

## چیدمان گیرنده‌ها در مکان‌یابی چند منبعه، در حضور نویز وابسته به فاصله

سید محمد صلحی جویباری<sup>۱</sup>، جلیل مظلوم<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناسی ارشد مخابرات سیستم، دانشگاه صنعتی شریف، ۲- دانشیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری

(دریافت: ۹۸/۰۵/۱۲؛ پذیرش: ۹۸/۱۰/۲۸)

## چکیده

در این مقاله مسئله چیدمان گیرنده‌ها برای مکان‌یابی غیرفعال در شرایطی که چند منبع وجود داشته باشند و نویز اندازه‌گیری وابسته به فاصله است در نظر گرفته می‌شود. برای این هدف، ابتدا کران کرامر رانو برای مکان‌یابی مبتنی بر زاویه ورود سیگنال، با مدل کردن نویز وابسته به فاصله و وجود چند منبع استخراج می‌شود. سپس چیدمان بهینه‌ای از گیرنده‌ها برای دست‌یابی به کران مورد نظر به دست می‌آید.

## واژگان کلیدی

چیدمان گیرنده‌ها، مکان‌یابی منابع غیرفعال، چند منبع، نویز وابسته به فاصله

## ۱. مقدمه

مسئله مکان‌یابی منبع یک دامنه وسیعی از کاربردهای نظامی و غیرنظامی در شبکه‌های بی‌سیم را شامل می‌شود. مکان‌یابی غیرفعال عبارت است از به دست آوردن مکان و سرعت یک منبع رادیویی با استفاده از سیگنال منتشر شده توسط خود منبع در محیط و استخراج پارامترهای آن که امروزه کاربردهای زیادی در کنترل فعالیت‌های امنیتی، ردگیری افراد و وسایل نقلیه، سامانه‌های هشداردهنده، رادار، سونار، جنگ الکترونیک و ... پیدا کرده است [۱-۳]. روش‌های مکان‌یابی مبتنی بر سیگنال منبع دریافت شده توسط گیرنده‌ها هستند. این روش‌ها شامل زمان ورود (TOA)<sup>۱</sup> سیگنال [۴]، زاویه ورود (AOA)<sup>۲</sup> سیگنال [۵-۶]، توان سیگنال دریافتی (RSS)<sup>۳</sup> [۷]، اختلاف زمان ورود (TDOA)<sup>۴</sup> [۸] و اختلاف فرکانس ورود (FDOA)<sup>۵</sup> [۹] سیگنال‌های وارد شده به گیرنده‌ها هستند. روش AOA یکی از مهم‌ترین روش‌های مذکور است. در تخمین AOA، گیرنده‌ها زاویه ورود سیگنال منبع را محاسبه می‌کنند. یکی از مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار در دقت مکان‌یابی، چیدمان گیرنده‌ها [۱۰-۱۲] است. تحلیل تأثیر آرایش هندسی گیرنده‌ها بر عملکرد مکان‌یابی منبع و دست‌یابی به چیدمان بهینه نقش حیاتی در مکان‌یابی ایفا می‌کند. معیارهای مختلفی برای پیدا کردن یک چیدمان بهینه برای گیرنده‌ها وجود دارد. ماتریس اطلاعات فیشر

(FIM)<sup>۶</sup> و GDOP<sup>۷</sup> معیارهای در نظر گرفته شده در تعدادی از مقالات در حوزه چیدمان گیرنده‌ها [۱۳-۱۴] هستند. اثر<sup>۸</sup> معکوس ماتریس اطلاعات فیشر که به عنوان کران کرامر رانو (CRB)<sup>۹</sup> معروف است [۱۴-۱۵] یکی از معیارهای رسیدن به چیدمان بهینه گیرنده‌ها است [۱۶-۱۹]. در ادامه کران کرامر رانو برای مکان‌یابی مبتنی بر AOA در شرایط چند منبعه و نویز وابسته به فاصله محاسبه شده و سپس بر مبنای این کران کرامر رانو، هندسه بهینه‌ای از آرایش گیرنده‌ها به دست می‌آید. تمرکز مقاله روی مراقبت از ناحیه مشخص و تعیین مکان بهینه گیرنده‌ها برای مکان‌یابی منبع در این ناحیه است. یعنی منبع در هر جای این ناحیه می‌تواند حضور داشته باشد. بدیهی است الگوریتم ارائه شده را می‌توان برای مراقبت از ناحیه کوچک (نقطه خاص) به کار برد.

## ۲. فرمول‌بندی مسئله

فرض می‌شود  $N$  گیرنده در مکان‌های دوبعدی با مختصات برابر با  $\mathbf{p}_n^{se} = [x_n^{se} \ y_n^{se}]^T, n=1, \dots, N$  قرار گرفته‌اند از طرفی  $M$  منبع در مکان‌های مجهول  $\mathbf{p}_m^{so} = [x_m^{so} \ y_m^{so}]^T, m=1, \dots, M$  واقع باشند. نویز اندازه‌گیری زاویه ورود سیگنال به گیرنده‌ها به صورت زیر مدل می‌شود [۶]:

\*رایانامه نویسنده مسئول: jalil.mazloum@ssau.ac.ir

<sup>۱</sup> Time of arrival<sup>۲</sup> Angle of arrival<sup>۳</sup> Received signal strength<sup>۴</sup> Time difference of arrival<sup>۵</sup> Frequency difference of arrival<sup>۶</sup> Fisher information matrix<sup>۷</sup> Geometric dilution of precision<sup>۸</sup> Trace<sup>۹</sup> Cramer-Rao bound

### ۳. کران کرامر رانو (CRB)

کران کرامر رانو یک کران پایین برای ماتریس کواریانس تخمین‌گرهای بدون بایاس است. کران کرامر رانو را می‌توان به وسیله معکوس ماتریس اطلاعات فیشر (FIM) محاسبه کرد، که FIM به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{F} = \mathbb{E} \left\{ \left[ \nabla \ln P(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \mathbf{p}) \right] \left[ \nabla \ln P(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \mathbf{p}) \right]^T \right\} \quad (4)$$

که  $P(\hat{\boldsymbol{\theta}}; \mathbf{p})$  تابع چگالی احتمال (PDF) متغیر تصادفی  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  به ازای  $\mathbf{p}$  است. همچنین  $\nabla$  عملگر گرادیان نسبت به  $\mathbf{p}$  و  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  نشان دهنده میانگین‌گیری روی  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  است. اغلب اثر یا تریس ماتریس کران کرامر رانو به صورت کمترین متوسط مربع خطای (MMSE) تخمین در نظر گرفته می‌شود [۸]. بنابراین، داریم:

$$MMSE = tr(\text{CRB}) = tr\{\mathbf{F}^{-1}\} \quad (5)$$

که  $tr\{\cdot\}$  عملگر تریس است. فرض می‌شود بردار خطای اندازه‌گیری گوسی با متوسط صفر و ماتریس کواریانس  $\mathbf{C}$  باشد، بنابراین، تابع چگالی احتمال به صورت زیر خواهد بود [۸]:

$$P(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{NM}{2}} \sqrt{\det(\mathbf{C})}} \times \exp\left[-\frac{1}{2}(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})^T \mathbf{C}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})\right] \quad (6)$$

از (۴) و (۶) می‌توان نشان داد [۸]:

$$\mathbf{F}_{ij} = \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} \right] \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}) \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_j^{so}} \right] + \frac{1}{2} tr \left[ \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_j^{so}} \right] \quad (7)$$

که  $\mathbf{p} = [(\mathbf{p}_m^{so})^T, \dots, (\mathbf{p}_m^{so})^T]^T$  بردار مکان منابع است و داریم:

$$\frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} = \left[ \frac{\partial \hat{\theta}_{11}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} \dots \frac{\partial \hat{\theta}_{NM}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} \right]^T \quad (8)$$

و همچنین

$$\frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial C_{11}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} & \dots & \frac{\partial C_{1M}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial C_{N1}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} & \dots & \frac{\partial C_{NM}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}_i^{so}} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} + \mathbf{n} \quad (1)$$

که  $\boldsymbol{\theta} \triangleq [\theta_{11} \dots \theta_{1M} \dots \theta_{N1} \dots \theta_{NM}]^T$  برداری از زوایای AOA واقعی و  $\mathbf{n} \triangleq [n_{11} \dots n_{1M} \dots n_{N1} \dots n_{NM}]^T$  بردار نویز اندازه‌گیری است. همچنین  $\hat{\boldsymbol{\theta}} \triangleq [\hat{\theta}_{11} \dots \hat{\theta}_{1M} \dots \hat{\theta}_{N1} \dots \hat{\theta}_{NM}]^T$  برداری از زوایای اندازه‌گیری شده توسط گیرنده‌ها است. مقدار واقعی زاویه AOA بین گیرنده  $n$ ام و منبع  $m$ ام یعنی  $\theta_{nm} \in (-\pi, \pi)$  برابر است با:

$$\theta_{nm} = \tan^{-1} \left( \frac{y_m^{so} - y_n^{se}}{x_m^{so} - x_n^{se}} \right) \quad (2)$$

در ادامه فرضیات در نظر گرفته شده در مقاله بیان می‌شود:

۱. نویز هر اندازه‌گیری AOA به صورت متغیر تصادفی گوسی با متوسط صفر مدل می‌شود [۶، ۲۱-۱۹].

۲. اندازه‌گیری‌ها در گیرنده‌های مختلف مستقل فرض می‌شوند. همچنین فرض می‌کنیم اندازه‌گیری‌هایی از منابع مختلف در هر گیرنده مستقل در زمان، فرکانس یا هر بعد دیگر هستند لذا ماتریس کواریانس نویز اندازه‌گیری ( $\mathbf{C}$ ) قطری می‌باشد [۶، ۲۱-۱۹]. اگرچه نویزهای اندازه‌گیری در گیرنده‌های مجاور می‌توانند به دلیل تداخلات ناخواسته همبستگی<sup>۱</sup> داشته باشند؛ با این حال ما برای سادگی حل مسئله فرض نویز غیر همبسته را در نظر می‌گیریم و مسئله همبستگی را برای کارهای آتی بررسی می‌کنیم.

۳. بر مبنای تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی در [۲۶-۲۲]، نویزهای اندازه‌گیری زاویه، وابسته به هستند، لذا واریانس‌های اندازه‌گیری، وابسته به فاصله گیرنده تا منبع هستند. همچنین با در نظر گرفتن شرایط محیطی، ماتریس کواریانس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{C} = \text{diag} \left\{ \sigma_0^2 \left( \frac{R_{nm}}{R_0} \right)^\beta \right\} \quad (3)$$

که  $\sigma_0^2$  و  $R_{nm} \triangleq \|\mathbf{p}_n^{se} - \mathbf{p}_m^{so}\|$  توان نویز متناظر با یک منبع فرضی در یک فاصله مرجع  $R_0$  از گیرنده است و  $\beta$  پارامتر تضعیف<sup>۲</sup> وابسته به شرایط محیطی است. در صورتی که نویز مستقل از فاصله باشد،  $\beta$  صفر می‌شود. هدف در مکان‌یابی منبع، تخمین بردار مکان منابع  $\mathbf{p} = [(\mathbf{p}_m^{so})^T, \dots, (\mathbf{p}_m^{so})^T]^T$  به ازای مقادیر  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ،  $\sigma_0^2$ ،  $R_0$ ،  $\beta$  و  $p_n^{se}$  است.

<sup>3</sup> Probability density function  
<sup>4</sup> Minimum Mean Square Error

<sup>1</sup> Correlated  
<sup>2</sup> Attenuation parameter

$$\mathbf{F}_{12}^m = \mathbf{F}_{21}^m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\sin \theta_{im} \cos \theta_{im}}{R_{im}^2} \left( \frac{R_0}{R_{im}} \right)^\beta + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\sin^2 \theta_{im} \cos^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \quad (18)$$

بنابراین، MMSE از (۱۵) قابل محاسبه است.

#### ۴. چیدمان گیرنده‌ها

چیدمانی از گیرنده‌ها که منجر به حداقل خطای مکان‌یابی می‌شود در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجا که کمینه کردن MMSE در رابطه (۱۵) جهت دستیابی بهترین چیدمان گیرنده‌ها و رسیدن به فرم بسته برای آن در حالت کلی دشوار است، لذا چیدمان بهینه را برای چند سناریو مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این روش تحلیلی، به‌صورت مستقیم و یکجا چیدمان بهینه گیرنده‌ها را به‌دست می‌آوریم برخلاف روش پیشنهادی در [۲۷] که با فرض محدودیت در عدم جابجایی تمام گیرنده‌ها با هم، از الگوریتمی بازگشتی به‌صورت گام‌به‌گام برای رسیدن به چیدمان بهینه استفاده می‌کند. لذا لازم است این نکته بیان شود که در این مقاله محدودیتی در جابجایی گیرنده‌ها نداریم و قادر به جابه‌جا کردن گیرنده‌ها هستیم چون اولویت رسیدن به دقت بالاتر در مکان‌یابی است. همان‌طور که گفته شد تمرکز مقاله روی مراقبت از ناحیه مشخص و تعیین مکان بهینه گیرنده‌ها برای مکان‌یابی منبع در این ناحیه است. یعنی منبع در هر جای این ناحیه می‌تواند حضور داشته باشد. بدیهی است الگوریتم ارائه‌شده را می‌توان برای مراقبت از ناحیه کوچک (نقطه خاص) به کار برد. لذا در این سناریوها ناحیه قرارگیری منابع معلوم فرض شده است. با توجه به غیرمحدب بودن مسأله بهینه‌سازی متناظر با چیدمان، در شبیه‌سازی‌ها برای یافتن چیدمان بهینه یا در واقع چیدمانی که رابطه (۱۵) را کمینه کند از جستجوی جامع با در نظر گرفتن قیود هرکدام از سناریوها استفاده شده است.

#### ۴-۱. سناریوی اول: صحت‌سنجی

برای تأیید این‌که، چیدمانی از گیرنده‌ها که باعث کمینه کردن رابطه (۱۵) شود، منجر به خطای مکان‌یابی کمینه می‌شود، سناریویی که در ادامه بیان می‌شود، در نظر گرفته خواهد شد. سه گیرنده و سه منبع را واقع در داخل یک دایره به شعاع ۲۰ km در نظر می‌گیریم. منبع‌ها به‌صورت تصادفی با توزیع یکنواخت در ناحیه مذکور قرار گرفته‌اند و ما مکان گیرنده‌ها را به‌وسیله کمینه کردن رابطه (۱۵) به‌دست می‌آوریم. به‌منظور تأیید اینکه چیدمان به‌دست‌آمده برای گیرنده‌ها، بهینه است ما

با مستقل در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری منبع‌های مختلف، ماتریس اطلاعات فیشر را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{F} = \text{blkdiag} \{ \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_M \} \quad (10)$$

که  $\text{blkdiag} \{ \cdot \}$  نشان‌دهنده ماتریس بلوکی قطری<sup>۱</sup> است و داریم:

$$\mathbf{F}_m \triangleq \begin{pmatrix} f_{xx}^m & f_{xy}^m \\ f_{yx}^m & f_{yy}^m \end{pmatrix} \quad (11)$$

که

$$f_{xx}^m = \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \right]^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \right] + \frac{1}{2} \text{tr} \left[ \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \right] \quad (12)$$

$$f_{xy}^m = f_{yx}^m = \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \right]^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \right] + \frac{1}{2} \text{tr} \left[ \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \right] \quad (13)$$

$$f_{yy}^m = \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \right]^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \left[ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \right] + \frac{1}{2} \text{tr} \left[ \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{p}_m^{so}) \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \right] \quad (14)$$

و از (۵) و (۱۰) می‌توان نوشت:

$$MMSE = \text{tr} \{ \mathbf{F}^{-1} \} = \sum_{m=1}^M \text{tr} \{ \mathbf{F}_m^{-1} \} \quad (15)$$

در پیوست نشان داده می‌شود که عناصر ماتریس اطلاعات فیشر به‌صورت زیر قابل محاسبه هستند:

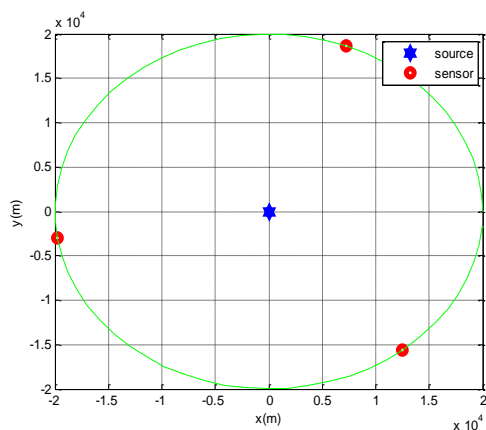
$$\mathbf{F}_{11}^m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\sin^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \left( \frac{R_0}{R_{im}} \right)^\beta + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\cos^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \quad (16)$$

$$\mathbf{F}_{22}^m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\cos^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \left( \frac{R_0}{R_{im}} \right)^\beta + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\sin^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \quad (17)$$

<sup>1</sup> Block diagonal matrix

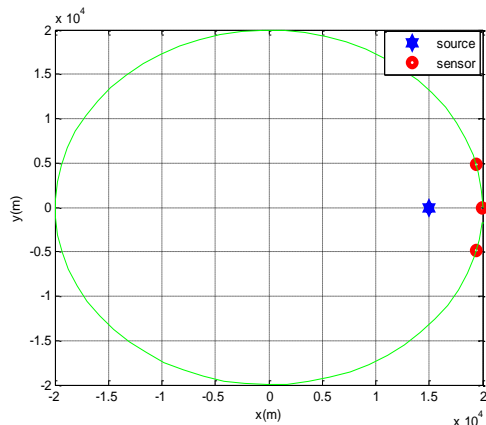
#### ۲-۴. سناریوی دوم: گیرنده‌ها قرار گرفته بر روی دایره

در سناریوی دیگر فرض می‌کنیم دو منبع و سه گیرنده موجود هستند که گیرنده‌ها ملزم به قرارگیری بر روی یک دایره به شعاع  $20\text{ km}$  باشند و  $\beta = 2, \sigma_0 = 0.1^\circ, R_0 = 1\text{ km}$  فرض شوند. در ابتدا فرض می‌شود یک منبع در مرکز دایره قرار گرفته باشد. در اینصورت آرایش بهینه به صورت شکل (۲) خواهد شد. همان طور که انتظار می‌رفت آرایش بهینه یک آرایه زاویه‌ای یکنواخت (UAA)<sup>۲</sup> را تشکیل می‌دهد.



شکل (۲): چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای حالتی که یک منبع در مرکز دایره قرار گرفته باشد

حال فرض می‌کنیم منبع در مکان  $\begin{pmatrix} 15000 \\ 0 \end{pmatrix}$  قرار گرفته است. از این رو، آرایش گیرنده‌ها به صورت شکل (۳) خواهد شد. مطابق شکل (۳) گیرنده‌ها در نزدیکی مکان واقعی منبع به منظور احاطه کردن آن، قرار گرفته می‌شوند.



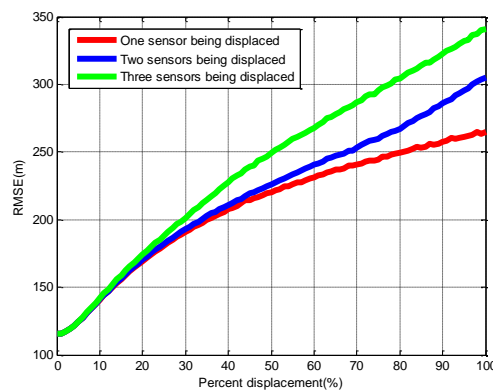
شکل (۳): چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای حالتی که منبع در حوالی محیط دایره قرار گرفته است

هرکدام از گیرنده‌ها را نسبت به مکان بهینه به دست آمده آن‌ها حرکت می‌دهیم و مقادیر ریشه متوسط مربع خطای مکان‌یابی (RMSE<sup>۱</sup>) را برای هر کدام از چیدمان‌های جدید محاسبه می‌کنیم. برای تعیین مقدار جابجایی هر گیرنده، یک دایره با شعاعی برابر با درصدی از فاصله آن گیرنده تا مرکز ثقل مکان منبع‌ها در نظر می‌گیریم که بیانگر ناحیه جابجایی است. برای هر درصد جابجایی در نظر گرفته شده، ۱۰۰۰ تکرار از اندازه‌گیری‌ها را شبیه‌سازی می‌کنیم. در هر شبیه‌سازی هر گیرنده مشخص به صورت تصادفی در جایی داخل دایره مذکور (ناحیه جابجایی اختصاص داده به آن) قرار می‌گیرد.

با فرض  $\beta = 2, \sigma_0 = 0.1^\circ, R_0 = 1\text{ km}$  برابر با

$$\left[ \left( \begin{bmatrix} -15000 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T, \left( \begin{bmatrix} -15147 \\ -7718 \end{bmatrix} \right)^T, \left( \begin{bmatrix} 2828 \\ -2828 \end{bmatrix} \right)^T \right]^T$$

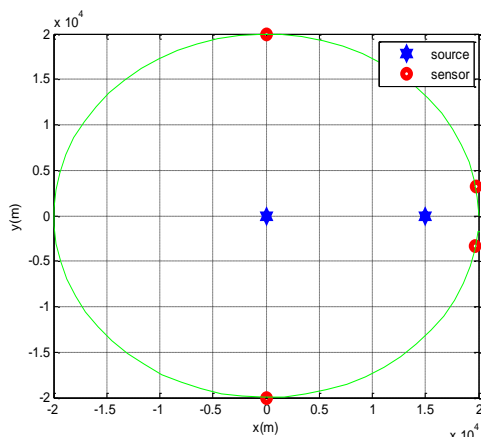
که مکان منبع‌ها می‌باشد، شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم. دیگر شرایط محیطی با تغییر مقدار  $\beta$  قابل اعمال هستند. تغییر مقدار RMSE به ازای درصد جابجایی در شکل (۱) نشان داده شده است. مطابق شکل RMSE کمینه در نقطه جابجایی صفر درصد رخ می‌دهد که همان مکان بهینه به دست آمده از کمینه کردن رابطه (۱۵) است. تغییر مقدار RMSE به ازای درصد جابجایی در شکل (۱) نشان داده شده است. مطابق شکل RMSE کمینه در نقطه جابجایی صفر درصد رخ می‌دهد که همان مکان بهینه به دست آمده از کمینه کردن رابطه (۱۵) است. همان طور که از شکل مشخص است با جابجایی هر یک از گیرنده‌ها یا همه آن‌ها نسبت به مکان بهینه گیرنده‌ها، RMSE افزایش می‌یابد. مطابق شکل افزایش درصد جابجایی و زیاد شدن تعداد گیرنده‌هایی که باید جابجا شوند، باعث افزایش خطای مکان‌یابی منبع‌ها می‌شوند.



شکل (۱): RMSE به ازای درصد جابجایی گیرنده‌ها

<sup>۲</sup> Uniform angular array

<sup>۱</sup> Root mean squared error

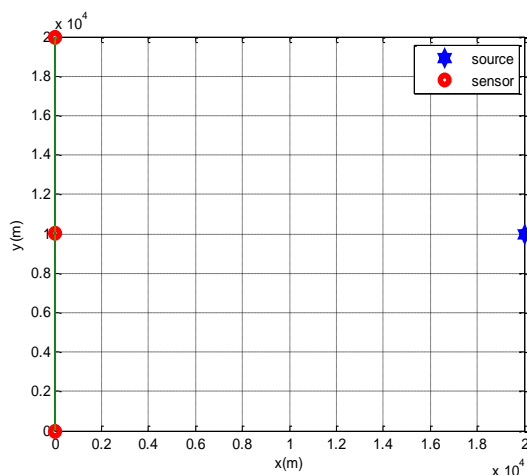


شکل (۶): تغییر چیدمان بهینه گیرنده‌ها به‌ازای اضافه کردن یک گیرنده

همان نتایج قبلی برای این حالت نیز برقرار است.

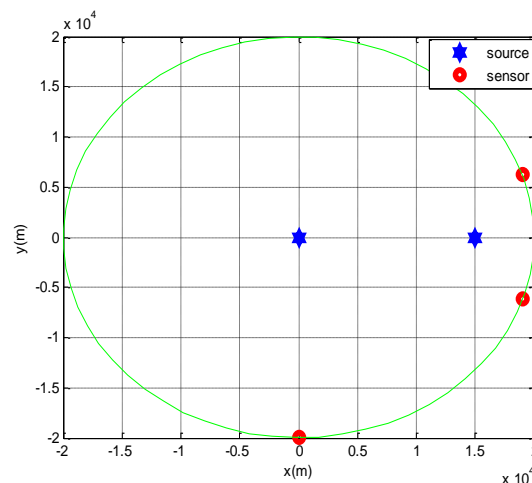
### ۴-۳. سناریوی سوم: گیرنده‌ها قرار گرفته روی پاره خط

در این سناریو فرض می‌شود سه گیرنده و دو منبع موجود باشند، و گیرنده‌ها ملزم به قرارگیری بر روی یک پاره‌خط به طول  $20\text{ km}$  باشند و داشته باشیم  $R_0 = 1\text{ km}$ ،  $\sigma_0 = 0.1^\circ$  و  $\beta = 2$  در ابتدا فرض می‌شود یک منبع در مکان  $\begin{pmatrix} 20000 \\ 10000 \end{pmatrix}$  قرار گرفته باشد. آرایش بهینه برای این حالت به‌صورت شکل (۷) خواهد شد. مطابق شکل (۷) زمانی که منبع در یک مکان دور از خط واقع شود، گیرنده‌ها تمایل دارند تا جایی که ممکن است از هم دور باشند تا تقارن هندسی نسبت به منبع حفظ شود و لذا باعث حداقل شدن خطای مکان‌یابی خواهد شد.

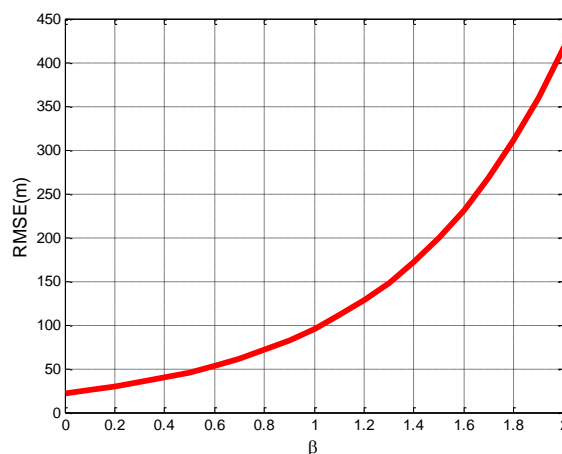


شکل (۷): چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای حالتی که منبع در فاصله دور از پاره‌خط قرار گرفته باشد

در گام بعدی، ترکیبی از دو حالت قبلی در نظر گرفته می‌شود. نتیجه در شکل (۴) نشان داده شده است. RMSE به‌ازای مقادیر مختلف  $\beta$  تغییر می‌کند، این تغییرات در شکل (۵) نشان داده شده است که هدف از آن نمایش چگونگی تغییرات خطای مکان‌یابی به‌ازای افزایش  $\beta$  می‌باشد. مطابق شکل (۴)، آرایش قرارگیری گیرنده‌ها طوری است که هر دو حالت قبلی ارضا شوند. منبع واقع در مرکز دایره تشکیل دهند تا دقت مکان‌یابی بهتری حاصل شود، از طرفی آن‌ها تمایل دارند به منبع غیر واقع در مرکز نزدیک شوند تا با کاهش فاصله خطای مکان‌یابی کاهش یابد.



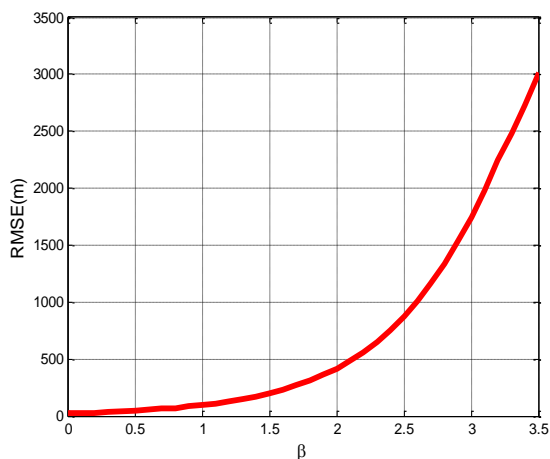
شکل (۴): چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای حالتی که دو منبع در حالت ترکیبی داریم



شکل (۵): RMSE به‌ازای تغییرات  $\beta$

با اضافه کردن یک یا بیش از یک گیرنده به سناریو مورد نظر، چیدمان قبلی گیرنده‌ها تغییر می‌کند و شکل (۶) برای مسئله جدید به‌دست می‌آید.

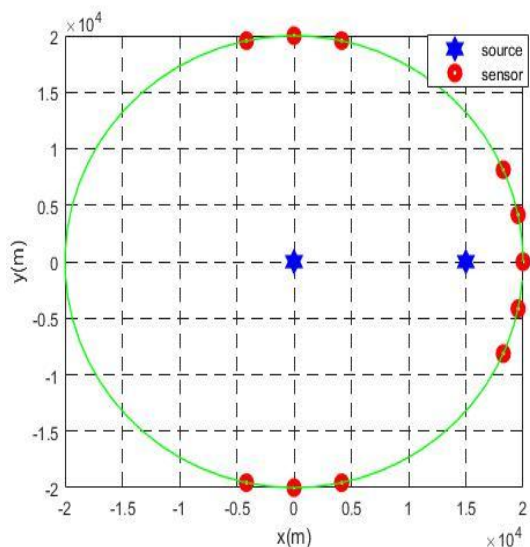
می‌توان در نظر گرفت. برای مثال شکل (۵) سناریوی قبلی با در نظر گرفتن مقادیر بزرگ‌تر از ۲ برای  $\beta$  به صورت شکل (۱۰) تغییر خواهد کرد.



شکل (۱۰). RMSE به ازای تغییرات  $\beta$

تحلیل و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته با فرض نویز گوسی انجام شده‌اند، اما می‌توان نویز غیر گوسی نیز در نظر گرفت و با استفاده از روش تحلیلی پیشنهادی، روابط موردنظر را به دست آورد و شبیه‌سازی‌های مورد نظر را انجام داد.

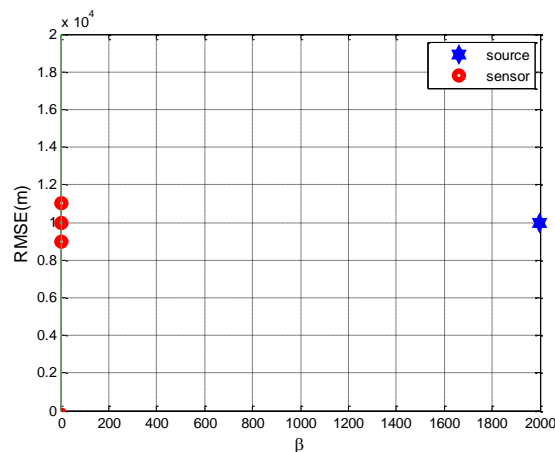
نکته دوم این‌که در شبیه‌سازی می‌توان تعداد گیرنده‌ها و منابع را افزایش داد و به همان نتایج قبلی رسید. برای مثال سناریوی دوم را می‌توان با تعداد گیرنده و منبع بیشتر تکرار کرد که نتایج شبیه‌سازی به صورت شکل (۱۱) و شکل (۱۲) می‌شود. همان نتایج مذکور در سناریوی دوم در اینجا نیز قابل استخراج است.



شکل (۱۱): افزایش تعداد گیرنده‌ها به ۱۱ گیرنده برای سناریوی دوم

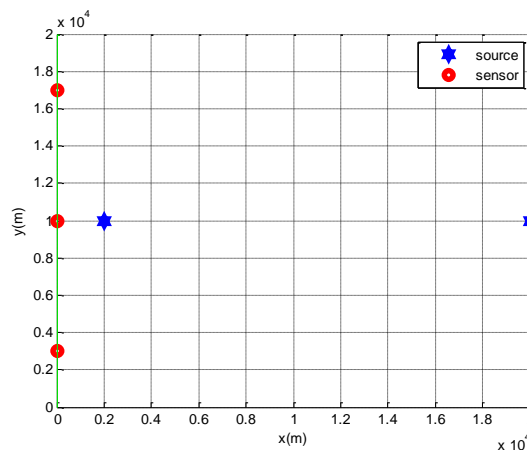
در حالت دیگر فرض می‌شود منبع در فاصله نزدیک نسبت به پاره‌خط شامل مکان گیرنده‌ها،  $\left( \begin{matrix} 2000 \\ 10000 \end{matrix} \right)$  قرار گرفته باشد.

آرایش گیرنده‌ها برای این حالت در شکل (۸) نشان داده شده است. مطابق شکل گیرنده‌ها تمایل دارند در فاصله نزدیک به منبع قرار بگیرند و آن را احاطه کنند.



شکل (۸): چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای حالتی که منبع در فاصله نزدیک به پاره‌خط قرار گرفته باشد

اکنون سناریوی ترکیبی دو حالت قبلی را در نظر می‌گیریم یعنی حالت دو منبعه، یکی در فاصله دور از پاره‌خط و دیگری نزدیک به آن واقع است. در این حالت چیدمان بهینه گیرنده‌ها به صورت شکل (۹) خواهد شد.

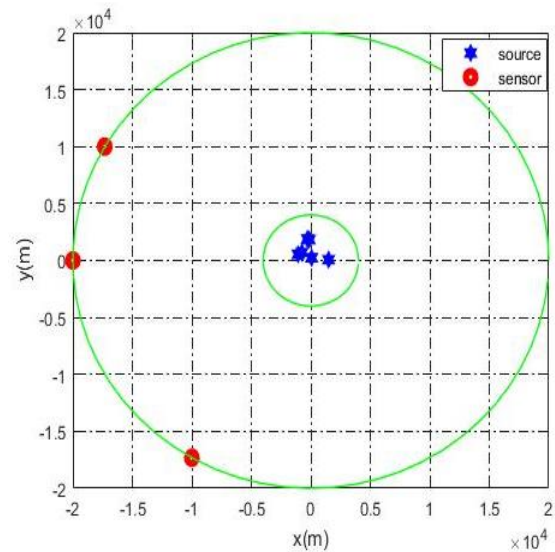


شکل (۹): چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای حالتی که دو منبع در حالت ترکیبی داریم

#### ۴-۴. نکاتی در مورد شبیه‌سازی

نکته اول این‌که در سناریوهای انجام شده،  $\beta$  برابر با ۲ و کمتر از آن در نظر گرفته شده است، اما در حقیقت مقادیر بزرگ‌تر نیز

- [5] Z. Wang, J. A. Luo, and X. P. Zhang, "A Novel Location-Penalized Maximum Likelihood Estimator for Bearing-Only Target Localization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 12, pp. 6166 - 6181, 2012.
- [6] Y. Wang and K. C. Ho, "An Asymptotically Efficient Estimator in Closed-Form for 3-D AOA Localization Using a Sensor Network," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 14, no. 12, pp. 6524 - 6535, 2015.
- [7] Y. Zhang, S. Xing, Y. Zhu, F. Yan and L. Shen, "RSS-Based Localization in WSNs Using Gaussian Mixture Model via Semidefinite Relaxation," *IEEE Communications Letters*, vol. 21, no. 6, pp. 1329 - 1332, 2017.
- [8] S. M. Kay, "Fundamentals of statistical signal processing, estimation theory," (Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1993.
- [9] Y. H. Kim, D. G. Kim, J. W. Han, K. H. Song, and H. N. Kim, "Analysis of sensor-emitter geometry for emitter localisation using TDOA and FDOA measurements," *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 11, no. 2, pp. 341-349, 2017.
- [10] J. S. Abel, "Optimal Sensor Placement for Passive Source Localization," In *ICASSP*, Albuquerque, 1990.
- [11] C. Yang, L. Kaplan, E. Blasch, and M. Bakich, "Optimal Placement of Heterogeneous Sensors for Targets with Gaussian Priors," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 49, no. 3, pp. 1637-1653, 2013.
- [12] D. B. Jourdan and N. Roy, "Optimal Sensor Placement for Agent Localization," *ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN)*, vol. 4, no. 3, 2008.
- [13] H. Wang, G. Pottie, K. Yao and D. Estrin, "Entropy-based Sensor Selection Heuristic for Target Localization," in *Information Processing in Sensor Networks*, 2004.
- [14] H. Wang, K. Yao, and D. Estrin, "Information-Theoretic Approaches for Sensor Selection and Placement in Sensor Networks for Target Localization and Tracking," *Journal of Communications and Networks*, vol. 7, no. 4, pp. 438-449, 2005.
- [15] R. Poisel, "Electronic warfare target location methods," Artech House, Norwood, MA, 2012.
- [16] Y. Oshman and P. Davidson, "Optimization of observer trajectories for bearingonly target localization," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 1999, 35, (3), pp. 892-902.
- [17] K. Doğançay and H. Hmam, "Optimal angular sensor separation for AOA localization," *Signal Process.*, vol. 88, no. 5, pp. 1248-1260. 2008.
- [18] S. MartínNez and F. Bullo, "Optimal sensor placement and motion coordination for target tracking," *Automatica*, vol. 42, no. 4, pp. 661-668, 2006.
- [19] S. Xu and K. Dogancay, "Optimal sensor placement for 3D angle-of-arrival target localization," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 53, no. 3, pp. 1196-1211, 2017.
- [20] R. Amiri, H. Zamani, and F. Behnia, et al., "Sparsity-aware target localization using TDOA/AOA measurements in distributed MIMO radars," *ICT Express.*, vol. 2, no. 1, pp. 23-27, 2016.
- [21] R. Amiri, F. Behnia, and H. Zamani, "Efficient 3-D positioning using time-delay and AOA measurements in MIMO radar systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 21, no. 12, pp. 2614-2617, 2017.
- [22] W. Wang, P. Bai, Y. Zhou, X. Liang, and Y. Wang, "Optimal Configuration Analysis of AOA Localization and Optimal Heading Angles Generation Method for UAV Swarms," *IEEE Access* 7, pp. 70117-70129, 2019.



شکل (۱۲): افزایش تعداد منابع به ۶ منبع برای سناریوی دوم

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، کران کرامر رانو برای مکان منبع در شرایطی که چندین منبع وجود داشته باشند و نویز اندازه‌گیری مستقل از فاصله باشد، استخراج شد. چیدمان بهینه گیرنده‌ها برای کمینه کردن RMSE مکان منبع در چندین سناریو به دست آمد. در یک سناریو دو منبع و سه گیرنده در نظر گرفته شده شدند که گیرنده‌ها ملزم به قرارگیری بر روی یک دایره بودند. در سناریوی دیگر، همان تعداد گیرنده و منبع در نظر گرفته شد به طوری که گیرنده‌ها ملزم به قرارگیری روی یک پاره‌خط بودند. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها، انتظار ما را از حفظ تقارن و حداقل کردن فاصله گیرنده و منبع و به طور کلی حصول حداکثر تعامد بین مکان‌های هندسی که مفاهیمی مانند احاطه کردن گیرنده‌ها از آن حاصل می‌شود را ارضا می‌کند.

## ۶. منابع

- [1] A.H. Sayed, A. Tarighat, and N. Khajehnouri, "Network-based wireless location: challenges faced in developing techniques for accurate wireless location information," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 22, no. 4, pp. 24-40, 2005.
- [2] H. Shen, Z. Ding, S. Dasgupta, and C. Zhao, "Multiple Source Localization in Wireless Sensor Networks Based on Time of Arrival Measurement," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 8, pp. 1938-1949, 2014.
- [3] W. Q. Wang and H. Shao, "Range-Angle Localization of Targets by A Double-Pulse Frequency Diverse Array Radar," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 8, no. 1, pp. 106-114, 2014.
- [4] Yanbin Zou and Qun Wan, "Asynchronous Time-of-Arrival-Based Source Localization With Sensor Position Uncertainties," *IEEE Communications Letters*, vol. 20, no. 9, pp. 1860-1863, 2016.

برای تخمین AOA به راحتی می توان نشان داد:

$$a_{x_{im}}^{so} = -\frac{\sin \theta_{im}}{R_{im}}; a_{y_{im}}^{so} = \frac{\cos \theta_{im}}{R_{im}};$$

$$C_{im} = \sigma_0^2 \left( \frac{R_{im}}{R_0} \right)^\beta; b_{x_{im}}^{so} = \sigma_0^2 \beta \left( \frac{R_{im}}{R_0} \right)^{\beta-1} \frac{\cos \theta_{im}}{R_0};$$

$$b_{y_{im}}^{so} = \sigma_0^2 \beta \left( \frac{R_{im}}{R_0} \right)^{\beta-1} \frac{\sin \theta_{im}}{R_0}$$

بنابراین،

$$\mathbf{F}_{11}^m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\sin^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \left( \frac{R_0}{R_{im}} \right)^\beta + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\cos^2 \theta_{im}}{R_{im}^2}$$

$$\mathbf{F}_{22}^m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\cos^2 \theta_{im}}{R_{im}^2} \left( \frac{R_0}{R_{im}} \right)^\beta + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\sin^2 \theta_{im}}{R_{im}^2}$$

$$\mathbf{F}_{12}^m = \mathbf{F}_{21}^m = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\sin \theta_{im} \cos \theta_{im}}{R_{im}^2} \left( \frac{R_0}{R_{im}} \right)^\beta + \frac{1}{2} \beta^2 \frac{\sin \theta_{im} \cos \theta_{im}}{R_{im}^2}$$

- [23] B. Huang, L. Xie and Z. Yang, "TDOA-based source localization with distancedependent noises," IEEE Trans. Wirel. Commun., 2015, 14, (1), pp. 468–480.
- [24] S. Lanzisera, D. Zats and K. S. Pister, "Radio frequency time-of-flight distance measurement for low-cost wireless sensor localization," IEEE Sens. J., 2011, 11, (3), pp. 837–845.
- [25] R. Amiri, F. Behnia and H. Zamani, "Asymptotically efficient target localization from bistatic range measurements in distributed MIMO radars," IEEE Signal Process. Lett., 2017, 24, (3), pp. 299–303.
- [26] R. Amiri, F. Behnia, M. A. M. Sadr, "Efficient positioning in MIMO radars with widely separated antennas," IEEE Commun. Lett., 2017, 21, (7), pp. 1569–1572.
- [27] M. Hamdollahzadeh, R. Amiri and F. Behnia, "Optimal sensor placement for multi-source AOA localisation with distance-dependent noise model," IET Radar, Sonar & Navigation, vol. 13, Iss. 6, pp. 881-891, 2019.

### ۳.۶ پیوست

تعریف می کنیم:

$$\frac{\partial \hat{\theta}_{im}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \triangleq a_{x_{im}}^{so}; \frac{\partial C_{im}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial x_m^{so}} \triangleq b_{x_{im}}^{so};$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}_{im}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \triangleq a_{y_{im}}^{so}; \frac{\partial C_{im}(\mathbf{p}_m^{so})}{\partial y_m^{so}} \triangleq b_{y_{im}}^{so}$$

اکنون رابطه (۱۱) را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\mathbf{F}_{11}^m = \sum_{i=1}^N (a_{x_{im}}^{so})^2 C_{im}^{-1} + (b_{x_{im}}^{so})^2 C_{im}^{-2}$$

$$\mathbf{F}_{22}^m = \sum_{i=1}^N (a_{y_{im}}^{so})^2 C_{im}^{-1} + (b_{y_{im}}^{so})^2 C_{im}^{-2}$$

$$\mathbf{F}_{12}^m = \mathbf{F}_{21}^m = \sum_{i=1}^N a_{x_{im}}^{so} a_{y_{im}}^{so} C_{im}^{-1} + \frac{1}{2} b_{x_{im}}^{so} b_{y_{im}}^{so} C_{im}^{-2}$$



---

## **Sensor Placement in Localization of Multiple Sources in the Presence of Distance Dependent Noise**

**S. M. Solhi Juybari, J. Mazloun\***

\* Shahid Sattari University of Aeronautical Engineering, Tehran, Iran

(Received: 03/08/2019, Accepted: 18/01/2020)

### **Abstract**

In this paper, we consider the problem of sensor placement for passive source localization under conditions where there are multiple sources and noise measurement is distance dependent. To this end, first we derive the Cramer-Rao bound for the angle of arrival (AOA) based source localization for distance-dependent noise model and existence of multiple sources. Then, the optimal arrangement of sensors to achieve this bound is obtained.

**Keywords:** Sensors Placement, Passive Sources Localization, Multiple Sources, Distance-Dependent Noise

---

\* Corresponding author E-mail: [jalil.mazloun@ssau.ac.ir](mailto:jalil.mazloun@ssau.ac.ir)