

# مطالعه عددی اثر شکل هندسی و ارتفاع سقوط پرتابه بر سرعت حرکت

## در آب به روش کوپل اویلری-لاگرانژی

محمدحسین تقی‌زاده ولدی<sup>۱</sup> محمدرضا عطرچیان<sup>۲</sup> عطا جعفری شالکوهی<sup>۳</sup> الهام چاوشی<sup>۴</sup>  
 گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اصفهان (خوراسگان) گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بندر انزلی گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اصفهان (خوراسگان)

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۱۱/۰۸؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۷/۲۸)

### چکیده

در این مقاله، با مدل‌سازی عددی مسئله ورود به آب پرتابه‌های سه بعدی با اشکال هندسی مختلف و ارتفاع سقوط و آرایش سوراخ‌های متفاوت به روش کوپل اویلری-لاگرانژی، تاثیر پارامترهای مذکور بر سرعت حرکت پرتابه در عمق آب و زمان و عمق جدایش حباب با استفاده از نرم‌افزار تجاری اجزای محدود آباکوس ۱۴/۶-۲ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حل عددی از مقایسه و تطابق مناسب با نتایج تئوری و آزمایشگاهی موجود شامل مسیر حرکت یک پرتابه کروی در عمق آب، شکل حباب هوای تشکیل شده و زمان و عمق جدایش آن، صحت سنجی گردید که بیانگر دقت و کاربرد الگوریتم عددی مورد استفاده بود. نتایج نشان داد که عمق جدایش حباب متاثر از شکل هندسی پرتابه است و با افزایش ارتفاع سقوط آن از سطح آزاد آب، به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. در حالی که، زمان جدایش حباب تابع ضعیفی از پارامترهای مذکور می‌باشد. همچنین، نیروی پسا بر پرتابه‌های با سطح تماس مسطح و تیزگونه، به ترتیب بیشترین و کمترین تاثیر را دارد. از این رو، پرتابه مکعبی که از بیشترین استهلاک سرعت در عمق آب برخوردار است، با سرعت ۱/۵۷m/s به بستر مدل برخورد نموده و جدایش حباب در عمق ۶۳cm رخ می‌دهد. در حالی که، پرتابه مخروطی با کمترین استهلاک سرعت در عمق آب، دارای سرعت برخورد ۳/۸۸m/s است و جدایش حباب در عمق ۹۸cm اتفاق می‌افتد.

**واژه‌های کلیدی:** ورود به آب، شکل هندسی، آرایش سوراخ، ارتفاع سقوط، کوپل اویلری-لاگرانژی

## Numerical Study of the Effect of Geometric Shape, Holes Distribution, and Drop Height of Projectile on Deepwater Velocity, Using Coupled Eulerian-Lagrangian Method

M.H. Taghizadeh Valdi

Department of Civil Engineering,  
Isfahan (Khorasgan) Branch,  
Islamic Azad University,  
Isfahan, Iran

M.R. Atrechian

Department of Civil  
Engineering, Zanjan Branch,  
Islamic Azad University,  
Zanjan, Iran

A. Jafary Shalkoohy

Department of Civil  
Engineering, Bandar Anzali  
Branch, Islamic Azad  
University,  
Bandar Anzali, Iran

E. Chavoshi

Department of Civil  
Engineering, Isfahan  
(Khorasgan) Branch,  
Islamic Azad University,  
Isfahan, Iran

(Received: 28/January/2018 ; Accepted: 20/October/2018)

### ABSTRACT

In this paper, water entry problem of three-dimensional projectiles with various geometrical shapes and different drop heights and holes distribution was numerically simulated by coupled Eulerian-Lagrangian (CEL) method and the effect of mentioned parameters on deepwater velocity and pinch-off time and depth was investigated by the commercial software Abaqus 6.14-2. The numerical results were verified by comparison and proper adaptation with available theoretical and experimental results, such as the movement trajectory of a spherical projectile in water depth, shape of formed air cavity, and pinch-off time and depth, which revealed the accuracy and capability of the numerical algorithm used. The results revealed that pinch-off depth is influenced by projectile geometrical shapes and significantly increases along with increased drop height from free water surface, while the pinch-off time is a very weak function of mentioned parameters. Also, the drag force of water has the highest and lowest effect on flat and pointy-nose projectiles, respectively. Hence, the cubical projectile with the highest velocity depreciation impact on the model bed with a velocity of 1.57m/sec and pinch-off depth occurs at a depth of 63cm, while the conical projectile with the lowest velocity depreciation has an impact velocity of 3.88m/sec and pinch-off depth occurs at a depth of 98cm.

**Keywords:** Water Entry, Geometric Shape, Holes Distribution, Drop Height, Coupled Eulerian-Lagrangian

Method

۱- دانشجوی دکتری: mh.taghizadeh@khuisf.ac.ir

۲- استادیار (نویسنده پاسخگو): m.atrechian@iauz.ac.ir

۳- استادیار: jafary@iaubanz.ac.ir

۴- استادیار: e.chavoshi@khuisf.ac.ir

## ۱- مقدمه

جمله کد پنل سه بعدی، روش المان مرزی دوبعدی و مدل‌سازی المان محدود، محاسبه شده بود [۱۰]. با نتایج آزمایشگاهی و نتایج تحلیلی واگنر [۱۱] و چوانگ [۱۲] مقایسه و تطابق مناسبی مشاهده نمودند. پارک و همکاران نیز در سال ۲۰۰۳ روش عددی برای محاسبه نیروهای برخورد و کماتش اجسامی که با سرعت زیاد وارد آب می‌شوند را ارائه کردند [۱۳]. باتیستین و افراتی در همان سال به بررسی عددی ورود به آب به صورت عمودی یک جسم دوبعدی متقارن و غیرمتقارن با شکل دلخواه پرداختند [۱۴]. کوربکین و اوکوسو در سال ۲۰۰۴ پژوهشی بر روی کوپلینگ هیدروالاستیکی مدل المان محدود با تئوری واگنر برای مسئله برخورد به آب انجام دادند [۱۵]. کلیفسمن و همکاران در سال ۲۰۰۵ مسئله ورود به آب را برای اجسام گوه‌ای و استوانه‌ای شکل با حل معادلات ناویر-استوکس و با استفاده از روش نسبت حجمی سیال و گسسته‌سازی معادلات روی شبکه کارترین ثابت به صورت دوبعدی بررسی کردند [۱۶]. کیم و همکاران در سال ۲۰۰۷ مسئله ورود به آب را برای اجسام متقارن با استفاده از روش هیدرودینامیک ذره تحلیل نمودند [۱۷]. یانگ و همکاران نیز در سال ۲۰۰۷ ورود به آب تیغه‌های متقارن و غیرمتقارن را با زوایای ورود خیلی کم (کمتر از ۳ و ۴ درجه) مورد بررسی قرار دادند [۱۸]. فایرلی کلراک و تویتنس در همان سال پژوهشی را در خصوص برخورد مقطع‌های گوه‌ای شکل با سرعت ثابت به سطح آب انجام دادند [۱۹]. در سال ۲۰۱۰ آریستوف و همکاران در یک تحقیق جامع، ورود به آب عمودی کره‌های با چگالی مختلف را با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی و تئوری مورد بررسی قرار دادند. آنها زمان و عمق جدایش حباب و عمق نفوذ کره در لحظه جدایش را با استفاده از مشاهدات آزمایشگاهی محاسبه نمودند [۲۰]. یانگ و کیو در سال ۲۰۱۲، نیروهای وارد بر پرتابه را در حین ورود به آب به صورت عددی تحلیل کرده‌اند [۲۱]. در سال ۲۰۱۲، وو با استفاده از روش المان مرزی به شبیه‌سازی پدیده برخورد گوه با سطح آب پرداخت [۲۲]. منصورزاده و همکاران در سال ۲۰۱۳، با بهره‌گیری از دینامیک سیالات محاسباتی، به استخراج بخشی از ضرایب هیدرودینامیکی یک ربات هوشمند زیر آبی پرداخته و با استفاده از آنها، پایداری دینامیکی ربات ضمن حرکت، در صفحه افقی مورد بررسی قرار دادند [۲۳].

مطالعه برخورد هیدرودینامیک اجسام جامد با سطح آب بیش از ۸۰ سال است که از اهمیت ویژه‌ای برای طراحان سازه برخوردار می‌باشد. پیش‌بینی صحیح نیروهای برخورد با آب، در طراحی زیر دریایی‌ها، تسهیلات نظامی دریایی، پرتابه‌های مورد استفاده در تراکم دینامیکی بستر دریا و سازه‌هایی که در معرض نیروی پسا آب قرار دارند، از اهمیت بسیاری برخوردار است. در سه دهه اخیر محققین فراوانی با استفاده از روش‌های مختلف به بررسی مسئله ورود به آب پرداخته‌اند. اولین پژوهشی که در مورد تعیین تحلیلی نیروهای برخورد به آب منتشر شده است به سال ۱۹۲۹ باز می‌گردد. ونکارمن با استفاده از اصول ساده همچون بقای مومنتوم و مفهوم جرم اضافه شده، نیروهای برخوردی را که هنگام ورود به آب شناورها به آنها اعمال می‌شوند، محاسبه نمود [۱]. در سال ۱۹۳۰، واتانابه برخورد مخروط‌ها با آب را مورد مطالعه قرار داد. مخروط‌ها که وزن‌های مختلفی داشتند و از ارتفاع‌های متفاوت به داخل آب رها می‌شدند، مجهز به یک اندازه‌گیر پیزوالکتریک متصل به نوسان‌سنج بودند تا امکان ثبت تغییرات نیروی حاصل از برخورد با آب وجود داشته باشد [۲-۳]. تا سال ۱۹۵۹، بیشتر پژوهش‌های انجام شده توسط محققین، به گسترش تصویر فیزیکی ارائه شده توسط ونکارمن پرداخته‌اند که مروری جامع بر آنها توسط شبه‌لی ارائه گردیده است [۴]. در سال ۱۹۹۱، میلو مسئله ورود به آب کره‌های صلب را بررسی کرد. وی یک حل تحلیلی برای تعیین نیروهای برخورد در حین ورود زاویه‌دار کره به آب توسعه داد [۵-۶]. در همان سال هویسون نتایج تحلیلی گذشته در مورد برخورد اجسام دوبعدی با سطح آب را گسترش داد [۷]. بررسی‌های آزمایشگاهی در سال ۱۹۹۳ نیز توسط نیو و همکاران با مطالعه برخورد به آب اجسام منشوری با دماغه‌های متفاوت، ادامه پیدا کرد [۸]. آنجیلری و اسپیزیکا در سال ۱۹۹۵ با استفاده از روش المان محدود، برخورد عمودی یک کره صلب را بر روی سطح آب بررسی کردند و آزمایش‌هایی برای به دست آوردن تغییرات شتاب کره حین برخورد را در جهت صحت‌سنجی روش عددی مورد استفاده، انجام دادند [۹]. در سال ۲۰۰۳، اینگل و لوئیس نتایج فشارهای هیدرودینامیک حاصل از برخورد عمودی یک جسم صلب با سطح آب را که با استفاده از چندین روش مختلف از

سقوط آن که بیانگر حداکثر تاثیر ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آب بر سرعت استغراق آن است، تعیین می‌گردد. به منظور مدل‌سازی عددی حرکت پرتابه در آب و نحوه تغییر الگوی جریان در سطح آب از الگوریتم کوپل اوپلری-لاگرانژی استفاده شده است و با شبیه‌سازی تماس اوپلری-لاگرانژی در نرم‌افزار آباکوس، جسم لاگرانژی با ماده اوپلری برهم‌کنش می‌نماید. پرتابه یک جامد صلب در نظر گرفته شده و شبکه آن به صورت لاگرانژی ایجاد شده است. آب نیز یک سیال تراکم پذیر فرض شده است و شبکه آن با روش اوپلری تولید شده است. این مدل به صورت مؤثر و آسان‌تری نسبت به روش‌های رایج دینامیک سیالات محاسباتی، برهم‌کنش میان پرتابه و آب را مدل می‌کند.

## ۲- حل مسائل زمان‌مند با استفاده از روش المان محدود و کوپل روش‌های اوپلری-لاگرانژی

در مکانیک محیط‌های پیوسته، دو روش اوپلری و لاگرانژی برای توصیف حرکت در یک محیط پیوسته ارائه شده است. در روش لاگرانژی شبکه ایجاد شده روی ماده، همراه با آن تغییر شکل داده و المان دچار کرنش و اعوجاج می‌شود. این روش اگرچه ساده و سریع است، اما زمانی که تغییر شکل‌ها بزرگ باشد، تغییر شکل شدید المان‌ها مشکلاتی را برای تحلیل به وجود می‌آورد. این مشکلات حتی با افزایش تعداد المان‌ها در محدوده تغییر شکل بزرگ نیز برطرف نمی‌گردد [۲۹].

حل مسائل با استفاده از شبکه‌بندی لاگرانژی در صورتی که تغییر شکل المان‌ها زیاد نباشد، مقرون به صرفه و دقیق است. لذا استفاده از این روش برای شبکه‌بندی جامدات، بسیار مرسوم و معقول است. اما اگر تغییر شکل‌ها بزرگ باشد، استفاده از این روش مشکلات فراوان ناشی از تراکم المان‌ها در یک ناحیه و برخورد المان‌ها با یکدیگر را به دنبال دارد. بنابراین، در حل مسائلی مانند برهم‌کنش سیالات و جامدات که تغییر شکل‌های بسیار بزرگ وجود دارد، روش لاگرانژی دچار تغییر شکل بسیار زیاد شده و دقت خود را از دست می‌دهد. برای این‌گونه مسائل می‌توان از روش شبکه‌بندی مجدد در گام‌های مختلف استفاده نمود؛ اما این روش نیز دارای مشکلاتی مانند اتلاف زمانی زیاد

احمدزاده و همکاران در سال ۲۰۱۴، شبیه‌سازی عددی برخورد آزاد یک کره با سطح آب را به روش کوپل اوپلری-لاگرانژی انجام دادند [۲۴]. عرفانیان و مقیمان در سال ۲۰۱۵، مسئله ورود به آب یک پرتابه سه‌بعدی با دماغه نیم‌کروی با استفاده از روش آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار دادند [۲۵]. نگوین و همکاران در سال ۲۰۱۶ با استفاده از یک روش شبکه متحرک، مدت زمان واقعی حرکت اجسام ورودی به آب را با ترکیبی از مدل حرکت جسم صلب در شرایط شش درجه آزادی و محاسبه عددی میدان جریان چند مرحله‌ای که توسط اثر کوپل سوپرکوییتی و حرکت جسم به‌دست آمد، پیش‌بینی کردند [۲۶]. میرزایی و همکاران در سال ۲۰۱۶، یک ایده مطرح کردند که مدل‌های نیروی برنامه‌ریزی شده موجود، اندرکنش‌های غیرخطی بین فازهای جامد، مایع و گاز را تضعیف می‌کند و اغلب بسیار ساده و نادرست هستند. آنها یک مدل حرکت شش درجه آزادی برای اجسام متحرک سوپرکوییتی با تعریف مجدد نیروی برنامه‌ریزی شده فضایی ایجاد کردند و یک طرح کنترل ترکیبی بر اساس شناسایی نیروی برنامه‌ریزی شده ایجاد کردند که باعث افزایش پایداری اجسام متحرک سوپرکوییتی شد [۲۷]. ایران‌منش و پسندیده‌فرد در سال ۲۰۱۷، یک مدل عددی سه‌بعدی به‌منظور شبیه‌سازی هیدرودینامیکی ورود به آب یک استوانه مدور به صورت افقی، ارائه نمودند. آنها اثرات پارامترهای مختلف مانند ابعاد، طول، نسبت تراکم و سرعت برخورد استوانه را مورد بررسی قرار دادند [۲۸].

در همه پژوهش‌هایی که مورد بررسی قرار گرفت، مدل‌سازی عددی تنها برای یک جسم دوبعدی و سه‌بعدی با هندسه منظم انجام شده است و مقایسه‌ای بین مسائل ورود به آب اجسام با اشکال هندسی مختلف صورت نگرفته است. تحلیل‌های اوپلری-لاگرانژین رویکرد مناسبی برای حل مسائل پیچیده که در آنها نرخ‌های زیاد تغییر شکل و یا هندسه‌های پیچیده پرتابه وجود دارد، است. در این مقاله، مسئله ورود به آب پرتابه‌های سه‌بعدی با اشکال هندسی مختلف شامل مکعب، استوانه، کره، هرم و مخروط به صورت عددی شبیه‌سازی شده است و تاثیر شکل هندسی، ارتفاع سقوط از سطح آزاد آب و تعداد و آرایش سوراخ‌های پرتابه بر سرعت حرکت آن در عمق آب بررسی می‌شود. سپس زمان و عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه و ارتفاع بهینه

این مواد در هر بازه زمانی محاسبه می‌شود. اگر مجموع تمام کسر حجمی اویلری یک المان، کمتر از یک باشد، مقدار باقی مانده تهی (بدون جرم و استحکام) در نظر گرفته می‌شود. در این روش، در هر بازه زمانی، مرز بین هر دو ماده با استفاده از یک صفحه صاف مشخص می‌شود. از این رو، روش اویلری تنها برای المان‌های سه بعدی به کار برده می‌شود. این فرض یک مرز تقریبی برای هر ماده در نظر می‌گیرد و آن ماده را از ماده‌ای دیگر که در همسایگی آن قرار دارد، تفکیک می‌کند. بنابراین، شبکه‌بندی مربوط به روش اویلری، باید یک شبکه کاملاً منظم باشد [۳۱].

### ۳- مدل‌سازی اجزای محدود

روش اجزای محدود یک روش عددی برای رسیدن به حل تقریبی در بسیاری از مسایل فیزیکی و مهندسی است که رفتار حاکم بر آنها توسط یک (و یا یک دستگاه) معادله دیفرانسیل بیان می‌شود. در این روش از توابع پیوسته چند تکه‌ای و هموار برای تقریب کمیت مجهول مورد نظر سود برده می‌شود. هدف اصلی در روش اجزای محدود، یافتن حل یک مسئله پیچیده از طریق جایگزینی آن با یک مدل ساده‌تر است. در روش اجزای محدود، ناحیه حل به صورت مجموعه‌ای از زیر ناحیه‌های کوچک متصل به هم، به نام المان و یا اجزای محدود در نظر گرفته می‌شود. در ادامه برای هر قطعه یا المان یک حل تقریبی مناسب فرض می‌شود. با سوار نمودن این اجزاء و ... شرایط تعادل کلی سیستم (مانند سازه) استخراج می‌شود. با ارضای این شرایط جواب تقریبی برای کمیت مورد نظر (تغییر مکان‌ها) به دست می‌آید.

#### ۳-۱- معادله انرژی و منحنی هوگونیوت

معادله بقای انرژی برابر با افزایش انرژی داخلی بر واحد جرم  $E_m$  به نرخ کار ایجاد شده ناشی از تنش‌ها و نرخ افزایش دما است. در غیاب هدایت گرمایی، معادله انرژی را می‌توان به شکل رابطه (۱) نوشت.

$$\rho \frac{\partial E_m}{\partial t} = (p - p_{bv}) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + s : \dot{\epsilon} + \rho \dot{Q} \quad (1)$$

در این رابطه،  $p$  تنش فشاری است که در جهت تراکم، مثبت فرض می‌شود.  $E_m$  انرژی بر واحد جرم،  $\rho$  چگالی،  $p_{bv}$  تنش فشاری مربوط به لزجت حجمی،  $\dot{Q}$  نرخ گرما بر واحد حجم و  $s$  تانسور تنش می‌باشد که به صورت عددی در

است. یکی از روش‌های رفع این مشکل استفاده از شبکه‌بندی اویلری است.

در روش اویلری، گره‌ها ثابت هستند و ماده در آنها حرکت کرده یا تغییر شکل می‌دهد. بنابراین نظم شبکه حفظ می‌شود. المان‌های اویلری ممکن است به طور کامل از یک ماده تشکیل نشده و شامل چندین ماده و یا فضای خالی باشند؛ بنابراین، شرایط مرزی هر ماده اویلری باید در هر بازه زمانی حل، محاسبه شده و مرز هر ماده مشخص شود. در روش لاگرانژی، گره‌ها نسبت به ماده در جای خود ثابت هستند و المان‌ها همان‌طور که ماده تغییر شکل پیدا می‌کند، دچار تغییر شکل می‌شوند. المان‌های لاگرانژی، به طور کامل از یک ماده تشکیل شده است و شرایط مرزی ماده، منطبق بر محدوده المان است. شبکه‌بندی اویلری معمولاً به شکل المان‌های مکعب مستطیل منظم هستند که باعث می‌شود درصد هر ماده و مرز آن در یک المان آسان‌تر مشخص گردد. اگر هر ماده اویلری از محیط شبکه‌بندی اویلری خارج شود، از دامنه محاسباتی نیز خارج می‌گردد. ماده اویلری می‌تواند با ماده لاگرانژین در تماس باشد که به تماس اویلری-لاگرانژین معروف است. شبیه‌سازی‌هایی که از این نوع تماس استفاده می‌کنند، آنالیزهای کوپل اویلری-لاگرانژین نامیده می‌شوند. این ابزار قدرتمند این امکان را ایجاد می‌کند که بتوان بسیاری از مسائل چند فازی از جمله تماس سازه با سیال را حل کرد. چندین معادله حالت متفاوت برای بیان رفتار هیدرودینامیکی مواد در نرم‌افزار آباکوس وجود دارد. معادله حالت، یک معادله پایه است که فشار را به صورت تابعی از چگالی و انرژی داخلی تعریف می‌کند [۳۰].

در این مسئله، سیال (آب) دچار تغییر شکل بزرگ می‌شود، پس شبکه‌بندی اویلری برای آن مناسب است. اما جسم صلب (پرتابه)، تغییر شکل‌های کوچک نسبت به سیال خواهد داشت. لذا بهتر است که شبکه‌بندی لاگرانژی داشته باشد. برای پیاده‌سازی این روش به این ترتیب عمل می‌شود که موقعیت ماده اویلری در محیط مش‌بندی، با محاسبه کسر حجمی اویلری در هر المان مشخص می‌شود. اگر المانی به‌طور کامل از ماده پر شده باشد، مقدار کسر حجمی اویلری آن یک و اگر ماده‌ای در آن قرار نگیرد، کسر حجمی اویلری آن صفر است. المان‌های اویلری ممکن است شامل بیش از یک ماده باشد که کسر حجمی اویلری هر یک از

در این رابطه،  $p_H$  و  $E_H$  به ترتیب فشار هوگونیوت و انرژی هوگونیوت بوده و تنها تابع وابسته به چگالی می‌باشند.  $\Gamma$  نسبت گرانزین است که طبق رابطه (۵)، تعریف می‌شود.

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{\rho_0}{\rho} \quad (5)$$

در این رابطه،  $\Gamma_0$  ثابت ماده و  $\rho_0$  چگالی مرجع است. انرژی هوگونیوت  $E_H$  با فشار هوگونیوت  $p_H$  از طریق رابطه (۶) به هم وابسته‌اند.

$$E_H = \frac{p_H \eta}{2\rho_0} \quad (6)$$

در این رابطه،  $\eta$  کرنش تراکمی حجمی است و به صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود.

$$\eta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \quad (7)$$

با حذف  $\Gamma$  و  $E_H$ ، رابطه (۸) حاصل می‌شود.

$$p = p_H \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m \quad (8)$$

### ۳-۳- فرم هوگونیوت خطی $U_s - U_p$

معادله حالت و معادله انرژی، معادلات کوپل شده‌ای برای فشار و انرژی داخلی ارائه می‌دهند. نرم‌افزار آباکوس به‌طور همزمان هر یک از این معادلات را در هر نقطه از جسم با روش صریح حل می‌کند. رابطه معمول برای داده‌های هوگونیوت به صورت رابطه (۹) است.

$$p_H = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \quad (9)$$

در این رابطه،  $C_0$  و  $s$  رابطه خطی بین سرعت خطی شوک  $U_s$  و سرعت مخصوص  $U_p$  را با رابطه (۱۰) تعریف می‌کنند.

$$U_s = C_0 + s U_p \quad (10)$$

با فرضیات فوق، فرم هوگونیوت خطی  $U_s - U_p$  طبق رابطه (۱۱) نوشته می‌شود.

$$p = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2}\right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m \quad (11)$$

در این رابطه،  $\rho_0 C_0^2$  معادل ضریب حجمی الاستیک، تحت یک کرنش اسمی کوچک است. مخرج معادله (۹) نباید صفر شود؛ بنابراین، یک مقدار حدی برای  $\rho$  و  $\eta$  به صورت روابط (۱۲-۱۳) تعریف می‌شود.

$$\eta_{lim} = \frac{1}{s} \quad (12)$$

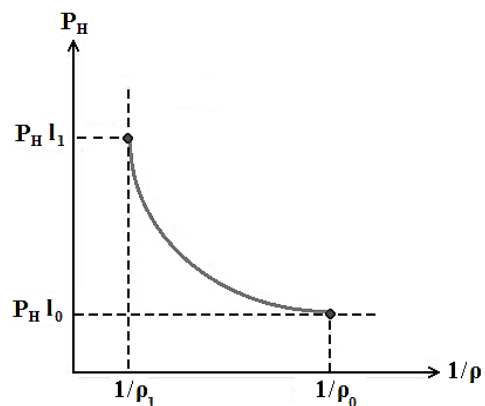
تانسور نرخ کرنش ( $\dot{\epsilon}$ ) ضرب شده است. فرض می‌شود که معادله حالت برای فشار به عنوان تابعی از چگالی  $\rho$  و انرژی داخلی بر واحد جرم  $E_m$  باشد. لذا مطابق رابطه (۲) خواهیم داشت:

$$p = f(\rho, E_m) \quad (2)$$

انرژی داخلی را می‌توان از معادله (۲) حذف کرد تا رابطه‌ای بین فشار  $p$  و حجم  $V$  (که  $V$  حجم اولیه است) یا عکس چگالی حاصل شود یا به صورت معادل رابطه‌ای بین  $p$  و  $1/\rho$  به دست آید. معادله مذکور به جنسی که با معادله حالت تعریف شده است، به صورت یکتا وابسته است. این رابطه یکتا به نام منحنی هوگونیوت شناخته می‌شود و بیانگر مکان هندسی حالت‌های فشار - حجم قابل حصول در پشت یک شوک است. فشار هوگونیوت  $p_H$ ، تنها تابعی از چگالی است و عموماً از ترسیم داده‌های تجربی حاصل می‌شود. معادله حالت به صورت خطی در نظر گرفته شده و می‌تواند به شکل رابطه (۳) نوشته شود.

$$p = f + g E_m \quad (3)$$

در این رابطه،  $f(\rho)$  و  $g(\rho)$  تنها توابعی از چگالی هستند و وابسته به معادله خاصی از مدل حالت هستند. در شکل ۱ بیان شماتیکی از منحنی هوگونیوت ارائه شده است [۳۲].



شکل (۱): بیان شماتیکی از منحنی هوگونیوت.

### ۳-۲- معادله می-گرانزین

همان‌طور که پیش‌تر گفته شد برای بیان رفتار ماده اوپلری از یک معادله حالت استفاده شده است. معادله حالت می-گرانزین برای انرژی خطی است و شکل معمول آن به شکل رابطه (۴) می‌باشد [۳۲].

$$p - p_H = \Gamma \rho (E_m - E_H) \quad (4)$$

معادله حالت Us-Up تعریف می‌گردد. در مرحله بعد پرتابه و آب به صورت وابسته مونتاژ می‌شود. به منظور شبیه‌سازی سقوط پرتابه از بالای سطح آزاد آب، ابتدا موقعیت قرارگیری پرتابه نسبت به آب طوری در نظر گرفته می‌شود که مماس بر سطح آب باشد و سپس سرعت ثانویه پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب، به آن اختصاص داده می‌شود. بنابراین، پرتابه به مرکز آب و مماس بر سطح آن انتقال داده می‌شود. در مرحله بعد، نوع آنالیز به صورت دینامیکی صریح انتخاب می‌گردد. مدت زمان تجزیه و تحلیل حرکت پرتابه از لحظه رها شدن تا حرکت در عمق آب و برخورد با بستر مدل، برابر با ۰/۵ ثانیه لحاظ شده است و اثر غیرخطی هندسی برای کنترل تغییر مکان‌های بزرگ، فعال می‌شود. سپس با تعریف یک نقطه مرجع و اختصاص آن به پرتابه، خروجی‌های مورد نیاز مانند مقادیر جابجایی و سرعت در جهت قائم انتخاب می‌گردد. نرم‌افزار آباکوس بر اساس الگوریتم تعریف شده خود حداکثر سختی را بین پرتابه و مرز تماس ماده اوپلری در نظر می‌گیرد. روش حل اوپلری به این صورت است که مش‌های تعریف شده برای پرتابه در بین مش‌های آب حرکت می‌کند و مرز بین ماده لاگرانژی و اوپلری توسط آباکوس تشخیص داده می‌شود و به روش جریمه، نحوه تماس بین این دو ماده، با در نظر گرفتن سختی بین مرز لاگرانژی و اوپلری حل می‌گردد. سپس جرم متمرکز بر حسب کیلوگرم به پرتابه اختصاص داده می‌شود و ممان اینرسی پرتابه در هر سه جهت X، Y و Z تعریف می‌گردد. در مرحله بعد، پرتابه به صورت یک جسم صلب تعریف می‌شود که در تمام جهات دارای آزادی حرکت است. شتاب گرانش نیز برابر  $9.81 \text{ m/s}^2$  در جهت Y تعریف می‌گردد و مرز اوپلری از نوع غیرانعکاسی، به طرفین دامنه محاسباتی آب اختصاص داده می‌شود. این شرایط مرزی مخصوص روش اوپلری است و موجب می‌شود که موج انتشار یافته در اثر برخورد پرتابه با سطح آب، پس از رسیدن به این مرزها مجدداً به دامنه محاسباتی برگشت نکرده و توسط این مرزها جذب شود. در واقع، با این شرایط مرزی، سطح آب به صورت بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود. با فرض این که پرتابه از ارتفاع H بالای سطح آزاد آب و از حالت سکون با سرعت اولیه  $(V_0)$  برابر صفر رها شده است، بر طبق معادله سقوط آزاد اجسام، سرعت ثانویه (V) آن در لحظه برخورد با سطح آب محاسبه می‌شود و این سرعت در

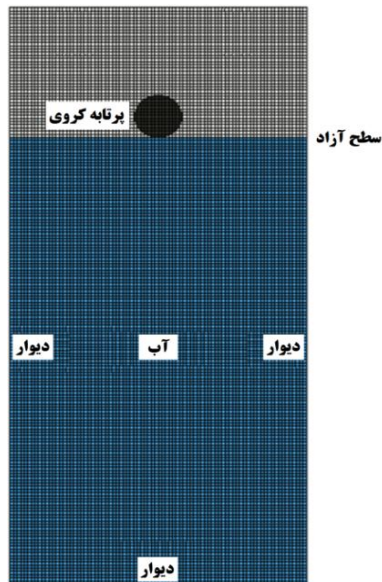
$$\rho_{lim} = \frac{\rho_0}{s-1} \quad (13)$$

در این محدوده یک حداقل کشش وجود دارد که سبب می‌شود سرعت‌های منفی برای ماده محاسبه شود. معادله حالت خطی  $U_s - U_p$  می‌تواند برای مدل‌سازی جریان‌های آرام غیرقابل تراکم لزج و غیر لزج با معادلات حرکت ناویر-استوکس استفاده شود. پاسخ حجمی، زمانی که مدول حجمی به‌عنوان یک پارامتر جریمه برای قید غیرقابل تراکم عمل می‌کند، توسط معادله حالت کنترل می‌شود [۳۲].

#### ۴- پیاده‌سازی مسئله ورود به آب پرتابه به روش کوپل اوپلری-لاگرانژی در آباکوس

برای شبیه‌سازی مسئله ورود به آب پرتابه و پیاده‌سازی روش کوپل اوپلری-لاگرانژی در آباکوس، ابتدا مدل هندسی پرتابه و آب ایجاد می‌گردد. سپس در سطح آب یک پارتیشن جهت تعریف نمودن نواحی آب و فضای خالی ایجاد می‌شود. به‌علت آن که سیال (آب) دچار تغییر شکل بزرگ خواهد شد، شبکه‌بندی اوپلری برای آن مناسب است. اما جسم صلب (پرتابه)، تغییر شکل‌های کوچک نسبت به سیال دارد. لذا شبکه‌بندی آن به صورت لاگرانژی در نظر گرفته می‌شود. سپس مشخصات مصالح برای پرتابه و آب تعریف شده و به آنها اختصاص داده می‌شود. این مشخصات برای پرتابه شامل چگالی ( $\rho$ )، مدول یانگ (E) و نسبت پواسون ( $\nu$ ) است. در روش کوپل اوپلری-لاگرانژی وقتی پرتابه به صورت صلب در نظر گرفته شود مقادیر مدول یانگ و نسبت پواسون علی‌رغم عدم تاثیر در نتایج، باید برای نرم‌افزار تعریف گردند. برای تعریف مشخصات آب، علاوه بر چگالی ( $\rho_w$ ) و لزجت دینامیکی ( $\eta$ )، یک معادله حالت (EOS) از نوع Us-Up انتخاب می‌گردد که برای تعریف کردن ماده آب در روش اوپلری-لاگرانژی است که در نرم‌افزار آباکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد. تئوری مربوط به معادله حالت Us-Up در راهنمای آباکوس به تفصیل توضیح داده شده است. از این معادله حالت برای شبیه‌سازی جریان ناویر-استوکس زمانی که آشفتگی جریان ناچیز باشد استفاده می‌گردد. چون در مسائل ضربه عمده نیروهای وارد به جسم، فشاری است با تقریب مناسبی می‌توانیم از این معادله حالت، استفاده نماییم. سپس پارامترهایی مانند سرعت صوت در آب  $C_0$ ، ضریب ثابت در معادله سرعت شوک s و ثابت ماده در معادله حالت گرانیژین  $\Gamma_0$  برای

آزادانه در تمام جهات با شش درجه آزادی حرکت نماید. در جدول ۱، خصوصیات فیزیکی مدل اویلری ارائه شده است.



شکل (۲): دامنه محاسباتی، شرایط مرزی و شبکه مش‌بندی برای مسئله ورود پرتابه کروی به آب.

جدول (۱): مشخصات هندسی و خواص فیزیکی مدل اویلری

نوع سیال	ابعاد مدل (m)	دما (C°)	چگالی جرمی (ρ) (kg/m³)	سرعت صوت (C <sub>0</sub> ) (m/sec)	لزجت دینامیکی (η <sub>w</sub> ) (kgs/m²)
آب	۲x۲x۱	۲۰	۱۰۰۰	۱۴۵۰	۰/۰۰۱

ثابت ماده در معادله حالت گرانزین (۲) و ضریب ثابت در معادله سرعت شوک (S) برابر صفر فرض شده است.

در شکل ۳، تصویر شماتیک از تجهیزات آزمایش آریستوف و همکاران [۲۰] نشان داده شده است که شامل تانک آزمایش، گره، دریچه رهاکننده، سامانه نورپردازی و دوربین با سرعت بالا است. یک پرتابه کروی در ارتفاع H بالای سطح آب درون مخزن، نگه داشته شده است. مخزن دارای ابعاد ۳۰x۵۰x۶۰cm است و به وسیله یک مجموعه‌ای از دوازده لامپ فلورسنتی ۳۲w روشن می‌گردد. یک پخش‌کننده نور برای تامین نور یکنواخت استفاده شده است و تمهیدات لازم به منظور این که سطح آب عاری از گرد و غبار باشد، انجام گرفته است. ابعاد تانک طوری انتخاب شده است که دیواره‌های اطراف آن، تاثیر ناچیزی بر نتایج داشته

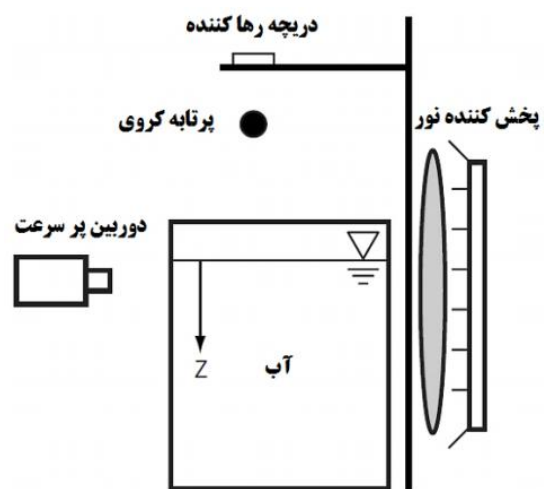
جهت قائم، به پرتابه اعمال می‌شود. سپس با تخصیص مصالح، نواحی اویلری و فضای خالی مشخص می‌گردد. قبل از آنالیز، قطعات مش‌بندی می‌شوند و اندازه مش برای سیال (آب) و جسم صلب (پرتابه) تعریف می‌گردد. مش آب از نوع اویلری و مش پرتابه، با روش ساختاریافته از نوع صریح انتخاب می‌شود. در پایان، مسئله حل می‌گردد و نتایج مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد.

## ۵- کالیبراسیون و اعتبارسنجی مدل عددی

قبل از مطالعه عددی تاثیر شکل هندسی، آرایش سوراخ‌ها و ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب بر سرعت برخورد آن با بستر مدل و زمان و عمق جدایش حباب، یک مدل عددی سه‌بعدی از یک پرتابه کروی که در مسائل مشابه توسط آریستوف و همکاران [۲۰] توسعه داده شده است، به منظور تایید و کالیبره کردن مدل محاسباتی در این پژوهش، ارائه شد و صحت مدل عددی با اطلاعات تئوری و آزمایشگاهی آنها مقایسه گردید. در شکل ۲، تصویر شماتیک از دامنه محاسباتی، شرایط مرزی و شبکه مش‌بندی برای مدل‌سازی عددی مسئله ورود پرتابه کروی به آب بر اساس مدل آزمایشگاهی آریستوف و همکاران نشان داده شده است. ابعاد دامنه محاسباتی طوری در نظر گرفته شده است که با افزایش آن تغییرات قابل ملاحظه‌ای در نتایج عددی حاصل نگردد. پرتابه کروی به صورت یک جسم صلب و دامنه اویلری به صورت یک مکعب به ابعاد ۳۰x۵۰x۶۰cm در نظر گرفته شده است. همچنین بررسی پلایش مش‌بندی به این صورت انجام شده است که در آن اندازه مش‌بندی به تدریج کاهش می‌یابد تا زمانی که تغییرات قابل توجه‌ای در نتایج محاسباتی دیده نشود. بنابراین دامنه اویلری (آب) شامل ۷۴۶،۱۷۲ المان مش‌بندی است. پرتابه کروی به صورت یک جامد لاگرانژی با استفاده از ۱۵،۰۰۰ المان مش‌بندی، مدل‌سازی شده است. همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد یک مش منظم به دامنه اویلری اختصاص داد شده است. در زمان اولیه (t=0)، دامنه اویلری به دو ناحیه فوقانی و تحتانی تقسیم می‌گردد. ناحیه فوقانی به صورت فضای خالی و ناحیه تحتانی به صورت آب ساکن تعریف می‌گردد. قطر پرتابه کروی ۲/۵۴cm است که با سرعت اولیه ۲/۱۷m/s در جهت عمود بر سطح آزاد آب سقوط می‌نماید و عدد رینولدز آن ۵۵،۰۰۰ است. پرتابه کروی می‌تواند

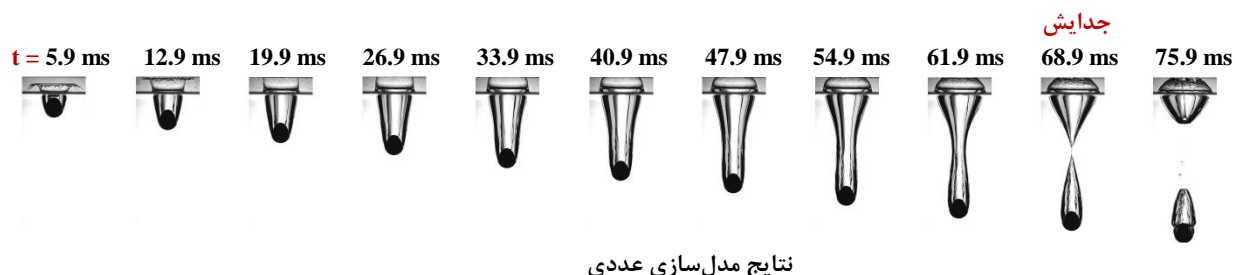
در شکل ۴، به مقایسه شکل‌گیری حباب هوا و زمان جدایش آن از انتهای پرتابه کروی در مدل‌سازی عددی و عکس‌برداری‌های آزمایشگاهی آریستوف و همکاران (۲۰۱۰) برای نسبت جرم  $\frac{\rho}{\rho_w} = 7/86$  پرداخته شده است [۲۰]. سرعت برخورد پرتابه کروی در زمان  $t=0$  برابر با  $2/17 \text{ m/s}$  است که در این لحظه مرکز پرتابه از سطح آزاد آب عبور می‌کند. در این شکل نشان می‌دهد که شکل‌گیری حباب هوا در اثر ورود پرتابه به آب در هر دو شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی در زمان‌های یکسان اتفاق می‌افتد و تنها شکل حباب در زمان جدایش آن از انتهای پرتابه در مدل‌سازی عددی به تصاویر، اضافه شده است. از مقایسه نتایج مدل‌سازی عددی با نتایج شبیه‌سازی آزمایشگاهی آریستوف و همکاران [۲۰] ملاحظه می‌گردد که نحوه شکل‌گیری حباب، رشد و جدایش آن (انبساط و انقباض) در هر دو مدل عددی و آزمایشگاهی تطابق خوبی با یکدیگر دارند. با این حال، زمان جدایش حباب در مدل‌سازی عددی با یک تاخیر زمانی در مقایسه با مدل آزمایشگاهی آریستوف و همکاران [۲۰] اتفاق می‌افتد. افزایش خطای عددی در طول زمان حل یکی از دلایل تفاوت بین نتایج عددی و آزمایشگاهی است.

باشد. پرتابه کروی پس از رها شدن از حالت سکون، با سرعت تقریبی  $U_0 \approx \sqrt{2gh}$  به سطح آب برخورد می‌کند. تاثیر برخورد پرتابه با سطح آب به وسیله دوربین پر سرعت با  $2,000 \text{ fps}$  ثبت می‌گردد. وضوح دوربین برابر با  $11/28 \times 27/55 \text{ cm}$  است و با وسعت دید  $46/46 \text{ px/cm}$  تنظیم شده است. جهت عکس‌برداری مناسب، جدار تانک آزمایش به صورت شیشه‌ای انتخاب شده و با چسب مخصوص آب‌بندی شده است. با پردازش اطلاعات حاصل از حرکت پرتابه کروی در عمق آب در زمان‌های مختلف، می‌توان موقعیت مکانی، سرعت، شتاب و نیروی وارد بر آن را تعیین نمود.

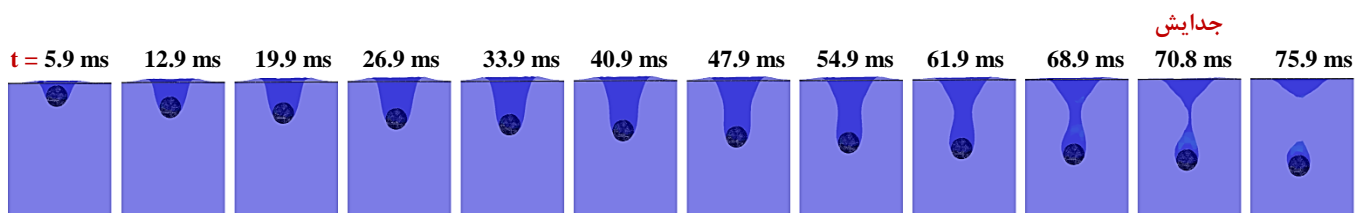


شکل (۳): تصویر شماتیک از تجهیزات آزمایش آریستوف و همکاران (۲۰۱۰) [۲۰]

نتایج شبیه‌سازی آزمایشگاهی آریستوف و همکاران (۲۰۱۰)



نتایج مدل‌سازی عددی



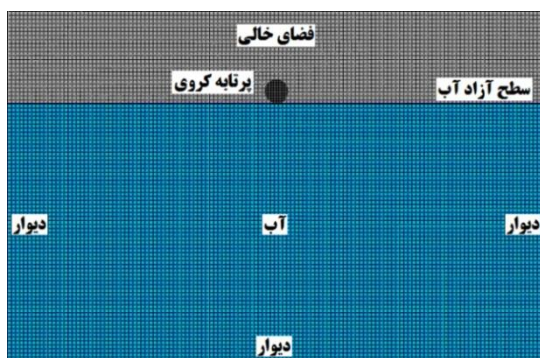
شکل (۴): مقایسه شکل‌گیری حباب هوا و زمان جدایش آن در مدل‌سازی عددی و شبیه‌سازی آزمایشگاهی آریستوف و همکاران [۲۰].



حاضر، دو جزء پرتابه و سیال با یکدیگر در ارتباط هستند. به علت بروز تغییرشکل‌های بزرگ در سیال و تغییر شکل‌های کوچک در پرتابه نسبت به سیال، از شبکه‌بندی اوپلری و شبکه‌بندی لاگرانژی به ترتیب برای سیال و پرتابه استفاده می‌شود.

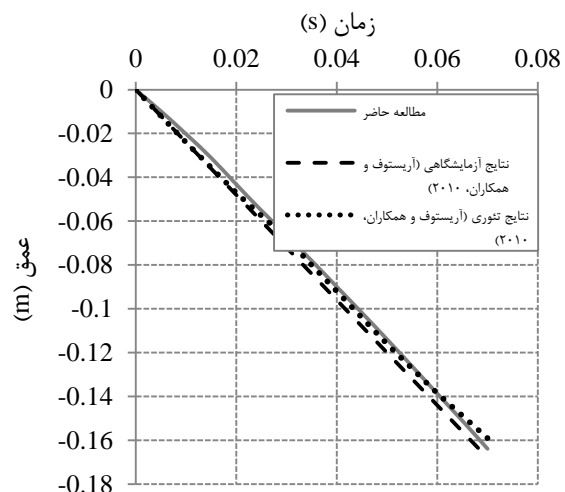
#### ۶-۱- تعریف مدل اوپلری

در شکل ۶، میدان محاسباتی، شرایط مرزی و مش‌بندی محیط حل عددی ورود پرتابه با اشکال هندسی مختلف به آب نشان داده شده است. در زمان صفر، ناحیه اوپلری به دو قسمت بالا و پایین تقسیم شده است. قسمت بالایی به عنوان فضای خالی و قسمت پایین به عنوان آب ساکن در نظر گرفته شده است. ابعاد دامنه محاسباتی به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده است که با افزایش آن، نتایج عددی تغییر چندانی ندارند. جهت مدل‌سازی سقوط پرتابه از ارتفاع مشخص بالای سطح آب، پرتابه دقیقاً مماس بر این سطح قرار داده شده و سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب، بر طبق معادله سقوط آزاد اجسام به آن اعمال می‌گردد. در مدل‌سازی برخورد جسم صلب با سطح آب، ابعاد مدل المان محدود آب باید حداقل ۸ برابر ابعاد جسم برخوردکننده باشد. لذا در این مدل‌سازی سه بعدی، محیط اوپلری به صورت مکعب مستطیل با ابعاد  $2 \times 2 \text{ m}$  و با عمق  $1 \text{ m}$  اختیار شده است. برای تعریف ماده آب در روش اوپلری-لاگرانژی از معادله حالت  $U_s - U_p$  استفاده شده است. این معادله حالت برای شبیه‌سازی جریان ناویر-استوکس، زمانی که آشفتگی جریان ناچیز باشد، کارایی دارد. در مسائلی که اثر برخورد ضربه ناشی از جسم صلب بر آب بررسی می‌گردد، عمده نیروی وارد بر جسم به صورت فشاری است. لذا با تقریب مناسب می‌توان این معادله حالت را جهت بررسی اثر ضربه اجسام بر آب، مورد استفاده قرار داد.



شکل (۶): مشخصات هندسی محیط حل عددی، شرایط مرزی و مش‌بندی میدان محاسباتی.

در شکل ۵، به مقایسه نمودارهای جابجایی-زمان پرتابه کرووی حاصل از مدل‌سازی عددی در این پژوهش با نتایج تئوری و آزمایشگاهی آریستوف و همکاران [۲۰] پرداخته شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی تطابق مناسبی با نتایج تئوری و آزمایشگاهی دارند. هر چند که در مدل‌سازی عددی، جابجایی پرتابه کرووی در عمق آب، بیشتر از مدل آزمایشگاهی است. به نظر می‌رسد به علت عدم توانایی مدل‌سازی آشفتگی در فرمول‌بندی اوپلری آباکوس و افزایش آشفتگی جریان با زمان، تفاوت کمی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود دارد.



شکل (۵): مقایسه نمودارهای جابجایی-زمان پرتابه کرووی حاصل از مدل‌سازی عددی با نتایج تئوری و آزمایشگاهی آریستوف و همکاران [۲۰].

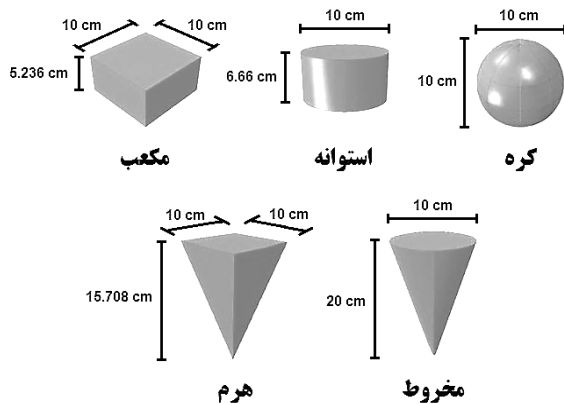
#### ۶-۲ مواد و روش‌ها

در نرم‌افزار آباکوس دو روش برای حل مسائل کوپل سازه و سیال وجود دارد که یکی از آنها روش کوپل سازه و سیال به روش لاگرانژی و روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD<sup>۱</sup>) بوده و روش دیگر کوپل سازه و سیال به روش اوپلری-لاگرانژی است. در روش اوپلری-لاگرانژی، دینامیک سیال و همچنین جابجایی‌ها و سرعت‌های سازه به خوبی پیش‌بینی شده، اما مقادیر فشار وارد بر سازه به دلیل ماهیت روش پهنالی در تماس بین سازه و سیال، دارای دقت پایین‌تری است. روش CFD حل مناسب‌تری را در مسائل سیالاتی ارائه می‌کند که در نرم‌افزار آباکوس امکان کوپل کردن این روش با روش سازه‌ای وجود دارد. در مسئله

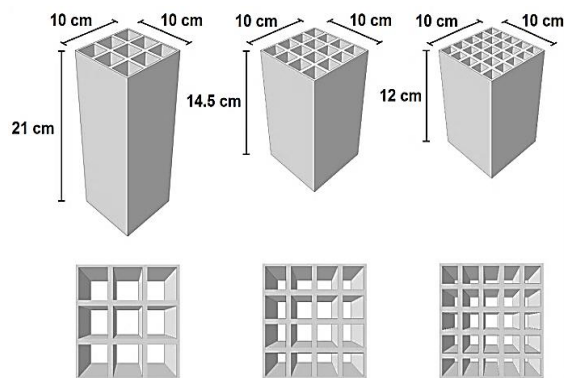
در این روابط،  $\rho$  چگالی،  $c$  سرعت صوت در سیال،  $p$  فشار،  $u$  سرعت عمود بر موج و  $X$  راستای عمود بر مرز است.

#### ۴-۶- تعریف مدل لاگرانژی

در شکل‌های ۸ و ۹، ابعاد پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف شامل مکعب، استوانه، کره، هرم و مخروط، و با تعداد سوراخ‌های متفاوت شامل ۹، ۱۶ و ۲۵ سوراخ به ترتیب با آرایش ماتریسی ۳×۳، ۴×۴ و ۵×۵ نشان داده شده است. این پرتابه‌ها از لحاظ مصالح، چگالی جرمی، مدول یانگ، نسبت پوآسون، حجم، جرم و ارتفاع سقوط از سطح آب یکسان می‌باشد و تنها تفاوت بین آنها، در شکل هندسی و تعداد سوراخ‌های هر پرتابه است. یکسان فرض نمودن پارامترهای مذکور در تمامی پرتابه‌ها به منظور بررسی تاثیر شکل هندسی و مشبک نمودن پرتابه بر سرعت حرکت آن در عمق آب، شکل‌گیری حباب و زمان و عمق جدایش آن از انتهای پرتابه و تاثیر نیروی پسا بر استهلاک سرعت پرتابه در لحظه برخورد با بستر مدل می‌باشد.



شکل (۸): ابعاد پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف.

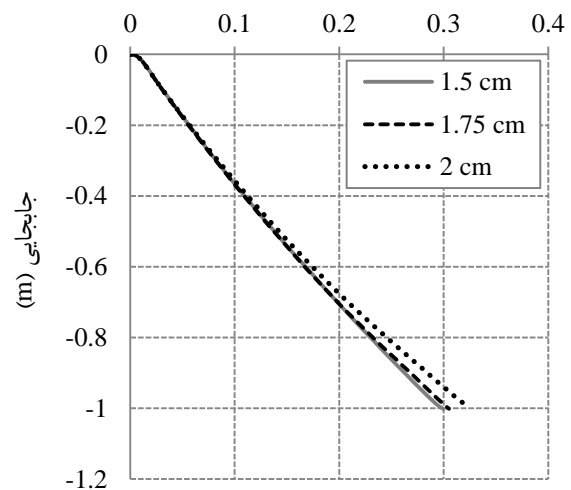


شکل (۹): ابعاد پرتابه‌ها با تعداد و آرایش سوراخ‌های مختلف.

#### ۲-۶- اندازه المان‌های مش‌بندی اویلری

برای مش‌بندی مدل اویلری از سلول‌های محاسباتی کاملاً منظم و سازمان‌یافته مربعی استفاده شده است. اندازه مش‌ها با روش سعی و خطا طوری انتخاب شده است که با کوچکتر شدن آن، نتایج عددی تغییر چندانی نداشته باشد. همان‌طور که در شکل ۷ ملاحظه می‌شود با کاهش اندازه شبکه مش‌بندی مدل اویلری به کمتر از ۱/۵cm، نمودارهای جابجایی-زمان و سرعت-زمان پرتابه کروی، تغییر ناچیزی دارند. لذا جهت تسریع زمان آنالیز، اندازه المان‌های مش‌بندی این مدل، برابر ۱/۵cm در نظر گرفته شده است که با این ابعاد، تعداد ۱۵۳۸۹۴۳ المان برای مش‌بندی مدل سه‌بعدی اویلری حاصل شده است.

زمان (s)



شکل (۷): مقایسه تاثیر اندازه مش‌بندی اویلری بر نمودار جابجایی- زمان پرتابه.

#### ۳-۶- شرایط مرزی

مرزهای طرفین مدل سه‌بعدی اویلری از نوع مرزهای جاذب موج انتخاب شد تا موج انتشاریافته در اثر برخورد پرتابه با سطح آب، پس از رسیدن به این مرزها مجدداً به دامنه محاسباتی برگشت نکرده و توسط این مرزها جذب شود. این شرط مرزی، توسط روابط (۱۴-۱۵) بیان می‌گردد [۳۳].

$$dp - p_{cdu} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{dx}{dt} = -c \quad (15)$$

اینرسی پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف، و مشخصات هندسی و ممان اینرسی پرتابه‌های مشبک با تعداد و آرایش سوراخ متفاوت نشان داده شده است.

ابعاد پرتابه‌ها جهت شبیه‌سازی حرکت در عمق آب، طوری انتخاب شده است که حجم آنها برابر  $523 \text{ cm}^3$  بوده و با توجه به مصالح و چگالی جرمی یکسان، هر یک از پرتابه‌ها دارای جرم برابر باشند. در جدول‌های ۲ و ۳ به ترتیب ممان

جدول (۲): ممان اینرسی پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف.

مخروط	هرم	کره	استوانه	مکعب	شکل هندسی پرتابه
۴۱/۱	۳۰/۸۲	۴۱/۱	۵۱/۳۷	۶۸/۵	ممان اینرسی ( $\text{cm}^4$ )

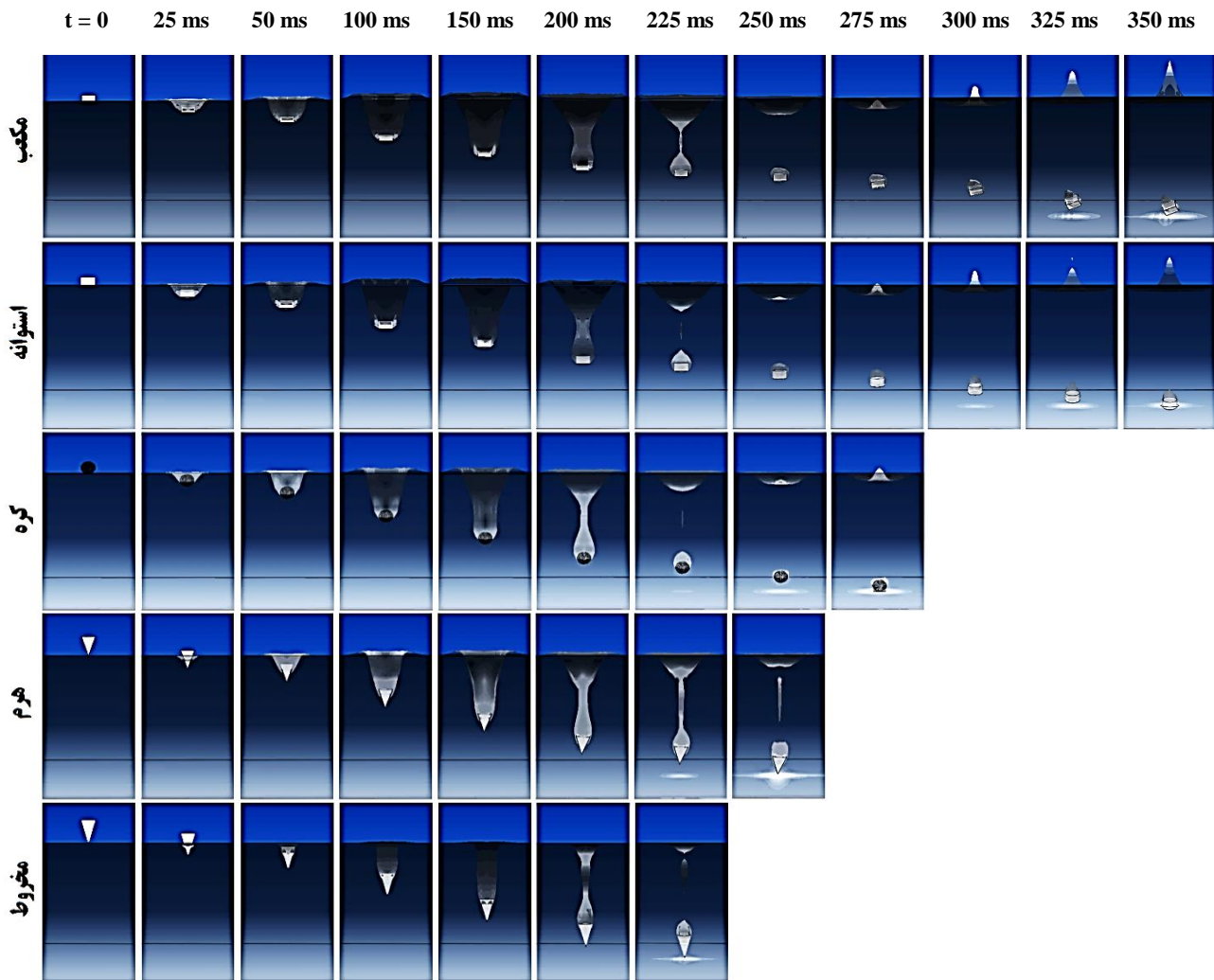
جدول (۳): مشخصات هندسی و ممان اینرسی پرتابه‌های مشبک.

تعداد سوراخ	آرایش سوراخ	ابعاد بیرونی (cm)	ابعاد سوراخ (cm)	ضخامت جدار (cm)	فاصله بین سوراخ‌ها (cm)	مساحت سوراخ‌ها ( $\text{cm}^2$ )	مساحت جان مشبک ( $\text{cm}^2$ )	ممان اینرسی ( $\text{cm}^4$ )
۹	۳x۳	۱۰x۱۰x۲۱	۲/۸۳	۰/۲۵	۰/۵	۷۵/۲۵	۲۴/۷۵	۱۹
۱۶	۴x۴	۱۰x۱۰x۱۴/۵	۲	۰/۲۵	۰/۵	۶۴	۳۶	۲۴/۶۶
۲۵	۵x۵	۱۰x۱۰x۱۲	۱/۵	۰/۲۵	۰/۵	۵۶/۲۵	۴۳/۷۵	۲۹/۹۶

## ۷- نتایج و بحث

جدایش حباب از انتهای پرتابه ادامه می‌یابد. پرتابه کروی با سطح تماس منحنی، پس از برخورد با سطح آب، استهلاک سرعت کمتری نسبت به پرتابه با سطح تماس مسطح دارد. با این حال، همیشه مقداری از سرعت پرتابه در اثر برخورد با سطح آب، مستهلک می‌گردد. سپس روند استهلاک سرعت پرتابه در حین حرکت در عمق آب تا جدایش حباب از انتهای آن، به‌طور تدریجی ادامه می‌یابد. پرتابه هرمی با سطح تماس تیزگونه، پس از برخورد با سطح آب، با استهلاک جزئی سرعت مواجه می‌شود؛ اما همچنان با سرعتی نزدیک به سرعت ثانویه خود به حرکت در عمق آب ادامه می‌دهد. با اعمال نیروی پسا بر سطوح پرتابه، به‌طور تدریجی از سرعت آن کاسته شده و استهلاک سرعت تا لحظه جدایش حباب از انتهای پرتابه ادامه دارد. پرتابه مخروطی با سطح تماس تیزگونه، پس از برخورد با سطح آب، همچنان با روند افزایش سرعت به حرکت خود در عمق آب ادامه می‌دهد. با پیشروی پرتابه به سمت بستر مدل، نیروی پسا با اعمال بر سطوح پرتابه منجر به استهلاک سرعت آن می‌شود. این کاهش تدریجی سرعت پرتابه تا لحظه جدایش حباب از انتهای آن ادامه دارد. لحظه جدایش حباب از انتهای پرتابه‌های مدل‌سازی شده با اشکال مذکور، در بازه زمانی ۲۲۵ms تا ۲۵۰ms اتفاق می‌افتد.

در شکل ۱۰، حرکت پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف، از لحظه برخورد با سطح آب و ورود به داخل آن تا رسیدن به بستر مدل نشان داده شده است. پس از ورود پرتابه به داخل آب، در پشت آن و در زیر سطح آب، یک حباب متقارن محوری شکل می‌گیرد. شکل‌گیری حباب شامل چند مرحله است: گسترش و تشکیل حباب، انقباض حباب پشت پرتابه و در نهایت فروپاشی حباب. همچنان که پرتابه در عمق آب پایین می‌رود به سیال پیرامون خود در جهت شعاعی نیرو وارد کرده و مومنتوم خود را به آن منتقل می‌کند. اما این انبساط با مقاومت فشار هیدرواستاتیکی سیال روبه‌رو می‌شود. سپس جهت جریان شعاعی معکوس شده و سبب انقباض و در نهایت فروپاشی حباب می‌گردد. فروپاشی تا لحظه جدایش حباب شتاب می‌گیرد و سرانجام در این لحظه حباب به دو قسمت مجزا تقسیم می‌شود. حباب جدا شده بالایی همچنان منقبض شده و به سمت سطح آب پیش می‌رود. اما حباب پایینی به پرتابه چسبیده و با آن حرکت می‌کند. پرتابه‌های مکعبی و استوانه‌ای با سطح تماس مسطح، پس از برخورد با سطح آب، مقداری از سرعت خود را از دست می‌دهند. سپس این استهلاک سرعت روند آهسته‌تری به خود گرفته و تا لحظه

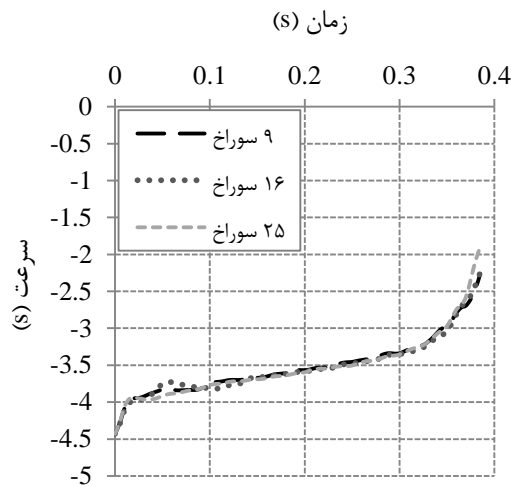


شکل (۱۰): شکل‌گیری حباب ناشی از حرکت در عمق آب پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف و زمان و عمق جدایش حباب.

ادامه می‌دهند. در لحظات ابتدایی ورود به آب، پرتابه هرمی با استهلاک جزئی سرعت ثانویه تا زمان ۵۵ms مواجه می‌شود. پس از آن به علت نیروی پسا که بر سطوح این پرتابه اعمال می‌گردد، روند استهلاک سرعت آن سریع‌تر پیش می‌رود و نمودار سرعت-زمان پرتابه هرمی، کاهش تدریجی سرعت آن را تا لحظه جدایش حباب از انتهای پرتابه نشان می‌دهد. پرتابه مخروطی پس از برخورد با سطح آب، همچنان با روند افزایش سرعت به حرکت خود در عمق آب ادامه می‌دهد. نمودار سرعت-زمان پرتابه مخروطی در این شرایط با شیب بسیار کم، بیانگر افزایش سرعت پرتابه است. اما به علت نیروی پسا که بر سطوح پرتابه اعمال می‌گردد، افزایش سرعت آن در عمق آب، تداوم نداشته و استهلاک سرعت پرتابه در زمان ۱۴۵ms آغاز می‌گردد. نمودار سرعت-زمان پرتابه مخروطی در این شرایط، کاهش تدریجی سرعت پرتابه را نشان می‌دهد و استهلاک سرعت

در شکل ۱۱، نمودار سرعت-زمان پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف نشان داده شده است. پرتابه‌های مکعبی و استوانه‌ای پس از برخورد با سطح آب، مقداری از سرعت ثانویه خود را در لحظات ابتدایی ورود به آب از دست می‌دهند. از این‌رو، نمودار سرعت-زمان این پرتابه‌ها تا زمان ۱۵ms، استهلاک زیاد سرعت پرتابه را نشان می‌دهد. سپس روند کاهش سرعت پرتابه در حین حرکت در عمق آب تا لحظه جدایش حباب از انتهای آن، به طور تدریجی ادامه می‌یابد. پرتابه کره‌ای پس از برخورد با سطح آب و ورود به آن، با کاهش سرعت ثانویه تا زمان ۴۵ms، مواجه می‌شود؛ اما استهلاک سرعت آن در عمق آب، کمتر از پرتابه‌های مکعبی و استوانه‌ای است. سپس تا لحظه جدایش حباب از انتهای پرتابه، استهلاک سرعت پرتابه با روند آهسته‌تری ادامه دارد. پرتابه‌های هرمی و مخروطی پس از برخورد با سطح آب، تقریباً با همان سرعت ثانویه به حرکت خود در عمق آب

پرتابه با کمترین استهلاک سرعت در عمق آب حرکت نموده و با سرعت بیشتری به بستر مدل برخورد می‌نماید.

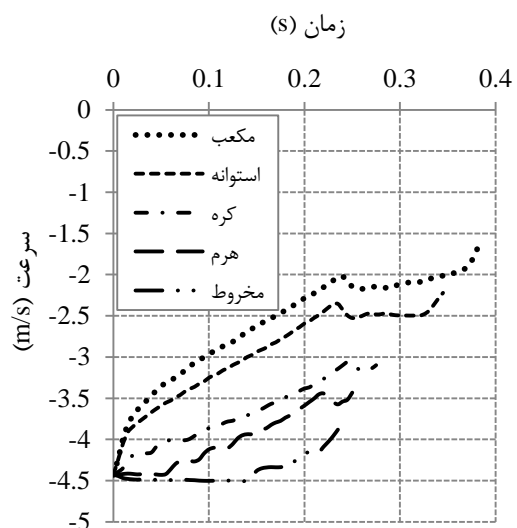


شکل (۱۲): نمودار سرعت-زمان پرتابه‌های مشبک با تعداد و آرایش سوراخ مختلف در عمق آب.

با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب، سرعت آن در لحظه برخورد با سطح آب افزایش یافته و پرتابه با سرعت بیشتری به داخل آب وارد می‌شود. پس از ورود به آب، به تدریج از سرعت پرتابه در اثر نیروی پسا کاسته خواهد شد. در شکل ۱۳، حرکت پرتابه مخروطی، از لحظه برخورد با سطح آب و ورود به داخل آن تا رسیدن به بستر مدل نشان داده شده است. وقتی پرتابه از ارتفاع کم بالای سطح آب رها می‌شود، به علت عدم دستیابی به سرعت زیاد، پس از ورود به آب، تحت اثر وزن خود در عمق آب حرکت می‌نماید و سرعت آن در حین استغراق، افزایش می‌یابد. بنابراین سرعت پرتابه در لحظه برخورد با بستر مدل، بیشتر از سرعتش در لحظه برخورد با سطح آزاد آب خواهد بود. همچنین به علت سرعت کم پرتابه در لحظه ورود به آب، جدایش حباب از انتهای آن در زمان و عمق کمی از آب اتفاق می‌افتد و پرتابه پس از جدایش حباب به اوج‌گیری سرعت خود تا رسیدن به سرعت حدی ادامه می‌دهد. با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از بالای سطح آزاد آب، پرتابه با سرعت بیشتری به داخل آب ورود می‌نماید. هر چه ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آب افزایش یابد، به علت افزایش شدت برخورد پرتابه با سطح آب، استهلاک سرعت

پرتابه تا لحظه جدایش حباب از انتهای آن ادامه خواهد داشت.

پس از جدایش حباب، پرتابه‌ها مجدداً با کاهش سرعت تدریجی تا رسیدن به بستر مدل مواجه می‌شوند. در نهایت، پرتابه مخروطی با سرعت  $3/88\text{m/s}$  در لحظه برخورد با بستر مدل، دارای بیشترین سرعت و پرتابه مکعبی با سرعت  $1/57\text{m/s}$  در لحظه برخورد با بستر مدل، دارای کمترین سرعت است. لذا نیروی پسا که در جهت خلاف حرکت پرتابه‌ها اعمال می‌گردد، بر پرتابه مکعبی بیشترین و بر پرتابه مخروطی کمترین تاثیر را خواهد داشت.

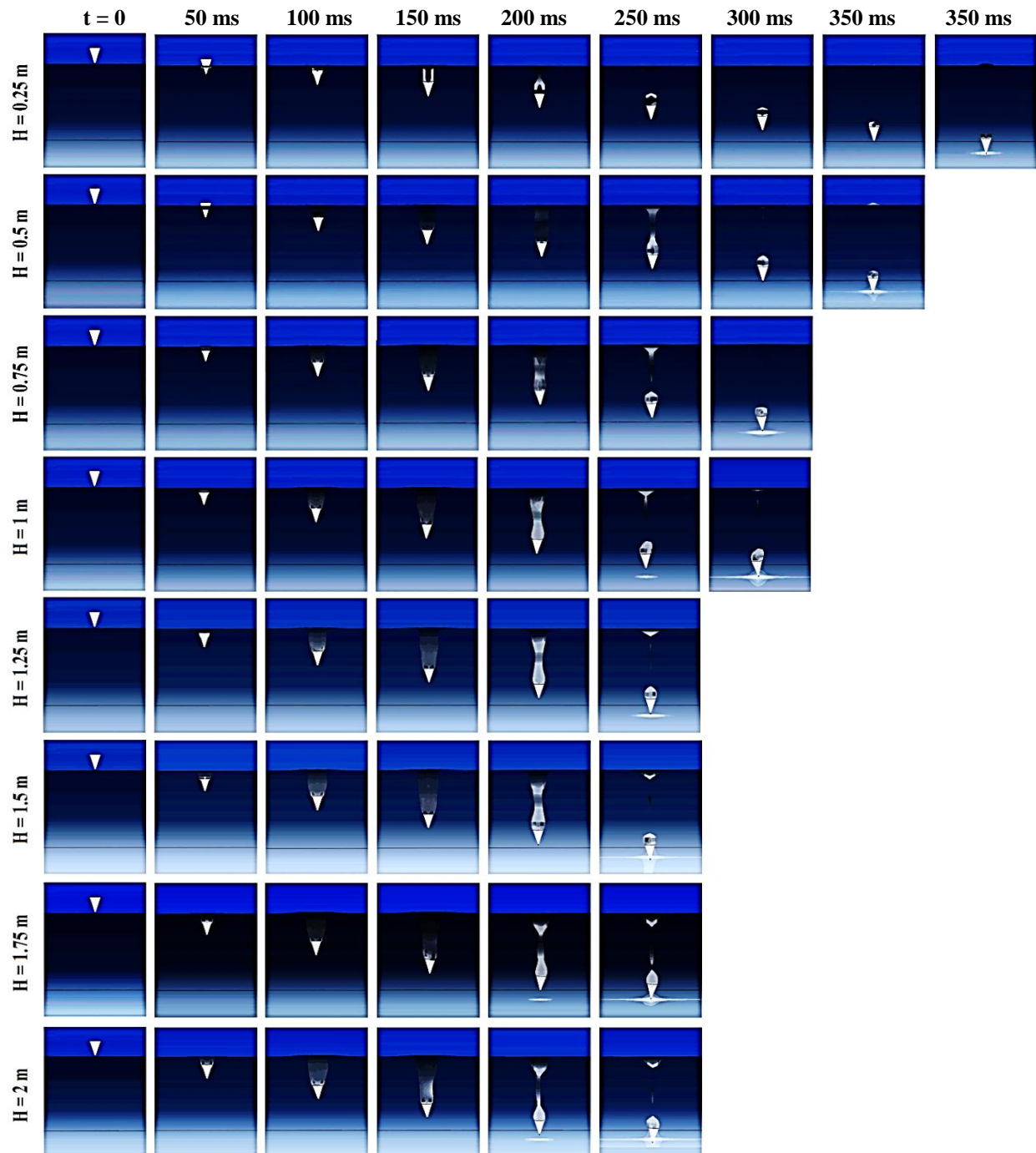


شکل (۱۱): نمودار سرعت-زمان پرتابه‌ها با اشکال هندسی مختلف در عمق آب.

در شکل ۱۲، نمودار سرعت-زمان پرتابه‌های مشبک در عمق آب نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد افزایش مساحت سوراخ‌های پرتابه منجر به استهلاک کمتر سرعت آن در هنگام حرکت در عمق آب می‌گردد. از این رو پرتابه مشبک ۹ سوراخ که از بیشترین مساحت سوراخ نسبت به سایر پرتابه‌های مشبک برخوردار است، با کمترین استهلاک سرعت در هنگام حرکت در عمق آب مواجه شده و دارای بیشترین سرعت در لحظه برخورد با بستر مدل است. همچنین پرتابه مشبک ۲۵ سوراخ که از کمترین مساحت سوراخ نسبت به سایر پرتابه‌های مشبک برخوردار است، با بیشترین استهلاک سرعت در هنگام حرکت در عمق آب مواجه شده و دارای کمترین سرعت در لحظه برخورد با بستر مدل است. لذا هر چه مساحت سوراخ‌ها بیشتر و مساحت جان مشبک پرتابه کمتر باشد،

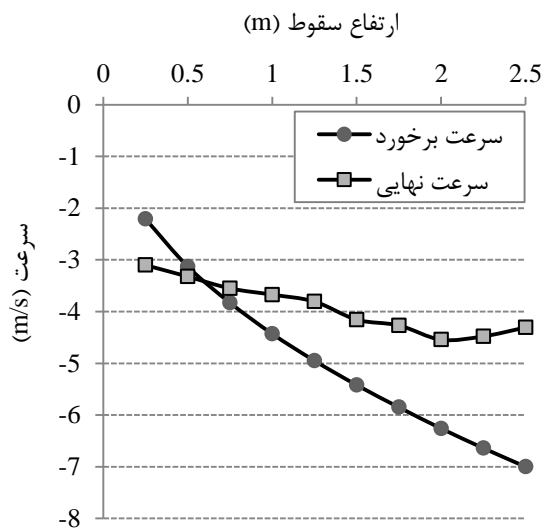
این شرایط منجر به استهلاک سرعت پرتابه تا لحظه جدایش حباب از انتهای آن می‌شود. پس از جدایش حباب، استهلاک سرعت پرتابه همچنان تا رسیدن به سرعت حدی ادامه می‌یابد.

آن در لحظات ابتدایی ورود به آب، بیشتر خواهد شد. پس از ورود کامل پرتابه به داخل آب، بلافاصله حباب هوا در انتهای آن ظاهر می‌شود. با حرکت پرتابه در عمق آب، حباب نیز با افزایش طول به تعقیب پرتابه ادامه خواهد داد.



شکل (۱۳): شکل‌گیری حباب ناشی از حرکت پرتابه مخروطی با ارتفاع سقوط مختلف در عمق آب و زمان و عمق جدایش حباب.

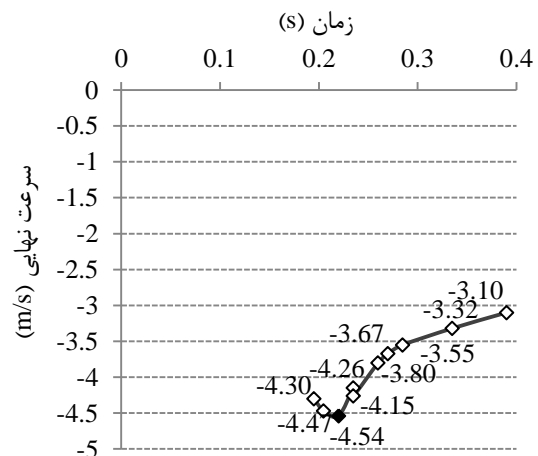
در شکل ۱۵، نمودار سرعت برخورد و سرعت نهایی پرتابه مخروطی با ارتفاع سقوط متفاوت، نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب، اختلاف بین سرعت برخورد و سرعت نهایی آن، افزایش خواهد یافت. با عبور از ارتفاع بهینه سقوط، سرعت برخورد پرتابه با سطح آب، افزایش یافته اما سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل، کاهش خواهد یافت. لذا اختلاف بین سرعت برخورد و سرعت نهایی پرتابه منطقی نبوده و مقدار عمده‌ای از سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آزاد آب و در حین حرکت در عمق آن مستهلک می‌گردد.



شکل ۱۵): نمودار تغییرات سرعت برخورد و سرعت نهایی پرتابه‌ها با ارتفاع سقوط متفاوت.

در شکل‌های ۱۶ و ۱۷، به ترتیب نمودارهای تغییرات زمان و عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه بر حسب سرعت برخورد با سطح آزاد آب نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود زمان جدایش حباب از انتهای پرتابه، تابع ضعیفی از سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آب است و با افزایش سرعت برخورد، زمان جدایش حباب به مقدار کمی کاهش می‌یابد؛ اما عمق جدایش حباب، تابع خطی از سرعت برخورد پرتابه با سطح آب است و با افزایش سرعت برخورد، عمق جدایش حباب افزایش می‌یابد. این رفتار در نتایج تحلیلی و عددی لی و همکاران (۱۹۹۷) نیز مشاهده شده و مورد تایید است [۳۴].

در شکل ۱۴، نمودار سرعت نهایی-زمان پرتابه مخروطی با ارتفاع سقوط متفاوت در لحظه برخورد با بستر مدل نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آزاد آب، سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل افزایش می‌یابد. این شرایط تا رسیدن به ارتفاع بهینه سقوط پرتابه از سطح آب، حاکم است؛ اما با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه بالاتر از این ارتفاع، سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل کاهش خواهد یافت. در این مدل‌سازی عددی، پرتابه پس از رها شدن از ارتفاع ۲m بالای سطح آزاد آب، به سرعت ثانویه  $6/26 \text{ m/s}$  در لحظه برخورد با آب دست می‌یابد. پس از ورود به آب و حرکت در عمق آن، مقداری از سرعت ثانویه پرتابه مستهلک می‌گردد و با سرعت نهایی  $4/54 \text{ m/s}$  به بستر مدل برخورد می‌نماید؛ اما نسبت به سایر پرتابه‌ها با ارتفاع سقوط متفاوت، دارای بیشترین سرعت نهایی در لحظه برخورد با بستر مدل است. با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه بیش از ۲m، سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل کاهش می‌یابد. به این ارتفاع که بیانگر بیشترین تاثیر افزایش ارتفاع سقوط پرتابه بر سرعت آن در لحظه برخورد با بستر مدل است، ارتفاع بهینه سقوط گویند. با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه بالاتر از ارتفاع بهینه سقوط آن، علی‌رغم افزایش سرعت پرتابه در لحظه برخورد با سطح آزاد آب، سرعت نهایی آن در لحظه برخورد با بستر مدل کاهش خواهد یافت.



شکل ۱۴): نمودار سرعت نهایی-زمان پرتابه با ارتفاع سقوط متفاوت در لحظه برخورد با بستر مدل.

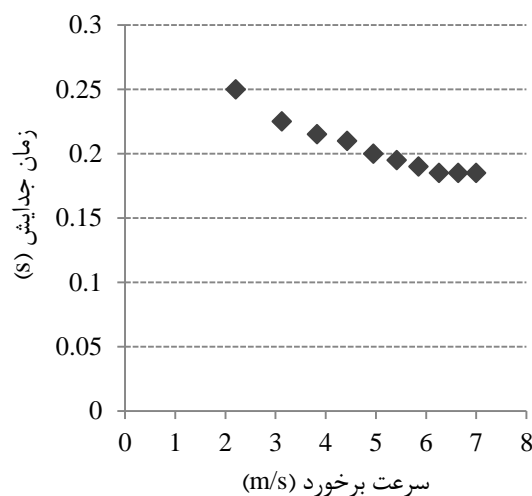
شبیه‌سازی تماس اویلری-لاگرانژی در نرم‌افزار آباکوس، جسم لاگرانژی (پرتابه) با ماده اویلری (آب) برهم‌کنش می‌نماید. تمامی پرتابه‌ها با حجم و جرم یکسان، پس از رها شدن از ارتفاع ۱m بالای سطح آب، در هنگام برخورد با سطح آب به سرعت ۴/۴۳m/s می‌رسند. پس از ورود به آب، پرتابه مکعبی با طی زمان ۴۱۵ms و با سرعت ۱/۵۷m/s به بستر مدل اصابت نموده و پرتابه مخروطی این مسیر را با طی زمان ۲۳۵ms و با سرعت ۳/۸۸m/s در لحظه برخورد با بستر مدل، می‌پیماید. لذا نیروی پسا بر پرتابه مکعبی، بیشترین و بر پرتابه مخروطی، کمترین تاثیر را خواهد داشت. از مقایسه نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج تئوری و آزمایشگاهی موجود، تطابق خوب این نتایج با یکدیگر و دقت و کاربرد الگوریتم عددی مورد استفاده، ملاحظه شد. نتایج نشان داد که هر چه مساحت سوراخ‌ها بیشتر و مساحت جان مشبک پرتابه کمتر باشد، پرتابه با کمترین استهلاک سرعت در عمق آب حرکت نموده و با سرعت بیشتری به بستر مدل برخورد می‌نماید. همچنین با افزایش ارتفاع سقوط پرتابه از سطح آب تا ارتفاع بهینه سقوط، سرعت آن در لحظه برخورد با بستر مدل افزایش یافته و بیشتر از این ارتفاع، نتیجه معکوس دارد. زمان جدایش حباب از انتهای پرتابه، تابع ضعیفی از سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب است اما عمق جدایش حباب با افزایش سرعت برخورد پرتابه، به صورت خطی افزایش می‌یابد.

## ۹- تشکر و قدردانی

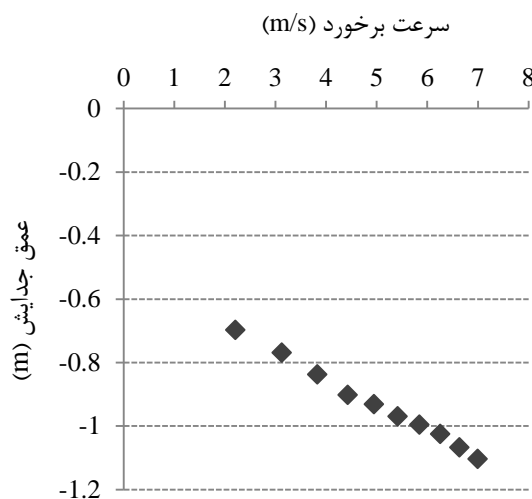
نویسندگان صمیمانه از همکاری و راهنمایی‌های دکتر علی مهرآبادی تشکر و قدردانی می‌نمایند.

## ۱۰- مراجع

1. Von Karman, T. "The Impact of Seaplane Floats During Landing", National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TN 321, USA, 1929.
2. Watanabe, S. "Resistance of Impact on Water Surface, Part I-Cone", Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo 12, pp. 251-267, 1930.
3. Watanabe, S. "Resistance of Impact on Water Surface, Part II-Cone", Inst. Phys. Chem. Res., Tokyo Vol. 14, pp. 153-168, 1930.



شکل (۱۶): تغییرات زمان جدایش حباب از انتهای پرتابه، بر حسب سرعت برخورد با سطح آزاد آب.



شکل (۱۷): تغییرات عمق جدایش حباب از انتهای پرتابه، بر حسب سرعت برخورد با سطح آزاد آب.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله به مطالعه عددی مسئله آب ورودی پرتابه‌های سه بعدی با اشکال هندسی مختلف شامل مکعب، استوانه، کره، هرم و مخروط در شرایط شش درجه آزادی پرداخته شد و تاثیر شکل هندسی، ارتفاع سقوط و تعداد و آرایش سوراخ‌های پرتابه بر سرعت حرکت آن در عمق آب و تاثیر سرعت برخورد آن با سطح آزاد آب، بر زمان و عمق جدایش حباب مورد مطالعه قرار گرفت. به منظور مدل‌سازی عددی حرکت پرتابه در آب و نحوه تغییر الگوی جریان در سطح آب از الگوریتم کوپل اویلری-لاگرانژی استفاده شده است و با



- Appl. Mech., Vol. 12, pp. 297-300, 1959.
5. Miloh, T. "On the Initial Stage Slamming of a Rigid Sphere in a Vertical Water Entry", J. Appl. Ocean Res., Vol. 8, pp. 13-43, 1991.
  6. Miloh, T. "On the Oblique Water Entry Problem of a Rigid Sphere", J. Eng. Math., Vol. 25, pp. 77-92, 1991.
  7. Howison, S.D., Ockendon, J.R., and Wilson, S.K. "Incompressible Water-Entry Problems at Small Deadrise Angles", J. Fluid Mech., Vol. 222, pp. 215-230, 1991.
  8. New, A.P., Lee, T.S., and Low, H.T. "Impact Loading and Water Entrance Characteristics of Prismatic Bodies"; Proc. third Int. Conf. Offshore and Polar Engineering, National University of Singapore, Singapore, 1993.
  9. Anghileri, M. and Spizzica, A. "Experimental Validation of Finite Element Models for Water Impacts"; The Second Int. Crash Users' Seminar, Cranfield, England, 1995.
  10. Engle, A. and Lewis, R. "A Comparison of Hydrodynamic Impacts Prediction Methods with Two-dimensional Drop Test Data", J. Mar. Struct., Vol. 16, pp. 175-182, 2003.
  11. Wagner, H. "Phenomena Associated with Impacts and Sliding on Liquid Surfaces", J. Appl. Math. Mech., Vol. 12, pp. 193-215, 1932.
  12. Chaung, S. "Slamming of Rigid Wedge Shaped Bodies with Various Deadrise Angles", PNpress. 1966.
  13. Park, M., Jung, Y., and Park, W. "Numerical Study of the Impact Force and Ricochet Behaviour of High Speed Water Entry Bodies", Comput. Fluids J., Vol. 51, pp. 932-939, 2003.
  14. Battistin, D. and Iafrati, A. "Hydrodynamic Loads During Water Entry of Two-dimensional and Axisymmetric Bodies", J. Fluids. Struct., Vol. 17, pp. 643-664, 2003.
  15. Korobkin, A. and Ohkusu, M. "Impact of Two Circular Plates One of which is Floating on a Thin Layer of Liquid", J. Eng. Math., Vol. 50, pp. 343-358, 2004.
  16. Kleefsman, K.M.T., Fekken, G., Veldmen, A.E.P., Lwanowski, B., and Buchner, B. "A Volume-of-Fluid Based Simulation Method for Wave Impact Problems", J. Comput. Phys., Vol. 206, pp. 363-393, 2005.
  17. Kim, Y.W., Kim, Y., Liu, Y.M., and Yue, D. "On the Water-Entry Impact Problem of Asymmetric Bodies"; Proc. Ninth Int. Conf. 4. Szebehely, V.G. "Hydrodynamic Impact", J. Numerical Ship Hydrodynamics, USA, Michigan, University of Michigan, 2007.
  18. Yang, Q. and Qiu, W. "Numerical Solution of 2D Slamming Problem with a CIP Method"; Int. Conf. Violent Flows, Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Japan, 2007.
  19. Fairlie-Clarke, A.C. and Tveitnes, T. "Momentum and Gravity Effects During the Constant Velocity Water Entry of Wedge-Shaped Sections", J. Ocean Eng., Vol. 35, pp. 706-716, 2007.
  20. Aristoff, J.M., Truscott, T.T., Techet, A.H., and Bush, J.W.M. "The Water Entry of Decelerating Spheres", Phys. Fluids. J., Vol. 22, pp. 1-8, 2010.
  21. Yang, Q. and Qiu, W. "Numerical Simulation of Water Impact for 2D and 3D Bodies", J. Ocean Eng., Vol. 43, pp. 82-89, 2012.
  22. Wu, G. "Numerical Simulation for Water Entry of a Wedge at Varying Speed by a High Order Boundary Element Method", J. Mar. Sci. Appl., Vol. 11, pp. 143-149, 2012.
  23. Mansoorzadeh, Sh., Pishavar, A.R., and Javanmard, E. "Numerical Investigation of Dynamic Stability of an AUV", J. Fluid Mech. Aerodyn., Vol. 2, No. 1, pp. 69-81, 2013 (In Persian).
  24. Ahmadzadeh, M., Saranjam, B., Hoseini Fard, A., and Binesh, A.R. "Numerical Simulation of Sphere Water Entry Problem Using Eulerian-Lagrangian Method", J. Appl. Math. Model., Vol. 38, pp. 1673-1684, 2014.
  25. Erfanian, M.R. and Moghiman, M. "Numerical and Experimental Investigation of a Projectile Water Entry Problem and Study of Velocity Effect on Time and Depth of Pinch-Off", J. Modarres Mech. Eng., Vol. 15, pp. 53-60, 2015.
  26. Nguyen, V.T., Vu, D.T., Park, W.G., and Jung, C. M. "Navier-Stokes Solver for Water Entry Bodies with Moving Chimera Grid Method in 6DOF Motions", Comput. Fluids, Vol. 140, pp. 19-38, 2016.
  27. Mirzaei, M., Eghtesad, M., and Alishahi, M.M. "Planing Force Identification in High-Speed Underwater Vehicles", J. Vibr. Contr., Vol. 22, pp. 4176-4191, 2016.
  28. Iranmanesh, A. and Passandideh-Fard, M. "A Three-dimensional Numerical Approach on Water Entry of a Horizontal Circular

- Cylinder Using the Volume of Fluid Technique”, J. Ocean Eng., Vol. 130, pp. 557–566, 2017.
30. Incompressible SPH Simulations”, J. Indian Acad. Sci., Vol. 42, No. 4, pp. 517–531, 2017.
31. Abaqus 6.11 Documentation, Vol II, Eulerian Analysis. 2011.
32. Belden, J., Hurd, R.C., Jandron, M.A., Bower, A.F., and Truscott T.T. “Elastic Spheres Can Walk on Water”, Nat. Commun. 7, 10551, 2016.
33. Erfanian, M.R., Anbarsooz, M., Rahimi, N., Zare, M., and Moghiman M. “Numerical and Experimental Investigation of a Three
29. Nair, P. and Tomar, G. “A Study of Energy Transfer During Water Entry of Solids Using dimensional Spherical-Nose Projectile Water Entry Problem”, J. Ocean Eng., Vol. 104, pp. 397-404, 2015.
34. Forouzani, H., Saranjam, B., Kamali, R., and Abdollahi-far, A. “Elasto-Plastic Time Dependent Impact Analysis of High Speed Projectile on Water Surface”, J. Solid. Fluid Mech., Vol. 3, pp. 281-298, 2016.
35. Lee M., Longoria R.G., and Wilson D.E. “Cavity Dynamics in High-Speed Water Entry” J. Phys. Fluids, Vol. 9, pp. 541-550, 1997.