

## تحلیل جریان با عمق محدود حول هیدروفویل‌های دوبعدی

محمود پسندیده فرد<sup>۱</sup>، مریم صابری نیا<sup>۲</sup> و مجید ایزدفر<sup>۳</sup>

دانشکده مهندسی هوافضا

دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۱۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۱/۱۲)

### چکیده

بررسی پارامترهای هیدروآیرودینامیکی اجسام در حال حرکت و کاملاً غوطه‌ور در سیال به منظور شناخت اثرات سرعت، انحنا، ضخامت و زاویه حمله هیدروفویل از سال‌ها پیش و با روش‌های مختلف انجام می‌گیرد. نرم‌افزار محاسباتی فلوئنت امکان حل معادلات حاکم با استفاده از روش VOF برای شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و هوا را به خوبی فراهم کرده است. مدل آشفتگی استفاده‌شده در این تحقیق نیز، مدل آشفتگی رینولدز RSM است که عموماً مدلی دقیق‌تر می‌باشد. در مطالعه حاضر، اثرات سطح آزاد و کف محدود بر روی هیدروفویل‌های غوطه‌ور به‌طور هم‌زمان بررسی شده و نتایج حاصل با نتایج به‌دست‌آمده از روش المان مرزی، مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد هیدروفیولی که در عمق بیشتری قرار گرفته، دارای ضرایب برآ و پسای بالاتر و نسبت برآ به پسای بیشتری است. همچنین در آب‌های کم‌عمق هیدروفویل‌های با انحنای بیشتر و زاویه حمله کمتر از عملکرد بهتری برخوردارند و امواج پایین‌دست جریان زودتر میرا می‌شوند.

**واژه‌های کلیدی:** سطح آزاد، هیدروفویل، زیر سطح، عمق محدود، ضرایب هیدروآیرودینامیک

## Analysis of Submerged 2D Hydrofoils with Finite Depth

M. PasandidehFard

M. Saberinia

M. Izadfar

Aerospace Engineering Department

Ferdowsi University of Mashhad

(Received: 27/May/2018 ; Accepted:12/September/2018)

### ABSTRACT

Investigation of the hydrodynamic parameters of the moving objects under the free surface in order to study the effects of velocity, curvature, thickness and angle of attack of hydrofoils has been initiated since many years. The computational fluid dynamics software, FLUENT, provides the solution of the governing equations with VOF method for two phases flows. The RSM turbulence model is used in this article which is more accurate generally. In the present study, the effects of free surface and finite depth on the hydrofoils characteristics are investigated simultaneously and compared with those derived from the BEM method and validated with the existing and experimental values. The results show that for the hydrofoils in the more depth, the lift and drag coefficients and lift to drag fraction increases. Furthermore, in shallow water flows, the hydrofoils with higher camber and lower angle of attack have better performance and the downstream waves damp earlier.

### Keywords

Free Surface, Hydrofoil, Finite Depth, Hydrodynamics Coefficients

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): fard\_m@um.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد: maryam.saberinia@mail.um.ac.ir

۳- کارشناس ارشد: majidizadfar@gmail.com

## ۱- مقدمه

لزوم استفاده از شناورهای زیرسطحی به خصوص در اندازه‌های کوچک و پیچیدگی معادلات حاکم بر تحلیل رفتاری آن‌ها به منظور دستیابی به طراحی بهینه، استفاده از نرم‌افزارهای شبیه‌ساز جریانات سیال را افزایش داده است. استفاده از روش‌های کلاسیک تحلیل ضرایب هیدرودینامیکی اجسام متحرک در زیر سطح آب به دلیل عدم در نظر گرفتن لزجت سیال و همچنین آشفتگی جریان کارایی سابق را ندارند.

ضرایب برآ، پسا و فشار از جمله مهم‌ترین ضرایب عملکردی اجسام متحرک کاملاً غوطه‌ور در سیال هستند که بهبود آن‌ها به بهبود قدرت مانورپذیری جسم، افزایش سرعت آن، جلوگیری از تشکیل گردابه‌ها و جدایش جریان از روی سطح جسم کمک می‌کند. تأثیر سطح آزاد<sup>۴</sup> بر ضرایب مورد اشاره و همچنین بر موج تشکیل شده در سطح مشترک دو سیال چنانچه عمق غوطه‌وری زیاد نباشد از جمله مسائلی است که بایستی در نظر گرفته شود. حرکت امواج بالای شیب ساحل‌ها، امواج طوفانی دریاها و رودخانه‌ها، حرکت کشتی‌ها در راه‌های دریایی، نوسانات آب درون استخرها و دریاچه‌ها، بندرگاه‌ها، سکوه‌های نفتی و ... تنها تعداد کمی از مثال‌های کاربردی این موضوع می‌باشد. لذا در این بین بررسی و مطالعه هیدروفویل متحرک در نزدیک سطح آزاد آب از مهم‌ترین و مورد توجه‌ترین مسائل در هیدرودینامیک می‌باشد. بنابراین، لزوم توجه به اثر سطح آزاد از یک سو و در نظر گرفتن اثرات کف سیال در حالی که جسم در آب‌های کم‌عمق در حال حرکت باشد از اهداف اولیه تحقیق حاضر می‌باشد.

تاریخچه استفاده از شناور زیرسطحی به سال ۱۸۹۸ برمی‌گردد. فورلانینی<sup>۵</sup>، اولین بار از سکان هیدرودینامیکی برای هدایت قایق در مقیاس واقعی ساخت خود استفاده کرد. پیچیدگی معادلات حاکم بر رفتار اجسام در آن سال‌ها باعث توسعه مدل‌های عددی تحلیلی مانند روش المان مرزی<sup>۶</sup> شد که امروزه نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. اسمیت و هس<sup>۷</sup> به بررسی جریان پتانسیل غیرمتراکم حول هیدروفویل‌های

دوبعدی و سه‌بعدی با استفاده از روش المان مرزی پرداختند [۱]. همچنین افخمی و همکاران اخیراً با استفاده از این روش به تحلیل پارامتریک جریان در اطراف انواع هیدروفویل در نزدیک سطح پرداختند [۲]. به جز روش المان مرزی در سال ۱۹۵۱، ساترلند<sup>۸</sup> به بررسی اثرات سطح آزاد بر روی هیدروفویل با استفاده از روش جرم اضافه پرداخت [۳]. دونکان<sup>۹</sup> در سال ۱۹۸۳ به مطالعه اثرات عمق غوطه‌وری مختلف و زوایای حمله متفاوت برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ اقدام کرد [۴]. در سال ۱۹۸۶ کلمن<sup>۱۰</sup> با استفاده از روش المان محدود، سطح آزاد را شبیه‌سازی کرد [۵]. استفاده از اختلاف فشار مصنوعی<sup>۱۱</sup> و اعمال شرط کوتا<sup>۱۲</sup> به او در مدل‌سازی موج کمک کرد.

هینو<sup>۱۳</sup> با استفاده از مدل گسسته‌سازی المان محدود سطح آزاد را شبیه‌سازی کرد و به نتایج خوبی در سال ۱۹۹۳ دست یافت [۶]. کو<sup>۱۴</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۲ با در نظر گرفتن اثر سطح آزاد به مطالعه و تحلیل هیدروفویل‌های دوبعدی پرداختند [۷]. در سال ۲۰۰۳، بورگونه<sup>۱۵</sup> جریان حول هیدروفویل دوبعدی را بررسی و به تحلیل ضرایب برآ، پسا و گردابه‌های تشکیل شده در پشت هیدروفویل پرداخت [۸]. کارکاترا<sup>۱۶</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۵ با روش تحلیلی، جریان حول هیدروفویل نوسانی را حل کردند [۹].

در سال ۲۰۰۷ واسالوس<sup>۱۷</sup> و ژی<sup>۱۸</sup> به مطالعه هیدروفویل‌های سه‌بعدی با استفاده از روش پتانسیل پرداختند [۱۰]. سادات حسینی<sup>۱۹</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۸ به شبیه‌سازی سطح آزاد و موج تشکیل شده در آن و همچنین جدایش جریان ناشی از تشکیل موج اقدام کردند [۱۱]. در سال ۲۰۱۰ زانته<sup>۲۰</sup> و همکاران جریان عبوری از پره‌های توربین را تحلیل کردند [۱۲]. جوارشکیان<sup>۲۱</sup> و

8- Sutherland  
9- Duncan  
10- Coleman  
11- Artificial Difference Pressure  
12- Kutta  
13- Hino  
14- Kouh  
15- Bourgoyne  
16- Carcaterra  
17- Vassalos  
18- Xie  
19- Saadat Hosseini  
20- Zanette  
21- Javarehshkian

4- Free-Surface  
5- Forlanini  
6- Boundary Element Method  
7- Smith & Hess

صفحه تخت پرداخته و در همان سال دنگ<sup>۳۱</sup> و همکاران [۲۰] همکاران [۲۰] اثرات سطح آزاد و ارتفاع موج را بر ضرایب برآ و پسای یک سیلندر دوبعدی مورد بررسی قرار دادند. چنانچه مشخص است تمامی مطالعات انجام شده تاکنون تنها به بررسی اثرات سطح آزاد پرداخته و خلأ مطالعات خاص در زمینه امواج و همچنین اثرات سطح و کف به طور همزمان مشاهده می شود. در مطالعه حاضر علاوه بر بررسی اثرات سطح آزاد بر روی هیدروفویل های غوطه ور در نزدیکی سطح سیال و مقایسه نتایج حاصل از آن با نتایج به دست آمده از روش المان مرزی [۲]، اثرات عمق محدود هیدروفویل همراه با اثر همزمان مرزهای بالا و پایین مورد مطالعه و ارزیابی قرار گرفته است. بدین منظور از نرم افزار انسیس-فلوئنت<sup>۳۲</sup> ۱۵ استفاده شده است تا امکان حل معادلات ناویر-استوکس<sup>۳۳</sup> با اثرات لزجت و آشفتگی جریان فراهم باشد. همچنین برای اطمینان از صحت روش حل مساله، نتایج حاصل با روش های تحلیلی و تجربی مقایسه شده است.

## ۲- طرح بندی عددی مساله

جریان تراکم ناپذیر لزج اطراف یک هیدروفویل غوطه ور بر اساس معادلات ناویر-استوکس شبیه سازی می شود. پیوستگی جرم، مومنتوم و انرژی در این معادلات به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (v_j v_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2)$$

و برای سیالات نیوتنی داریم:

$$\tau_{ij} = \mu \left[ \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] \quad (3)$$

بررسی رفتار جریان سطح آزاد با روش ردیابی حجمی سطح مشترک دو فاز سیال یعنی هوا و آب در اینجا و بر اساس روش کنترل سطح VOF انجام می شود. در روش

اسماعیلی<sup>۲۲</sup> در سال ۲۰۱۰ به بررسی اثرات سرعت های مختلف بر روی هیدروفویل های زیرسطحی با استفاده از مدل VOF اقدام کردند [۱۳]. آن ها دریافتند با افزایش سرعت حرکت هیدروفویل، ضرایب برآ و پساکاهش می یابند. آن ها همچنین نشان دادند چنانچه عمق غوطه وری و زاویه حمله هیدروفویل افزایش پیدا کند باز هم ضرایب برآ و پساکاهش خواهند یافت. زردی<sup>۲۳</sup> در سال ۲۰۱۲ با استفاده از نرم افزار ANSYS-CFX به بررسی اثرات سطح آزاد بر روی هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ پرداخت [۱۴]. وی به این نتیجه رسید که چنانچه عمق غوطه وری جسم بیش از چهار برابر وتر هیدروفویل باشد اثر سطح آزاد از بین خواهد رفت و تأثیری بر ضرایب هیدرودینامیکی و موج تشکیل شده در سطح آزاد نخواهد داشت. در سال ۲۰۱۴، اونگورنو<sup>۲۴</sup> و همکاران جریان سطح آزاد ناشی از جسم فرورفته در آب را تحلیل کردند [۱۵]. آن ها نشان دادند که تغییرات فشار ناشی از سازوکارهای مختلف مانند تغییرات آشفتگی بر روی قسمت فرورفته در آب رخ می دهد. عجالی<sup>۲۵</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۵، جریان آشفته سطح آزاد را حول هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ و وایلی هال<sup>۲۶</sup> این جریان را با استفاده از یک مش ترکیبی خاص (برای پیش بینی مقاومت اصطکاکی و مؤلفه های لزجی) در اعداد فرود مشخص، شبیه سازی کردند [۱۶].

در سال ۲۰۱۷، روا<sup>۲۷</sup> و سالاری<sup>۲۸</sup> جریان بر روی جسم زیرسطحی در نزدیکی سطح آب را با در نظر گرفتن تأثیر انتقال جریان از حالت آرام به آشفته و به صورت عددی مدل سازی کردند [۱۷]. در همان سال چانگ<sup>۲۹</sup> و همکاران تأثیر سطح آزاد بر کاویتاسیون ابری حول یک جسم زیرآبی مطالعه کرده و تغییرات شکل کاویتی در عمق های مختلف را به دو صورت تجربی و عددی مورد بررسی قرار دادند [۱۸]. در سال ۲۰۱۹، ساتیس<sup>۳۰</sup> و همکاران [۱۹] به بررسی تأثیر سطح آزاد بر مشخصه های هیدرودینامیکی جریان بر روی

31- Deng

32- Ansys-Fluent

33- Navier-Stokes

22- Esmaili

23- Zarrodi

24- Ungureanu

25- Adjali

26- Wigley Hull

27- Rava

28- Salari

29- Chang

30- Satheesh

چنانچه اختلاف سرعت بالایی بین فازها باشد دقت سرعت محاسبه شده در نزدیکی سطح مشترک ممکن است به صورت نامطلوبی تحت تأثیر قرار گیرد [۲۱]. در مدل نسبت حجمی سیال به منظور پیگیری سطح یا مرز مشترک بین فازها، معادله پیوستگی برای کسر حجمی یکی (یا بیشتر) از فازها حل می‌گردد. در نتیجه برای فاز  $q$  این معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{V}_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{q=1}^n \dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp} \quad (۸)$$

در معادله (۸)،  $\dot{m}_{qp}$  انتقال جرم از فاز  $q$  به فاز  $p$  و  $\dot{m}_{pq}$  انتقال جرم از فاز  $p$  به فاز  $q$  است. کمیت  $S$  نشان‌دهنده جمله چشمه تبادل جرم دو فاز می‌باشد و در شرایطی که پدیده‌های شامل انتقال جرم مانند جوشش، کاپیتاسیون، چگالش و غیره بین دو فاز برقرار نباشد، مقدار  $S$  برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. در مدل VOF معادله کسر حجمی برای فاز اولیه حل نمی‌شود و کسر حجمی فاز اولیه بر اساس قید فرضی زیر محاسبه می‌گردد [۲۲].

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (۹)$$

با استفاده از روش نسبت حجمی و معادلات اشاره شده در بالا، جریان‌های با سطح آزاد مدل می‌شوند. در چنین جریان‌هایی یک سطح آزاد بین سیال روان و سیال بالای آن وجود دارد و جریان عموماً به وسیله نیروهای گرانشی و اینرسی کنترل می‌شود. در این موارد یک موج انتشار یافته و رفتار سطح آزاد حائز اهمیت می‌گردد. این ویژگی عمدتاً در کاربردهای دریایی قابل اجرا می‌باشد. جریان‌های کانال باز به وسیله عدد بی‌بعد فرود توصیف می‌شوند. این عدد به صورت نسبت نیروهای اینرسی به نیروهای هیدرواستاتیکی تعریف می‌شود.

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (۱۰)$$

که در آن،  $V$  اندازه سرعت،  $g$  شتاب گرانش و  $y$  مقیاس فاصله بوده که در این موارد فاصله از کف کانال تا سطح آزاد می‌باشد. عبارت مخرج در رابطه بالا بیان‌کننده سرعت انتشار

نسبت حجمی سیال، ابتدا با استفاده از شرایط اولیه مسئله، سطح مشترک مدل شده و نسبت‌های حجمی در هریک از سلول‌های محاسباتی تعیین می‌شود؛ سپس با حل میدان جریان، توزیع سرعت به دست می‌آید و انتشار سطح مشترک با حل معادله انتقال انجام می‌شود. در هر گام زمانی موقعیت سطح مشترک با استفاده از یک الگوریتم بازسازی می‌شود و اطلاعات این سطح برای محاسبه شارهای حجمی مورد نیاز در معادله انتقال سطح آزاد مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین، روش نسبت حجمی سیال دارای دو قسمت اصلی می‌باشد:

۱- یک الگوریتم بازسازی سطح برای مشخص کردن سطح مشترک دو سیال بر اساس نسبت حجمی هر سیال.

۲- یک الگوریتم برای تعیین مقادیر جدید نسبت حجمی در گام زمانی جدید با استفاده از میدان‌های سرعت و سطح مشترک بازسازی شده [۱۶].

در روش VOF حرکت مرز مشترک دو سیال توسط تابع نشان‌گر  $f$  بیان می‌شود:

$$f(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{in liquid} \\ 0 < f < 1 & \text{at the liquid - gas interface} \\ 0 & \text{in gas} \end{cases} \quad (۴)$$

در رابطه (۵)،  $t$  نشان‌دهنده زمان و  $x$  نماینده شماره گره در مدل عددی است. در این روش معادلات مومنتوم و پیوستگی برای یک سیال همگن حل می‌شوند و معادله نسبت حجمی منتقل شده می‌تواند برای هر فاز حل شود.

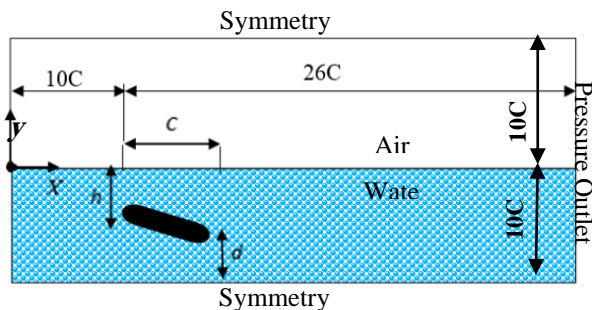
$$\rho = \alpha_q \rho_q + (1 - \alpha_q) \rho_p \quad (۵)$$

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad (۶)$$

$\alpha_q$  نسبت حجمی سیال  $q$  به مجموع سیال‌های  $p$  و  $q$  می‌باشد. معادله مومنتوم به نسبت‌های حجمی همه فازها از طریق خواص  $\mu$  و  $\rho$  بستگی دارد. این معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (۷)$$

که در آن،  $\omega_k$  بردار چرخش و  $e_{ikm}$  علامت تناوب می باشد [۲۳].



شکل (۱): دامنه محاسباتی حل

### ۳- مدل سازی عددی مسأله

در بخش اول به منظور بررسی اثر سطح آزاد، حوزه جریان به گونه ای در نظر گرفته شده است که جریان بالادست جسم ده برابر طول وتر هیدروفویل و جریان پایین دست بیست و شش برابر طول وتر می باشد. شکل ۱، دامنه محاسباتی و شرایط مرزی فرض شده را نشان می دهد. هدف از کاربرد این میدان اطمینان از عدم تأثیر آشفتگی های جریان بالادست بر روی جریان در نقطه برخورد به نوک حمله هیدروفویل و توانایی مدل کردن موج های تشکیل شده در سطح آزاد در جریان پایین دست می باشد. به منظور اجتناب از اثرات احتمالی کف، عمق حوزه حل نیز ده برابر طول وتر هیدروفویل در نظر گرفته شده است. در این مرحله، شرایط مرزی برای آب و هوا به عنوان دو سیال مورد مطالعه به این صورت فرض شده اند:

- ۱- شرط مرزی ورودی جریان: سرعت ورودی برای هر دو سیال
- ۲- شرط مرزی خروجی جریان: فشار خروجی برای هر دو سیال
- ۳- شرط مرزی متقارن: برای بالا و پایین حوزه حل
- ۴- شرط مرزی دیواره ی غیرلغزشی: برای سطح هیدروفویل

شبهه مورد استفاده در این مدل سازی به صورت با سازمان می باشد که از بهترین ترکیب بندی ها برای مدل سازی جریانات سطح آزاد می باشد.

موج می باشد. در نتیجه سرعت موج از نگاه یک ناظر ثابت برابر رابطه زیر خواهد بود.

$$V_w = V \pm \sqrt{gy} \quad (11)$$

با توجه به شکل ۱ که میدان جریان را به صورت شماتیک نشان می دهد و این که جریان کاملاً آشفته است و عدد رینولدز جریان در عدد فرود ۱ نزدیک به  $3 \times 10^6$  می باشد، استفاده از یک مدل آشفتگی مناسب لازم است. شایان ذکر است محدوده تغییرات عدد رینولدز نسبتاً بالای فوق در این محاسبات چندان نیست و بر روی نتایج اثرات چندان نمی گذارد؛ بنابراین، نقش اصلی را عدد بدون بعد فرود بازی می کند. مدل آشفتگی مورد استفاده در مطالعه حاضر مدل آشفتگی تنش رینولدز (RSM) می باشد که پیچیده ترین مدل کلاسیک آشفتگی بوده و به مدل مرتبه دوم نیز مشهور می باشد. معادله دقیق انتقال  $R_{ij}$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} - \epsilon_{ij} + \pi_{ij} + \Omega_{ij} \quad (12)$$

با نوشتن تنش رینولدز به صورت  $R_{ij} = -\tau_{ij}/\rho = \overline{u_i u_j}$  محاسبات CFD با استفاده از معادلات انتقال تنش رینولدز، عبارت تولید  $P_{ij}$  را در شکل دقیق آن به صورت زیر بیان می کند:

$$P_{ij} = -(R_{im} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} + R_{jm} \frac{\partial U_i}{\partial x_m}) \quad (13)$$

عبارت نفوذ  $D_{ij}$  را با فرض این که نرخ انتقال تنش رینولدز توسط نفوذ متناسب با گرادیان های تنش های رینولدز باشد می توان به صورت زیر مدل کرد:

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_m} \right) = \text{div} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \text{grad}(R_{ij}) \right) \quad (14)$$

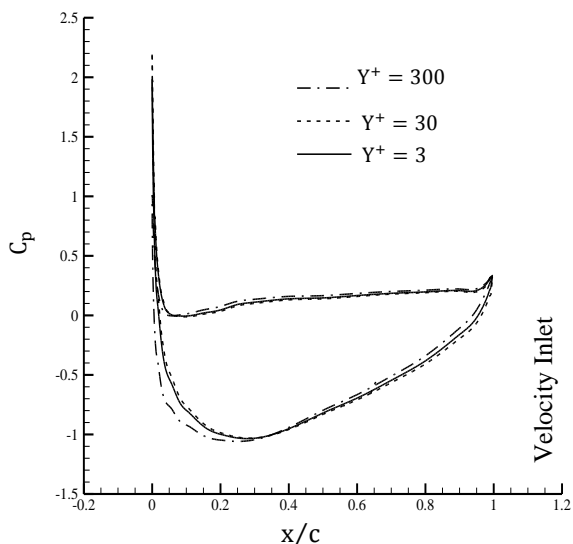
عبارت انتقال به واسطه اثرات متقابل فشار-کرنش آشفتگی  $\pi_{ij}$  به صورت رابطه زیر قابل محاسبه بوده و در آن ضرایب  $C_1$  و  $C_2$  به ترتیب برابر  $1/8$  و  $0/6$  می باشد.

$$\pi_{ij} = -C_1 \frac{\epsilon}{k} \left( R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - C_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \quad (15)$$

عبارت چرخشی نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Omega_{ij} = -2\omega_k (R_{jm} e_{ikm} + R_{im} e_{jkm}) \quad (16)$$

بررسی شبکه‌های ایجاد شده بر روی هیدروفویل ناکا ۴۴۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود یک با نسبت  $\frac{h}{c} = 1$  از طریق مقایسه نتایج ضریب فشار در شکل ۲ آورده شده است. همان‌طور که از شکل ۲ مشخص است اختلاف چندانی بین نمودار ضریب فشار برای دو حالت  $y^+ = 30$  و  $y^+ = 3$  مشاهده نمی‌شود. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که شبکه‌بندی شماره ۲ با همان مقدار  $y^+ = 30$  می‌تواند مبنای سایر محاسبات قرار گیرد. شبکه مورد استفاده به صورت چهارضلعی بوده و با هدف اکتفای دقت حل برای تمامی حالت‌های در نظر گرفته شده، تا حد امکان یکنواخت و بهینه‌سازی شده است.



شکل (۲): ضریب فشار برای هیدروفویل ناکا ۴۴۱۲ در زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود ۱،  $\frac{h}{c} = 1$  و  $y^+$  مختلف

به منظور اطمینان از صحت روش مورد استفاده در اینجا، نتایج حاصل از روش مذکور برای هیدروفویل ناکا ۴۴۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه و نسبت عمق غوطه‌وری به طول وتر برابر یک برای اعداد فرود مختلف با نتایج تحلیلی موجود در [۷] و [۲۴] مقایسه شده؛ در شکل‌های (۳-۵) نمودارهای ضریب برآ، ضریب پسا و ضریب فشار مربوطه به ترتیب ترسیم شده‌اند. همان‌گونه که از این نمودارها مشخص است مطابقت قابل قبول نتایج، صحت این روش را مورد تأیید قرار می‌دهد. البته چون در محاسبات حاضر تأثیر لزجت و آشفتگی در نظر گرفته شده نتایج دقیق‌تری حاصل شده است، کما اینکه ضرایب پسای به دست آمده در اکثر موارد بیشتر از موارد تحلیلی مراجع مذکور می‌باشد.

به منظور سادگی محاسبات از پارامتر بدون بعد  $\frac{h}{c}$  استفاده می‌شود. در این مطالعه، طول وتر هیدروفویل برابر واحد فرض می‌شود و با توجه به اهمیت اثرات سطح آزاد، از عدد فرود بجای عدد رینولدز استفاده شده است.

عدد فرود مورد استفاده عدد فرود وتر- محور می‌باشد و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$Fc = \frac{V}{\sqrt{gC}} \quad (17)$$

الگوریتم نمونه و الگوی فشار مبنا برای حل این مسأله استفاده می‌شود. ضرایب زیر تخفیف در ابتدای جریان حل به منظور جلوگیری از واگرایی حدود ۰/۱ در نظر گرفته می‌شوند که این مقادیر در طول حل با شیبهی ملایم افزایش می‌یابند. این کار به افزایش سرعت حل کمک می‌کند. در بخش دوم که اثر کف محدود هم‌زمان با اثر سطح آزاد در محاسبات دخالت می‌کند، شرایط مرزی مسأله مانند همان شرایط مرزی در حالت اثر سطح آزاد به تنهایی است با این تفاوت که این بار سطح پایین حوزه جریان به دلیل اثربخشی به صورت دیواره غیرلغزشی در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که با توجه به حالت‌های مختلف آزمایش شده در این تحقیق، اثر کف، زمانی وجود دارد که فاصله میانگین کف حوزه تا هیدروفویل که با  $d$  نشان داده می‌شود کمتر از پنج برابر طول وتر باشد. در غیر این صورت ضرایب هیدرودینامیکی تغییری نمی‌کنند و حتی ارتفاع موج تشکیل شده در سطح آزاد تقریباً برابر صفر می‌باشد.

اطمینان از صحت روش در نظر گرفته شده با اعتبارسنجی نتایج حاصله در مقایسه با نتایج تحلیلی موجود به اثبات می‌رسند. قبل از هر چیز، باید استقلال از شبکه بررسی گردد. بدین منظور جریان حول هیدروفویل ناکا ۴۴۱۲ که نتایج تحلیلی برای آن وجود دارد توسط سه شبکه با اندازه‌های مختلف مدل‌سازی شده است. معیار مقایسه شبکه‌بندی‌های مختلف، پارامتر بدون بعد  $y^+$  تحت عنوان فاصله دیواره می‌باشد. جدول ۱ جزئیات این شبکه‌ها را نشان می‌دهد.

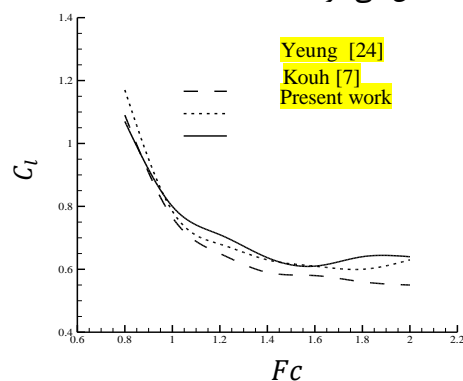
جدول (۱): مشخصات شبکه‌بندی‌های مختلف حول

شماره شبکه	$y^+$	اندازه شبکه
۱	۳۰۰	۱۵۳۸۴۰
۲	۳۰	۱۸۸۱۰۰
۳	۳	۳۱۲۵۳۲

#### ۴- نتایج و نمودارها

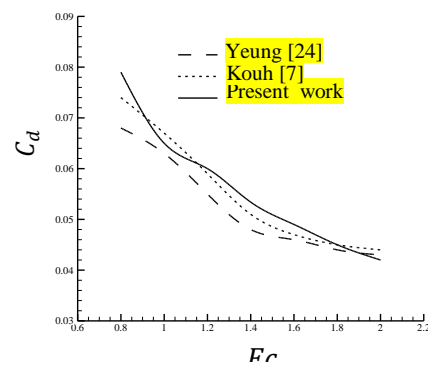
##### ۴-۱- اثر سطح آزاد به تنهایی

در این بخش، نتایج ضرایب هیدرودینامیکی و موج تشکیل شده ناشی از حرکت هیدروفویل در نزدیک سطح آزاد برای حالت های مختلف نظیر اثرات عدد فرود بر مبنای طول وتر، فاصله تا سطح آزاد، زاویه حمله، ضخامت هیدروفویل و همچنین انحنای هیدروفویل برای مجموعه ای از هیدروفویل های استاندارد بررسی شده و نمودارهای ضرایب مختلف تحلیل می شوند.



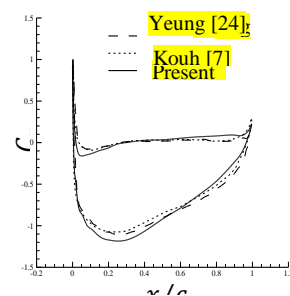
شکل (۳): ضرایب برآ در اعداد فرود مختلف برای ناکا

۴۴۱۲ زاویه حمله ۵ درجه و  $\frac{h}{C} = 1$



شکل (۴): ضرایب پسا در اعداد فرود مختلف برای ناکا

۴۴۱۲ و  $\frac{h}{C} = 1$



شکل (۵): ضرایب فشار در اعداد فرود مختلف برای ناکا

۴۴۱۲ و  $\frac{h}{C} = 1$

##### ۴-۱-۱- اثر عدد فرود

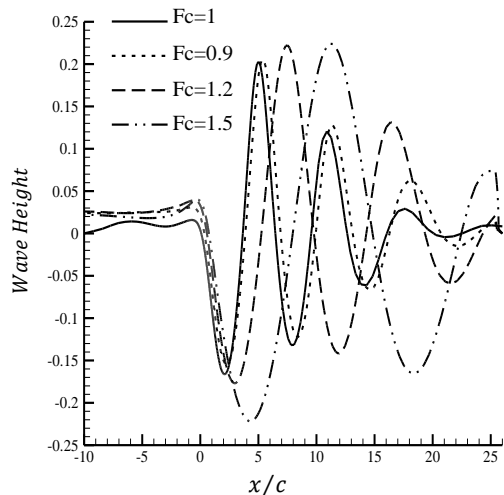
به منظور بررسی اثرات سرعت حرکت هیدروفویل بر روی ضرایب هیدرودینامیکی، عدد فرود که نسبت مستقیم با سرعت حرکت هیدروفویل دارد با مقادیر ۰/۹، ۱، ۱/۲ و ۱/۵ در نظر گرفته شده است. در این تحلیل از هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه و نسبت عمق غوطه وری به طول وتر برابر  $\frac{h}{C} = 1$  استفاده شده است. جدول ۲ مقادیر ضرایب برآ و پسا را برای حالت های بیان شده نشان می دهد. علاوه بر نتایج حاصل از تحلیل فلونت، نتایج روش المان مرزی [۲] که بر پایه جریان ایده آل است جهت مقایسه آورده شده و نیز مقادیر ضریب پسا ناشی از لزجت  $C_{d-v}$  و فشار  $C_{d-p}$  به صورت جداگانه ارائه شده است.

جدول (۲): مقادیر ضرایب برآ  $C_l$  و پسای اصطکاکی  $C_{d-v}$  و

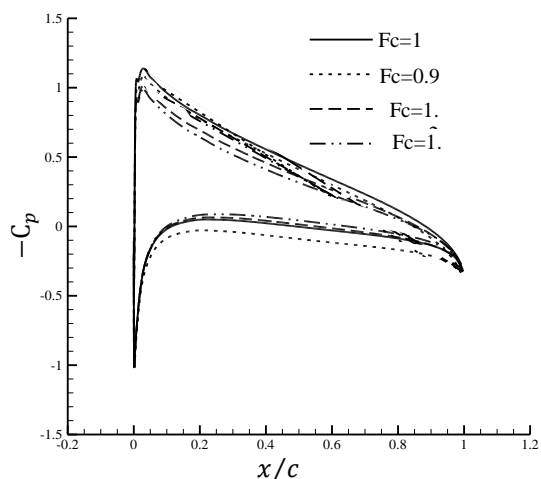
فشاری  $C_{d-p}$  در اعداد فرود مختلف برای ناکا ۰۰۱۲

BEM[2]		Fluent			Froude
$C_d$	$C_l$	$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	$F_c$
۰/۰۲۵	۰/۴۴	۰/۰۱۱	۰/۰۲۶	۰/۵۴	۰/۹
۰/۰۲۲	۰/۴	۰/۰۱	۰/۰۲۲	۰/۵	۱
۰/۰۲	۰/۳۱	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۴	۱/۲
۰/۰۱۳	۰/۲۹	۰/۰۰۹	۰/۰۱۸	۰/۳۶	۱/۵

علاوه بر نتایج حاصل از تحلیل فلونت، نتایج روش المان مرزی نیز آورده شده است. مقادیر ضریب پسا ناشی از لزجت  $C_{d-v}$  و فشار  $C_{d-p}$  به صورت جداگانه ارائه شده است. همان گونه که از نتایج مشاهده می شود، مقادیر ضرایب برآ و پسا با افزایش عدد فرود و به عبارتی با افزایش سرعت حرکت هیدروفویل کاهش می یابند. هر چقدر که سرعت حرکت هیدروفویل افزایش پیدا کند فشار در سطح بالا و سطح پایین آن کاهش پیدا می کند. ولی نظر به آن که کاهش فشار در سطح پایین بیشتر از سطح بالایی است، افزایش سرعت موجب کاهش ضریب برآ شده و ضریب پسا نیز روندی کاهشی دارد. با این نتایج، مشاهده می شود که افزایش سرعت هیدروفویل باعث کاهش نسبت ضریب برآ به پسا می شود. بررسی نتایج حاصل از روش المان مرزی نیز همین روند را تأیید می کند. در عین حال به دلیل آنکه در روش المان مرزی اثرات ویسکوزیته جریان در نظر گرفته نمی شود، اندکی اختلاف در نتایج ضرایب برآ و پسا مشاهده می شود. منحنی موج تشکیل شده در سطح آزاد ناشی از حرکت هیدروفویل در هر دو روش مورد بحث، مشابه هم هستند.



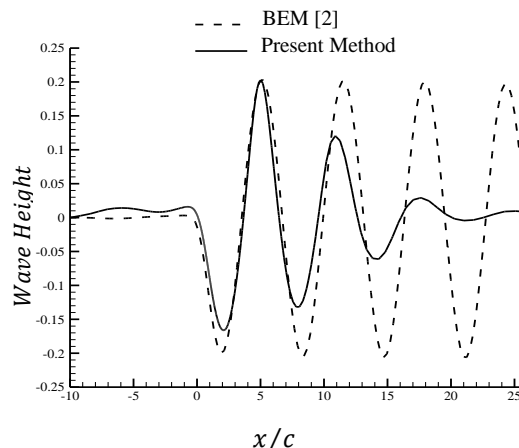
شکل (۷): ارتفاع موج تشکیل شده در  $\frac{h}{c} = 1$ ، زاویه حمله ۵ درجه و اعداد فرود مختلف برای ناکا ۰۰۱۲



شکل (۸): ضریب فشار در  $\frac{h}{c} = 1$ ، زاویه حمله ۵ درجه و اعداد فرود مختلف برای ناکا ۰۰۱۲

به منظور اطمینان از میزان تأثیرات عدم میرایی کامل موج در حوزه محاسباتی در نظر گرفته شده، طول حوزه حل در جریان پایین دست به مقدار ۴۰ برابر طول وتر افزایش داده شده است. همان طور که از شکل ۹ مشخص است در حوزه جدید، منحنی موج در انتها همچنان ادامه داشته تا در نهایت به میرایی کامل می رسد. گرچه به دلیل اثرات پایین دست بر روی میدان بالادست دامنه و طول موج به دست آمده از این دو میدان حل با هم اختلاف کمی دارند؛ ولی در عین حال نتایج ضرایب برآ و پسا اختلاف قابل توجهی را با توجه به جدول ۳ نشان نمی دهند. در نتیجه از حوزه محاسباتی

شکل ۶ این منحنی را برای حالتی که عدد فرود برابر یک است نشان می دهد. مشاهده می شود که اولین موج تشکیل شده در هر دو روش دارای ارتفاع تقریباً یکسان هستند و دامنه موج نیز در ابتدا از انطباق خوبی برخوردار است.



شکل (۶): ارتفاع موج تشکیل شده برای ناکا ۰۰۱۲ در عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  و زاویه حمله ۵ درجه

به دلیل عدم در نظر گرفتن لزجت سیال همان گونه که قبلاً هم اشاره شد، موج تشکیل شده در روش المان مرزی میرا نمی شود و در طول حوزه حل دارای ارتفاع یکسان است. این در حالی است که موج تشکیل شده در مطالعه حاضر در راستای حوزه حل میرا شده و از ارتفاع آن کاسته می شود. چراکه اثرات لزجت به مرور خود را بیشتر نشان می دهد. افزایش عدد فرود و یا به عبارتی افزایش سرعت حرکت هیدروفویل باعث افزایش ارتفاع و همچنین افزایش دامنه موج می شود که به دلیل کاهش سرعت انتشار امواج ثقلی می باشد. مطابق رابطه (۱۹) طول موج ایجاد شده در سطح آزاد با توان دوم سرعت حرکت هیدروفویل متناسب است. بنابراین، افزایش سرعت باعث افزایش دامنه موج می شود.

$$\lambda = 2\pi \frac{U^2}{g} \quad (18)$$

این مسأله در شکل ۷ برای روش مورد مطالعه در تحقیق حاضر نمایش داده شده است. در شکل ۸ منحنی ضریب فشار برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ برای اعداد فرود مختلف نشان داده شده است.



باعث می شود که حجم سیالی که بین هیدروفویل و سطح آزاد قرار می گیرد بیشتر باشد (دامنه موج عموماً بیشتر از طول کورد جسم می باشد). این حجم اضافی سیال (قسمت برآمدگی موج) به قسمت بالایی هیدروفویل اثرگذاری بیشتری دارد و فشار بالاتری به آن وارد می کند. در نتیجه هر چقدر که جسم به سطح آزاد نزدیک تر باشد به دلیل اثرات کمتر نیروهای ثقلی که سبب ایجاد موج با ارتفاع بیشتری می شود، از مقدار ضریب برآ کاسته می شود. به نظر می رسد چنانچه اثرات سطح آزاد در نظر گرفته نشود (برای نسبت های عمق فرورفتگی به طول وتر بزرگ تر از ۵)، به دلیل عدم تشکیل موج، با افزایش عمق فرورفتگی از میزان ضریب برآ کاسته شود. ضریب پسا نیز به دلیل کاهش اثرات لایه مرزی در عمق های بالاتر روندی کاهشی را نشان می دهد. جدول ۴ جزئیات ضرایب مذکور را برای هر دو حل المان مرزی و تحلیل فلونت برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود یک نشان می دهد.

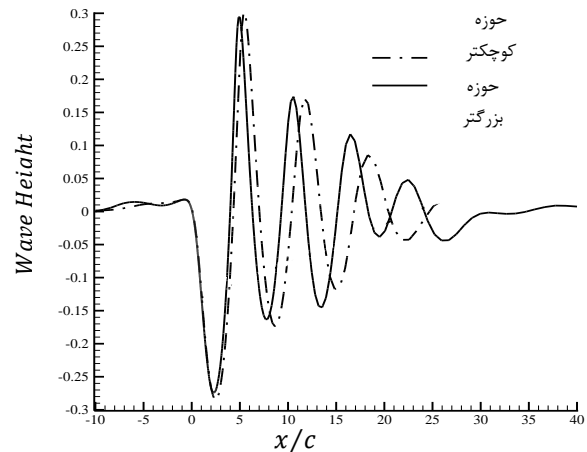
**جدول (۴):** مقادیر ضرایب برآ و پسا در عمق فرورفتگی مختلف برای ناکا ۰۰۱۲ با عدد فرود ۱ و زاویه حمله ۵ درجه

FLUENT			BEM[2]		عمق غوطه وری
$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	$C_d$	$C_l$	
۰/۰۱	۰/۰۲۲	۰/۵	۰/۰۲۲	۰/۴	۱
۰/۰۱	۰/۰۱۶	۰/۶	۰/۰۱۴	۰/۵۳	۱/۵
۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۶۵	۰/۰۰۶	۰/۶	۲
۰/۰۱	۰/۰۰۶	۰/۶۹	۰/۰۰۰	۰/۶	۵

از آن جا که شکل منحنی موج بر روی ضرایب هیدرودینامیکی اثرگذار است این مقادیر در روش المان مرزی که میرایی در موج تشکیل شده در سطح آزاد ایجاد نمی شود با مقادیر این ضرایب در تحلیل فلونت که موج در پایین دست جریان به مرور میرا می شود اندکی اختلاف دارد. همان طور که از جدول ۴ مشخص است این اختلاف در ضریب برآ بیشتر از ضریب پسای فشاری است.

در شکل ۱۰ منحنی موج برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود یک و برای  $\frac{h}{c} = 1/5$  در هر دو روش مورد بحث در اینجا آورده شده است. مشاهده

کوچک تر جهت کاهش در زمان و هزینه انجام محاسبات استفاده شده است.



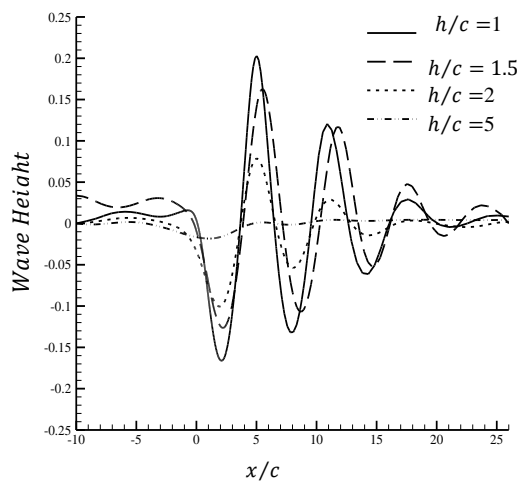
**شکل (۹):** ارتفاع موج تشکیل شده در  $\frac{h}{c} = 1$ ، زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود ۱ برای ناکا ۴۴۱۲ در دو حوزه محاسباتی متفاوت

**جدول (۳):** مقادیر ضرایب برآ و پسا در دو حوزه محاسباتی برای ناکا ۰۰۱۲ با عدد فرود ۱، زاویه حمله ۵ درجه و  $\frac{h}{c} = 1$

Fluent						حوزه جریان
اختلاف $C_d$	اختلاف $C_l$	$C_{d-T}$	$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	
٪۳	٪۲	۰/۰۳۲	۰/۰۱	۰/۰۲۲	۰/۵	حوزه کوچکتر
		۰/۰۳۳	۰/۰۱	۰/۰۲۳	۰/۴۹	حوزه بزرگتر

#### ۴-۱-۲- اثر عمق غوطه وری

یکی دیگر از عوامل مؤثر بر ضرایب هیدرودینامیکی جسم متحرک در زیر سطح آزاد، میزان عمق فرورفتگی آن جسم در سیال مورد مطالعه است. جهت سهولت در محاسبات به جای استفاده از ارتفاع فرورفتگی از متغیر بدون بعد  $\frac{h}{c}$  استفاده می شود که نشان دهنده نسبت فاصله غوطه وری جسم از سطح آزاد به طول وتر هیدروفویل می باشد. نتایج مطالعه حاضر و همچنین روش المان مرزی نشان می دهند که با افزایش این نسبت بدون بعد، ضریب برآ افزایش و ضریب پسا کاهش می یابد. افزایش ارتفاع فرورفتگی در سیال باعث افزایش فشار استاتیکی شده و همین امر به افزایش فشار در سطوح هیدروفویل منجر می شود. لازم به ذکر است که تشکیل موج در سطح آزاد ناشی از حرکت هیدروفویل



شکل (۱۲): منحنی موج تشکیل شده در عمق‌های مختلف، زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود ۱ برای ناکا ۰.۰۱۲

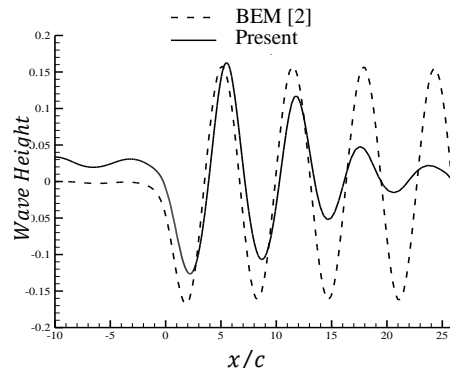
جدول (۵): مقادیر ضرایب برآ و پسا در زوایای حمله

مختلف برای ناکا ۰.۰۱۲ با فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$

Fluent			BEM		زاویه حمله
$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	$C_d$	$C_l$	
۰/۰۱	۰/۰۱۸	۰/۳۴	۰/۰۱	۰/۲۲	۳
۰/۰۱	۰/۰۲۲	۰/۵	۰/۰۲۲	۰/۴	۵
۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۶۷	۰/۰۴۱	۰/۵۸	۷

در واقع اثر افزایش زاویه حمله، کاهش فشار در سطح بالایی هیدروفویل است. این مسأله به این دلیل اتفاق می‌افتد که جدایش جریان از سطح بالایی هیدروفویل در زوایای حمله بالاتر بیشتر است و همچنین باعث ایجاد گردابه‌هایی در لبه فرار هیدروفویل می‌شود. به دلیل پیوستگی بیشتر جریان در سطح پایینی هیدروفویل، اثر کاهش فشار بر روی این سطح کمتر از قسمت بالایی سطح هیدروفویل است که نهایتاً باعث افزایش ضرایب برآ و پسا می‌شود. همان‌طور که از نتایج جدول ۵ مشخص است، مقادیر ضریب پسا در هر دو روش از هماهنگی خوبی برخوردار هستند؛ البته با این شرط که در تحلیل فلونت تنها نتایج ضریب پسای فشاری در نظر گرفته شود. در عین حال اختلاف اندکی بین ضرایب برآ در این دو روش مشهود است. دلیل آن به خاطر اختلاف شکل موج به لحاظ ارتفاع در این دو روش است. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ به ترتیب منحنی‌های ضریب فشار و منحنی موج را در زوایای حمله ۳، ۵ و ۷ درجه نشان می‌دهند. همان‌طور که

می‌شود که اولین موج تشکیل شده هم از نظر ارتفاع و هم از نظر طول در هر دو حالت هم‌خوانی بسیار خوبی با هم دارند.

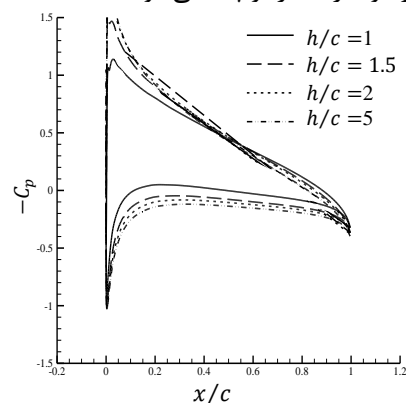


شکل (۱۰): منحنی موج تشکیل شده در  $\frac{h}{c} = 1$ ، زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود ۱ برای ناکا ۰.۰۱۲

به‌منظور بررسی اثر عمق فرورفتگی بر شکل موج، منحنی‌های ضریب فشار و موج‌های ایجاد شده در عمق‌های مختلف برای هیدروفویل ناکا ۰.۰۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود برابر یک به روش تحلیل فلونت در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ آورده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عمق فرورفتگی از ارتفاع موج کاسته شده و به طول آن اضافه می‌گردد. استهلاک انرژی موج ناشی از افزایش عمق فرورفتگی دلیل این مسأله می‌باشد.

#### ۳-۱-۴- اثر زاویه حمله

اثر زوایای حمله مختلف بر روی هیدروفویل ناکا ۰.۰۱۲ با عدد فرود برابر ۱ و نسبت عمق فرورفتگی به طول وتر برابر ۱ مطالعه و نتایج آن به همراه نتایج روش المان مرزی در جدول ۵ نشان داده شده است. افزایش زاویه حمله باعث افزایش هر دو ضریب برآ و پسا می‌شود.



شکل (۱۱): منحنی ضرایب فشار در عمق‌های مختلف، زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود ۱ برای ناکا ۰.۰۱۲

نگاهی به این نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت هیدروفویل ضرایب برآ و پسا هر دو افزایش پیدا می‌کنند. افزایش ضخامت هیدروفویل موجب افزایش گردابه‌های ایجادشده در پشت آن می‌گردد. این گردابه‌ها که با افزایش ضخامت به سمت جریان بالادست کشیده می‌شوند باعث ایجاد نیروی پسا می‌شوند و در نهایت به ایجاد ضریب پسی بیشتر منتهی می‌شود. در واقع به‌نوعی می‌توان بیان کرد که افزایش ضخامت هیدروفویل باعث وقوع سریع‌تر جریان از حالت آرام به آشفتگی بر روی سطح هیدروفویل شده و این موضوع باعث افزایش ضریب پسا می‌شود.

افزایش ضخامت هیدروفویل باعث بروز موج با ارتفاع بیشتر در سطح آزاد می‌شود که این خود به دلیل کاهش بیشتر فشار در سطح بالایی هیدروفویل نسبت به سطح پایینی آن است و منجر به تغییر فشار بیشتر در این سطح می‌شود. این تغییر فشار باعث انتشار موجی در داخل سیال شده که به سطح آزاد منتقل می‌شود. بنابراین، تغییر فشار بیشتر منجر به تغییر ارتفاع بیشتر موج در سطح آزاد می‌گردد.

اختلاف اندک مشاهده‌شده در نتایج ضرایب برآ در روش المان مرزی و تحلیل فلونت به دلیل انتشار متفاوت موج ایجادشده ناشی از تغییر فشار در سطح هیدروفویل است. از آنجا که جریان در روش المان مرزی به‌صورت غیرلزج در نظر گرفته می‌شود، هیچ عاملی برای میرایی موج تشکیل‌شده در سطح آزاد وجود ندارد. همین عامل باعث ایجاد اختلاف در ضرایب هیدرودینامیکی می‌شود.

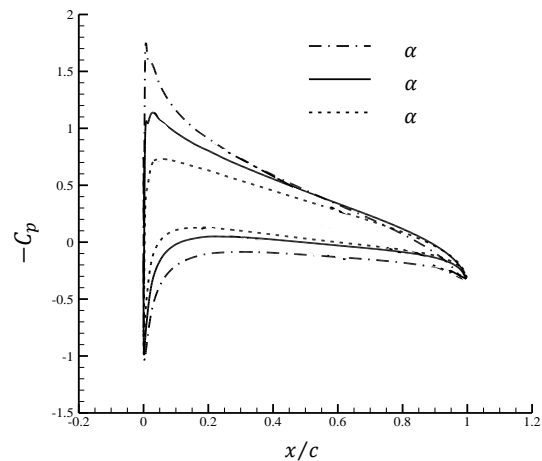
**جدول (۶):** مقادیر ضرایب برآ و پسا در عدد فرود ۱، زاویه حمله ۵ درجه و  $\frac{h}{c} = 1$  برای سه هیدروفویل متقارن دارای ضخامت مختلف

BEM		Fluent			هیدروفویل
$C_d$	$C_l$	$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	
۰/۰۱۹	۰/۳۸	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۴۵	ناکا ۰۰۰۹
۰/۰۲۲	۰/۴	۰/۰۱	۰/۰۲۲	۰/۵	ناکا ۰۰۱۲
۰/۰۲۵	۰/۴۱	۰/۰۱	۰/۰۲۶	۰/۵۳	ناکا ۰۰۱۵

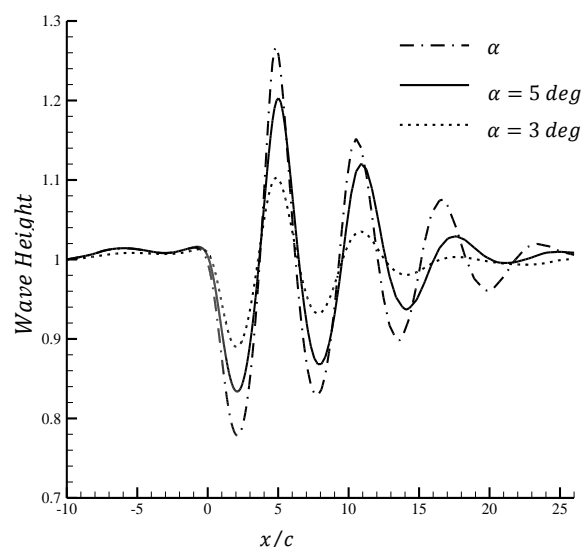
مشخص است با افزایش زاویه حمله پروفیل موج با دامنه بزرگ‌تر تشکیل شده و در فاصله دورتری نیز میرا شده است.

#### ۴-۱-۴- اثر ضخامت هیدروفویل

به‌منظور بررسی اثرات ضخامت هیدروفویل بر ضرایب هیدرودینامیکی، از سه هیدروفویل استاندارد ناکا ۰۰۰۹، ناکا ۰۰۱۲ و ناکا ۰۰۱۵ با زاویه حمله ۵ درجه، نسبت عمق غوطه‌وری به طول وتر برابر یک و عدد فرود یک استفاده شده است. نتایج حاصل از تحلیل با هر دو روش مورد اشاره در این تحقیق در جدول ۶ نشان داده شده است.



**شکل (۱۳):** منحنی ضرایب فشار در زوایای حمله مختلف،  $\frac{h}{c} = 1$  و عدد فرود ۱ برای ناکا ۰۰۱۲



**شکل (۱۴):** ارتفاع موج تشکیل‌شده در زوایای حمله مختلف،  $\frac{h}{c} = 1$  و عدد فرود ۱ برای ناکا ۰۰۱۲

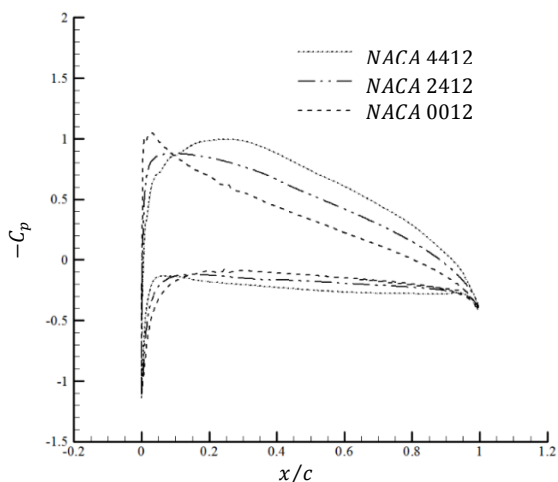
#### ۴-۱-۵- اثر انحناى هیدروفویل

ضرایب هیدرودینامیکی با تغییر انحناى هیدروفویل تغییر می‌کند. برای نشان دادن این تغییرات سه هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲، ناکا ۲۴۱۲ و ناکا ۴۴۱۲ مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. این سه هیدروفویل در نسبت عمق غوطه‌وری به ارتفاع برابر یک و زاویه حمله ۵ درجه و عدد فرود ۱ با فلوننت مدل‌سازی و تحلیل‌شده و نتایج آن با تحلیل المان مرزی مقایسه شده است. در جدول ۷ این نتایج خلاصه شده‌اند.

**جدول (۷):** مقادیر ضرایب برآ و پسا در زاویه حمله ۵ درجه با عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  برای سه هیدروفویل با انحنای مختلف

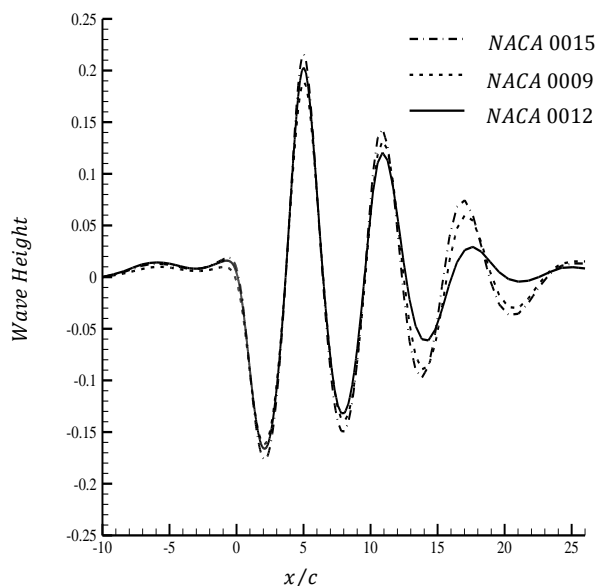
BEM		Fluent			هیدروفویل
$C_d$	$C_l$	$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	
۰/۰۲۲	۰/۴	۰/۰۱	۰/۰۲۲	۰/۵	ناکا ۰۰۱۲
۰/۰۴	۰/۵۸۵	۰/۰۱۱	۰/۰۳۶	۰/۶۶	ناکا ۲۴۱۲
۰/۰۶۵	۰/۷۵	۰/۰۱۱	۰/۰۵۳	۰/۸	ناکا ۴۴۱۲

مشاهده می‌شود که افزایش انحناى هیدروفویل اثری مشابه با افزایش ضخامت هیدروفویل دارد. بدین معنا که با افزایش انحنا، ضرایب برآ و پسا افزایش پیدا می‌کنند. نمودار تغییرات ضریب فشار و منحنی موج در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ نشان داده شده است.

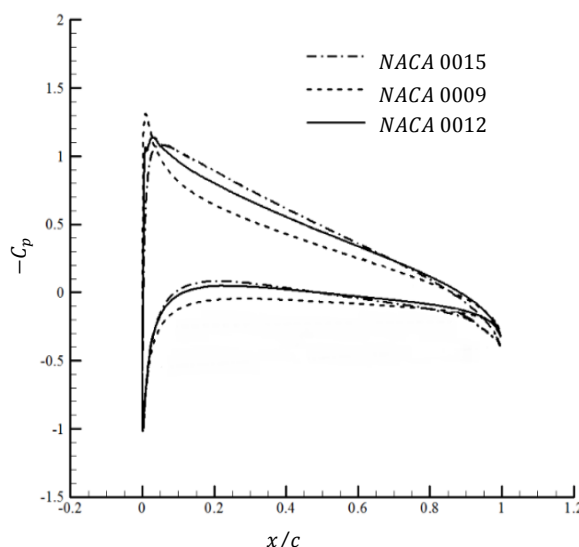


**شکل (۱۷):** منحنی ضریب فشار در زاویه حمله ۵ درجه،  $\frac{h}{c} = 1$  و عدد فرود ۱ برای سه هیدروفویل با انحنای مختلف

شکل ۱۵ نمودارهای موج ایجادشده برای ضخامت‌های مختلف را در تحلیل فلوننت نشان می‌دهد. همان‌طور که اشاره شد، با افزایش ضخامت، ارتفاع موج نیز افزایش پیدا می‌کند. به‌منظور بررسی تأثیر ضخامت هیدروفویل بر ضریب فشار، نمودار ضریب فشار هر سه هیدروفویل مورد مطالعه در شکل ۱۶ آورده شده است.

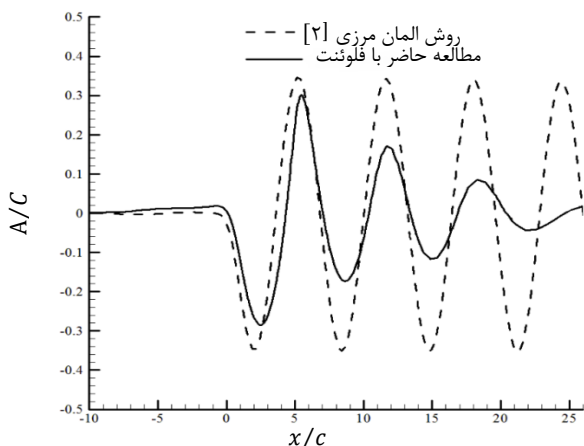


**شکل (۱۵):** منحنی موج تشکیل‌شده در زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  برای سه هیدروفویل متقارن دارای ضخامت مختلف

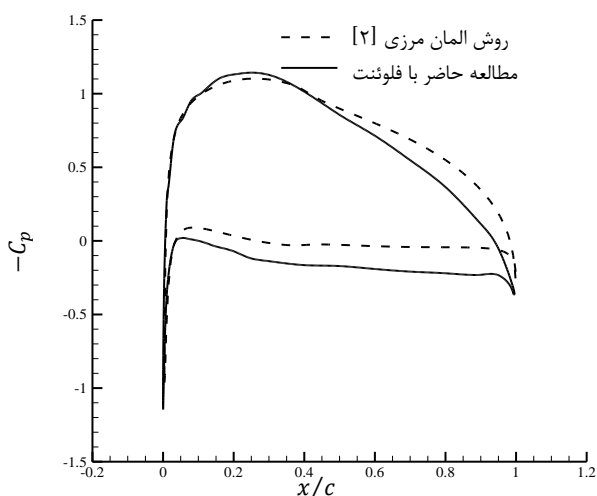


**شکل (۱۶):** منحنی ضریب فشار در زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  برای سه هیدروفویل متقارن دارای ضخامت مختلف

شبهه سازی این هم زمانی از هیدروفویل های بخش قبل استفاده شده تا امکان مقایسه نتایج وجود داشته باشد.

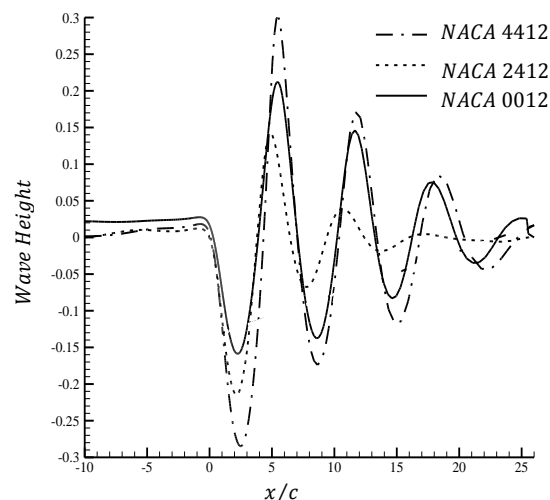


شکل (۱۹): منحنی موج تشکیل شده برای ناکا ۴۴۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  در دو روش المان مرزی و تحلیل فلونت



شکل (۲۰): منحنی ضریب فشار برای ناکا ۴۴۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  در دو روش المان مرزی و تحلیل فلونت

شرایط مرزی در نظر گرفته شده مشابه حالت قبل است با این تفاوت که به جای در نظر گرفتن کف به عنوان شرط مرزی متقارن، از شرط مرزی دیواره لغزشی استفاده شده است. فاصله هیدروفویل تا کف (d) به گونه ای در نظر گرفته شده است که اطمینان از اثربخشی آن بر روی مؤلفه های

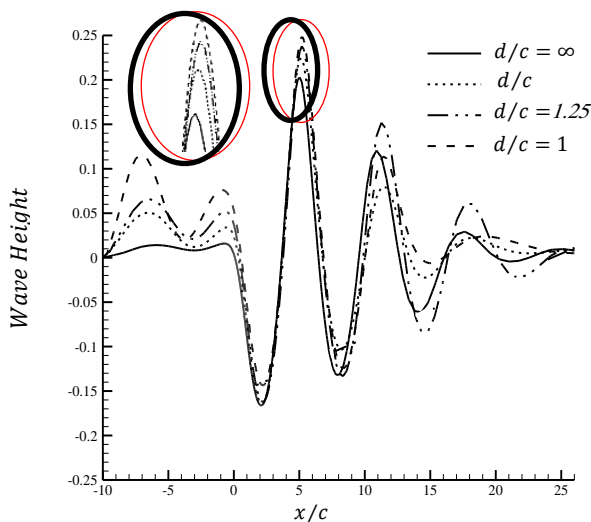


شکل (۱۸): ارتفاع موج در زاویه حمله ۵ درجه،  $\frac{h}{c} = 1$  و عدد فرود ۱ برای سه هیدروفویل با انحنای مختلف

با توجه به تغییرات ضریب فشار می توان چنین دریافت که در هیدروفویل های با انحنای بالاتر، ضریب فشار و یا به عبارتی اختلاف فشار در سطح بالا کاهش و در سطح پایین افزایش می یابد که در نتیجه باعث افزایش نیروی برآ می شود. از طرفی، امواج تشکیل شده در سطح آزاد سیال نیز با افزایش انحنای ارتفاع بالاتری پیدا می کنند. نتایج نشان می دهند که با افزایش انحنای هیدروفویل، اختلاف نتایج ضرایب برآ و پسا در این دو روش هم بیشتر می شود. شکل ۱۹ نشان می دهد که اختلاف موجود در منحنی موج ایجاد شده در این دو روش برای هیدروفویل ناکا ۴۴۱۲ به عنوان نمونه، باعث تفاوت مقادیر به دست آمده برای ضرایب هیدرودینامیکی می شود. از منحنی های فشار نشان داده شده در شکل ۲۰ می توان نتیجه گرفت که به دلیل اختلاف فشار به دست آمده در سطوح بالا و پایین هیدروفویل با استفاده از دو روش عددی و المان مرزی ضرایب برآ و پسا آن ها با هم اختلاف خواهد داشت که این خود ناشی از فرض جریان ایده آل روش المان مرزی می باشد.

#### ۴-۲- اثر هم زمان سطح آزاد و کف محدود

در این بخش نتایج بررسی هم زمان اثرات سطح آزاد و کف محدود بر روی ضرایب هیدرودینامیکی برای هیدروفویل های مورد مطالعه در بخش قبل آورده شده است. زمانی که هیدروفویل متحرک در آب های کم عمق در حال حرکت باشد، نه تنها سطح آزاد بر روی مؤلفه های عملکردی آن اثر می گذارد بلکه اثرات کف هم مؤثر واقع می شوند. در



**شکل (۲۱):** ارتفاع موج تشکیل شده در سطح آزاد برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه، عدد فرود ۱ و  $\frac{h}{c} = 1$  و در فواصل مختلف از کف

بررسی دقیق تر ضرایب هیدرو دینامیکی نشان می دهد که کف محدود نه تنها باعث افزایش ضرایب برآ و پسا می شود بلکه همان طور که از جدول ۹ مشخص می شود باعث افزایش نسبت ضریب برآ به پسا نیز در مقایسه با حالت سطح آزاد به تنهایی برای هیدروفویل های متقارن می شود. افزایش زاویه حمله نیز رابطه ای مستقیم با افزایش این نسبت دارد.

این در حالیست که نتایج تحلیل نشان می دهد در صورت افزایش انحنای هیدروفویل هر چند ضرایب برآ و پسا افزایش پیدا می کنند که به دلیل افزایش ارتفاع موج تشکیل شده در سطح آزاد و همچنین قوی تر شدن دنباله ای ایجاد شده در پشت جریان است ولی میزان رشد ضریب برآ کمتر از میزان افزایش ضریب پسا می باشد که در نهایت باعث کاهش نسبت ضریب برآ به پسا می شود. این نتایج برای دو هیدروفویل ناکا ۲۴۱۲ و ناکا ۴۴۱۲ در جدول ۱۰ نشان داده شده اند.

**جدول (۹):** نسبت ضریب برآ به پسا برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ در فواصل مختلف هیدروفویل از کف

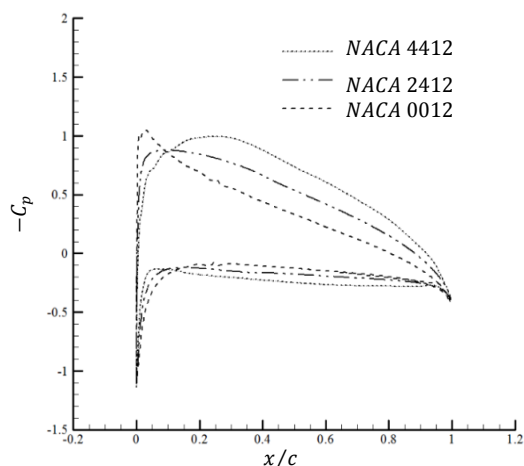
$\frac{d}{c} = 1$	$\frac{d}{c} = \infty$	
$\frac{C_l}{C_D}$	$\frac{C_l}{C_D}$	زاویه حمله
۱۳/۲	۷/۸۶	۳
۱۴/۵۷	۱۲/۵	۵
۱۶/۸۳	۱۱/۶	۷

هیدرو دینامیکی وجود داشته باشد. در اینجا علاوه بر مؤلفه بدون بعد  $\frac{h}{c}$ ، از مؤلفه بدون بعد دیگری به نام  $\frac{d}{c}$  که بیان گر نسبت فاصله هیدروفویل از کف به طول وتر هیدروفویل است هم استفاده می شود. در واقع مقدار این مؤلفه در حالت قبل برابر بی نهایت در نظر گرفته شده بود که به دلیل فاصله قابل توجه هیدروفویل از کف حوزه حل می باشد و کف هیچ اثری بر روی مؤلفه های هیدروفویل ندارد ( $\frac{d}{c} = \infty$ ). هیدروفویل های مورد استفاده در عدد فرود ۱، نسبت عمق غوطه وری به طول وتر برابر یک ( $\frac{h}{c} = 1$ ) و نسبت فاصله هیدروفویل از کف به طول وتر برابر یک ( $\frac{d}{c} = 1$ )، در سه زاویه حمله ۳، ۵ و ۷ درجه بررسی شده اند. تمامی نتایج نشان دهنده افزایش ضرایب برآ و پسا با افزایش زاویه حمله هیدروفویل است که مشابه حالتی است که سطح آزاد به تنهایی اثرگذار بود. در عین حال مقایسه این نتایج با نتایج بخش قبلی بیان گر افزایش ضرایب برآ و پسا است که حاکی از تأثیر اثرات کف بر روی این ضرایب است. در جدول ۸ ضرایب برآ و پسا برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲ لیست شده اند. زمانی که هیدروفویل متحرک به کف نزدیک است امواج تشکیل شده حاصل از نزدیکی جسم به کف با شدت بیشتری به سطح آزاد منتقل شده و باعث افزایش ارتفاع موج در جریان بالادست و در اولین موج تشکیل شده در سطح آزاد می شوند. این مسأله به افزایش ضریب برآ منتهی می شود.

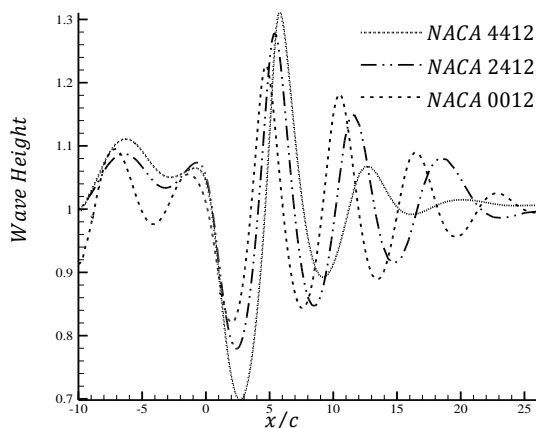
در عین حال با توجه به اثرگذاری کف، گردابه های تشکیل شده در انتهای هیدروفویل و متعاقب آن در جریان پایین دست باعث افت شدید ارتفاع موج می شود و در نهایت به افزایش ضریب پسا منجر می شود. شکل ۲۱ موج های تشکیل شده از حرکت هیدروفویل متحرک ناکا ۰۰۱۲ در عدد فرود ۱، زاویه حمله ۵ درجه،  $\frac{h}{c}$  برابر ۱ و در فواصل مختلف هیدروفویل از کف را نشان می دهد و استنباط مطرح شده در بالا را تأیید می کند.

**جدول (۸):** مقادیر ضرایب برآ و پسا در عدد فرود ۱،  $\frac{h}{c} = 1$  و  $\frac{d}{c} = 1$  برای هیدروفویل ناکا ۰۰۱۲

$C_D$	$C_l$	زاویه حمله
۰/۰۲۵	۰/۳۳	۳
۰/۰۳۵	۰/۵۱	۵
۰/۰۴۱	۰/۶۹	۷



شکل (۲۲): منحنی ضریب فشار برای هیدروفویل های ناکا ۴۴۱۲، ۲۴۱۲ و ۰۰۱۲ با زاویه حمله ۵ درجه و  $\frac{d}{c} = 1$  و عدد فرود ۱



شکل (۲۳): منحنی موج در عدد فرود ۱ برای هیدروفویل های متفاوت با زاویه حمله ۵ درجه،  $\frac{h}{c} = 1$  و  $\frac{d}{c} = 1$

جدول (۱۱): مقادیر ضرایب برآ و پسا در عدد فرود ۱ برای هیدروفویل های مختلف  $\frac{h}{c} = 1$  و  $\frac{d}{c} = 1$

Fluent				هیدروفویل
$C_{d-T}$	$C_{d-v}$	$C_{d-p}$	$C_l$	
۰/۰۳۲	۰/۰۱۱	۰/۰۲۲	۰/۴۶	ناکا ۰۰۰۹
۰/۰۳۶	۰/۰۱۱	۰/۰۲۶	۰/۴۸	ناکا ۰۰۱۲
۰/۰۴۱	۰/۰۱۱	۰/۰۳	۰/۵۴	ناکا ۰۰۱۵

جدول (۱۰): مقادیر ضرایب برآ و پسا در عدد فرود ۱،  $\frac{h}{c} = 1$  و  $\frac{d}{c} = 1$  برای هیدروفویل های ناکا ۴۴۱۲ و ۲۴۱۲

ناکا ۴۴۱۲			ناکا ۲۴۱۲			زاویه حمله
$\frac{C_l}{C_d}$	$C_d$	$C_l$	$\frac{C_l}{C_d}$	$C_d$	$C_l$	
۱۶/۸	۰/۰۴۱	۰/۶۹	۱۴/۶	۰/۰۳۵	۰/۵۱	۳
۱۲	۰/۰۷	۰/۸۴	۱۳/۷	۰/۰۴۸	۰/۶۶	۵
۱۱	۰/۰۹۱	۱	۱۰/۱۵	۰/۰۶۶	۰/۶۷	۷

نمودار توزیع ضریب فشار بر روی سطح هیدروفویل های ناکا ۴۴۱۲، ناکا ۲۴۱۲ و ناکا ۰۰۱۲ در انحنای مختلف نشان دهنده رشد سریع تر فشار در سطح پایینی هیدروفویل نسبت به سطح بالایی آن است و به همین دلیل ضریب برآ با افزایش انحنای افزایش پیدا می کند. شکل ۲۲ نشان دهنده توزیع فشار برای این هیدروفویل ها می باشد.

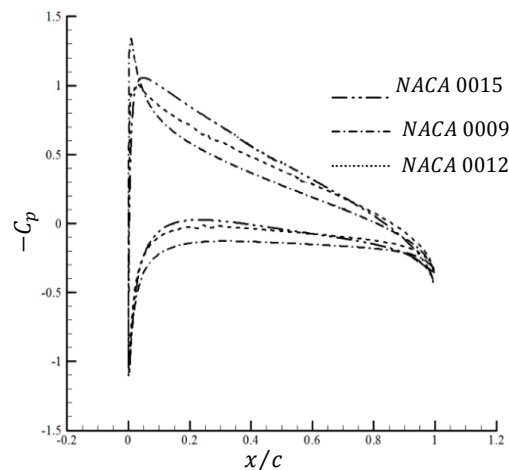
در شکل ۲۳ نیز منحنی موج برای هیدروفویل های مختلف ترسیم شده است. همان طور که از شکل مشخص است با افزایش انحنای هیدروفویل موج تشکیل شده دامنه بزرگتری خواهد داشت. جهت بررسی اثرات ضخامت هیدروفویل بر ضرایب هیدرودینامیکی، از سه هیدروفویل استاندارد ناکا ۰۰۰۹، ناکا ۰۰۱۲ و ناکا ۰۰۱۵ با زاویه حمله ۵ درجه، نسبت عمق غوطه وری به طول وتر برابر یک، نسبت فاصله از کف به طول وتر برابر ۱ و همچنین عدد فرود ۱ استفاده شده و نتایج حاصل از تحلیل در جدول ۱۱ نشان داده شده است.

این نتایج نشان می دهد که با افزایش ضخامت هیدروفویل ضرایب برآ و پسا هر دو افزایش پیدا می کنند. منحنی ضرایب فشار برای هیدروفویل های مختلف در شکل ۲۴ آورده شده است.

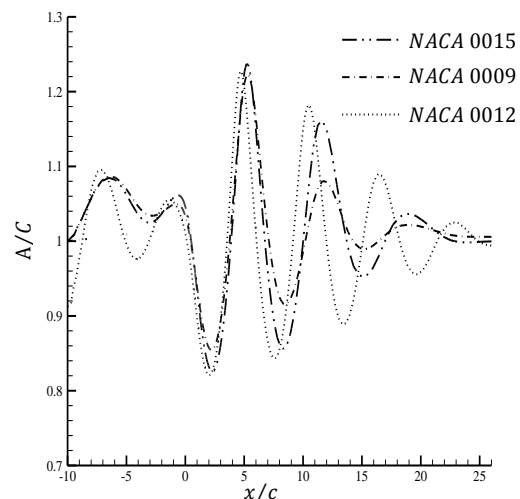
شکل ۲۵ نیز نشان می دهد که با افزایش ضخامت هیدروفویل به دلیل کاهش بیشتر فشار در سطح بالایی هیدروفویل نسبت به سطح پایینی آن، موج با ارتفاع بزرگتر در سطح آزاد تشکیل می شود.

انجام و نتایج حاصل از آن با نتایج به دست آمده از روش تحلیلی المان مرزی و تجربی موجود مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهند که چنانچه در تحلیل فلونت فقط مؤلفه فشاری ضریب پسا در نظر گرفته شود، این ضریب در هر دو روش عددی و تحلیلی از انطباق مناسبی برخوردار می‌باشد.

نتایج ضریب برای به دست آمده در این دو روش اندکی اختلاف را نشان می‌دهند که به دلیل عدم میرایی موج تشکیل شده در سطح آزاد سیال در روش المان مرزی می‌باشد. در روش المان مرزی از فرض غیرلزج و غیرآشفته بودن جریان استفاده می‌شود در صورتی که در تحلیل فلونت جریان لزج و با آشفتگی تحلیل می‌شود. همچنین توجه به نتایج اثر سطح آزاد بر روی مؤلفه‌های هیدروینامیکی نشان می‌دهد که افزایش عدد فرود باعث کاهش ضرایب برآ و پسا شده در حالی که افزایش زاویه حمله هیدروفویل باعث افزایش هر دو ضریب برآ و پسا می‌شود. چنانچه ضخامت هیدروفویل افزایش پیدا کند ضرایب برآ و پسای هر دو افزایش می‌یابند و این مسأله در مورد افزایش انحنای هیدروفویل هم صادق است. با این تفاوت که با افزایش انحنای برخلاف افزایش ضخامت هیدروفویل، نسبت ضریب برآ به پسا هم افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، استفاده از هیدروفویل‌های نازکتر با انحنای بیشتر کارایی بالاتری خواهد داشت. در حالتی که هیدروفویل کاملاً مغروق در آب‌های کم عمق در حرکت باشد علاوه بر اثرگذاری سطح آزاد بر روی مؤلفه‌های هیدروینامیکی، اثر کف هم تأثیر به سزایی دارد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که برای یک هیدروفویل مشخص با زاویه حمله، عدد فرود و نسبت عمق غوطه‌وری به طول وتر یکسان، هیدروفویلی که در فاصله کمتری از کف قرار گرفته است دارای ضرایب برآ و پسای بالاتری است. همچنین میزان افزایش ضریب برآ بیشتر از میزان افزایش ضریب پسا می‌باشد. افزایش زاویه حمله هیدروفویل در آب‌های کم عمق باعث افزایش بیشتر ضریب پسا می‌شود و از آنجایی که نسبت ضریب برآ به پسا با افزایش انحنای هیدروفویل افزایش پیدا می‌کند، هیدروفویل با انحنای بیشتر و زاویه حمله کمتر در آب‌های کم عمق از عملکرد بهتری برخوردار خواهد بود. بررسی منحنی موج نشان می‌دهد که در آب‌های کم عمق نسبت به حالتی که هیدروفویل در ارتفاعی واقع شده که اثر کف وجود ندارد، جریان بالادست بیشتر تحت تأثیر قرار می‌گیرد و ارتفاع



شکل (۲۴): منحنی ضریب فشار در عدد فرود ۱ برای هیدروفویل‌های متفاوت با زاویه حمله ۵ درجه،  $\frac{h}{c} = 1$  و  $\frac{d}{c} = 1$



شکل (۲۵): منحنی ضریب اصطکاک در عدد فرود ۱ برای هیدروفویل‌های متفاوت با زاویه حمله ۵ درجه،  $\frac{h}{c} = 1$  و  $\frac{d}{c} = 1$

همان‌طور که شکل‌های قبل نشان می‌دهند در انتهای هیدروفویل روی سطح آزاد سیال امواجی با طول موجی حدود ۶ برابر طول وتر هیدروفویل و دامنه‌ای برابر کسری از وتر هیدروفویل تشکیل می‌شود که این امواج سطحی تقریباً در ۲۵ تا ۳۰ برابر طول وتر هیدروفویل در دنباله آن میرا می‌شوند. و اگرچه این اعداد کاملاً ثابت نیستند، اما در شرایط مختلف تغییرات چندانی ندارد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، بررسی اثرات سطح آزاد بر روی یک دسته از هیدروفویل‌های متحرک کاملاً غوطه‌ور با شبیه‌سازی فلونت



13. Javarehshkian M. H. and Esmaeli, A. "Investigation of Effective Parameters on the Hydrofoil Application Under Free Surface", Journal of Hydraulics, Vol. 6, no. 4, pp. 1-17, 2013.
14. Zaroodi, N., Sohrabi, H. R., and Mousavi, S. H. "Hydrodynamic Investigation of free Surface Effect Around the Submerged Hydrofoil with ANSYS-CFX", 2nd Int. Conf. Applied Hydrodynamics, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, 2014.
15. Ungureanu, C. and Lungu, A. "Numerical Studies on Free Surface Flow Around a Hydrofoil Mounted on a Plate", Proc. Conf. AIP, Vol. 1281, No. 1, pp. 115-118, 2014.
16. Adjali, S., Imine, O., Aounallah, M., and Belkadi, M. "Numerical Simulation of Free Surface Water Wave for the Flow Around NACA0012 Hydrofoil and Wigley Hull Using VOF Method", International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering, Vol. 9, no. 5, pp. 889-893, 2015.
17. Salari, M. and Rava, A. "Numerical Investigation of Hydrodynamic Flow Over an AUV Moving in the Water-surface Vicinity Considering the Laminar-turbulent Transition", J. Mar. Sci. Technol. Vol. 16, no. 3, pp. 298-304, 2017.
18. Xu, C., Wang, Y. W., Huang, C. G., Huang, J., and Yu, C. "The Effect of Free Surface on Cloud Cavitating Flow Around a Blunt Body", J. Hydrodyn. Vol. 29, no. 6, pp. 979-986, 2017.
19. Sathesh, S. and Huera-Huarte, F. J. "Effect of Free Surface on a Flat Plate Translating Normal to the Flow", Ocean Eng. Vol. 171, no.1, pp. 458-468, 2019.
20. Deng, X., Liu, S., Ong, M. C., and Ji, C. "Numerical Simulations of Free-surface Waves Past Two Vertically Aligned Horizontal Circular Cylinders", Ocean Eng. Vol. 172, no. 2, pp. 550-561, 2019.
21. Rashidi Toroghi, I. "The Optimum Design of a Cavitator for Underwater Projectiles in Natural and Ventilated Cavitating Flows Using Numerical and Experimental Methods", PhD Dissertation, Ferdowsi University of Mashhad, Faculty of Mechanical Engineering, 2012, (In Persian).
22. Sadoughi, H. "Numerical Simulation of Cavitation in Fully Developed Case Around the Underwater Surfaces", Master Dissertation, Sharif University of Technology, 2009. (In Persian)
23. Zamandi, R. "Three Dimensional Flow Analysis of Cavitations Around Rudder", Master Dissertation, Ferdowsi University of Mashhad, Faculty of Mechanical Engineering, 2015. (In Persian)
24. Yeung, R. W. and Bounger, Y. C. "A Hybrid Integral Equation Method for Steady Two Dimension Ship Wave", Int. J. Numerical Methods. Eng. Vol. 14, no. 3, pp. 317-336, 1979.

اولین موج تشکیل شده در جریان پایین دست بالاتر است ولی میزان میرایی موج بیشتر است، به طوری که در فواصل کمتر از کف، موج زودتر میرا می شود.

## ۶- مراجع

1. Hess, J. L. and Smith A. M. O. "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three-dimensional Bodies", Prog. Aerosp. Sci., Vol. 8, no. 1, pp. 1-138, 1967.
2. Afkhami, S., Pasandideh-Fard, M., and Norouzi, M. "Parametric Analysis of Subsurface Hydrofoil with Boundary Elements Method", J. Solid and Fluid Mech., Vol. 6, no. 2, pp. 213-226, 2016 (In Persian).
3. Sutherland, W. H. "Exploratory Model Tests for Engineering Design of a Hydrofoil Vessel", Stevens Institute of Technology, FTT Report No. 407, 1951.
4. Duncan, J. H. "The Breaking and Non-breaking Wave Resistance of a Two-dimensional Hydrofoil", J. Fluid Mech., Vol. 126, no. 1, pp. 507-520, 1983.
5. Coleman, R. M. "Nonlinear Calculation of Breaking and Non-breaking Waves Behind a Two-dimensional Hydrofoil", 16<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, Berkely, USA, 1986.
6. Hino, T. "A Finite Volume Method with Unstructured Grid for Free Flow Simulations", Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conf. Numerical ship hydrodynamics, Iowa, USA, 1993.
7. Kouh, J. S. and Lin, T. J. "Performance Analysis of Two-dimensional Hydrofoil Under Free Surface", Journal of National Taiwan University, Vol. 86, pp. 113-123, 2002.
8. Bourgoyne, D. A. "Flow Over a Hydrofoil with Triangle Edge Vortex Shedding at High Reynolds Number", PhD Dissertation, Horace H. Rackham School of Graduate Studies, University of Michigan, 2003.
9. Carterra A., Dessi D., and Mastroddi F. "Hydrofoil Vibration Induced by a Random Flow: A Stochastic Perturbation Approach", J. Sound Vib. (JSV), Vol. 283, no's. 1-2, pp. 401-432, 2005.
10. Xie, N. and Vassalos, D. "Performance Analysis of 3D Hydrofoil Under Free Surface", Ocean Eng. Vol. 34, no's. 8-9, pp. 1257-1264, 2007.
11. Sadathosseini, S. H., Mousaviraad, S. M., Firoozabadi, B., and Ahmadi, G. "Numerical Simulation of free-surface Waves and Wave Induced Separation", Journal of Scientia Iranica. Sharif University of Technology, Vol. 15, no. 3, pp. 323-331, 2008 (In Persian).
12. Zanette J., Imbault D., and Tourabi A. "A Design Methodology for Cross Flow Water Turbines", J. Renew. Energy. Vol. 35, no. 5, pp. 997-1009., 2010.