



تعیین جرم با استفاده از تحلیل تئوری و تجربی پاسخ فرکانسی عملگرهای پیزوالکتریک خمشی

امیدرضا احمدزاده^۱، حامد غفاری راد^{۲*} و محمد زارعی نژاد^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران

^۲ استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران

^۳ استادیار، مهندسی مکانیک، پژوهشکده فناوری‌های نو، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، تهران، ایران

مقاله مستقل، تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۲۷، تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۶/۱۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۸

چکیده

در این پژوهش به بررسی فرآیند تعیین جرم به کمک تحلیل پاسخ فرکانسی عملگرهای پیزوالکتریک پرداخته شده است. برای تقویت خاصیت عملگری، کاهش اثرات غیرخطی و کوپلینگ ارتعاشات، از عملگرهای پیزوالکتریک دو لایه استفاده شده است. برای این منظور، ابتدا تئوری تعیین جرم توسط تحلیل پاسخ فرکانسی عملگرهای پیزوالکتریک خمشی، مورد بررسی قرار گرفته است. سپس معادله دینامیک حاکم بر رفتار عملگرهای دو لایه پیزو استخراج و پاسخ فرکانسی سیستم در حالت آزاد، مورد تحلیل قرار گرفته است. در ادامه، اثر افزودن جرم بر پاسخ فرکانسی عملگر دولایه و نحوه استخراج مقدار جرم، بصورت تحلیلی ارائه گردیده است. در نهایت، نتایج شبیه سازی توسط آزمایش‌های تجربی صحت‌گذاری شده است. نتایج حاصل شده نشان می‌دهد، اگر جرم‌های اندازه‌گیری شده در مرتبه میلی گرم در بازه ۰/۱ تا ۰/۲ جرم عملگر باشد، اندازه‌گیری دارای خطای تقریبی کمتر از ۱۳ درصد بوده و می‌توان از این عملگرها با دقت مناسبی برای اندازه‌گیری جرم استفاده کرد.

کلمات کلیدی: پیزوالکتریک؛ عملگر خمشی؛ پاسخ فرکانسی؛ تعیین جرم.

Mass Detection by Theoretical and Experimental Frequency Response Analysis of Bending Piezoelectric Actuators

O. Ahmadzadeh¹, H. Ghafarirad^{2,*}, M. Zareinejad³

¹ Ms.c. Student, Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.

² Assist. Prof., Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.

³ Assist. Prof., New Technologies Research Center, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.

Abstract

In this study, mass detection by frequency response analysis of piezoelectric actuators has been investigated. Bimorph piezoelectric actuators have been applied to increase the actuation force and decrease the nonlinear effects and vibrational coupling. In this regard, the theory of mass detection was investigated by analyzing the frequency response of piezoelectric actuators. For this purpose, first, the dynamic equation of bimorph piezoelectric actuators was calculated. Then, the natural frequency response of actuator without any added mass was analyzed. In addition, the effect of added mass on the frequency response and its behavior analysis were investigated to find the amount of mass. Finally, experiments were carried out to confirm the validity of the simulation results. The results reveals that if the measured masses, in the milligram order, are in the range of 0.01 to 0.2 times of the actuator mass, the measurement's error is less than 13%, therefore, this setup has appropriate accuracy.

Keywords: Piezoelectric; Bending Actuator; Frequency Response; Mass Detection.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۱۶۴۵۴۳۴۲۲، فکس: ۰۲۱۶۶۴۱۹۷۳۶

آدرس پست الکترونیک: Ghafarirad@aut.ac.ir

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، استفاده از تیرهای یک سر درگیر^۱ تأثیر بسزایی در پیشبرد تکنولوژی حسگرها داشته است. یکی از کاربردهای این تیرها که امروزه در حوزه‌های مختلف مورد توجه قرار گرفته است، استفاده جهت تعیین جرم اجسام است. در این حالت، از تغییرات پاسخ فرکانسی تیر در اثر افزودن جرم و تحلیل رفتار آن، می‌توان به مقدار جرم افزوده شده دست یافت [۱]. این حسگرها توانایی شناسایی مقادیر بسیار کوچک اجرام مربوط به حوزه پزشکی از جمله توانایی تشخیص مولکولی را دارا می‌باشند [۲، ۳]. همچنین این توانایی حسگری در حوزه‌های متنوعی از جمله غذایی، میکروبیولوژی، دفاعی و ... به کار گرفته شده است [۴-۶]. در این کاربردها، معمولاً از میکروتیرها و نانوتیرها به‌عنوان رزوناتور جهت تعیین جرم استفاده می‌شود.

یکی از انواع ساختارهای تیرهای یک سرگیردار که در سال‌های اخیر در تحقیقات بسیار مورد توجه قرار گرفته است، تیرهای پیزوالکتریک^۲ خمشی می‌باشند. سرامیک‌های پیزوالکتریک دارای ویژگی‌های با اهمیتی همچون، فرکانس طبیعی بالا، دقت بالا و پاسخ سریع می‌باشند [۷]. علاوه بر این، تیرهای پیزوالکتریک دارای خاصیت مانور پذیری بسیار بالا بوده که به خاطر مدل یک سر درگیر آن و تغییر شکل عرضی آن است. این نوع تیرها بدلیل ویژگی‌های خاص خود، از جمله توانایی بسیار بالا در کنترل حرکت در ابعاد میکرو و نانو و نیز کنترل پذیری بسیار خوب، زمینه تحقیقاتی وسیعی را برای محققان فراهم آورده است [۸، ۹]. اغلب این تیرها، دارای ساختار یونیمورف^۳ و بایمورف^۴ هستند.

تیرهای پیزوالکتریک دارای قابلیت حسگری و عملگری می‌باشند که به ترتیب خاصیت مستقیم و معکوس نام دارد. با توجه به خاصیت مستقیم پیزوالکتریک، از تیرهای یک سر درگیر پیزو در انواع مختلف حسگرها استفاده می‌شود، به عنوان مثال حسگرهای موقعیت، نیرو و برداشت انرژی از ارتعاشات محیط [۱۰-۱۲] از این دست می‌باشند؛ همچنین با توجه به اثر معکوس پیزوالکتریک، از آن به‌عنوان

میکروعملگرها در کاربردهای دستکاری میکرونی، گریپر و مونتاژ میکرو [۱۳] استفاده می‌شود.

اما یکی از حوزه‌های جدید، استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک به عنوان حسگر است. در این حسگرها، از تحلیلی پاسخ فرکانسی و محاسبه تغییرات فرکانس طبیعی عملگر در اثر افزوده شدن جرم، می‌توانند به مقدار جرم مورد نظر دست پیدا نمایند. به همین منظور مدل‌سازی دقیق و تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای عملگر پیزوالکتریک با دقت بالا در این ساختارها بسیار حائز اهمیت است. در این حوزه می‌توان به تشخیص مشخصات سلول‌ها و بافت‌ها [۱۴، ۱۵] و تعیین جرم [۱۶] اشاره کرد. مزیت قابل توجه عملگرهای پیزوالکتریک نسبت به سایر تیرها و رزوناتورها، استفاده از سرامیک‌های نصب شده روی تیر به عنوان عامل ارتعاشات خارجی جهت تعیین پاسخ فرکانسی سیستم است که منجر به حجم و هزینه بسیار کم ساختار می‌شود؛ در حالی که در رزوناتورها و تیرهای یک سر گیردار عادی، پاسخ فرکانسی عملگر باید از طریق اعمال ارتعاشات از یک منبع خارجی به تیر یک سر گیردار صورت گیرد که می‌تواند منجر به افزایش حجم و هزینه گردد.

در [۱۶] به مدل‌سازی دینامیکی عملگر با یک تکه پیزوالکتریک پرداخته شده و قابلیت تغییر فرکانس طبیعی با افزوده شدن جرم بصورت تئوری و تجربی بررسی گردیده است؛ همچنین جهت حذف سنسور خارجی جهت اندازه گیری ارتعاشات، استفاده از خاصیت خودحسگری عملگر توسط مدار پل خازنی پیشنهاد گردیده است. در [۱۷] از تحلیل تجربی و بررسی تغییرات فاز پاسخ فرکانسی عملگر پیزوالکتریک، بدون مدل‌سازی تحلیلی جهت تعیین جرم استفاده نموده است. در [۱۸] مدل‌سازی تحلیلی و تجربی برای تحلیل پاسخ فرکانسی عملگر با یک لایه پیزوالکتریک بصورت تکه‌ای انجام گرفته، ولی در مورد تعیین جرم، روشی ارائه نشده است. در [۱۹، ۲۰] به مدل‌سازی تحلیلی و آنالیز حساسیت عملگرهای با پیزو تکه‌ای و کامل یونیمورف پرداخته شده است؛ همچنین برای تعیین جرم یک رابطه تقریبی بین تغییر فرکانس و تغییر جرم ارائه گردیده است. در [۲۱] پس از مدل‌سازی تحلیلی، کالیبراسیون تجربی سنسور و ارائه یک مدل خطی میان تغییرات جرم و تغییرات فرکانس صورت گرفته است. در [۲۲] مراحل ساخت و مدل‌سازی المان

¹ Cantilevered beam

² Piezoelectric

³ Unimorph

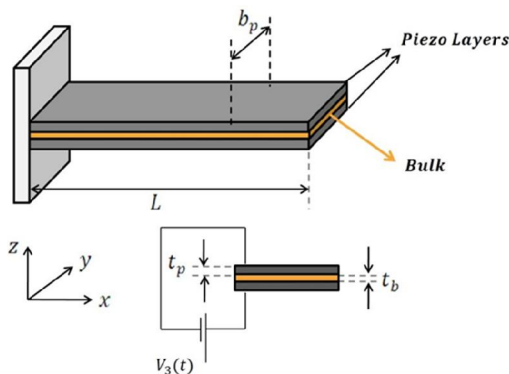
⁴ Bimorph

برای این منظور در ادامه، ابتدا معادله دینامیک پیوسته حاکم بر عملگر دو بایمورف استخراج می‌شود. سپس با استخراج شکل مودهای دقیق عملگر، معادلات سیستم گسسته سازی می‌شود. در ادامه، تاثیر جرم خارجی بر شکل مودهای سیستم به روش دقیق محاسبه شده و در نهایت با استفاده از تغییرات فرکانس طبیعی سیستم، جرم افزوده شده استخراج خواهد گردید.

۲- تحلیل و بررسی رفتار دینامیکی

۲-۱- دینامیک عملگر

برای مدل سازی دینامیک ارتعاشی عملگر پیزوالکتریک از تئوری اویلر - برنولی^۱ استفاده می‌شود. در این تئوری از تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی صرف نظر شده، همچنین فقط ارتعاشات عرضی حاکم بر تیر در نظر گرفته می‌شود. در این بخش با استفاده از روابط مربوط به تنش پیزوالکتریک و ارتعاشات پیوسته تیر، رفتار دینامیکی عملگر پیزوالکتریک بررسی می‌شود. شکل ۱ نمایی از ساختار عملگر را نمایش می‌دهد.



شکل ۱- عملگر پیزوالکتریک بایمورف

رفتار دینامیکی عملگر مطابق با معادله (۱) است [۲۷]:

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x, t) = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

¹ Euler-Bernoulli

محدود عملگر یک لایه و یک رابطه تقریبی برای تخمین جرم بر اساس تغییر فرکانس ارائه گردیده است؛ همچنین در [۲۳] به تعیین جرم توسط عملگرهای پیزو بایمورف پرداخته شده است؛ اما مدلسازی عملگر صورت نگرفته و از روابط تقریبی جهت تخمین جرم افزوده شده استفاده گردیده است.

در سال‌های اخیر، اثر شکل سطح مقطع تیر با پیزو تکه‌ای بر قابلیت تشخیص جرم، بررسی و با شکل سطح مقطع متداول مستطیل، مقایسه گردیده است [۲۴]. در این پژوهش جهت تعیین جرم از روش تقریبی ریلی استفاده گردیده است؛ همچنین آنالیز حساسیت عملگر به ازای تغییرات طول در [۲۵] بررسی گردیده است. در [۲۶] به ارائه مدارهای الکتریکی جدید جهت افزایش حساسیت تعیین جرم بدون تغییر هندسه عملگر پرداخته شده است.

بطور خلاصه، در غالب پژوهش‌های ارائه شده، از ساختارهای تیر یک سرگیردار یونیمورف با یک لایه پیزوالکتریک بصورت تکه‌ای و یا کامل استفاده شده است؛ همچنین محاسبه جرم بر اساس تغییرات فرکانس، با استفاده از کالیبراسیون تجربی و یا روابط تقریبی صورت گرفته است.

در این پژوهش جهت تعیین جرم از عملگرهای بایمورف با پوشش دهی کامل پیزوالکتریک استفاده شده است. استفاده از این عملگرها موجب می‌شود که به ازای ولتاژ یکسان در مقایسه با عملگرهای یونیمورف، دامنه ارتعاشات و قابلیت تغییر شکل بیشتر گردد؛ بنابراین می‌توان از دامنه ولتاژ تحریک کمتری استفاده نمود. استفاده از ولتاژ پایین‌تر، منجر به کاهش اثرگذاری رفتار غیرخطی عملگرهای پیزوالکتریک همانند هیستریزس و همچنین رفتار غیرخطی ماده حوالی فرکانس طبیعی گردد؛ همچنین در این عملگرها بدلیل ساختار متقارن، تار خنثی در مرکز هندسی سطح باقی مانده و در نتیجه اثرات کرنش طولی در خمش حذف می‌شود که منجر به تحلیل دقیق تر رفتار عملگر می‌شود؛ بنابراین در اثر این دو عامل، کاهش ولتاژ کاری و ساختار متقارن عملگر، تعیین فرکانس طبیعی و در نتیجه تعیین جرم با دقت بالاتری صورت خواهد پذیرفت؛ همچنین به جای استفاده از روابط تقریبی تغییرات فرکانس بر حسب جرم افزوده شده، از روابط تحلیلی غیرخطی دقیق برای محاسبه جرم استفاده می‌گردد.

$$M = \int_{-\frac{t_b}{2}}^{\frac{t_b}{2}} z C_b S_{xx} Y dz + \int_{\frac{t_b}{2}}^{\frac{t_b}{2}+t_p} z (C_p S_{xx} - e_{31} E_3) Y dz + \int_{-\frac{t_b}{2}}^{-\frac{t_b}{2}+t_p} z (C_p S_{xx} + e_{31} E_3) Y dz = -(C_b I_b + C_p I_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - (t_b + t_p) Y e_{31} V_3(t) \quad (8)$$

t_b ضخامت تیر برنجی و Y عرض عملگر است. برای نمایش بهتر، معادله (۸) به صورت (۹) بازنویسی می‌شود:

$$M = -C I_e \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_p V_3(t) G(x) \quad (9)$$

که در آن $C I_e$ ضریب سختی مؤثر خمشی و $M_p V_3(t)$ بیانگر ممان ناشی از اثر پیزوالکتریک است که در آن $M_p = (t_b + t_p) Y e_{31}$ تعریف می‌شود؛ همچنین $G(x)$ برای عملگر مورد مطالعه بصورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود.

$$G(x) = H(x - l_1) - H(x - l_2) \quad (10)$$

که $H(x)$ بیانگر تابع هویساید^۳ است که بصورت انتگرال تابع دلتای دیراک^۴ تعریف می‌شود؛ همچنین l_1 و l_2 بیانگر ابتدا و انتهای پیزوالکتریک هستند. در سیستم مورد بررسی هر دو پیزو بالا و پایین، کل طول تیر را پوشش می‌دهند، پس $l_1 = 0$ و $l_2 = L$ است. [۲۹]

حال با جایگزین کردن معادله (۹) در معادله (۱) و با فرض ثابت بودن خواص مکانیکی و هندسی در طول تیر، معادله ارتعاشات حاکم بر میکرو عملگر به صورت (۱۱) نوشته می‌شود:

$$\rho A_e \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(C I_e \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -M_p V_3 \frac{\partial^2 G(x)}{\partial x^2} \quad (11)$$

که ρA_e نمایانگر جرم معادل عملگر در واحد طول تیر هست که در آن $\rho A_e = \rho_b A_b + \rho_p A_p$ تعریف می‌شود.

به علت ارتعاش در هوای محیط، سطح عملگر با مولکول‌های هوای اطراف برخورد می‌کند که باعث بوجود آمدن یک

که ρ چگالی و A سطح مقطع عملگر است. M نیز ممان خمشی و w خیز عملگر در راستای z است؛ همچنین رابطه ممان خمشی و تنش با انتگرال گیری از تنش بصورت (۲) است [۲۸].

$$M = \int z T_{xx} dA \quad (2)$$

که T_{xx} تنش در جهت x ، dA معرف المان سطح و z فاصله از تار خنثی است؛ همچنین با توجه به تئوری اویلر - برنولی کرنش در جهت x به صورت رابطه‌ای از تغییر شکل طولی و عرضی معادل با (۳) است.

$$S_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3)$$

دقت شود u و w به ترتیب جابجایی طولی و عرضی تیر هستند. برای تکمیل فرمول بندی نیاز به دانستن رابطه تنش تیر و پیزوالکتریک است که تیر از جنس برنج^۱ هست و تنش آن از قانون هوک بصورت رابطه (۴) پیروی می‌کند. رابطه مذکور برای پیزوالکتریک به علت تقارن در میدان الکتریکی لایه بالا و پایین به صورت (۵) و (۶) است [۲۹]

$$T_{xx,b} = C_b S_{xx} \quad (4)$$

$$T_{xx,u,p} = C_p S_{xx} - e_{31} E_3 \quad (5)$$

$$T_{xx,l,p} = C_p S_{xx} + e_{31} E_3 \quad (6)$$

C_b و C_p به ترتیب مدول یانگ، e_{31} ثابت پیزوالکتریک و E_3 میدان الکتریکی در راستای z است؛ همچنین زیروندهای b و p به ترتیب بیان کننده لایه پایه و لایه‌های پیزوالکتریک و l به ترتیب نشان دهنده لایه‌های بالا و پایین پیزوالکتریک هستند؛ همچنین به علت کوچک بودن ضخامت پیزوالکتریک نسبت به لایه پایه، میدان الکتریکی، E_3 بصورت یک میدان یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. پس رابطه (۷) برقرار است:

$$E_3 = \frac{V_3}{t_p} \quad (7)$$

که t_p ضخامت لایه پیزوالکتریک است. حال با ترکیب معادلات (۳) تا (۷) در معادله (۲)، ممان خمشی بصورت (۸) بازنویسی می‌شود.

³ Heaviside
⁴ Dirac delta

¹ Brass
² Hook

$$w(x, t)|_{x=0} = 0 \rightarrow \forall i: \varphi_i(x)|_{x=0} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \rightarrow \forall i: \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (18)$$

$$-CI_e \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0$$

$$\rightarrow \forall i: \frac{\partial^2 \varphi_i(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (19)$$

$$CI_e \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0$$

$$\rightarrow \forall i: \frac{\partial^3 \varphi_i(x)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0 \quad (20)$$

با فرض (۲۱) و استفاده از شرایط مرزی، می‌توان معادله را حل کرد:

$$\varphi(x) = C_1 (\cos \beta x + \cosh \beta x) + C_2 (\cos \beta x - \cosh \beta x) + C_3 (\sin \beta x + \sinh \beta x) + C_4 (\sin \beta x - \sinh \beta x) \quad (21)$$

C_1, C_2, C_3, C_4 ثابت‌های پاسخ معادله هستند. پس با استفاده از شرایط مرزی و معادله (۲۱)، شکل مود عمومی به صورت (۲۲) حل می‌شود.

$$\varphi_n(x) = C_{2n} [(\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n L + \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L + \sinh \beta_n L} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x)] \quad (22)$$

فرکانس طبیعی تیر را نیز می‌توان با استفاد از روابط (۱۶) و (۲۲) به صورت (۲۳) محاسبه کرد:

$$\omega = \beta^2 c \quad (23)$$

حال با جایگذاری معادلات اخیر در معادله (۱۲)، می‌توان به معادله گسسته شده ارتعاش عرضی (۲۴) دست یافت:

$$\rho A_e \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \frac{\partial^2 \xi_i(t)}{\partial t^2} + B_a \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \frac{\partial \xi_i(t)}{\partial t} + 1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (B_s \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \frac{\partial^2 \varphi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial \xi_i(t)}{\partial t}) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (CI_e \sum_{i=1}^n \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x}) \xi_i(t) = -M_p V_3 \frac{\partial^2 G(x)}{\partial x^2} \quad (24)$$

نیروی هیدرودینامیکی می‌شود. این عامل سبب ایجاد میرایی ویسکوز در عملگر گشته که با توجه به دامنه کم ارتعاشات، می‌توان خطی فرض نمود [۲۹]. علاوه بر این میرایی، نوع دیگری از میرایی‌های اجتناب ناپذیر مربوط به نوسانات ساختاری است و میرایی ساختاری نامیده می‌شود که به دلیل نرخ وجود کرنش در ساختار ماده رخ می‌دهد. با لحاظ نمودن مولفه‌های میرایی، معادله ارتعاشی را می‌توان به شرح (۱۲) اصلاح کرد که در آن B_s و B_a به ترتیب بیانگر ضریب میرایی ویسکوز و ساختاری است [۳۰].

$$\rho A_e \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + B_a \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(B_s \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(CI_e \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = -M_p V_3 \frac{\partial^2 G(x)}{\partial x^2} \quad (12)$$

۲-۲- گسسته سازی مدل دینامیکی

جهت استخراج پاسخ معادله دینامیک سیستم، گسسته سازی مدل دینامیکی لازم است. با استفاده از روش جداسازی متغیرها، ارتعاش عرضی تیر $w(x, t)$ به صورت سری در فرم (۱۴) تعریف می‌شود.

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \xi_i(t) \quad (13)$$

که $\varphi_i(x)$ نشان دهنده شکل مود دقیق برای ارتعاش بدون میرایی است که می‌تواند با ارضا شرایط مرزی حاصل شود. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی سیستم که فقط به خواص آن بستگی دارد، می‌توان از حل حالت همگن معادله (۱۱) استفاده کرد که بصورت (۱۴) است و از (۱۵) برای ساده سازی استفاده می‌شود. با جایگذاری (۱۳) در معادله (۱۴)، رابطه (۱۶) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad (14)$$

$$c = \sqrt{\frac{CI_e}{\rho A_e}} \quad (15)$$

$$\frac{c^2}{\varphi_i(x)} \frac{d^4 \varphi_i(x)}{dx^4} = -\frac{1}{\xi_i(t)} \frac{d^2 \xi_i(t)}{dt^2} = \omega^2 \quad (16)$$

در این پژوهش جهت شناسایی دینامیک سیستم از دینامیک تیر ساده استفاده شده است، به همین منظور به گسسته سازی دینامیک تیر ساده پرداخته می‌شود که مشابه شکل ۱ است. شرایط مرزی نیز بصورت (۱۷) تا (۲۰) است.

$$CI_e \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \Big|_{x=L} \quad (29)$$

با استفاده از معادله (۲۱) و (۲۲) و شرایط مرزی می‌توان معادله را حل کرد؛ همچنین می‌توان شرایط مرزی (۲۹) را به صورت (۳۰) نوشت:

$$\forall i: CI_e \frac{\partial^3 \varphi_i(x)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = -m\omega^2 \varphi_i(x) \Big|_{x=L} \quad (30)$$

بنابراین برای حل پاسخ غیر صفر سیستم، دترمینان ماتریس (۳۱) باید صفر شود:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta L + \cosh \beta L & \sin \beta L + \sinh \beta L \\ [-CI_e \beta^3 (\sin \beta L - \sinh \beta L) & [CI_e \beta^3 (\cos \beta L + \cosh \beta L) \\ -m\omega^2 (\cos \beta L - \cosh \beta L) & -m\omega^2 (\sin \beta L - \sinh \beta L) \end{bmatrix} \quad (31)$$

پس برای پاسخ غیر بدیهی معادله (۳۲) باید برقرار باشد:

$$1 + \frac{1}{\frac{\cos \beta L \cosh \beta L}{m} - \frac{\beta L (\tan \beta L - \tanh \beta L)}{\rho A_e L}} = 0 \quad (32)$$

پس با استفاده از معادله غیرخطی (۳۲) می‌توان جرم مجهول را بدست آورد.

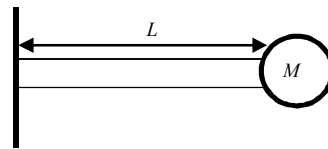
۳- اعتبار سنجی به کمک نتایج آزمایش

عملگرهای پیزوالکتریک استفاده شده در این پژوهش، تیرهای دو لایه سری متعلق به شرکت پیزو سیستم^۲ هستند و دارای شناسه T226-H4-203X است. همان گونه که پیشتر توضیح داده شد، این تیر از سه لایه تشکیل شده است. دو لایه آن پیزوالکتریک و لایه میانی از جنس برنج است که اطلاعات کامل سیستم در جدول ۱ ارائه شده است. برای راه اندازی عملگر از تقویت کننده‌های ولتاژ مخصوص پیزو استفاده می‌شود. این نوع تقویت کننده‌ها می‌توانند ولتاژ ورودی را حداکثر تا ۲۰۰ ولت افزایش دهند. تقویت کننده مورد استفاده در این پژوهش، از نوع EPA-104-230 محصول شرکت Piezo System CO بوده است. جهت جمع آوری داده ها، از کارت‌های داده برداری PCI-1710 و PCI-1716 محصول شرکت Advantech استفاده شده است. سنسور لیزری مورد استفاده نیز optoNCDT 2300 محصول MICRO-EPSILON بوده که دارای محدوده کاری ۱۰

با استفاده از خودتعامدی شکل مودها رابطه (۲۴) به صورت (۲۵) ساده می‌شود که در آن α_w و β_w بیانگر ضرایب میرایی تناسبی^۱ هستند و به کمک آزمایش حاصل می‌شوند و برای هر محرکی ثابت هستند [۳۰].

$$\begin{aligned} & -\xi_i + (\alpha_w + \beta_w \omega_{wi}^2) \xi_i + \omega_{wi}^2 \xi_i \\ & = -M_p V_3 \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \Big|_{x=L} \quad (25) \end{aligned}$$

برای محاسبه‌ی جرم اجسام، سیستمی مشابه شکل ۲ در نظر گرفته شده است، به این دلیل که اگر جرم روی خود تیر قرار می‌گرفت، مکان تار خنثی تغییر می‌کرد، پس جرم به عنوان شرایط مرزی در انتهای تیر قرار دارد و از آن آویزان است. نکته دیگر آنکه اگرچه این جرم اضافه شده سبب یک تغییر شکل استاتیکی در تیر می‌شود، اما در پاسخ دینامیکی، فرکانس طبیعی و پاسخ فرکانسی این خمیدگی اثر ندارد. همانند جرم فنری که از سقف آویزان است و افزایش طول فنر ناشی از وزن جسم اثری در پاسخ فرکانسی آن ندارد.



شکل ۲- شرایط مرزی سیستم

با توجه به شکل ۲ و این که جرم مجهول m باشد، شرایط مرزی می‌تواند بصورت (۲۶) تا (۲۹) فرمول‌بندی شود.

$$w(x,t) \Big|_{x=0} = 0 \rightarrow \forall i: \varphi_i(x) \Big|_{x=0} = 0 \quad (26)$$

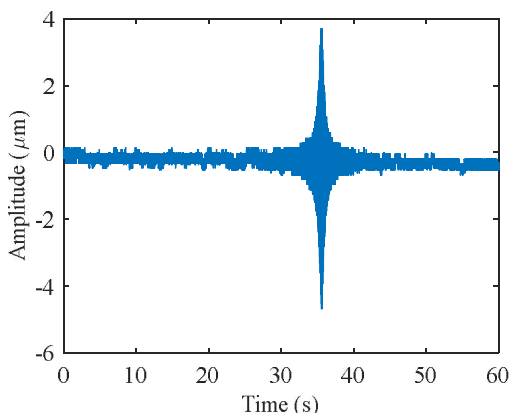
$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \rightarrow \forall i: \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & CI_e \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \\ & \rightarrow \forall i: \frac{\partial^2 \varphi_i(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (28) \end{aligned}$$

² Piezo System INC

¹ Proportional Damping Coefficients

انتهایی عملگر آزاد بدون جرم که دارای بیشترین جابجایی عرضی است، به ازای ورودی سیگنال چیرپ^۱ با دامنه تحریک ۰/۱ ولت بررسی می‌شود. در شکل ۴ مشاهده می‌شود که بیشترین تغییر مکان تیر حدود ۵ میکرومتر است. با توجه به ضخامت عملگر که برابر ۶۷۰ میکرومتر است، می‌توان از روابط اویلر- برنولی استفاده کرد



شکل ۴- نمودار پاسخ زمانی عملگر

۳-۱- شناسایی دینامیک سیستم

برای شناسایی پارامترهای دینامیک سیستم، از تحلیل پاسخ فرکانسی عملگر استفاده می‌شود. برای استخراج پاسخ فرکانسی و همچنین کاهش اثرات غیرخطی پیزوالکتریک، از یک سیگنال چیرپ با دامنه تحریک پایین استفاده می‌شود. این سیگنال با دامنه ۰/۱ ولت در بازه فرکانسی ۰ تا ۷۰۰ هرتز در ۶۰ ثانیه به تیر اعمال شده است. شکل ۵ پاسخ فرکانسی تجربی عملگر را نشان می‌دهد.

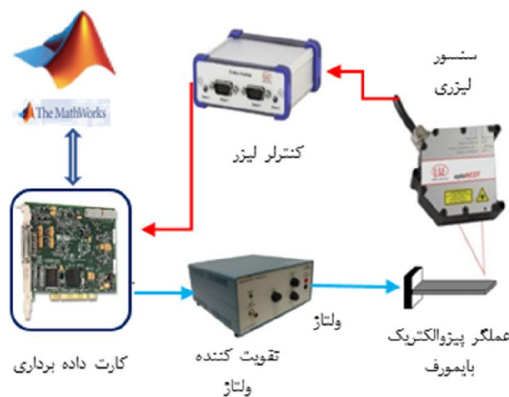
حال با استفاده از معادله دینامیک تحلیلی (۲۵) بدست آمده برای عملگر، باید پارامترهای دینامیک به گونه‌ای شناسایی شود تا پاسخ فرکانسی مدل دینامیکی بر پاسخ فرکانسی تجربی منطبق گردد. شکل ۶ فرآیند شناسایی پارامترهای سیستم را نشان می‌دهد.

با تغییر پارامترهای سیستم، می‌توان با دقت بالایی پارامترهای دینامیکی سیستم و ضرایب اصلاح شده مدول

میلیمتر و دقت ۱۰ نانومتر است؛ همچنین در شکل ۳ تجهیزات آزمایشگاهی به کار رفته و نحوه ارتباطشان با یکدیگر نشان داده شده است.

جدول ۱- اطلاعات مواد به کار رفته در آزمایش

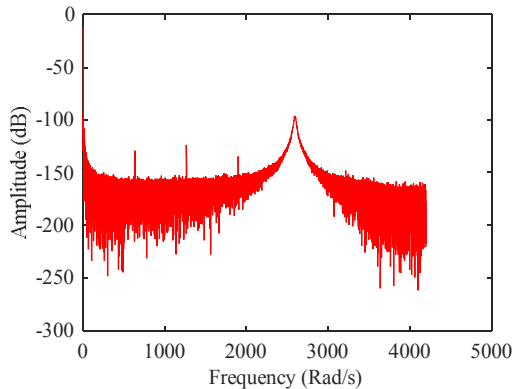
پارامتر	توصیف	واحد	پیزوالکتریک	برنج
Y	عرض	mm	۶/۴	۶/۴
L	طول	mm	۲۵/۹۶	۲۵/۹۶
t_b, t_p	ضخامت	mm	۰/۲۶۵ (هر دو)	۰/۱۴۰
ρ	چگالی	kg/m ³	۷۵۰۰	۹۰۰۰
C_b, C_p	مدول یانگ	GPa	۸۰۶	۱۰۵
e_{31}	ثابت پیزوالکتریک	C/m ²	-۱۶/۶	---
l_s	مکان سنسور	mm	۲۳/۳۲	۲۳/۳۲



شکل ۳- تجهیزات آزمایشگاهی به کار رفته و نحوه ارتباط با یکدیگر

ابتدا به منظور بررسی برقرار بودن تئوری تیر اویلر - برنولی، نسبت طول به ضخامت تیر بررسی می‌شود. این نسبت در این عملگر برابر ۳۴/۸ است که شرط تیرهای نازک را برقرار می‌سازد؛ همچنین نمودار پاسخ زمانی موقعیت

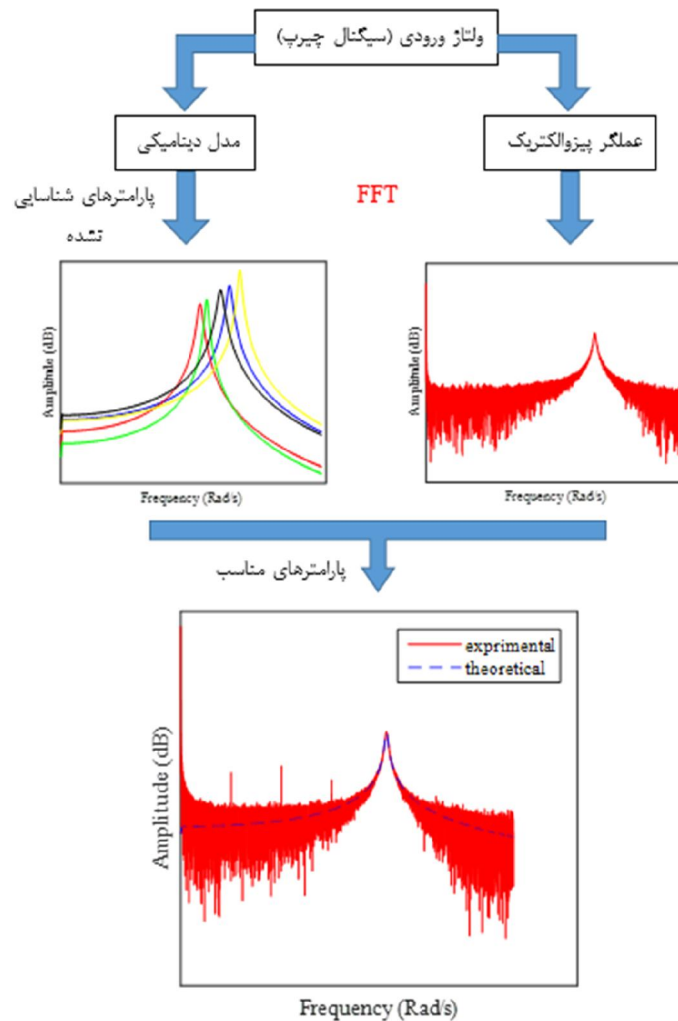
^۱ Chirp



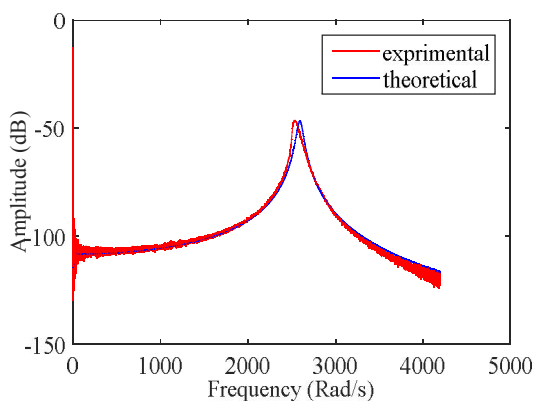
شکل ۵- پاسخ فرکانسی تجربی عملگر

الاستیسیته پیزو الکتریک و ضریب کرنش e_{31} نسبت به اطلاعات شرکت سازنده را محاسبه کرد. شکل ۷ نتیجه انطباق پاسخ فرکانسی تئوری و تجربی با ضرایب اصلاح شده با دامنه تحریک ۰/۱ ولت را نشان می‌دهد.

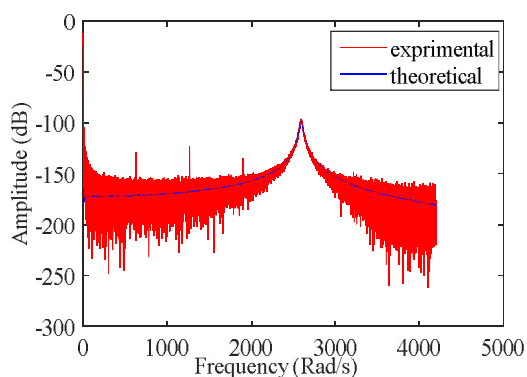
برای صحنه گذاری کار انجام شده ولتاژ را به ۴ ولت افزایش داده و باز هم مشاهده می‌شود که نمودارها مطابق شکل ۸ بر هم تقریباً منطبق هستند. دلیل عدم انطباق جزئی آن در حوالی فرکانس طبیعی نیز، مربوط به رفتار غیر خطی ماده پیزوالکتریک در کرنش زیاد است که خارج از حوزه این مقاله است.



شکل ۶- فرایند شناسایی پارامترهای سیستم



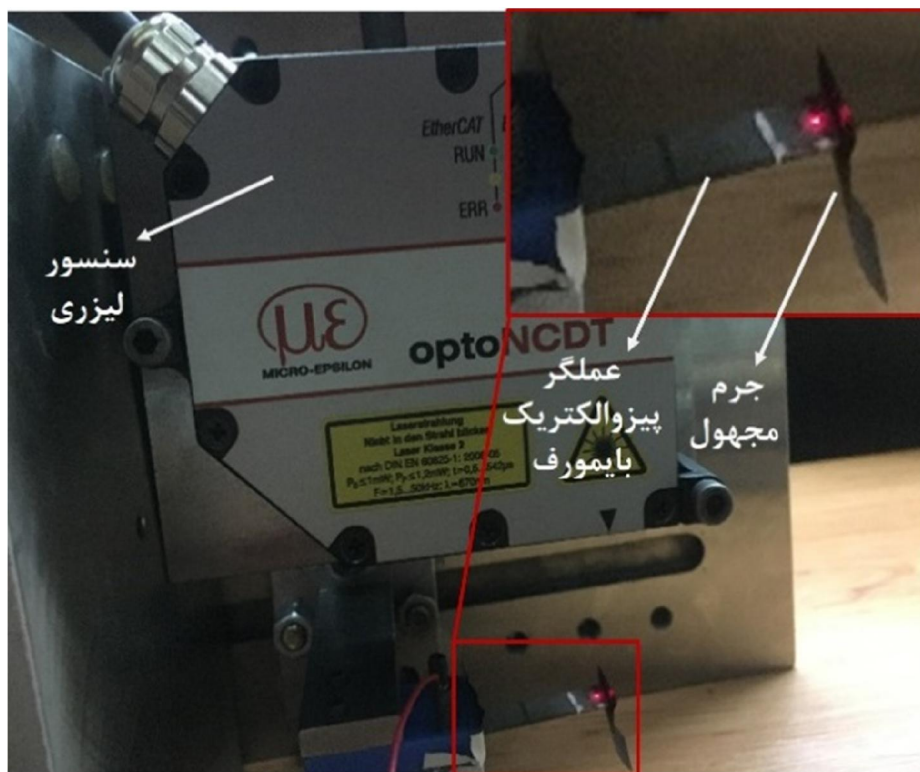
شکل ۸- نمودار تئوری و تجربی پاسخ فرکانسی با ضرایب اصلاح شده در ولتاژ ۴ ولت



شکل ۷- نمودار تئوری و تجربی پاسخ فرکانسی با ضرایب اصلاح شده در ولتاژ ۰/۱ ولت

شکل قله‌های نمودار تئوری و تجربی بدست آمد. در جدول ۲ نتایج شناسایی و فرکانس طبیعی عملگر نشان داده شده است.

بنابراین ضریب اصلاح مدول الاستیسیته پیزوالکتریک برابر با ۰/۸۴۳ و همچنین ضریب اصلاح e_{31} نیز برابر با ۰/۳ است. علاوه بر این ضریب میرایی نیز، با استفاده از تطبیق



شکل ۹- نحوه قرارگیری جرم بر روی عملگر

۳-۲- محاسبه اجرام

پس از شناسایی سیستم و استفاده از رابطه (۳۲) و نمودارهای پاسخ فرکانسی، می‌توان جرم اجسام را بدست آورد. سپس جهت صحت گذاری نتایج تئوری، این جرم‌ها با ترازو با دقت $0/0001$ گرم اندازه‌گیری شده و مقدار خطا بدست آمد. اختلاف جرم واقعی اجسام که با ترازوی دقیق اندازه‌گیری شده و جرم تخمین زده شده با استفاده از عملگر پیزوالکتریک، به عنوان خطای تخمین جرم منظور شده است. برای اندازه‌گیری جرم، عملگر به صورت شکل ۹ قرار گرفته است که جرم مورد آزمایش نیز در انتهای تیر قرار گرفته - است و یک سر تیر نیز در گریپر قرار می‌گیرد تا شرایط یک سر در گیر فراهم شود.

در شکل ۱۰ نمودار پاسخ فرکانسی تمام جرم‌های مورد بررسی با هم رسم شده است که جسم‌ها به ترتیب وزنشان با عدد مشخص شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با سنگین‌تر شدن جسم‌ها، فرکانس طبیعی کمتر می‌شود که کاملاً طبیعی است. همچنین دلیل عدم یکسان بودن ارتفاع نمودارها، این است که جسم‌ها دارای ابعاد و شکل هندسی متفاوتی بوده که این سبب بوجود آمدن اثرات میرایی متفاوت می‌شود. با سنگین‌تر شدن جسم‌ها ارتفاع قله‌ها کاهش می‌یابد که نشان‌گر افزایش اثر میرایی است. دلیل افزایش میرایی به خاطر بزرگ شدن حجم جسم است که این افزایش اندازه،

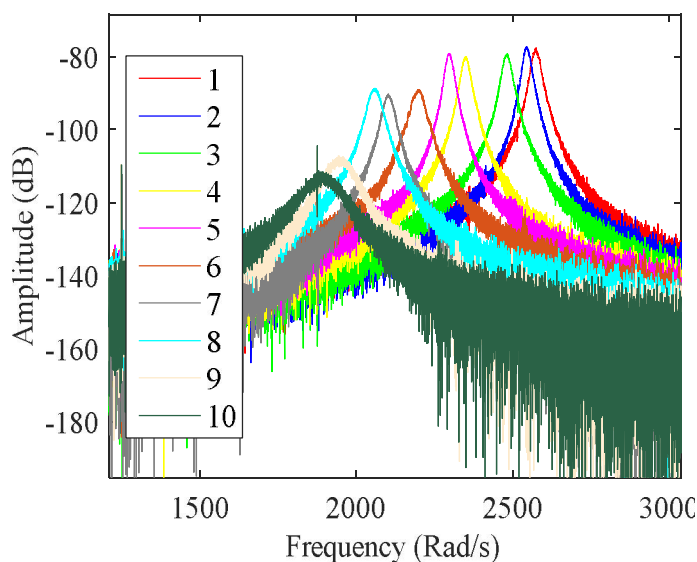
سطح تماس جسم با محیط را بیشتر می‌کند و باعث می‌شود که نیروی اصطکاک افزایش یابد و سبب افزایش اثر میرایی و کاهش ارتفاع قله می‌شود.

در جدول ۳ نیز جرم اجسام و فرکانس طبیعی محاسبه و اندازه‌گیری شده و درصد خطا ذکر شده است. مقدار انحراف معیار درصد خطاهای نسبی برابر با $8/3354$ است که البته با حذف داده آخر که خطای قابل توجهی ناشی از کاهش شدید دامنه دارد، این مقدار به $4/7$ کاهش می‌یابد.

در شکل ۱۱ نیز نمودار جرم محاسبه شده با ترازو (تجربی) و جرم محاسبه شده با پیزو (مطالعه حاضر) رسم شده است، تا تحلیل‌های لازم راحت‌تر انجام شود.

جدول ۲- نتایج شناسایی عملگر

پارامتر	توصیف	واحد	مقدار
C_p	مدول یانگ	GPa	۶۷۹/۴۵۸
e_{31}	ثابت پیزوالکتریک	C/m ²	-۴/۹۸
ζ	ثابت میرایی	---	۰/۰۰۷
ω	فرکانس طبیعی	Rad/sec	۲۸۱۹/۶



شکل ۱۰- پاسخ فرکانسی تمام اجرام

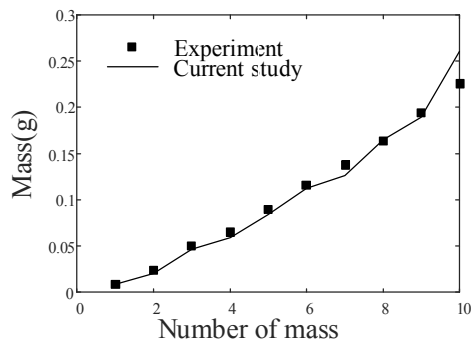
جدول ۳- اطلاعات مربوط به اندازه گیری جرم

جرم	جرم وزن شده با ترازو	جرم وزن شده با پیزو (g)	فرکانس طبیعی (Rad/sec)	درصد خطا نسبی	خطا مطلق (g)
۱	۰/۰۰۹۵	۰/۰۰۸۳	۲۵۴۴	۱۱/۸۱	۰/۰۰۱۲
۲	۰/۰۲۴۰	۰/۰۲۰۷	۲۴۷۷	۱۳/۷۱	۰/۰۰۳۳
۳	۰/۰۴۹۸	۰/۰۴۶۹	۲۳۵۰	۵/۷۲	۰/۰۰۲۹
۴	۰/۰۶۴۷	۰/۰۵۹۲	۲۲۹۷	۸/۵۳	۰/۰۰۵۵
۵	۰/۰۸۹۷	۰/۰۸۴۴	۲۱۹۸	۵/۹۶	۰/۰۰۵۳
۶	۰/۱۱۵۷	۰/۱۱۲۲	۲۱۰۲	۳/۰۳	۰/۰۰۳۵
۷	۰/۱۳۷۶	۰/۱۲۵۹	۲۰۵۹	۸/۵۰	۰/۰۱۱۷
۸	۰/۱۶۳۱	۰/۱۶۴۷	۱۹۵۰	-۰/۹۸	-۰/۰۰۱۶
۹	۰/۱۹۳۴	۰/۱۸۹۴	۱۸۸۹	۲/۰۷	۰/۰۰۴۰
۱۰	۰/۲۲۴۸	۰/۲۶۰۴	۱۷۴۱	-۱۵/۸۴	-۰/۰۳۵۶

نکته قابل توجه این است که استفاده از ولتاژ پایین که منجر به خطی شدن دینامیک سیستم می شود، می تواند باعث افزایش نویز در خروجی سیستم گردد؛ اما دامنه تشدید عملگر به اندازه های زیاد بود که با وجود نویزها نیز فرکانس طبیعی به راحتی قابل تمیز بود. البته همین نکته می تواند یکی از دلایل عدم تطبیق داده های جرم آخر باشد که به علت کم بودن فرکانس طبیعی و دامنه ارتعاشات و همچنین اثر میرایی بالای آن، فرکانس طبیعی سیستم خودش را به خوبی نشان نداده است.

جهت بررسی نتایج این پژوهش، مقایسه ای با دو پژوهش قبلی انجام گرفت که تیر پیزوالکتریک یک لایه، تکه ای و کامل، استفاده شده و رابطه جرم و تغییرات فرکانس نیز بصورت تقریبی منظور شده بود [۱۹، ۲۰]. به منظور مقایسه، حداکثر خطای نتایج در رنج اندازه گیری جرم ارائه شده، بررسی گردید. نتایج نشان می دهد با پیزو تک لایه بصورت تکه ای، حداکثر خطای اندازه گیری ۳۰٪ و برای پیزو تک لایه کامل ۲۸٪ بوده است. در این پژوهش، بیشینه خطا در حدود ۱۶٪ است.

همانطور در شکل ۱۱ مشخص است، خطاها کم و قابل قبول است. می توان گفت که اندازه گیری جرم اجسام توسط این میکرو عملگر مناسب بوده و با خطای کمی جرمها را می توان اندازه گرفت. در رابطه با جرم ۷ نیز که خطایش از جرمهای همسایه اش بیشتر است، می توان به خطای شرایط آزمایشگاهی همانند دمای محیط اشاره کرد، زیرا تمامی اجسام در یک زمان تست نشده اند.



شکل ۱۱- مقایسه نتایج مطالعه حاضر و نتایج تجربی

- the case of hydrogen detection with uncoated silicon microcantilever-based sensors. *Sensor Actuat B-Chem* 199: 269-276.
- [7] Ghafarirad H, Rezaei SM, Sarhan AADM, et al. (2015) Modified robust external force control with disturbance rejection with application to piezoelectric actuators. *T I Meas Control* 37: 131-143.
- [۸] حسینی ر، لطافتی م، حسینی مقدم س (۲۰۱۷) برداشت انرژی ارتعاشی با استفاده از تیر یک سردرگیر با دولایه پیزوالکتریک. *مجله مکانیک سازه‌ها و سازه‌ها* ۹-۱: ۷.
- [۹] عطار ع، طهماسبی پور م، دهقان م (۲۰۱۸) بررسی تاثیر پارامترهای هندسی بر جابه جایی خارج از صفحه میکروتیر پیزوالکتریکی با سطح مقطع T شکل. *مجله مکانیک سازه‌ها و سازه‌ها* ۹-۱: ۸.
- [10] Erturk A, Inman DJ (2008) On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. *J Intel Mat Syst Str* 19: 1311-1325.
- [11] Bashash S, Saeidpourazar R, Jalili N (2010) Development, analysis and control of a high-speed laser-free atomic force microscope. *Rev Sci Instrum* 81: 023707.
- [12] Leadenham S, Erturk A. (2015) Unified nonlinear electroelastic dynamics of a bimorph piezoelectric cantilever for energy harvesting, sensing, and actuation. *Nonlinear Dynam* 79: 1727-1743.
- [13] Xu Q (2013) Precision position/force interaction control of a piezoelectric multimorph microgripper for microassembly. *IEEE T Autom Sci Eng* 10: 503-514.
- [14] Shim S, Kim MG, Jo K, et al. (2010) Dynamic characterization of human breast cancer cells using a piezoresistive microcantilever. *J Biomech Eng-T ASME* 132: 104501.
- [15] Botta F, Rossi A and Belfiore NP. (2019) A feasibility study of a novel piezo MEMS tweezer for soft materials characterization. *Appl Sci* 9: 2277.
- [16] Gurjar M, Jalili N (2007) Toward ultrasmall mass detection using adaptive self-sensing piezoelectrically driven microcantilevers. *IEEE-ASME T Mech* 12: 680-688.
- [17] Shen Z, Shih WY, Shih WH (2006) Self-exciting, self-sensing Pb Zr 0.53 Ti 0.47 O 3/ Si O 2 piezoelectric microcantilevers with femtogram/Hertz sensitivity. *Appl Phys Lett* 89: 023506.
- [18] Zurn S, Hsieh M, Smith G, et al. (2001) Fabrication and structural characterization of a resonant frequency PZT microcantilever. *Smart Mater Struct* 10: 252.
- #### ۴- جمع بندی و نتیجه گیری
- در این پژوهش اندازه گیری جرم اجسام با استفاده از پاسخ فرکانسی عملگر پیزوالکتریک بررسی گردید. روابط تئوری حاکم بر تیر پیزوالکتریک و دینامیک عملگر پیزوالکتریک خمشی دولایه ارائه شد. سپس به تحلیل دینامیک عملگر و بررسی سیستم به همراه جرم خارجی پرداخته و در نهایت نیز اعتبار سنجی مدل ارائه شده و شناسایی پارامترهای مجهول انجام شد. تطابق میان مدل ارائه شده و نتایج حاصل از آزمایش، نشان از دقت و صحت مدل ارائه شده دارد.
- نتایج نشان می‌دهد، این روش می‌تواند جرم اجسام را با دقت کسری از میلی‌گرم اندازه گیری کند، در حالی که اندازه گیری جرمی با چنین وزنی با ترازوهای معمولی غیر ممکن است. جرم مجموعه میکروعملگر برابر با ۰/۸۶۹۶ گرم است و این مجموعه برای اندازه‌گیری جرم اجسام از بازه ۰/۰۰۹۵ تا ۰/۱۹۳۴ گرم دارای دقت خوبی است. می‌توان گفت، اگر نسبت جرم مجهول به مجموعه بین ۰/۰۱ تا ۰/۲۲ باشد، این عملگر می‌تواند برای محاسبه جرم در مرتبه میلی‌گرم با خطای تقریبی کمتر از ۱۳ درصد استفاده گردد.
- #### ۵- مراجع
- [1] Bashash S, Salehi-Khojin A, Jalili N, et al. (2009) Mass detection of elastically distributed ultrathin layers using piezoresponse force microscopy. *J Micromech Microeng* 19: 025016.
- [2] Lavrik NV, Datskos PG (2003) Femtogram mass detection using photothermally actuated nanomechanical resonators. *Appl Phys Lett* 82: 2697-2699.
- [3] Roman C, Ciontu F, Courtois B (2004) Single molecule detection and macromolecular weighting using an all-carbon-nanotube nanoelectromechanical sensor. *Nanotechnology*, 2004. 4th IEEE Conference on. IEEE, 263-266.
- [4] McGrath T, Elliott C and Fodey T (2012) Biosensors for the analysis of microbiological and chemical contaminants in food. *Anal Bioanal Chem* 403: 75-92.
- [5] Sharma H, Mutharasan R (2013) Rapid and sensitive immunodetection of *Listeria monocytogenes* in milk using a novel piezoelectric cantilever sensor. *Biosens Bioelectron* 45: 158-162.
- [6] Boudjiet MT, Bertrand J, Pellet C, et al. (2014) New characterization methods for monitoring small resonant frequency variation: Experimental tests in

- [25] Joshi P, Kumar S, Jain V, et al. (2019) Distributed MEMS mass-sensor based on piezoelectric resonant micro-cantilevers. *J Microelectromech S* 28: 382-389.
- [26] Zhao J, Wen X, Huang Y, et al. (2019) Piezoelectric circuitry tailoring for resonant mass sensors providing ultra-high impedance sensitivity. *Sensor Actuat A-Phys* 285: 275-282.
- [27] Ebrahimi M, Ghafarirad H, Zareinejad M (2018) Transverse and longitudinal dynamic modeling of bimorph piezoelectric actuators with investigating the effect of vibrational modes. *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics* 4: 99-124.
- [28] Beer FP, Johnston R, Dewolf J, et al. (2006) *Mechanics of Materials*. McGraw-Hill, Boston.
- [29] Ghafarirad H, Rezaei S, Sarhan AA, et al. (2015) Continuous dynamic modelling of bimorph piezoelectric cantilevered actuators considering hysteresis effect and dynamic behaviour analysis. *Math Comp Model Dyn* 21: 130-152.
- [30] Erturk A, Inman DJ (2008) A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters. *J Vib Acoust* 130: 041002.
- [19] Yi JW, Shih WY, Shih WH (2002) Effect of length, width, and mode on the mass detection sensitivity of piezoelectric unimorph cantilevers. *J Appl Phys* 91: 1680-1686.
- [20] Shen Z, Shih WY, Shih WH (2006) Mass detection sensitivity of piezoelectric cantilevers with a nonpiezoelectric extension. *Rev Sci Instrum* 77: 065101.
- [21] Yi JW, Shih WY, Mutharasan R, et al. (2003) In situ cell detection using piezoelectric lead zirconate titanate-stainless steel cantilevers. *J Appl Phys* 93: 619-625.
- [22] Clément P, Perez EDC, Gonzalez O, et al. (2016) Gas discrimination using screen-printed piezoelectric cantilevers coated with carbon nanotubes. *Sensor Actuat B-Chem* 237: 1056-1065.
- [23] Ahmed MGA, Dennis J, Khair MHM, et al. (2016) Modeling, simulation and experimental validation of the properties of macro-scale piezoelectric cantilevers for deduction of mass sensitivity of micro-cantilevers. *Int J Appl Eng Res* 11: 4512-4520.
- [24] Aghamohammadi M, Shamshirsaz M, Rezaie AH (2018) Performance of I-shaped piezoelectric-excited millimeter-sized cantilever in sensing applications: Modeling, simulation and experiment. *Microsyst Technol* 24: 527-535.