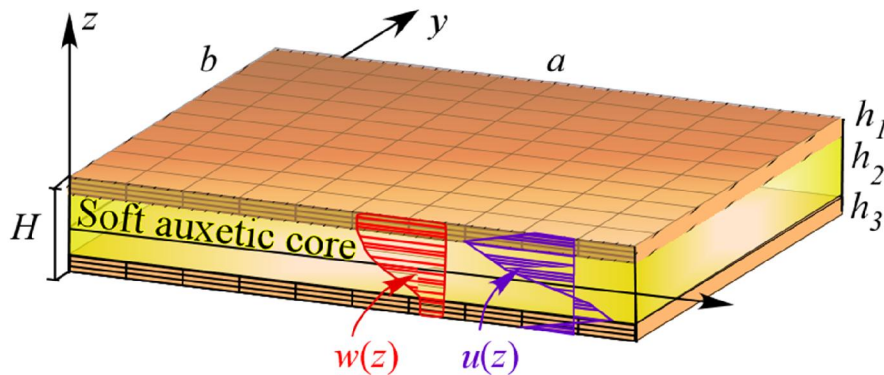
همچنین u_L و v_L نیز مولفه‌های محلی میدان جابجایی بوده و عبارتند از:

$$\begin{cases} u_L^k(x, y, z) = u_0^k(x, y) + z\varphi_x^{(k)}(x, y) \\ v_L^k(x, y, z) = v_0^k(x, y) + z\varphi_y^{(k)}(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

که در معادلات فوق اندیس k نشان دهنده شماره لایه است؛ همچنین u_0^k و v_0^k و $\varphi_x^{(k)}$ و $\varphi_y^{(k)}$ به ترتیب جابجایی محلی صفحه میانی هر لایه و دوران محلی هر لایه است. φ_x و φ_y نیز دوران کلی صفحه میانی هسته است. λ_x و λ_y نیز مربوط به تغییرات انحنای منحنی توزیع مولفه‌های جابجایی در راستای ضخامت می‌باشند. با اعمال شرایط پیوستگی و ساده‌سازی، در نهایت معادلات (۴) تا (۶) حاصل خواهند شد:

○ برای لایه اول ($z_1^u \leq z \leq z_2^u$):

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + z\varphi_x + z^3\lambda_x(x, y) + (z - z_1^u)\varphi_x^{(1)} + z_1^u\varphi_x^{(2)} \\ v_1 = v_0 + z\varphi_y + z^3\lambda_y(x, y) + (z - z_1^u)\varphi_y^{(1)} + z_1^u\varphi_y^{(2)} \end{cases} \quad (4)$$



شکل ۱- پارامترهای هندسی ورق مورد بررسی

تئوری مذکور با نتایج موجود در مراجع و نتایج تحلیل سه بعدی مشاهده می‌شود که تئوری ارائه شده از دقت مناسبی برخوردار است.

در مقاله کنونی، یک تئوری عمومی-محلی مرتبه بالا برای توصیف میدان جابجایی، معادلات همیلتون برای یافتن معادلات حاکم و معادلات الاستیسیته سه‌بعدی برای تصحیح نتایج تنش عرضی برای تحلیل ورق‌های ساندویچی نازک و ضخیم استفاده شده که دقت آن با نتایج بدست آمده از حل سه بعدی همخوانی مناسبی دارد. مزیت عمده این تئوری، برآورده کردن شرایط پیوستگی تنش‌های عرضی بین لایه‌ای و در نظر گرفتن تغییرشکل‌پذیری هسته است؛ همچنین به دلیل ویژگی یادشده، استفاده از این تئوری برای مطالعه ورق‌های ساندویچی با هسته مواد آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) نیز مناسب بوده و منجر به ارائه نتایج دقیقی گردیده است. پس از صحت‌گذاری مدل پیشنهادی، رفتار ورق‌های ساندویچی در حالت‌های مختلف و با ضرایب پواسون متفاوت تحت بارهای گسترده عرضی، مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲- استخراج معادلات ورق ساندویچی با استفاده

از تئوری عمومی-محلی مرتبه بالای پیشنهادی

ورق ساندویچی به صورت ورقی مربع شکل با سه لایه که مانند شکل ۱ است. مبدأ دستگاه مختصات، در صفحه میانی آن قرار داشته و سوی مثبت محور Z به سمت بالا در نظر گرفته شده است. طول و عرض ورق در راستاهای x و y به- ترتیب b و a و ضخامت کل ورق H است؛ همچنین ضخامت

$$\mathcal{N} = \begin{bmatrix} \hat{N} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{N} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \hat{N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \hat{N} \end{bmatrix} \quad (10)$$

لذا با توجه به معادلات (۹) و (۱۰) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \psi(x, y, z) &= \mathbf{H}(z)\mathcal{N}(x, y)\Phi^e \\ &= \mathbf{\Gamma}(x, y, z)\Phi^e \end{aligned} \quad (11)$$

از طرفی، فرم ماتریسی کرنش در هر لایه عبارت است از:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & D \end{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}(x, y, z) \\ &= \begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & D \end{bmatrix} \mathbf{\Gamma}(x, y, z)\Phi^e \\ &= \mathbf{\Lambda}(x, y, z)\Phi^e \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)T} &= \langle \varepsilon_{xx}^{(i)} \quad \varepsilon_{yy}^{(i)} \quad \varepsilon_{zz}^{(i)} \quad \gamma_{xy}^{(i)} \quad \gamma_{xz}^{(i)} \quad \gamma_{yz}^{(i)} \rangle \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} &= \partial \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}^{(i)} = \partial \delta^{(i)} \\ \partial &= \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial_z \\ \partial_y & \partial_x & 0 \\ \partial_z & 0 & \partial_x \\ 0 & \partial_z & \partial_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

مولفه‌های تنش نیز با توجه به قانون هوک محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma}^{(1)} \\ \boldsymbol{\sigma}^{(2)} \\ \boldsymbol{\sigma}^{(3)} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(3)} \end{Bmatrix} \\ &= \hat{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\varepsilon} = \hat{\mathbf{Q}}\mathbf{\Lambda}(x, y, z)\Phi^e \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن $\mathbf{C}^{(i)}$ ماتریس ضرایب الاستیک در دستگاه مختصات دوران یافته است. معادلات حاکم با استفاده از اصل همپلتون بدست آمده است. اگر انرژی کرنشی و کار نیروی خارجی به ترتیب با نمادهای U و V نشان داده شوند، خواهیم داشت:

$$\int_0^T (\delta U - \delta V) dt = 0 \quad (15)$$

که در آن:

$$\delta U = \int_{\Omega} (\delta \boldsymbol{\varepsilon})^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} (\delta \Phi^e)^T \mathbf{\Lambda}^T \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{\Lambda} \Phi^e d\Omega \quad (16)$$

$$\delta V = \int_A q \delta w_u dA = \int_A q (\delta \Phi^e)^T (\mathbf{RN})^T dA \quad (17)$$

○ برای لایه دوم ($z_1^l \leq z \leq z_1^u$):

$$\begin{cases} u_2 = u_0 + z(\varphi_x + \varphi_x^{(2)}) + z^3 \lambda_x(x, y) \\ v_2 = v_0 + z(\varphi_y + \varphi_y^{(2)}) + z^3 \lambda_y(x, y) \end{cases} \quad (5)$$

○ برای لایه سوم ($z_2^l \leq z \leq z_1^l$):

$$\begin{cases} u_3 = u_0 + z\varphi_x + z^3 \lambda_x(x, y) \\ \quad + (z - z_1^l)\varphi_x^{(3)} + z_1^l \varphi_x^{(2)} \\ v_3 = v_0 + z\varphi_y + z^3 \lambda_y(x, y) \\ \quad + (z - z_1^l)\varphi_y^{(3)} + z_1^l \varphi_y^{(2)} \end{cases} \quad (6)$$

مشاهده می‌شود که تغییر شکل نهایی ورق بر اساس اصل برهم نهی محاسبه می‌شود. یکی از برتری‌های مقاله کنونی، در نظر گرفتن تغییرات مرتبه دو به شکل زیر برای مولفه جابجایی عرضی در هسته است:

$$\mathcal{L}_1(z) w_u + \mathcal{L}_2(z) w_m + \mathcal{L}_3(z) w_l \quad (7)$$

که در آن w_u, w_l, w_m به ترتیب جابجایی در بالا، پایین و وسط هسته بوده و $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$ توابع درون‌یابی مرتبه دو می‌باشند؛ لذا، ورق ساندویچی سه لایه، در مجموع دارای ۱۵ پارامتر مستقل جابجایی است. این پارامترها عبارتند از:

$$u_0, v_0, \varphi_x, \varphi_y, \lambda_x, \lambda_y, \varphi_x^{(1)}, \varphi_y^{(1)}, \varphi_x^{(2)}, \varphi_y^{(2)}, \varphi_x^{(3)}, \varphi_y^{(3)}, w_u, w_m, w_l$$

جابجایی عرضی رویه‌های ورق ساندویچی ثابت در نظر گرفته شده است که با توجه به ضخامت و سفتی رویه‌ها معقول و درست است. با توجه به معادلات فوق، کل میدان جابجایی ورق ساندویچی مذکور را می‌توان به فرم ماتریسی زیر نوشت (که در آن $\psi^i(x, y, z)$ نشان دهنده میدان جابجایی حاکم بر لایه‌های ورق ساندویچی است):

$$\psi(x, y, z, t) = \begin{Bmatrix} u^{(1)} \\ v^{(1)} \\ w^{(1)} \\ u^{(2)} \\ v^{(2)} \\ w^{(2)} \\ u^{(3)} \\ v^{(3)} \\ w^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

در تحقیق کنونی از روش المان محدود و المان‌های غیرخطی مستطیلی برای مش‌بندی ورق استفاده شده است. با استفاده از روش المان محدود، بردار جابجایی به فرم بیان می‌شود:

$$\Phi(x, y, t) = \mathcal{N}(x, y)\Phi^e(t) \quad (9)$$

در آن N و Φ^e به ترتیب ماتریس توابع شکل و بردار مقادیر گره ای جابجایی می‌باشند:

است که تغییر تعداد آن‌ها تاثیر محسوسی در نتایج نداشته باشد.

۴-۱- صحنه‌گذاری نتایج بدست آمده

ابتدا صحنه‌گذاری نتایج تئوری پیشنهادی با استفاده از تحلیل استاتیکی صفحه ساندویچی با رویه‌ها و هسته‌های ایزوتروپیک تحت بار سینوسی ارزیابی می‌شود. در این مثال، یک ورق ساندویچی متقارن مربعی که رویه‌های آن دارای ضخامت یکسان و معادل $0/1$ ضخامت کل و ضخامت هسته معادل $0/8$ ضخامت کل ورق است، با استفاده از مدل پیشنهادی تحلیل شده و با نتایج موجود در مراجع معتبر مقایسه شده است. شرایط مرزی ورق در هر چهار لبه تکیه‌گاه ساده و ورق تحت فشار گسترده سینوسی است. خواص مواد رویه و هسته به شرح زیر می‌باشند [۹]:

$$E_f = 73 \text{ GPa}, \nu = 0.34$$

تحلیل‌ها برای دو نمونه ورق ساندویچی دارای هسته سفت ($E_f/E_c=10$) و هسته نرم ($E_f/E_c=10^5$) در حالت‌های ضخیم ($a/h=4$) نازک ($a/h=10$) بررسی شده است.

جابجایی‌ها و تنش‌ها با کمک رابطه (۲۱) بی‌بعد شده‌اند:

$$\begin{aligned} W &= w \frac{100E_f h^3}{a^4 q_0}, \\ U, V &= (u, v) \frac{-10^4 E_f h^2}{a^3 q_0}, \\ S_{xx}, S_{yy} &= \frac{h^2}{q_0 a^2} (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}) \end{aligned} \quad (21)$$

نتایج بدست آمده، با نتیجه سه بعدی الاستیسته موجود در مرجع [۵] در جدول ۱، مقایسه شده‌اند. بررسی‌ها نشان دادند که برای هر سه حالت ورق بسیار نازک، ورق معمولی و ورق ضخیم، نتایج محاسبه شده توسط تئوری ارائه شده قابل قبول و از دقت بسیار مناسبی برخوردار بوده و اندازه مش 40×40 منجر به ارائه نتایج همگرا می‌شود. افزایش بیشتر المان‌ها، تاثیر ناچیزی بر نتایج دارد؛ همچنین در جدول ۲ نتایج خیز بی‌بعد نقطه مرکزی ورق ساندویچی تحت بار مذکور برای هر چهار حالت بدست آمده و با نتایج حاصله از تئوری‌های کلاسیک (CLT)، زیگزاگ با مرتبه سوم (ZZ4)، برشی مرتبه اول (FSDT)، تئوری لایه معادل از مرتبه چهارم (ED4) و تئوری سه بعدی الاستیسته (3D) موجود در مراجع [۱۸] مقایسه شده‌اند.

در آن Ω, A, q به ترتیب عبارتند از سطح و حجم المان و شدت بار خارجی وارده به ورق. با جای‌گذاری معادلات (۱۶) و (۱۷) در معادله (۱۵) خواهیم داشت:

$$(\delta \Phi^{(e)})^T \left[\int_{\Omega} \Lambda^T \hat{Q} \Lambda \Phi^{(e)} d\Omega - \int_A q (RN)^T dA \right] = 0 \quad (18)$$

از آنجا که $\delta \Phi^{(e)}$ برداری دلخواه و غیر صفر است، معادله حاکم بر ورق ساندویچی عبارت خواهد بود از:

$$\int_{\Omega} \Lambda^T \hat{Q} \Lambda d\Omega \Phi^{(e)} = \int_A q (RN)^T dA \quad (19)$$

۳- اصلاح تنش‌های برشی به کمک معادلات سه-بعدی الاستیسته

پس از محاسبه تنش‌های درون صفحه‌ای، تنش‌های عرضی با استفاده از معادلات تعادل الاستیسته سه بعدی محاسبه می‌شود (معادله (۲۰))، لذا شرایط پیوستگی تنش بین لایه‌ها و صفر بودن تنش عرضی در سطوح آزاد به خوبی برقرار شده و نیازی به استفاده از ضریب تصحیح برشی نیز نمی‌باشد.

$$\sigma_{x,x} + \tau_{xy,y} + \tau_{xz,z} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz}^{(1)} &= - \int_{z_1^u}^z (\sigma_{x,x}^{(1)} + \tau_{xy,y}^{(1)}) dz \\ \tau_{xz}^{(2)} &= - \int_{z_1^l}^z (\sigma_{x,x}^{(2)} + \tau_{xy,y}^{(2)}) dz + \tau_{xz}^{(1)} \Big|_{z=z_1^u} \\ \tau_{xz}^{(3)} &= - \int_{z_2^l}^z (\sigma_{x,x}^{(3)} + \tau_{xy,y}^{(3)}) dz \\ &= \tau_{xz}^{(2)} \Big|_{z=z_1^l} + \int_z^{z_1^l} (\sigma_{x,x}^{(3)} + \tau_{xy,y}^{(3)}) dz \end{aligned} \quad (20)$$

مولفه دیگر تنش برشی عرضی نیز، به روشی کاملاً مشابه با معادله (۲۰) محاسبه می‌شود.

۴- نتایج عددی

در این بخش علاوه بر صحنه‌گذاری نتایج بدست آمده، اثر پارامترهای مختلف نیز تحلیل می‌شود. علاوه بر صحنه‌گذاری نتایج بدست آمده با نتایج حل سه بعدی ارائه شده در مراجع معتبر، موضوع همگرایی نتایج المان محدود و استقلال از اندازه مش‌ها نیز برای پارامترهای مختلف بررسی شده است. در تمام نتایج ارائه شده اندازه المان‌ها به نحوی انتخاب شده

تئوری‌ها افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کنند؛ همچنین تئوری زیگزاگ ارائه شده در مرجع [۱۸] نیز که در ورق ساندویچی نازک و ضخیم با هسته سفت از دقت بسیار مناسبی برخوردار است، در ورق ساندویچی نرم به دلیل یکسان در نظر گرفتن خیز در کل ضخامت ورق، عملکرد مناسبی از خود نشان نمی‌دهد؛ در حالیکه تئوری ارائه شده در این مقاله، در همه حالت‌ها از دقت بسیار مناسبی برخوردار است؛ به نحوی که بیشترین خطای آن در مقایسه با نتایج حاصله از حل تئوری الاستیسیته سه‌بعدی حتی در ورق ضخیم با هسته نرم، کمتر از ۳ درصد است. نتایج جدول ۲ نشان دهنده این موضوع است که تئوری تک لایه معادل از هر مرتبه‌ای که باشد، قابلیت پیش‌بینی خیز ورق ساندویچی با هسته نرم (حتی برای ورق ساندویچی نازک) را ندارد؛ در حالیکه تئوری زیگزاگ و تئوری کنونی، از این قابلیت برخوردارند.

جدول ۱- نتایج خیز بی‌بعد بیشینه برای ورق‌های ساندویچی نازک و ضخیم با هسته نرم

Approach	Mesh size	$a/h=4$	$a/h=10$
Present	10×10	1114.24	1051.22
	20×20	1204.81	1140.98
	30×30	1268.28	1203.24
	40×40	1272.5	1207.67
3D [5]	-	1299.4	1230.6

نتایج نشان دادند که تئوری برشی مرتبه اول و تئوری کلاسیک جواب‌هایی با خطاهای بزرگ ارائه می‌دهند و با افزایش ضخامت هسته و یا نرم‌تر شدن آن، خطاهای این

جدول ۲- مقایسه نتایج خیز بدون بعد بیشینه (W) محاسبه شده توسط تئوری کنونی با نتایج تئوری‌های تک‌لایه، زیگزاگ،... و تئوری الاستیسیته سه بعدی برای ورق‌های ساندویچی نازک و ضخیم، با هسته نرم و سفت [۵ و ۱۸]

Moduli ratio	Theory	$a/h=4$		$a/h=10$	
		W	Discrepancy (%)	W	Discrepancy (%)
$E_f/E_c=10$	3D elasticity	13.294	-	6.3923	-
	Present	13.086	1.7	6.4317	0.62
	CLT(classical laminate theory)	5.0515	62.3	5.0515	21
	FSDT(first-order sheardeformation)	8.0821	39.2	5.5364	13.4
	ED4(4 th order equivalent-single-layer)	12.497	6.00	6.2671	1.96
	ZZ3 (3 th order Zig Zag)	13.343	0.37	6.3935	0.00
$E_f/E_c=10^6$	3D elasticity	1299.4	-	1230.6	-
	Present	1272.5	2.1	1207.67	1.9
	CLT(classical laminate theory)	5.5815	>100	5.5814	>100
	FSDT(first-order sheardeformation)	9.8240	>100	6.2602	>100
	ED4(4 th order equivalent-single-layer)	112.51	>100	24.078	>100
	ZZ3 (3 th order Zig Zag)	994.51	23.5	933.11	24.2

صفحه بالایی ورق اعمال می‌شود. ورق در دو حالت با هسته نرم ($E_t/E_c = 10^5$) و سفت ($E_t/E_c = 10$) و با هندسه ضخیم ($a/h=4$) و نازک ($a/h=10$) بررسی شده است. رویه‌های آن دارای ضخامت یکسان و معادل $0/1$ ضخامت کل و ضخامت هسته معادل $0/8$ ضخامت کل ورق است، سایر خواص مواد همچون بخش قبل در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی بهتر و دقیق‌تر اثر ضریب پواسون، در تمامی حالت‌های ذکر شده ضریب پواسون هسته آگزیٹیک (ماده با ضریب پواسون منفی)، دارای مقادیر $-0.3, -0.6, -0.9$ است.

به منظور تجسم کامل تاثیر ضریب پواسون بر رفتار ورق ساندویچی توزیع عرضی خیز و جابجایی درون صفحه‌ای در راستای ضخامت ورق در تمامی حالت‌های یاد شده استخراج شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در شکل‌های ۲ تا ۵ خیز مقطع وسط ورق ساندویچی در راستای ضخامت برای هر چهار حالت ورق ضخیم ($a/h=4$) و نازک ($a/h=10$) با هسته نرم و سفت و ضرایب پواسون‌های هسته یاد شده نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نه تنها خیز ورق ساندویچی در راستای ضخامت ثابت نمی‌باشد، بلکه در برخی از حالت‌ها به خصوص در ورق‌های ساندویچی با هسته نرم و یا ورق‌های ساندویچی ضخیم، دارای تغییرات کاملاً محسوسی است. این موضوع اهمیت مدل‌سازی تغییرات ضخامت در مسایلی را نشان می‌دهد که هسته ورق ساندویچی نرم و تغییرشکل‌پذیر بوده و یا ورق ساندویچی ضخیم است. به عنوان مثال، اختلاف خیز بدون بعد رویه‌های بالایی و پایینی در نمونه ورق ساندویچی معمولی (ضریب پواسون $0/3$) ضخیم ($a/h=4$) با هسته تغییرشکل‌پذیر ($E_t/E_c = 10^5$) تا سی برابر است. سفت شدن هسته ($E_t/E_c = 10$) در همین نمونه، باعث کاهش نسبت یاد شده تا $1/1$ شده است؛ همچنین از مشاهده شکل‌های ۲ الی ۵، می‌توان نتیجه گرفت، تاثیر در نظر گرفتن تغییرات ضخامت بر نتایج ورق‌های با هسته نرم و تغییرشکل‌پذیر، بسیار بیشتر از نتایج بدست آمده برای ورق‌های با هندسه ضخیم است. به بیان دیگر، در مواردی که سفتی هسته اختلاف چندانی با سفتی رویه‌ها ندارد، رویه‌ها و هسته رفتار نسبتاً یکسانی دارند؛ اگرچه در این مثال‌ها نیز با افزایش ضخامت کمی اختلاف بین جابجایی عرضی رویه بالایی و پایینی ایجاد

در جدول ۳، مقایسه‌ای بین تنش‌های برشی عرضی برای ورق ساندویچی نازک و ضخیم با هسته نرم و تغییرشکل‌پذیر ($E_t/E_c=10^5$) که توسط تئوری حاضر محاسبه شده‌اند و نیز نتایج مرجع [۵] برای تئوری‌های مختلف انجام شده است.

همان‌طور که از جدول ۳ مشاهده می‌شود، نتایج تئوری-های کلاسیک و تغییر شکل برشی مرتبه اول و لایه معادل مرتبه بالا، دارای خطاهایی بسیار زیاد می‌باشند. تئوری زیگزاگ مرتبه سوم نسبت به سایر تئوری‌های در محاسبه تنش‌های عرضی از عملکرد مناسب‌تری برخوردار است، ولی در مقایسه با تئوری کنونی، خطاهای چشم‌گیری دارد؛ به نحوی که تئوری زیگزاگ تنش‌های برشی عرضی را با خطای ۲۶ درصدی نسبت به نتایج حل سه بعدی الاستیسیته برآورد کرده است؛ درحالی‌که تئوری کنونی، دارای خطایی کمتر از ۳ درصد بوده است.

جدول ۳- مقایسه تنش‌های عرضی برشی بدون بعد (S_{xz})

حاصله از تئوری پیشنهادی با تئوری‌های تک لایه معادل، زیگ زاگ و .. و حل سه بعدی الاستیسیته موجود در

مرجع [۵]

Theory	$a/h=4$		$a/h=10$	
	S_{xz}	Discrepancy (%)	S_{xz}	Discrepancy (%)
3D	0.0111	-	0.1627	-
Present	0.01128	1.62	0.1661	2.1
CLT	0.7045	>100	1.7612	>100
FSDT	0.7045	>100	1.7612	>100
ED4	0.6502	>100	1.7379	>100
ZZ3	0.0082	26.1	0.1225	24.7

۴-۲- تحلیل پارامتری ورق ساندویچی با هسته

آگزیٹیک تحت بار عرضی استاتیکی

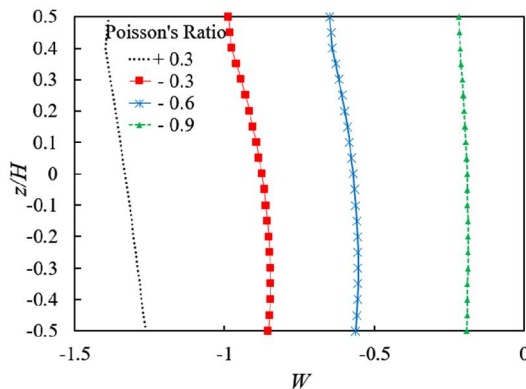
در ابتدا به بررسی اثر ضریب پواسون بر رفتار ورق ساندویچی در حالت‌های مختلف تحت بار گسترده عرضی پرداخته می‌شود. بار وارده، به صورت فشار گسترده سینوسی دوپل به

بین خیز رویه‌های بالا و پایین ورق است، با تغییر ضریب پواسون هسته از $0/3$ به $-0/9$ نسبت خیز رویه بالایی به پایینی ورق، تا 6 کاهش یافته است.

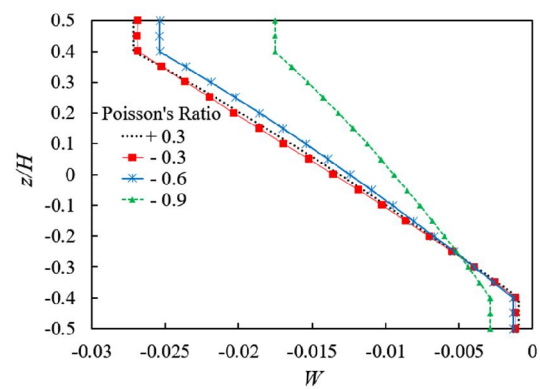
در ادامه جابجایی درون صفحه‌ای بدون بعد برای هر چهار حالت ورق، در شکل‌های ۶ تا ۹ نشان داده شده است. همانطور که در شکل‌های یاد شده مشاهده می‌شود، نرم بودن هسته ورق ساندویچی در هر دو هندسه ورق‌های نازک و ضخیم، باعث تغییر رفتار ورق شده است؛ به گونه‌ای که توزیع عرضی جابجایی درون صفحه‌ای هسته به فرم غیر خطی آشکار شده است.

می‌شود؛ اما این اختلاف چندان قابل توجه نمی‌باشد؛ همچنین، از مشاهده شکل‌ها می‌توان نتیجه گرفت که آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) شدن هسته، باعث یکنواخت شدن رفتار ورق می‌شود. این اثر در تمامی نمونه‌ها مشاهده می‌شود.

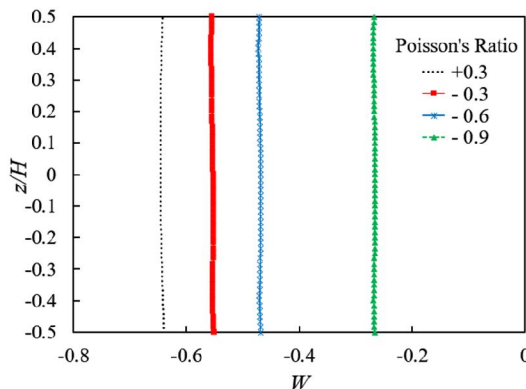
در تمامی حالت‌ها، با منفی‌تر شدن ضریب پواسون در حالت کلی خیز ورق کاهش یافته و در ضمن اختلاف خیز رویه‌های بالا و پایین هسته نیز کمتر شده است. به عنوان نمونه، در حالت ورق ساندویچی ضخیم با هسته نرم که در حالت معمولی (ضریب پواسون $0/3$) دارای بیشترین اختلاف



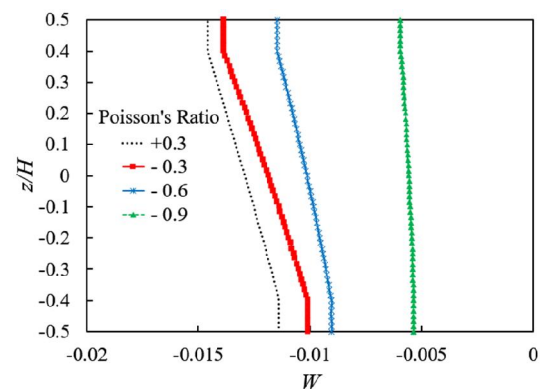
شکل ۳- تغییرات خیز بی‌بعد مقطع میانی در راستای ضخامت ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته سفت ($E_i/E_c=10$) برای ضرایب پواسون مختلف



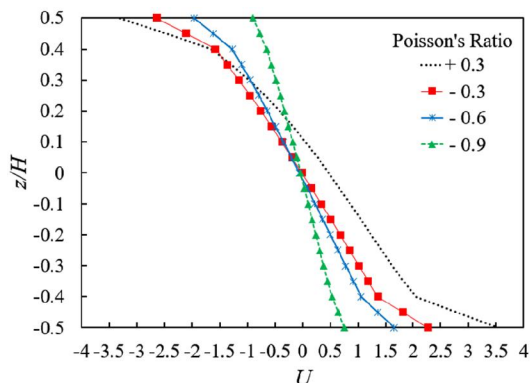
شکل ۴- تغییرات خیز بی‌بعد مقطع میانی در راستای ضخامت ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته نرم ($E_i/E_c=10^5$) برای ضرایب پواسون مختلف



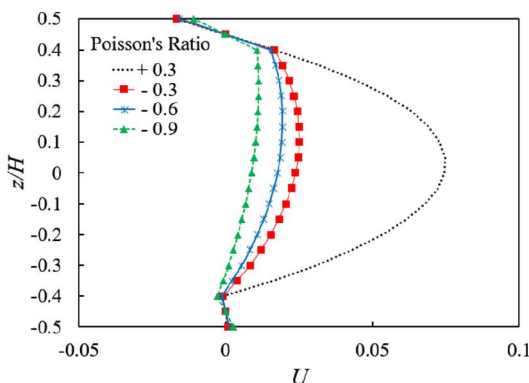
شکل ۵- تغییرات خیز بدون بعد مقطع میانی در راستای ضخامت ورق ساندویچی نازک ($a/h=10$) با هسته سفت ($E_i/E_c=10$) برای ضرایب پواسون مختلف



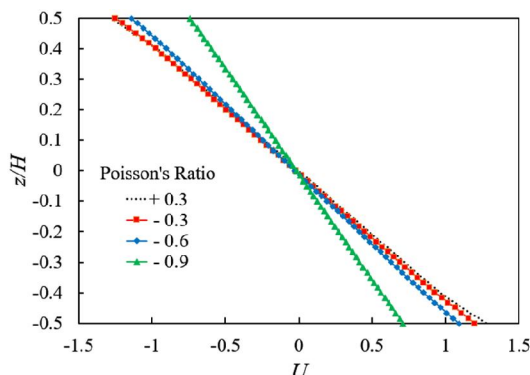
شکل ۶- تغییرات خیز بدون بعد مقطع میانی در راستای ضخامت ورق ساندویچی نازک ($a/h=10$) با هسته نرم ($E_i/E_c=10^5$) برای ضرایب پواسون مختلف



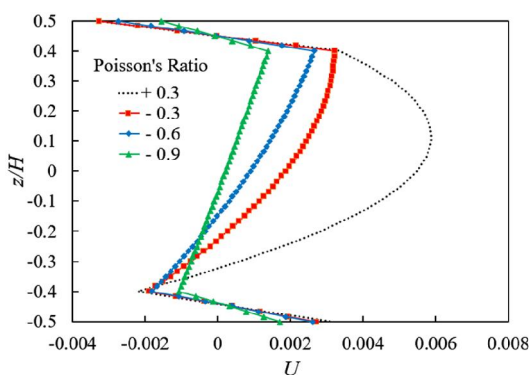
شکل ۷- تغییرات مولفه جابجایی درون صفحه‌ای بدون بعد در راستای ضخامت ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته سفت ($E_f/E_c=10$) و برای ضرایب پواسون مختلف



شکل ۸- تغییرات مولفه جابجایی درون صفحه‌ای بدون بعد در راستای ضخامت ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته نرم ($E_f/E_c=10^5$) برای ضرایب پواسون مختلف



شکل ۹- تغییرات مولفه جابجایی درون صفحه‌ای بدون بعد در راستای ضخامت ورق ساندویچی نازک ($a/h=10$) با هسته سفت ($E_f/E_c=10$) برای ضرایب پواسون مختلف



شکل ۱۰- تغییرات مولفه جابجایی درون صفحه‌ای بدون بعد در راستای ضخامت ورق ساندویچی نازک ($a/h=10$) با هسته نرم ($E_f/E_c=10^5$) برای ضرایب پواسون مختلف

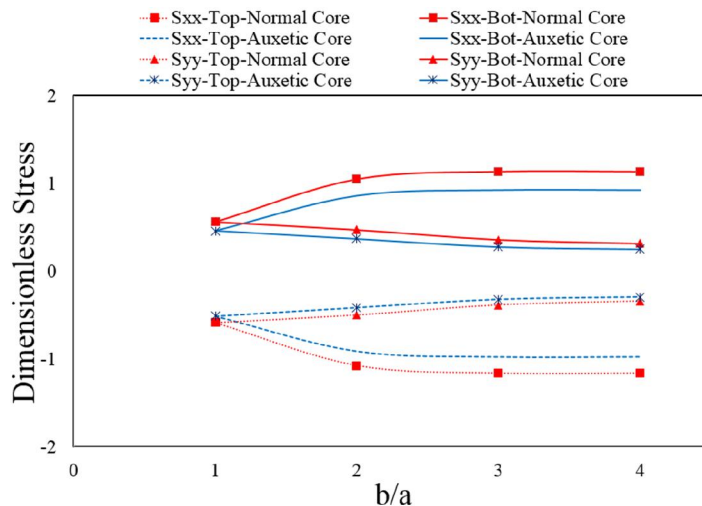
ای ورق می‌گذارد. یکی کاهش جابجایی درون صفحه‌ای (هم در رویه بالایی و رویه پایینی) و هم در هسته و دوم شبیه‌تر شدن رفتار رویه بالایی و پایینی ورق ساندویچی و کاهش اختلاف موجود بین رویه‌ها است.

در ادامه، به بررسی تأثیر نسبت طول به عرض (نسبت منظری) ورق بر رفتار آن پرداخته می‌شود. هم‌زمان با تغییر نسبت b/a از ۱ به ۴، سایر پارامترها از جمله سفتی هسته و ضخامت ورق نیز تغییر کرده و اثر نسبت طول به عرض برای هر چهار نمونه مورد بحث به دقت مشاهده می‌شود. در این حالت‌ها، شرایط مرزی هر چهار لبه تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شده و همچنین بار اعمالی به صورت بار واحد و فشار

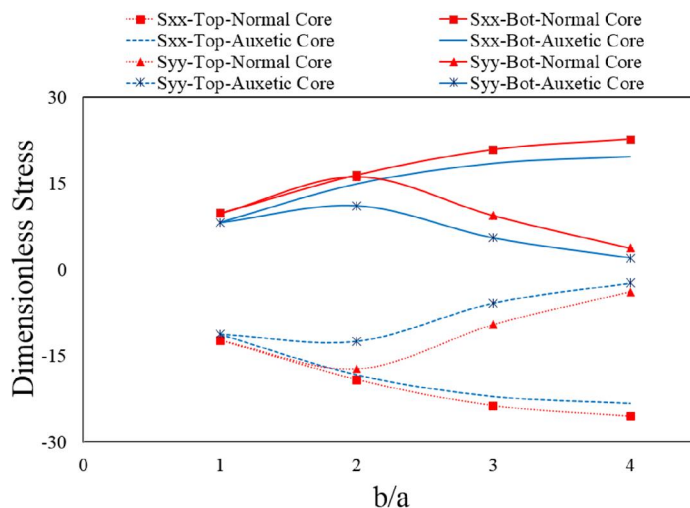
از آنجا که در تئوری لایه‌ای کنونی، میدان جابجایی عمومی در هر لایه از ورق از مرتبه سه است، قابلیت پیش بینی رفتار ورق با دقت بالا امکان‌پذیر است؛ همچنین پیوستگی جابجایی در بین لایه‌ها به خوبی مشاهده می‌شود که نشان از دقت مناسب تئوری ارائه شده دارد. در نمونه‌های ورق با هسته سفت، به دلیل نزدیکی سفتی هسته و رویه‌ها، رفتار هسته و رویه‌ها از نقطه نظر جابجایی درون صفحه‌ای نزدیک است. به نحوی که در نمونه ورق ساندویچی نازک و هسته سفت، عملاً تفاوت زیادی میان پاسخ رویه‌ها و هسته مشاهده نمی‌شود. آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) شدن هسته نیز، دو نوع تأثیر در رفتار جابجایی درون صفحه-

آگزتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) ($\nu = -0.5$) و همچنین ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته سفت معمولی ($E_t/E_c=10$) ($\nu=0.3$) و آگزتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) ($\nu = -0.5$) در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است. در تمام حالت‌ها، با افزایش نسبت b/a ، مقدار تنش درون صفحه‌ای σ_{yy} کاهش یافته است. این در حالی

گسترده بر رویه فوقانی ورق ساندویچی اعمال شده است. اثر اصلی تغییر نسبت طول به عرض ورق، در تغییر مقدار تنش-های صفحه‌ای σ_{yy} و σ_{xx} مشاهده می‌شود. به منظور بررسی بهتر این موضوع، تغییرات تنش σ_{xx} و σ_{yy} با مقادیر مختلف نسبت b/a ، برای چهار نمونه ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته نرم ($E_t/E_c=10^5$)، معمولی ($\nu=0.3$) و



شکل ۱۰- اثر نسبت طول به عرض ورق بر تنش‌های درون صفحه‌ای نقاط میانی رویه‌های بالایی و پایینی ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته سفت ($E_t/E_c=10$) معمولی ($\nu=+0.3$) و آگزتیک ($\nu=-0.5$)

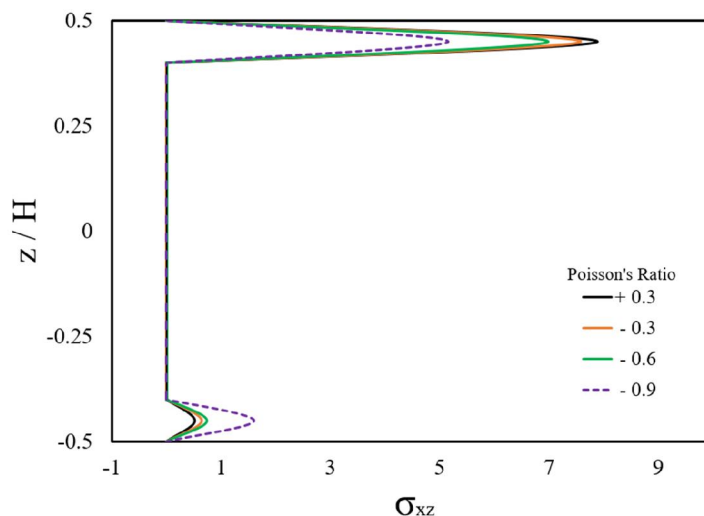


شکل ۱۱- اثر نسبت طول به عرض ورق بر تنش‌های درون صفحه‌ای نقاط میانی رویه‌های بالایی و پایینی ورق ساندویچی ضخیم ($a/h=4$) با هسته نرم ($E_t/E_c=10^5$) معمولی ($\nu=+0.3$) و آگزتیک ($\nu=-0.5$)

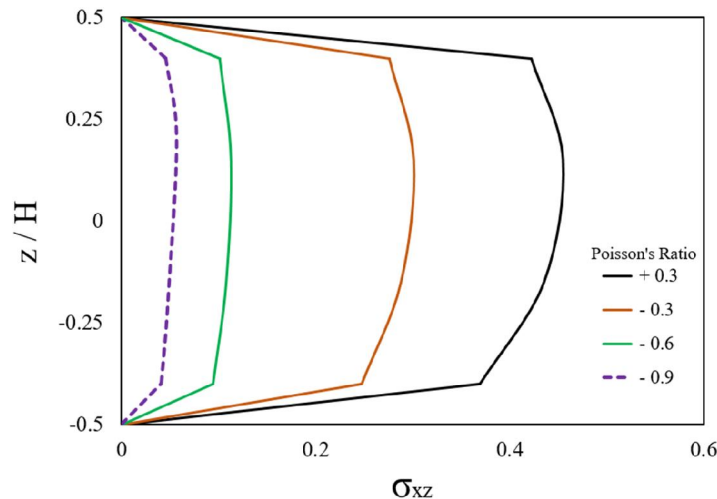
منفی) مشخص می‌شود که عملاً تغییرات خیز بعد از نسبت b/a برابر ۳ همگرا شده است و با افزایش نسبت b/a به عدد ۴ این نسبت تغییری نمی‌کند. سرانجام، تغییرات تنش‌های برشی در راستای ضخامت ورق ساندویچی در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است. همانطور که پیشتر بیان شد، تنش‌های برشی پس از اصلاح نتایج توسط تئوری الاستیسیته سه‌بعدی استخراج شده‌اند. از این‌رو، علاوه بر برآورده شدن شرط صفر بودن تنش‌های برشی در سطوح آزاد بالا و پایین ورق ساندویچی، شرط پیوستگی تنش‌های برشی بین لایه‌ها که در بسیاری از تئوری‌ها و روش‌های موجود برآورده نمی‌شود، به خوبی و با دقت بسیار مناسبی ارضا شده است؛ همچنین تنش‌های برشی توزیعی کاملاً غیر یکنواخت و غیر خطی دارند که این موضوع در دقت تحلیل ورق‌های ضخیم و به خصوص ورق‌های با هسته نرم دارای اهمیت بسیاری است.

از بررسی نتایج مشاهده می‌شود که در نمونه با هسته نرم، توزیع عرضی تنش برشی با نمونه با هسته سفت کاملاً متفاوت است. به طوری که در نمونه با هسته نرم، عملاً هسته ورق ساندویچی دارای تنش برشی حدود صفر است؛ در حالیکه در نمونه با هسته سفت کاملاً برعکس بوده و هسته عملاً تنش برشی قابل توجهی را تحمل می‌نماید.

است که مقدار تنش‌های درون صفحه‌ای σ_{xx} افزایش یافته است. این اثر در هر دو نقطه میانی رویه بالایی و پایینی ورق ساندویچی با هسته آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) و هسته معمولی قابل مشاهده است. شکل ۱۰ نشان دهنده تغییرات برای ورق ساندویچی ضخیم با هسته سفت است. در این مثال مشاهده می‌شود که آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) شدن هسته، باعث کاهش تنش‌های درون صفحه‌ای در هر دو جهت درون صفحه‌ای شده است. این اثر در تمام مقادیر b/a قابل مشاهده است. آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) شدن هسته در هر ۴ نسبت b/a اثر کاملاً یکسانی دارد. شکل ۱۱ نیز نشان دهنده تغییرات تنش برای ورق ساندویچی ضخیم با هسته نرم شکل‌پذیر است. ویژگی آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) نیز در این حالت‌ها، باعث کاهش سطح تنش می‌شود که بواسطه افزایش سفتی ورق ایجاد شده است. با آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) شدن هسته، مقدار این کاهش یا افزایش بیشتر شده است، ولی همچنان روند همچون حالت ورق ساندویچی با هسته معمولی است. با بررسی تغییرات جابجایی نقاط میانی واقع در رویه بالایی، رویه پایینی برای تمام نمونه‌ها اعم از صفحات ضخیم و نازک، ورق با هسته نرم و سفت، ورق با هسته معمولی و هسته آگرتیک (ماده با ضریب پواسون



شکل ۱۲- تغییرات مولفه تنش برشی عرضی در راستای ضخامت ورق ساندویچی ضخیم با هسته نرم



شکل ۱۳- تغییرات مولفه تنش برشی عرضی در راستای ضخامت ورق ساندویچی ضخیم با هسته سفت

ورق‌های ساندویچی ضخیم و یا ورق‌های با هسته نرم، بسیار ضروری و تاثیرگذار است. پیش از بررسی اثر پارامترهای مختلف علاوه بر بررسی همگرایی نتایج بدست آمده، صحت نتایج بدست آمده برای ورق‌های مختلف با نتایج حل سه بعدی موجود در مراجع معتبر و سایر تئوری‌های ارائه شده در مراجع مختلف ارزیابی به دقت صحه‌گذاری شد. در نهایت، به برخی از مهم‌ترین نتایج عملی بدست آمده اشاره می‌شود:

- استفاده از روش تصحیح الاستیسیته سه‌بعدی در کنار تئوری عمومی-محلی مرتبه بالا روشی کارآمد با دقت بسیار بالا برای تعیین تنش‌های برشی عرضی ورق ساندویچی به خصوص ورق ساندویچی ضخیم با هسته نرم است که علاوه بر برآورده کردن شرط پیوستگی تغییرات تنش عرضی بین لایه‌ها، تغییرات آن را نیز با دقت بسیار مناسبی ارزیابی می‌کند.
- استفاده از هسته آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی)، تاثیر بسیار چشمگیری در کاهش تنش‌های درون صفحه‌ای به دنبال آن افزایش ظرفیت تحمل بار ورق ساندویچی دارد.
- فرض ثابت در نظر گرفتن جابجایی عرضی که در بسیاری از تئوری‌های ارائه شده مرسوم است، صرفاً در ورق‌های ساندویچی نازک و هسته سفت می‌

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، از آنجا که تنش‌های برشی بر پایه تئوری الاستیسیته سه‌بعدی محاسبه شده‌اند، از اعمال ضریب تصحیح برشی در این تحلیل‌ها صرف نظر شده است. از این‌رو است که توزیع سهموی تنش برشی عرضی به خوبی مشاهده می‌شود. در حالت کلی نیز می‌توان گفت که اثر تغییر ضریب پواسون از $+0/3$ به $-0/9$ منجر به کاهش تنش‌های برشی به وجود آمده در بخش‌های مختلف شده است. همان‌طور که ذکر شد، با آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) شدن هسته، اختلاف بین تنش‌های برشی بالا و پایین ورق ساندویچی کاهش می‌یابد و یا حتی در برخی موارد، تقریباً از بین می‌رود.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، تاثیر پارامترهای مختلفی بر رفتار ورق ساندویچی تحت بار استاتیکی عرضی، مورد مطالعه قرار گرفت. از جمله این پارامترها می‌توان به ضخامت ورق، نسبت طول به عرض ورق، سفتی هسته، آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی) بودن هسته ورق ساندویچی اشاره کرد. به منظور مطالعه اثرات یاد شده بر رفتار ورق ساندویچی از تئوری عمومی محلی مرتبه بالا به کمک اصلاح تنش‌های برشی بر اساس معادلات تعادل الاستیسیته سه بعدی استفاده شد؛ همچنین از ویژگی‌های تئوری ارائه شده در نظر گرفتن تغییر ضخامت هسته به صورت غیر خطی است که در مطالعه

۷- مراجع

- [1] Kant T, Swaminathan K (2000) Estimation of transverse/interlaminar stresses in laminated composites – a selective review and survey of current developments. *Compos Struct* 49: 65-75.
- [2] Dafedar JB, Desai YM, Mufti AA (2003) Stability of sandwich plates by mixed, higher-order analytical formulation. *Int J Solids Struct* 40: 4501-17.
- [3] Malekzadeh K, Khalili MR, Mittal RK (2005) Local and global damped vibrations of plates with a viscoelastic soft flexible core: An improved high-order approach. *J Sandwich Struct Mater* 7: 431-456.
- [4] Carrera E, Brischetto S (2009) A survey with numerical assessment of classical and refined theories for the analysis of sandwich plates. *Appl Mech Rev* 62: 1-17.
- [5] Brischetto S, Carrera E, Demasi L (2009) Improved bending analysis of sandwich plates using a zig-zag function. *Compos Struct* 89: 408-415.
- [6] Botshekanan Dehkordi M, Cinefra M, Khalilia SMR, Carrera E (2013) Mixed LW/ESL models for the analysis of sandwich plates with composite faces. *Composite Structures* 98: 330-339
- [7] Li X, Liu D (1997) Generalized laminate theories based on double superposition hypothesis. *Int J Numer Meth Eng* 40(7): 1197-1212.
- [8] Shariyat M (2010) Non-linear dynamic thermo-mechanical buckling analysis of the imperfect sandwich plates based on a generalized three-dimensional high-order global-local plate theory. *Compos Struct* 92(1): 72-85.
- [9] Chakrabarti A, Chalak H, Iqbal MA, Sheikh AH (2011) A new FE model based on higher order zigzag theory for the analysis of laminated sandwich beam with soft core. *Compos Struct* 93: 271-279.
- [10] Demasi L (2012) Partially zig-zag advanced higher order shear deformation theories based on the generalized unified formulation. *Finite Elem Ana Des* 56: 20-31.
- [11] Rahmani O, Khalili SMR, Thomsen OT (2012) A high-order theory for the analysis of circular cylindrical composite sandwich shells with transversely compliant core subjected to external loads. *Compos Struct* 94(7): 2129-2142.
- [12] Grover N, Maiti DK, Singh BN (2013) A new inverse hyperbolic shear deformation theory for static and buckling analysis of laminated composite and sandwich plates. *Compos Struct* 95: 667-675.
- [13] Kapuria S, Nath JK (2013) On the accuracy of recent global-local theories for bending and

تواند مورد استفاده قرار گیرد و برای ورق‌های ساندویچی ضخیم یا با هسته نرم، منجر به خطاهای چشم‌گیر خواهد شد.

- تغییر نسبت منظری ورق ساندویچی در شرایط مختلف، اثرات متفاوتی دارد. در برخی از شرایط بررسی شده، تغییر نسبت b/a از ۳ به ۴ تاثیری در تنش‌های درون صفحه‌ای رویه‌های بالایی و پایینی ندارد؛ در حالی که در برخی دیگر، از جمله ورق ساندویچی ضخیم با هسته نرم معمولی و آگرتیک (ماده با ضریب پواسون منفی)، تنش‌ها و خیز با تغییر یاد شده همچنان تغییر می‌کنند.

۶- علائم، نشانه‌ها و ارقام

طول ورق	a
سفتی کوپلینگ	B
عرض ورق	b
اپراتور دیفرانسیلی	d
ضخامت	h
بردار نیرو	F
ماتریس سفتی المانی	$[K^e]$
اندیس بیانگر لایه k ام	k
تابع شکل	N
انرژی پتانسیل داخلی	U
جابجایی در راستای x	u
انرژی پتانسیل خارجی	V
جابجایی در راستای y	v
جابجایی در راستای z	w
بردار جابجایی	δ
انرژی پتانسیل کل	Π

- for finite element bending and vibration analyses of laminated composite beams. *Acta Mechanica* 217(3-4): 219-242.
- [17] Lezgy-Nazargah M, Beheshti-Aval SB, Shariyat M (2011) A refined mixed global-local finite element model for bending analysis of multi-layered rectangular composite beams with small widths. *Thin Wall Struct* 49(2): 351-362.
- [18] Pandit MK, Sheikh AH, Singhc BN (2008) An improved higher order zigzag theory for the static analysis of laminated sandwich plate with soft core. *Finite Elem Anal Des* 44: 602-610.
- vibration of laminated plates. *Compos Struct* 95: 163-172.
- [14] Khandelwal RP, Chakrabarti A, Bhargava P (2013) A new C0 2D FE model based on improved higher order zigzag theory for analysis of soft core sandwich plate. *Int J Appl Mech* 18(2): 395-423.
- [15] Lezgy-Nazargah M (2017) Assessment of refined high-order global-local theory for progressive failure analysis of laminated composite beams. *Acta Mechanica* 228(5): 1923-1940.
- [16] Lezgy-Nazargah M, Shariyat M, Beheshti-Aval SB (2011) A refined high-order global-local theory