



## Spatial Estimation of Precipitation Based on Spatial Characteristics and PRISM Framework in Sefidroud Basin

O. Zandi<sup>1</sup>, B. Zahraie<sup>2\*</sup>, and M. Nasseri<sup>3</sup>

### Abstract

Accurate spatial estimation of precipitation plays a key role in many hydrological modelling, water resources planning and agricultural management studies. In order to estimate high-resolution precipitation in the current research, an estimation model based on PRISM framework considering Digital Elevation Model (DEM) and other spatial attributes is developed and applied to Sefidroud basin during the years 2000-2015. In the first step, the monthly results were compared with modified Inverse Distance Weighted (IDW) as a benchmark method. Considering both models' degrees of freedom, the parameters are calibrated with Genetic Algorithm in annual time scale and the obtained parameters are utilized to estimate model monthly cross validation error. According to the monthly results, both models had roughly same statistical performance in estimating precipitation at the selected rain gauges. In spite of similar statistical performance of the models, the spatial distribution of precipitation provided by the PRISM based method is more consistent with topographic pattern and existing evidences. In the next step the proposed model's ability to estimate mean monthly precipitation is compared with ordinary kriging method and according to the results, in wet months the developed model and in dry months kriging method represents more optimal results. According to small amount of summer precipitation, PRISM based approach is considered to be a better tool for spatial interpolation of precipitation than kriging.

**Keywords:** Spatial Interpolation of Precipitation, Genetic Algorithm, Inverse Distance Weighted, Sefidroud Watershed, Kriging.

Received: August 27, 2020

Accepted: March 15, 2021

## تخمین مکانی بارش مبتنی بر خصوصیات مکانی و مدل PRISM در حوضه سفیدرود بزرگ

امید زندی<sup>۱</sup>، بنفشه زهرایی<sup>۲\*</sup> و محسن ناصری<sup>۳</sup>

### چکیده

تخمین دقیق توزیع مکانی بارش در بسیاری از فرآیندهای برنامه‌ریزی و مدیریت بهره‌برداری از منابع آب و فعالیت‌های کشاورزی، نقش کلیدی ایفا می‌کند. در این تحقیق، به منظور تخمین ماهانه بارش با دقت مطلوب مکانی، مدلی بر پایه چهارچوب PRISM مبتنی بر الگوی ارتفاعی و سایر خصوصیات مکانی، توسعه داده شد و در حوضه آبریز سفیدرود و در بازه زمانی سال آبی ۱۳۷۹ الی ۱۳۹۴ پیاده‌سازی شد. در گام اول نتایج حاصل از این روش در مقیاس ماهانه با روش بهبود یافته معکوس فاصله وزندار<sup>۲</sup> مقایسه شد. با توجه به درجه آزادی‌های موجود در هر دو روش، پارامترهای این دو روش ابتدا در مقیاس زمانی سالانه با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌یابی شده و از مجموعه پارامترهای بدست آمده به منظور تخمین عملکرد آماری مدل ماهانه از طریق اعتبارسنجی متقابل<sup>۳</sup> استفاده شد. بر اساس نتایج ماهانه محاسبه شده، هر دو مدل در تخمین مقدار بارش در محل ایستگاه‌ها، عملکردی نزدیک داشتند. اما علیرغم این عملکرد تقریباً یکسان، توزیع مکانی بارش محاسبه شده توسط روش مبتنی بر PRISM از انطباق بهتری نسبت به الگوی توپوگرافی و شواهد موجود برخوردار است. در گام بعدی عملکرد این مدل در تخمین میانگین بارش ماهانه با روش کریجینگ معمولی مقایسه شد، نتایج مدل توسعه داده شده در ماه‌های پربارش و روش کریجینگ در ماه‌های خشک مطلوب‌تر ارزیابی می‌شود. با توجه به حجم اندک بارش‌های تابستانه، PRISM ابزار مناسب‌تری نسبت به کریجینگ به منظور درون‌یابی مکانی بارش شناخته شد.

**کلمات کلیدی:** درون‌یابی مکانی بارش، الگوریتم ژنتیک، معکوس فاصله وزندار، حوضه آبریز سفیدرود، کریجینگ.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۹/۶/۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۱۲/۲۵

1- M.Sc. Student in Water Resources Management Department of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. Email: zandi.omid@ut.ac.ir

2- Associate Professor Department of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. Email: bzahraie@ut.ac.ir

3- Assistant Professor Department of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. Email: mnasseri@ut.ac.ir

\*- Corresponding Author

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت منابع آب، دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران.

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران.

۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران.

\*- نویسنده مسئول  
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان بهار ۱۴۰۰ امکانپذیر است.

## ۱- مقدمه

نوع و بهترین مقدار تابع تغییرنا مقدار بارش در هر گام زمانی از پیچیدگی‌های اصلی روش‌های زمین‌آماري محسوب می‌شوند (Daly et al., 1994).

در پژوهشی در شمال شرقی ایران در استان گلستان، Delbari et al. (2013) به مقایسه چند روش زمین‌آماري از جمله کریجینگ معمولی، کریجینگ همبسته و کریجینگ ساده با میانگین محلی متغیر با روش‌های معکوس فاصله وزنی و رگرسیون خطی در تخمین میانگین بارش ماهانه پرداختند و دریافتند که روش‌های کریجینگ چند متغیره در ماه‌هایی که همبستگی بین بارش و ارتفاع بیش از ۰/۵۴ می‌باشد، بهتر از روش‌های تک متغیره عمل می‌کنند ولی در سایر ماه‌ها عملکرد روش‌های زمین‌آماري تقریباً یکسان است. همچنین، Saghafian and Rahimi Bondarabadi (2005, 2008) در قسمتی از رشته کوه‌های زاگرس به جهت درون‌یابی مکانی بارش میانگین سالانه، با اجرای روش‌های زمین‌آماري کریجینگ ساده، کریجینگ همبسته و روش ریاضی بر پایه اسپلاین نشان دادند که در مناطق کوهستانی هیچ یک از روش‌های مذکور از توانایی مطلوبی در برون‌یابی بارش برخوردار نیستند. همچنین تحقیقات Bayat et al. (2012, 2013) به منظور درون‌یابی مکانی میانگین بارش سالانه در حوضه آبریز بزرگ و با تنوع اقلیمی چون حوضه آبریز دریاچه نمک گویای این واقعیت است که روش‌های زمین‌آماري مکانی- زمانی مانند روش بیشینه آنتروپی بیزی سطح دقیق‌تری از جزئیات الگوی مکانی بارش را نشان می‌دهد.

روش‌های درون‌یابی مکانی بارش می‌بایست با در نظر گرفتن شاخص‌های محلی که بر روی متغیرهای هواشناسی مانند بارش مؤثر هستند، استفاده گردند (Karamouz et al., 2010). خصوصیات فیزیوگرافیکی سطح زمین شامل پیکره‌های آبی اصلی شامل دریاها، اقیانوس‌ها و ناهمواری‌های پیوسته الگوهای اصلی و بزرگ مقیاس اقلیمی را ایجاد می‌کنند (Daly et al., 2008). مدل PRISM از جمله مدل‌هایی است که به منظور درون‌یابی متغیرهای اقلیمی بارش و دما در مناطق با فیزیوگرافی پیچیده و شبکه پایش نسبتاً متراکم در مقیاس‌های زمانی سالانه، ماهانه و روزانه توسعه داده شده است (Daly et al., 2002, 2008, 1994). Shin et al. (2008) با بکارگیری مدل PRISM در کشور کره جنوبی و اصلاح آن متناسب با شرایط اقلیمی آن مناطق، اقدام به درون‌یابی مجموع بارش و میانگین دمای ماهانه با دقت مکانی ۵ کیلومتر کردند و نتایج شاخص‌های آماری حاکی از عملکرد قابل قبول مدل در برآورد و تخمین توزیع مکانی بارش بوده است.

در حال حاضر در بسیاری از مدل‌های موجود و به‌روز اقلیمی و هیدرولوژیکی که می‌توانند به عنوان سیستم‌های پشتیبان در تصمیم‌گیری‌های کشاورزی و حفاظت از منابع طبیعی عمل کنند، نیاز به اطلاعات توزیعی شاخص‌های اصلی سیستم مدنظر با دقت مکانی و زمانی بالا بیش از پیش احساس می‌شود. یکی از مهم‌ترین این اطلاعات اقلیمی و هیدرولوژیکی بارش است که منبع اصلی تغذیه سیستم‌های منابع آب (سطحی و زیرزمینی) محسوب می‌شود. محصولات دورسنجی و باز تحلیل شده بارش می‌توانند داده بارشی با توان تفکیک زمانی و مکانی مناسب فراهم کنند اما به دلیل خطای به نسبت بالا، عملاً امکان بهره‌گیری از این داده‌ها در مدل‌سازی‌های هیدرولوژیکی موجود نیست (Azizian and Amini, 2020; Shayeghi et al., 2019). روش‌های مکانی/مکانی-زمانی درون‌یابی و تولید اطلاعات مکانی بر اساس اطلاعات برداشت شده نقطه‌ای به دو دسته روش‌های یقینی و احتمالاتی تقسیم می‌شوند. از جمله معروف‌ترین روش‌های یقینی می‌توان به معکوس فاصله وزندار، چندضلعی‌های تیسن و روش‌های درون‌یابی عددی مانند Thin Plate Splines (Hutchinson, 1995) اشاره کرد. در کنار سادگی ساختار و سرعت قابل ملاحظه روش معکوس فاصله وزندار، مقادیر تولید شده توسط این روش در محدوده مشاهدات ایستگاه‌ها قرار دارد و در نتیجه مقادیر بیشینه و کمینه فقط در محل ایستگاه‌ها اتفاق می‌افتد (Daly et al., 2017). به عبارت دیگر به دلیل تخمین هموار این روش در دامنه مقادیر کمینه و بیشینه مشاهداتی، در مناطقی دارای بهترین عملکرد است که بتوان ادعا کرد شبکه باران‌سنجی موجود، نماینده خوبی برای نمایش الگوی بارش موجود در منطقه مورد بررسی است (Liu et al., 2012). این روش دارای دو پارامتر مهم و اثرگذار شعاع تأثیر (دامنه اطراف نقطه مجهول) و توان تابع فاصله است که دستیابی به بهینه‌ترین ترکیب این دو پارامتر در دقت نتایج تأثیر به‌سزایی دارد (Abedini and Nasseri, 2008; Barbulescu et al., 2020). خانواده روش‌های تخمین مکانی احتمالاتی که اغلب با نام عمومی روش‌های زمین‌آماري شناخته می‌شوند، می‌توان به کریجینگ معمولی و کریجینگ همبسته اشاره کرد. کریجینگ معمولی روشی تک متغیره و کریجینگ همبسته روشی دو یا چند متغیره است که در آن می‌توان بارش را تابعی از ارتفاع در نظر گرفت. کریجینگ همبسته ارتفاعی در مناطقی که یک رژیم بارش غالب وجود دارد و همبستگی قابل توجهی بین اطلاعات بارش و ارتفاع برقرار است، دارای کاربرد است (Goovaerts, 2000). به عبارت دیگر، این روش در مناطقی با فیزیوگرافی پیچیده به دلیل اثرگذاری رژیم اروگرافیک و ایجاد الگوهای محلی بارش، کارایی ضعیفی دارند. مشکلات مرتبط با تعیین

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- محدوده مورد مطالعه

حوضه آبریز سفیدرود بزرگ مساحتی برابر با ۵۹۲۱۷ کیلومتر مربع دارد و بین طول جغرافیایی ۴۷ درجه و ۵۱ درجه شرقی و عرض جغرافیایی ۳۵ درجه و ۳۸ درجه شمالی واقع است. در شکل ۱، مدل رقمی ارتفاع و موقعیت ایستگاه‌های باران‌سنجی منتخب در این حوضه آبریز ارائه شده است. ایستگاه‌هایی که با مثلث قرمز رنگ نشان داده شده‌اند، ۸۵ ایستگاه حاوی بیش از ۱۴ سال اطلاعات ثبت شده بارش است که از آنها در برآورد بارش میانگین ماهانه از طریق کریجینگ معمولی و مدل  $M\_PRISM$  استفاده شده است. در تحقیق حاضر، از این ایستگاه‌ها به همراه سایر ایستگاه‌ها که با دایره مشکی رنگ نشان داده شده به منظور برآورد بارش در تمام ماه‌های سال آبی ۱۳۷۹ الی ۱۳۹۴ به روش‌های  $M\_PRISM$  و  $M\_IDW$  استفاده شد. با توجه به الگوی ارتفاعی و تنوع اقلیمی این حوضه آبریز، الگوی ویژه‌ای بر شکل‌گیری بارش آن حاکم است. در چنین شرایطی، ممکن است در مناطق مختلف رابطه تغییرات بارش با ارتفاع بین دو حالت افزایشی و کاهش متغیر بوده و روش‌های درون‌یابی مبتنی بر ارتفاع مانند کریجینگ همبسته یا و رگرسیون کلی، کارایی خود را از دست داده و حتی منجر به خطاهای فاحشی شوند. به همین دلیل درون‌یابی بارش در چنین شرایطی چالش برانگیز است. بطور مثال در حوضه آبریز سفیدرود که در محل تلاقی رشته کوه‌های البرز و زاگرس واقع شده و شرایط اقلیمی آن نیز متنوع است، همبستگی میانگین بارش سالانه ایستگاه‌های با بیش از ۱۴ سال اطلاعات ثبت شده و ارتفاع ایستگاه عددی منفی و برابر با  $-۰/۴۵$  بوده که در شکل ۲ نشان داده شده است. در این حوضه، بارش‌های شدید بیش از ۱۰۰۰ میلی‌متر در سال در محدوده حاشیه دریای خزر (در ارتفاع تقریباً صفر) اتفاق افتاده که در این نواحی به عبارت دیگر رابطه کلی بین بارش و ارتفاع معکوس است. همچنین بر اساس الگوی ماهیانه بارش در این حوضه آبریز، بیشترین میانگین ماهانه بارش در ایستگاه‌های باران‌سنجی در ماه آبان و کمترین در ماه مرداد ثبت شده است.

### ۲-۲- روش‌شناسی مدل $PRISM$

مدل  $PRISM$  بر پایه این فرض که در مقیاس محلی ارتفاع مهمترین عامل در توزیع متغیر اقلیم هدف (بارش و دما) است، توسعه یافته است (Daly et al., 1994; Meersmans et al., 2016). این مدل بارش را در هر سلول (هدف) مدل رقمی زمین با استفاده از بارش ثبت‌شده در ایستگاه‌های موجود در یک شعاع مشخص (شعاع تأثیر) و وزن تخصیصی به آنها، تخمین می‌زند.

در مطالعه‌ای دیگر، Jeong et al. (2020) از مدل ماهانه توسعه داده شده توسط Shin et al. (2008) به منظور درون‌یابی بارش در مقیاس زمانی روزانه استفاده کردند و دریافتند که نتایج این مدل نشان‌دهنده بیش برآورد بارش روزانه به ویژه در مناطق کوهستانی است و برای حل این مشکل از تلفیق این مدل و روش معکوس فاصله وزندار استفاده کردند. Crespi et al. (2018) در کشور ایتالیا با استفاده از رگرسیون خطی محلی بین بارش به عنوان متغیر وابسته و ارتفاع به عنوان متغیر مستقل، مشابه با روش  $PRISM$  و روش‌های زمین‌آماری شامل کریجینگ معمولی، اطلاعات بارش مکانی در مقیاس ماهانه در بازه زمانی ۱۹۶۱-۱۹۹۰ را تولید کردند و در پایان دریافتند اگرچه از نظر شاخص‌های آماری عملکرد این روش‌ها یکسان است، ولی توانایی مدل رگرسیون محلی در برون‌یابی بارش در ارتفاعاتی که ایستگاه وجود ندارد، از ویژگی‌های شاخص این روش به حساب می‌آید در حالی که روش‌های زمین‌آماری توانایی بهتری در درون‌یابی بارش در مناطق با تراکم ایستگاه کم دارند. Kurtzman et al. (2009) با به کارگیری مدل  $PRISM$  اقدام به درون‌یابی بارش روزانه در منطقه‌ای با اقلیم مدیترانه‌ای و مقایسه نتایج با روش معکوس فاصله وزندار کردند و دریافتند مدل  $PRISM$  به دلیل وارد کردن جهت شیب به عنوان متغیر کمکی عملکرد بسیار بهتری در برآورد توزیع مکانی بارش‌های همرفتی فصل تابستان را داراست.

در تحقیق حاضر برای اولین بار در ایران، ساختار بهبود یافته مدل  $PRISM$  که پارامترهای آن در مقیاس سالانه با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌یابی شده و از این پس  $M\_PRISM$  نامیده می‌شود، به منظور شبیه‌سازی مکانی بارش در حوضه آبریز سفیدرود بزرگ بکارگرفته شده است. همچنین در تحقیق، به منظور کالیبره نمودن رابطه خطی- محلی بین بارش و ارتفاع، به جای استفاده از روش حداقل مربعات معمولی<sup>۴</sup> از روش حداقل مربعات وزن‌دار<sup>۵</sup> استفاده شد. در گام اول، نتایج تخمین مکانی بارش در مقیاس ماهانه این مدل با روش معکوس فاصله وزن‌وقفی (Abedini and Nasserri (2008) که از این پس Modified\_IDW یا به اختصار  $M\_IDW$  نامیده می‌شود، مقایسه شده است. همچنین در گام آخر توانایی مدل  $M\_PRISM$  در برآورد میانگین بارش ماهانه با روش زمین‌آماری کریجینگ معمولی نیز مقایسه گردیده است. در ادامه در بخش ۲ به معرفی محدوده مطالعاتی و روابط حاکم بر مدل  $PRISM$ ، در بخش ۳ نتایج و در بخش ۴ به جمع‌بندی و بحث در خصوص آنها پرداخته می‌شود.

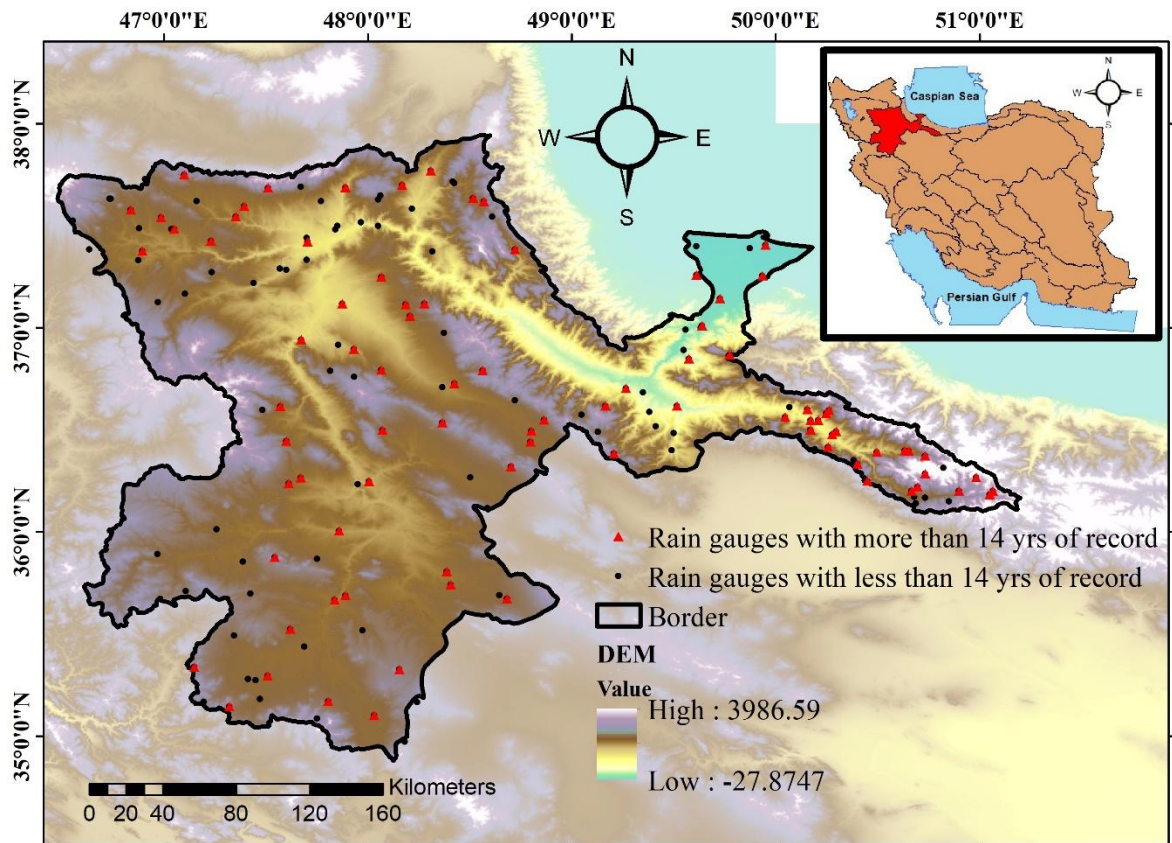


Fig. 1- Sefidroud watershed and spatial distribution of the selected rain gauges

شکل ۱- حوزه آبریز سفیدرود بزرگ و توزیع مکانی ایستگاه‌های باران‌سنجی منتخب

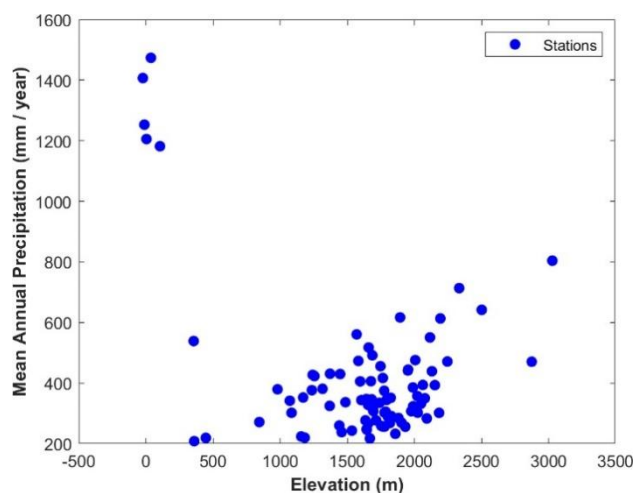


Fig. 2- Scatter plot of mean annual observed precipitation versus elevation of rain gauges

شکل ۲- نمودار نقطه‌ای مقادیر میانگین بارش مشاهداتی سالانه ایستگاه‌ها نسبت به ارتفاع

### ۲-۱- معادله بارش بر حسب ارتفاع

ساختار رگرسیون خطی مورد استفاده در مدل PRISM در رابطه ۱ ارائه شده است. با استفاده از این رابطه، براساس اینکه استفاده از PRISM در چه مقیاس زمانی صورت بگیرد (مثلاً ماهانه یا سالانه)،

شعاع تأثیر (R-PRISM) یکی از پارامترهای مدل است. همچنین با این هدف رابطه رگرسیونی خطی بین ارتفاع (متغیر مستقل) و بارش (متغیر وابسته) ثبت شده در ایستگاه‌های اطراف برقرار می‌شود و با قرار دادن ارتفاع سلول هدف در این رابطه، بارش سلول هدف بدست خواهد آمد.

$$W_{j,i}^d = \begin{cases} 1 & (d_{j,i} - r_m \leq 0) \\ \frac{1}{(d_{j,i} - r_m)^a} & (d_{j,i} - r_m > 0) \end{cases} \quad (5)$$

در رابطه فوق،  $d_{j,i}$  معرف فاصله افقی مرکز سلول هدف  $i$  از ایستگاه  $j$ ،  $r_m$  و  $a$  توان وزن فاصله و نیز برابر با شعاع نرم‌کننده (به بخش ۲-۵ مراجعه شود) در نظر گرفته می‌شود. در واقع به ایستگاه‌هایی که فاصله آن‌ها از سلول هدف کمتر از مقدار  $r_m$  است، حداکثر وزن (برابر با واحد) تعلق می‌گیرد.

### ۲-۲-۳- وزن ارتفاع

وزن ارتفاعی این امکان را به مدل می‌دهد که علاوه بر فاصله افقی، فاصله عمودی ایستگاه‌ها نسبت به سلول هدف را لحاظ کند و از رابطه ۶ محاسبه می‌شود:

$$W_{j,i}^z = \begin{cases} \frac{1}{\Delta z_m^b} & (\Delta z_{j,i} \leq \Delta z_m) \\ \frac{1}{\Delta z_{j,i}^b} & (\Delta z_m < \Delta z_{j,i} < \Delta z_x) \\ 0 & (\Delta z_{j,i} \geq \Delta z_x) \end{cases} \quad (6)$$

در رابطه فوق،  $\Delta z_{j,i}$  قدرمطلق اختلاف ارتفاع بین سلول هدف  $j$  و ایستگاه باران‌سنجی  $i$ ،  $b$  توان وزن ارتفاع،  $\Delta z_m$  حداقل اختلاف ارتفاع و  $\Delta z_x$  حداکثر اختلاف ارتفاع است.  $\Delta z_m$ ،  $\Delta z_x$  و  $b$  جزو پارامترهای مدل هستند.

### ۲-۲-۴- نزدیکی به ساحل

این وزن به منظور در نظر گرفتن گرادیان‌های بارش در مجاورت پیکره‌های بزرگ آبی در نزدیکی مناطق کوهستانی در نظر گرفته شده است (Daly, 2006; Daly et al., 2003). به منظور محاسبه این وزن ابتدا لازم است که شاخص بارش یا  $PI^*$  هر سلول مدل رقومی زمین محاسبه شود. این شاخص بر اساس الگویی که مسیر حرکت توده رطوبت هوا و تلفات آن در طول مسیر از ساحل تا هر سلول مدل رقومی را شبیه‌سازی می‌کند، محاسبه می‌شود. به منظور شروع محاسبه شاخص بارش به پیکسل‌های همجوار ساحل مقدار  $PI$  برابر با صفر تعلق می‌گیرد. سپس با استفاده از نزدیک‌ترین مسیر مستقیم بین ساحل و پیکسل هدف در مدل رقومی، این شاخص از رابطه ۷ محاسبه می‌شود:

$$PI_n = PI_{n-1} + t_{up} + t_{down} + p \quad (7)$$

در رابطه فوق،  $n-1$  نشان دهنده سلول بالادست سلول  $n$ ،  $t_{down}$  و  $t_{up}$  جریمه‌های ناهم‌واری‌های رو به بالا و رو به پایین موجود در مسیر حرکت توده هوا که به ترتیب برابر با  $0/1$  و  $0/3$  (Daly et al., 2003) لحاظ شده و  $p$  جریمه مسیر به ازای هر سلول در طول نزدیک‌ترین

می‌توان بارش سلول هدف را برای هر بازه زمانی مشخص ( $t$ ) با استفاده از بارش ثبت شده در شبکه ایستگاه مجاور ( $n$ ) و ارتفاع متناظر این ایستگاه‌ها در مدل رقومی ارتفاعی محاسبه نمود:

$$y_{j,t} = \beta_{j,t}^0 + \beta_{j,t}^1 x_j \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $y_{j,t}$  مقدار بارش تخمین زده شده در سلول  $j$  در بازه زمانی  $t$  و  $x_j$  نیز معرف ارتفاع سلول هدف است. از آن جایی که ارتفاع سلول هدف همواره در طول زمان ثابت است به این متغیر اندیس  $t$  نسبت داده نشده است.  $j$  شمارنده‌ای است که حداکثر به تعداد سلول‌های مدل رقومی زمین محدوده مطالعاتی تغییر می‌کند.  $t$  شمارنده بازه‌های زمانی است که از یک الی ۱۹۲ برای مدل‌سازی ماهانه ۱۶ سال آبی در مطالعه موردی (همچنین یک الی ۱۶ در مقیاس زمانی سالانه) تغییر می‌کند.  $\beta_{j,t}^0$  و  $\beta_{j,t}^1$  نیز به ترتیب عرض از مبدا و شیب خط برازش داده شده برای بازه زمانی  $t$  و سلول  $j$  هستند که با استفاده از روش کمترین مربعات وزندار از روابط ۲ و ۳ بدست می‌آیند:

$$\hat{\beta}_{j,t}^1 = \frac{\sum_{i=1}^n W_{j,i} (x_{j,i} - \bar{x}_j) (y_{i,t} - \bar{y}_t)}{\sum_{i=1}^n (x_{j,i} - \bar{x}_j)^2} \quad (2)$$

$$\hat{\beta}_{j,t}^0 = \bar{y}_t - \hat{\beta}_{j,t}^1 \times \bar{x}_j \quad (3)$$

برای این منظور باید از اطلاعات بارش ثبت شده در بازه زمانی  $t$  در  $n$  ایستگاه مجاور و وزن تخصیص یافته به هر یک از این  $n$  ایستگاه  $(W_{j,i})$  استفاده کرد. این  $n$  ایستگاه، ایستگاه‌هایی هستند که فاصله آنها از سلول هدف، کمتر یا مساوی با شعاع تأثیر بهینه (R-PRISM) بدست آمده است. در مورد شعاع تأثیر و بهینه‌سازی در بخش ۳-۱ توضیحات کامل ارائه شده است. در این روابط،  $y_{i,t}$  مقدار بارش مشاهداتی در ایستگاه  $i$  در بازه زمان  $t$ ،  $\bar{y}_t$  متوسط بارش  $n$  ایستگاه مجاور در بازه زمانی  $t$  و  $\bar{x}_j$  نیز متوسط ارتفاع سلول‌هایی از مدل رقومی زمین است که  $n$  ایستگاه مجاور در آنها قرار گرفته‌اند.  $W_{j,i}$  نیز وزن تعلق گرفته به ایستگاه  $i$  ام برای تخمین بارش سلول هدف  $j$  است که بر اساس شباهت‌های فیزیوگرافیکی سلولی از مدل رقومی که ایستگاه  $i$  در آن قرار گرفته و سلول  $j$  از رابطه ۴ محاسبه می‌شود:

$$W_{j,i} = \left[ (W_{j,i}^d)^2 + (W_{j,i}^z)^2 \right]^{1/2} W_{j,i}^p W_{j,i}^f \quad (4)$$

که در رابطه فوق  $W_{j,i}^d$ ،  $W_{j,i}^z$ ،  $W_{j,i}^p$  و  $W_{j,i}^f$  به ترتیب از راست به چپ وزن‌های مربوط به فاصله، ارتفاع، نزدیکی به ساحل و وجه توپوگرافیکی است. همه وزن‌ها به تنهایی و در مجموع به مقادیر بین صفر و یک به منظور تأمین شرط عدم اربیبی، نرمال خواهند شد. در ادامه و به تفکیک به تشریح هریک از اوزان فوق پرداخته می‌شود.

### ۲-۲-۲- وزن فاصله

این وزن بسیار مشابه وزن ایستگاه‌ها در روش معکوس فاصله وزنی و از رابطه ۵ محاسبه می‌شود:

که در این رابطه  $\Delta f_{j,i}$  اختلاف مطلق جهت‌های جغرافیایی سلول هدف و ایستگاه است. حداکثر این اختلاف با توجه به کدهای تخصیص داده شده عدد چهار، معادل ۱۸۰ درجه است و B تعداد سلول‌های با بیش از یک واحد اختلاف جهت جغرافیایی نسبت به سلول هدف، با توجه به کدهای تخصیص داده شده، در طول خط واصل سلول هدف و سلول ایستگاه است. در واقع طبق این مدل، ایستگاه‌هایی که به همراه سلول هدف بر روی یک وجه با شیب پیوسته و یکسان قرار گرفته‌اند، دارای مشخصات  $B=0$  و  $\Delta f_{j,i}=0$  هستند. c نیز توان وزن وجه توپوگرافیکی و یکی دیگر از پارامترهای بهینه‌سازی است.

### ۲-۳- روش معکوس فاصله وزندار وقتی

در مقاله حاضر به منظور ارزیابی شیوه پیشنهادی، در گام اول، از روش معکوس فاصله وزندار وقتی که توسط Abedini and Nasser (2008) پیشنهاد شده، بهره برده شده است. در این روش، مقدار مجهول هر پدیده در هر نقطه، برابر با میانگین وزنی پدیده‌های اطراف خود است به طوری که به پدیده‌های نزدیکتر، وزن بیشتری تعلق می‌گیرد:

$$\hat{y}_{j,t} = \sum_{k=1}^N \theta_{j,k} y_{k,t} \quad (11)$$

$$\theta_{j,k} = \frac{d_{j,k}^{-\alpha}}{\sum_{k=1}^n d_{j,k}^{-\alpha}} \quad (12)$$

در روابط فوق،  $\hat{y}_{j,t}$  مقدار مجهول بارش سلول j در زمان t و t به مانند قبل از یک الی ۱۹۲ به نشان تمام ماه‌های موجود در ۱۶ سال آبی دوره مطالعاتی می‌باشد،  $y_{k,t}$  بارش ثبت شده در ایستگاه معلوم k در زمان t، N تعداد ایستگاه‌های باران‌سنجی با داده بارش معلوم و مستقر در دامنه شعاع تأثیر اطراف سلول هدف،  $\theta_{j,k}$  وزن ایستگاه k برای تخمین بارش در نقطه مجهول j،  $d_{j,k}$  فاصله اقلیدسی نقطه مجهول j تا ایستگاه معلوم k و  $\alpha$  توان وزن فاصله است که هر چه این مقدار بیش‌تر باشد شدت کاهش وزن ایستگاه‌های دورتر بیشتر شده و در حالت حدی، رفتار مدل را مشابه پلیگون تیسن می‌نماید. در این تحقیق، پارامتر  $\alpha$  و شعاع تأثیر اطراف نقطه مجهول (R-IDW) به عنوان تنها پارامترهای این روش با استفاده از الگوریتم ژنتیک، بهینه‌یابی شده است.

### ۲-۴- روش کریجینگ معمولی

در گام بعدی خطای ناشی از ارزیابی مقاطع در تخمین میانگین بارش ماهانه به روش کریجینگ معمولی با مدل  $M\_PRISM$  مقایسه می‌شود. روش کریجینگ جزء روش‌های زمین‌آمار است که در آن مقدار نقطه مجهول با استفاده از ترکیب خطی مشاهدات اطراف بدست می‌آید. وزن‌های تخصیص داده شده به ایستگاه‌های اطراف نه تنها بر

مسیر مستقیم از ساحل تا سلول هدف است. باید توجه شود که این شاخص برای سلول‌هایی از مدل رقومی محاسبه می‌شود که فاصله آن‌ها تا ساحل کم‌تر از حد مشخصی است و به بقیه سلول‌های مدل رقومی زمین بیش‌ترین مقدار PI محاسبه شده تا آن فاصله، تعلق می‌گیرد. به عبارت ساده‌تر، تأثیر پیکره‌های آبی بر بارش تا فاصله مشخصی از ساحل در نظر گرفته می‌شود که این فاصله از ساحل نیز به عنوان یکی از پارامترهای مدل به نام PI\_DistThreshold معرفی گردیده است. در آخر نیز از رابطه ۸ وزن نزدیکی ساحل هر ایستگاه محاسبه می‌شود:

$$W_{j,i}^p = \begin{cases} 1 & (\Delta PI_{j,i} = 0) \\ 0 & (\Delta PI_{j,i} > P_x) \\ \frac{1}{\Delta PI_{j,i}^v} & (0 < \Delta PI_{j,i} \leq P_x) \end{cases} \quad (8)$$

که در این رابطه  $\Delta PI_{j,i}$  قدر مطلق اختلاف شاخص بارش بین سلول هدف و سلولی از مدل رقومی است که ایستگاه در آن قرار گرفته، v توان وزن و  $P_x$  حداکثر اختلاف ممکن است که  $P_x$  و v بهینه می‌شوند.

### ۲-۵- جهت شیب زمین

یکی از ویژگی‌های مدل PRISM ظرفیت اعمال اثر اوروگرافیک در تغییرات بارش در مناطق کوهستانی است (Gibson et al., 1997). یکی از مؤثرترین متغیرهای کمکی که با استفاده از آن می‌توان اثر اوروگرافیک را در درون‌یابی در نظر گرفت، جهت شیب است (Castro et al., 2014). بعد از هموار کردن مدل رقومی زمین، فیلتر نرم‌کننده گوسی (به بخش ۲-۵ مراجعه شود) پنج نقطه‌ای، مطابق با رابطه ۹، روی تمام سلول‌های مدل رقومی زمین اعمال می‌شود:

$$E_{m,n} = 0.5 E_{m,n} + 0.125 (E_{m+1,n} + E_{m-1,n} + E_{m,n+1} + E_{m,n-1}) \quad (9)$$

در این رابطه، m و n شماره ردیف و ستون سلول مدل رقومی زمین هستند. با ۴۰ تکرار اعمال این فیلتر، نقشه جهت شیب بدست آمده از مدل رقومی، هموار شده و ارائه‌ای کلی نگرانه از وضعیت توپوگرافی، شیب در منطقه و عوامل اوروگرافیک اصلی حاصل می‌شود (Daly et al., 1994). نقشه جهت شیب بدست آمده شامل اعدادی بین صفر تا ۳۶۰ درجه است و کدی بین ۱ تا ۸ به عنوان هشت جهت جغرافیایی اصلی به این سلول‌ها تخصیص داده می‌شود. نقشه جهت شیب حوضه مطالعاتی در شکل ۳ نمایش داده شده است و طبق این نقشه هر بخش از سطح زمین که جهت شیب در آن ثابت و یکسان است یک وجه توپوگرافیکی نامیده می‌شود. در نهایت نیز از رابطه ۱۰، وزن ایستگاه‌ها بدست می‌آید:

$$W_{j,i}^f = \begin{cases} 1 & (\Delta f_{j,i} \leq 1 \text{ and } B = 0) \\ \frac{1}{(\Delta f_{j,i} + B)^c} & (\Delta f_{j,i} > 1 \text{ or } B > 0) \end{cases} \quad (10)$$

جمع‌آوری شده و سپس به صورت ماهانه و سپس سالانه تجمیع شده‌اند. به منظور دستیابی به مدل رقومی منطقه از مدل رقومی ۹۰ متری SRTM استفاده شده است. از آن جایی که دقت مکانی مدل توسعه داده شده ۹۰۰ متر است، لازم است مدل رقومی ۹۰ متری با استفاده از توابع وزن گوسی fspecial و imfilter محیط ریاضی Matlab تجمیع شوند. در ادامه مجدداً فیلتر گوسی ذکر شده در بالا بدون تغییر دقت مکانی روی مدل رقومی تجمیع شده با شعاعی که شعاع نرم‌کننده<sup>۷</sup> و انحراف معیاری که انحراف معیار نرم‌کننده<sup>۸</sup> نام دارد و مقادیر بهینه از طریق بهینه‌سازی بدست می‌آیند، اعمال می‌شود.

هدف از بکارگیری این فیلتر، حذف و ادغام ناهمواری‌های پراکنده و نقطه‌ای است که در الگوی بارش نمی‌توانند تأثیر به‌سزایی داشته باشند (Sharples et al., 2005). در روش M-IDW مشاهدات ماهانه ایستگاه‌ها و مختصات آن‌ها تنها ورودی مدل هستند. در روش کریجینگ معمولی نیز از مشاهدات ماهانه ایستگاه‌هایی با بیش از ۱۴ سال داده و مختصات آن‌ها استفاده شده است.

## ۲-۶- شاخص‌های ارزیابی

به منظور ارزیابی مدل از روش اعتبارسنجی متقابل استفاده می‌شود که در نهایت به تعداد همه مشاهدات ایستگاه‌ها در ماه‌های دوره شبیه‌سازی، عدد بارش تخمینی بدست آمده و با استفاده از شاخص‌های آماری ذکر شده در روابط ۱۷ الی ۱۹ خطای مدل در دوره شبیه‌سازی بدست می‌آید:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i| \quad (17)$$

$$RSquared = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i)^2}} \right)^2 \quad (18)$$

$$KGE = 1 - \sqrt{(r-1)^2 + (\beta-1)^2 + (\gamma-1)^2}, \quad (19)$$

$$r = \sqrt{RSquared}, \quad \beta = \frac{\bar{\hat{y}}}{\bar{y}}, \quad \gamma = \frac{\sigma_{\hat{y}}}{\sigma_y}$$

در این روابط  $\hat{y}$  و  $y$  مقادیر،  $\sigma_{\hat{y}}$  و  $\sigma_y$  انحراف معیار و  $\bar{\hat{y}}$  و  $\bar{y}$  میانگین، بارش تخمینی و مشاهداتی می‌باشند. شاخص KGE ارائه شده توسط Gupta et al. (2009) عددی از یک تا منفی بی‌نهایت است که هر چه این مقدار بیشتر باشد نشان دهنده عملکرد بهتر مدل است.

## ۳- نتایج و بحث

### ۳-۱- بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک

به منظور تسریع در فرآیند بهینه‌سازی، تابع هدف (شاخص خطای MAE) در مقیاس سالانه کمینه می‌شود و از مقادیر بهینه پارامترها

اساس فاصله بلکه با درنظر گرفتن همبستگی مکانی بین داده‌ها محاسبه می‌شوند. رابطه مورد استفاده در روش کریجینگ به‌طور کلی عبارت است از:

$$\hat{y}_{j,T} = \sum_{i=1}^L \lambda_{(i,j),T} y_{i,T} \quad T = 1, 2, \dots, 12 \quad (13)$$

که در این رابطه  $\hat{y}_{j,T}$  مقدار بارش تخمین زده شده در نقطه مجهول  $j$  و زمان  $T$ ،  $y_{i,T}$  مقدار مشاهداتی ایستگاه  $i$  و زمان  $T$ ،  $\lambda_{(i,j),T}$  وزن ایستگاه  $i$  برای تخمین در نقطه  $j$  و  $L$  نیز تعداد ایستگاه‌های باران‌سنجی موجود با طول داده کافی است که در این تحقیق ۱۴ سال درنظر گرفته شده است. ذکر این نکته ضروری است که در این مرحله بارش میانگین هر ماه بدست می‌آید پس  $T$  اعدادی بین یک تا دوازده نشان دهنده دوازده ماه در هر سال است.

به منظور تشریح ساختار مکانی حاکم بر مشاهدات از منحنی شبه تغییرنا استفاده می‌شود که یکی از کلیدی‌ترین اجزاء در زمین‌آمار است. این منحنی بر اساس تغییرات واریانس نمونه‌های مشاهداتی محاسبه می‌شود، شبه تغییرنا می‌تواند نامیده می‌شود و از رابطه ۱۴ قابل محاسبه است:

$$\gamma(h)_T = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [y_{(i,h),T} - y_{i,T}]^2 \quad (14)$$

که رابطه فوق  $n(h)$  تعداد جفت نمونه‌های بکار رفته در محاسبه به ازای هر فاصله  $h$ ،  $y_{i,T}$  میانگین ماهانه بارش اندازه‌گیری شده در ایستگاه  $i$  و ماه  $T$  و  $y_{(i,h),T}$  میانگین بارش اندازه‌گیری شده در ایستگاهی که به اندازه  $h$  از ایستگاه  $i$  فاصله دارد. مقدار  $h$  نیز برابر با نصف بیش‌ترین فاصله بین ایستگاه‌ها در نظر گرفته می‌شود. سپس از بین مدل‌های کروی، نمایی، خطی، خطی دارای حدآستانه و گوسی برازش داده شده، شبه تغییرنا می‌تواند به‌ترین بهینه بر اساس شاخص خطای مجموع مربعات خطا کمتر و شاخص همبستگی بیشتر انتخاب می‌شود. لازم به ذکر است برای انجام این امر از نرم‌افزار GS+ استفاده شد (Robertson, 2000). در گام آخر نیز وزن‌های این روش بعد از حل مجموعه معادلات ۱۵ و ۱۶ بدست می‌آیند:

$$\sum_{i=1}^L \lambda_{(i,j),T} \gamma_{(i,k),T} + \mu_{j,T} = \gamma_{(j,k),T} \quad k = 1, \dots, L \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^L \lambda_{(i,j),T} = 1 \quad (16)$$

که در این روابط  $\gamma_{(i,k),T}$  مقدار شبه تغییرنا به ازای فاصله بین ایستگاه  $i$  و ایستگاه  $k$ ،  $\gamma_{(j,k),T}$  مقدار نیم تغییرنا به ازای فاصله بین نقطه مجهول  $j$  و ایستگاه موجود در نقطه  $k$ ،  $\mu_{j,T}$  نیز ضریب لاگرانژ نقطه مجهول  $j$  همگی در ماه  $T$  و  $L$  نیز تعداد ایستگاه‌ها است.

### ۲-۵- داده‌های مورد استفاده در پژوهش

مدل رقومی منطقه و مقادیر مشاهداتی بارش ثبت شده در ایستگاه‌های باران‌سنجی، تنها ورودی‌های مدل PRISM هستند. داده‌های روزانه ایستگاه‌های باران‌سنجی در بازه زمانی سال‌های آبی ۱۳۷۹ الی ۱۳۹۴

بدست آمده و با نزدیک شدن به ساحل مقدار این شاخص کاهش یافته است.

برای تخمین در مقیاس زمانی ماهانه استفاده می‌شود. در جداول ۱ و ۲ حدود بالا و پایین پارامترهای مدل‌های M\_IDW و M\_PRISM و مقادیر بهینه بدست آمده ارائه شده‌اند.

### ۳-۲- نتایج مدل‌سازی در هر ماه

در شکل ۴ مقادیر مشاهداتی در مقابل مدل‌سازی شده تمام ماه‌های دوره شبیه‌سازی به همراه سه شاخص آماری نمایش داده شده‌اند. طبق این شکل عملکرد مدل M\_PRISM کمی نسبت به مدل M\_IDW برتری دارد. از بین سه شاخص خطای ارائه شده شاخص خطای KGE به عنوان معیار مقایسه عملکرد دو مدل در هر ماه انتخاب شده است و در شکل ۵ مقایسه دو روش در هر ماه مشاهده می‌شود.

با توجه به اینکه بخش شمالی محدوده مورد مطالعه منطقه‌ای کوهستانی در مجاورت دریا است، وزن نزدیکی به ساحل اهمیت زیادی پیدا می‌کند. الگوی مکانی شاخص بارش (PI) و نقشه وجه‌های توپوگرافیکی در شکل ۳ نمایش داده شده است. با توجه به این شکل که در آن مقدار پارامتر PI\_DistThreshold برابر با ۴۲ کیلومتر برای محدوده مورد مطالعه (مقدار بهینه بدست آمده از بهینه‌سازی) می‌باشد، مشاهده می‌شود که شاخص بارش سلول‌هایی از مدل رقومی که فاصله آن‌ها تا ساحل بیش از ۴۲ کیلومتر است برابر با عددی بزرگ‌تر از ۲/۳۴

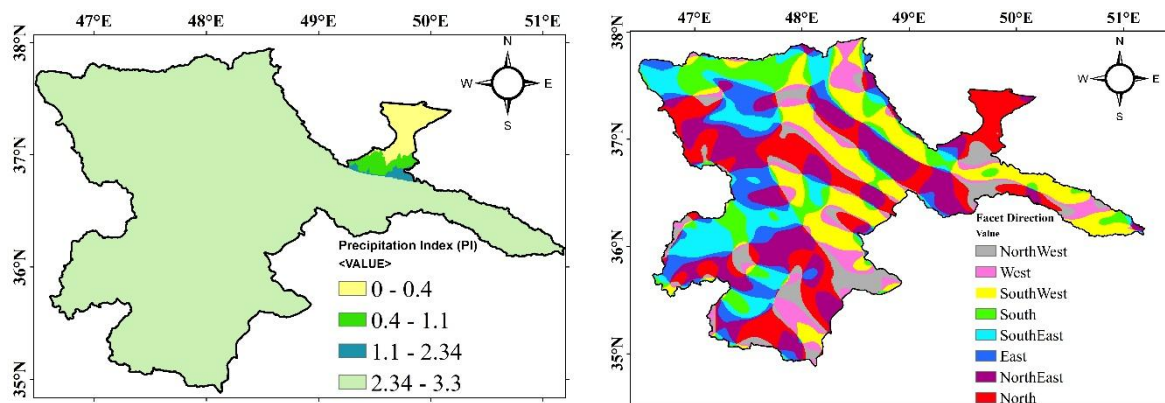
Table 1- M\_PRISM model parameters' descriptions, domains, and their optimum values  
جدول ۱- تعریف و دامنه پارامترهای روش M\_PRISM و مقادیر بهینه آنها

Model Part	Name	Description	Min	Max	Unit	Optimum
DEM Smoothing	Smoothing_Radius	Gaussian weighting function radius	1	30	Km	22
	Smoothing_Sigma	Gaussian weighting function standard deviation	1	10	-	9
Regression Function	R-PRISM	Radius of influence around target cell	30	150	Km	130
Distance Weighting	a	Distance weighting exponent	0	5	-	2.7
	b	Elevation weighting exponent	0	5	-	1
Elevation Weighting	$\Delta z_m$	Minimum station target cell elevation difference	100	500	m	380
	$\Delta z_x$	Maximum station target cell elevation difference	800	1500	m	1200
Aspect Weighting	c	Aspect weighting exponent	0	2	-	1
Coastal Proximity	$P_x$	Maximum coastal proximity difference	0	3	-	2.4
	v	Coastal proximity weighting exponent	0	2	-	0.6
	PI_DistThreshold	Distance to which PI is calculated	0	100	Km	42

Table 2- M\_IDW model parameters' descriptions, domains, and their optimum values  
جدول ۲- تعریف و دامنه پارامترهای روش M\_IDW و مقادیر بهینه آنها

Name	Description	Min	Max	Unit	Optimum
R-IDW	Radius of influence around target cell	10	150	Km	58
$\alpha$	Distance weighting exponent	1	5	-	1.2





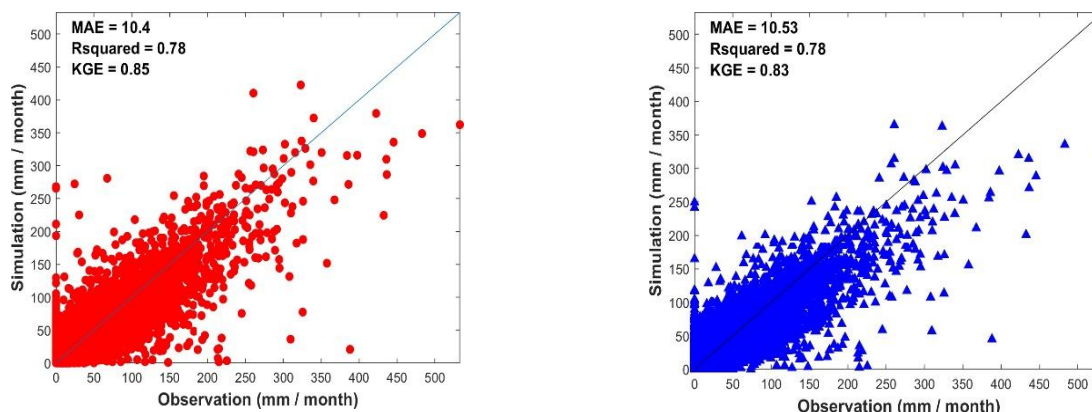
**Fig. 3- The PI map with DistThreshold of 42 kilometer on the and topographic facets map on right**  
 شکل ۳ - نقشه شاخص PI محاسبه شده با حد فاصله ۴۲ کیلومتر از ساحل در سمت چپ و نقشه وجه توپوگرافیکی در سمت راست

عملکرد ضعیف‌تری نسبت به ماه‌های پر باران دارند. در ماه‌های گرم و کم بارش خرداد تا شهریور عملکرد پرنوسانی را شاهد هستیم به طوری که در ماه مرداد با کم‌ترین بارش و بارش‌های همرفتی با نامنظمی و تنوع مکانی بالا، مدل کم‌ترین شاخص عملکرد را به همراه دارد.

### ۳-۳- توزیع مکانی بارش

توزیع و الگوی مکانی بارش نماینده خوبی به منظور ارزیابی توان روش‌های مختلف در تخمین بارش است. الگوی بلند مدت میانگین بارش سالانه با میانگین‌گیری از توزیع سالانه بارش در دامنه زمانی مورد بررسی بدست می‌آید. نقشه‌های بارش میانگین بلند مدت سالانه بدست آمده از هر دو روش در شکل ۶ ارائه شده است.

همچنین به این شکل محور عمودی دیگری اضافه شده است که میانگین بارش ثبت شده در همه ایستگاه‌ها در هر ماه یا به عبارت دیگر بارش میانگین اتفاق افتاده در هر ماه را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، در همه ماه‌ها، شاخص آماری KGE مدل M\_PRISM عددی بیشتر یا برابر با مدل M\_IDW را نشان می‌دهد که این موضوع نشان دهنده عملکرد بهتر مدل M\_PRISM است. بهترین عملکرد هر دو مدل در فصل پاییز اتفاق افتاده و از آن جایی که بیشترین بخش بارش در این فصل به صورت باران‌های فصلی است، می‌توان نتیجه گرفت هر دو مدل در تخمین مکانی بارش در ماه‌هایی که باران غالب بارش‌ها را تشکیل می‌دهد، نتایج مناسبی را ارائه می‌کنند. علاوه بر این در ماه‌های فروردین و اردیبهشت که بعد از ماه آبان پر بارش‌ترین ماه‌ها هستند، نیز شاخص خطا عددی بیش از ۰/۸ است. در فصل زمستان وقوع برف محتمل‌تر از باران است و هر دو مدل در این فصل



**Fig. 4- Observed vs. simulated monthly precipitation in Sefidroud basin (left M\_PRISM and Right M\_IDW)**  
 شکل ۴- مقادیر ماهانه مشاهداتی در مقابل مدلسازی شده بارش در حوضه آبریز سفیدرود (شکل چپ روش M\_PRISM و راست M\_IDW)

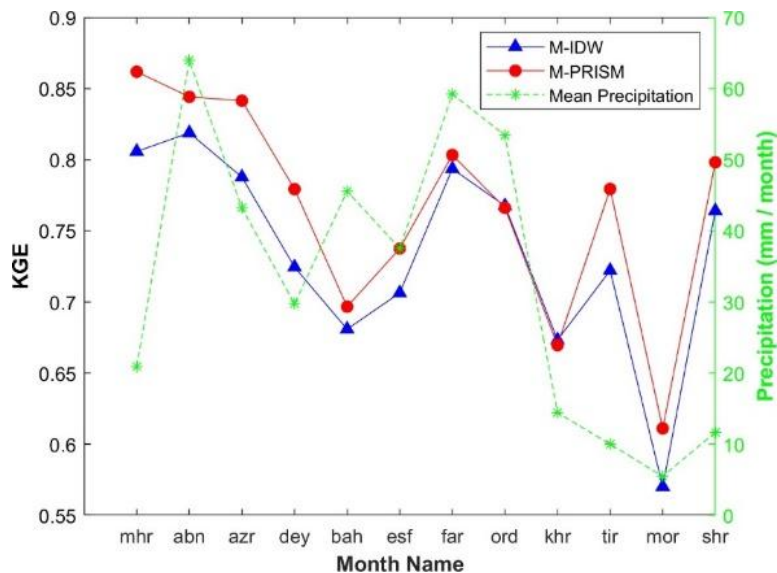


Fig. 5- KGE index of monthly precipitation estimated by M-IDW and M-PRISM for each month and mean monthly values of observed long-term precipitation in Sefidroud basin

شکل ۵- شاخص KGE برای بارش ماهانه برآورد شده توسط M-IDW و M-PRISM و میانگین درازمدت بارش ماهانه مشاهداتی در حوضه سفیدرود

نقاط تمرکز دایره‌ای یا به عبارتی جزیره‌های بارشی هستند که بصورت غالب منطبق بر موقعیت قرارگیری ایستگاه‌های بارانسنجی است و به خطوط همباران‌های نزدیک خود متصل نیستند. به عبارت دیگر خطوط همباران روش M\_IDW از پیوستگی موجود در خطوط همباران اطلس برخوردار نبوده و دارای شکستگی و پراکنش بالایی است. این موضوع به ویژه در دشت‌ها مشهودتر است. در دامنه جنوبی رشته کوه البرز خطوط همباران روش M-PRISM گرادیان افزایشی بارش منطقه را بهتر پوشش داده در حالی که در روش M\_IDW هنوز شاهد جزیره‌های بارشی هستیم.

خطوط همباران مستخرج از نقشه میانگین بارش بلند مدت سالانه هر دو روش و خطوط همباران مطالعات بهنگام‌سازی بیلان منابع آب حوضه سفیدرود ( Kankash omran consulting engineers, 2016) نیز در شکل ۷ نشان داده شده‌اند.

در ادامه خطوط همباران بدست آمده توسط هر دو روش با خطوط همباران مطالعات بهنگام‌سازی بیلان منابع آب حوضه سفیدرود به عنوان یک نمونه از نقشه‌های خطوط همباران موجود برای محدوده مطالعاتی که در مطالعات برنامه‌ریزی منابع آب این ناحیه مورد استفاده قرار گرفته، مقایسه شده است. خطوط همباران روش M\_IDW دارای

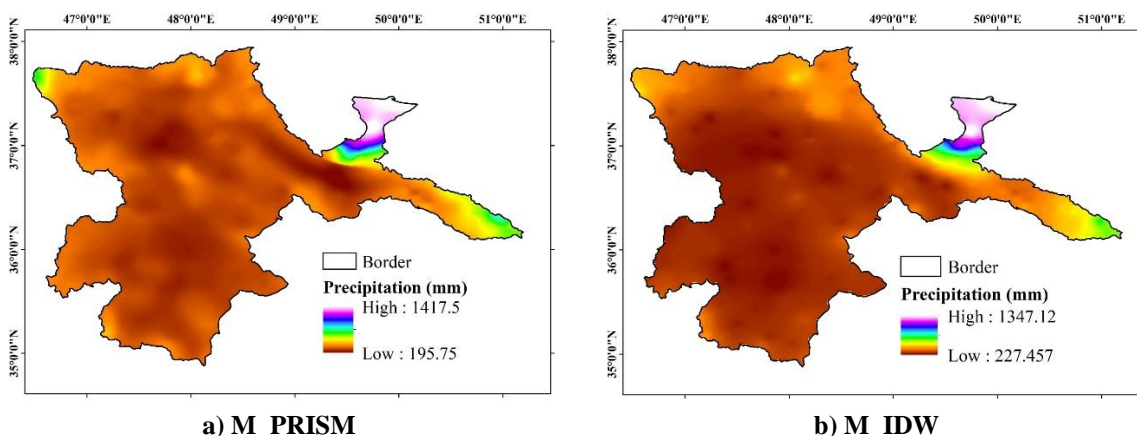
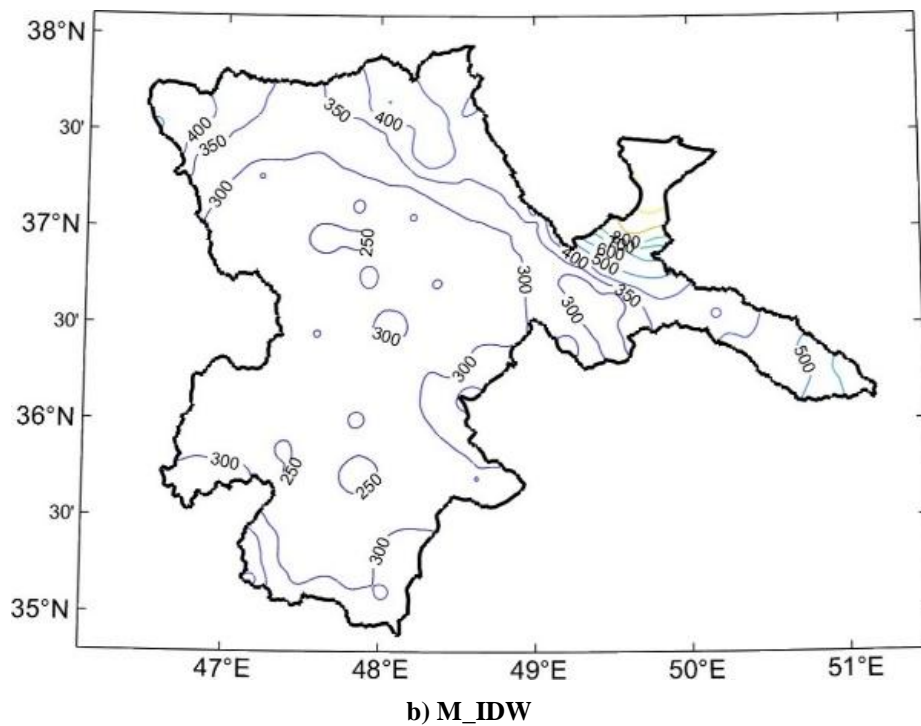
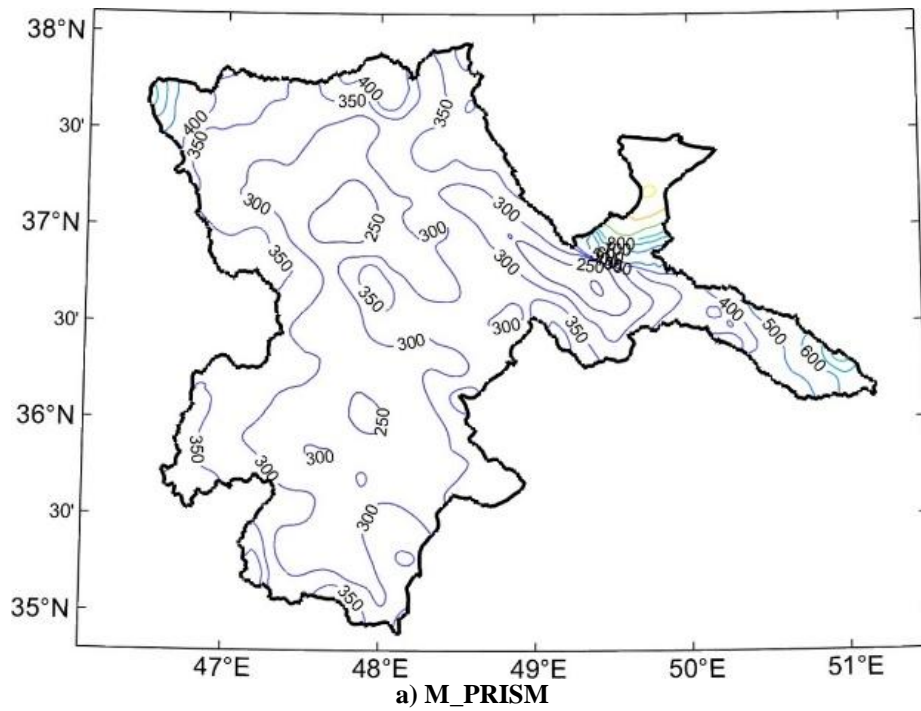
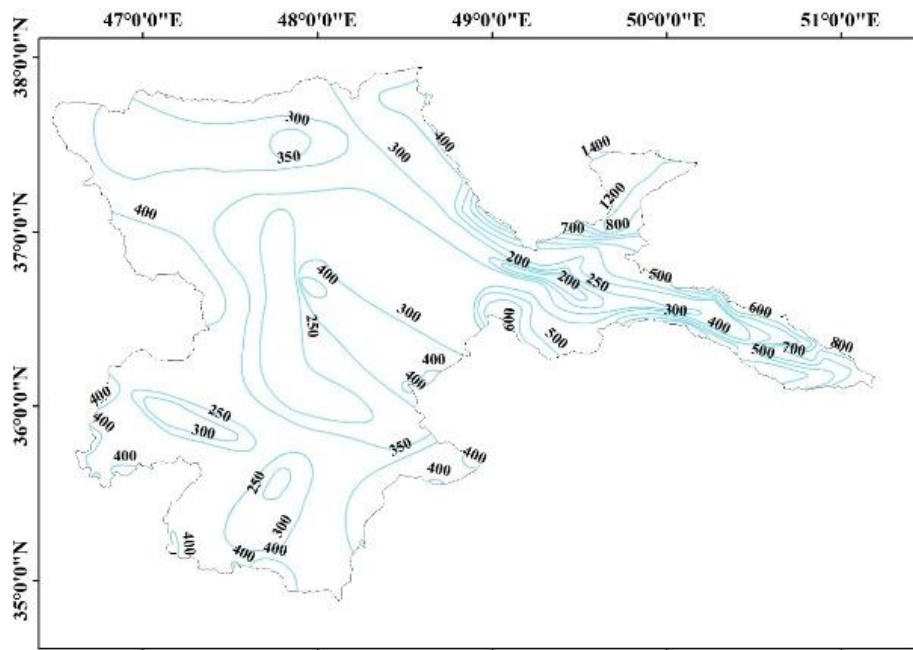


Fig. 6- Spatial pattern of long term mean annual precipitation (water year 1379-94)

شکل ۶- الگوی مکانی بارش میانگین بلند مدت سالانه در حوضه آبریز سفیدرود (سال آبی ۹۴-۱۳۷۹)





c) Official water balance studies

Fig. 7- Isohyetal contours of long-term mean annual precipitation in Sefidroud basin (water year 1379-1394) using a), M\_PRISM, b) M\_IDW, and c) Official water balance studies

شکل ۷- خطوط هم میزان برای بارش متوسط سالانه حوضه سفیدرود (سال آبی ۱۳۷۹-۱۳۹۴) با استفاده از روشهای (a) M\_PRISM (b) M\_IDW و (c) مطالعات بهنگام سازی بیلان منابع آب

معمولی در برآورد میانگین بارش در هر ماه از اعتبارسنجی متقابل استفاده شده است. در شکل ۷، متغیرنماهای برازش داده شده به ماههای آبان و مرداد به عنوان تر و خشکترین ماهها نمایش داده شده‌اند. با توجه به این که دامنه تأثیر هر دو تغییرنما برازش داده شده، عددی بزرگ (برای ماه مرداد حدود ۱۲۸ و ماه آبان ۷۴ کیلومتر) است، این موضوع نشان‌دهنده پیوستگی مکانی خوب بین داده‌های مشاهداتی است.

در مناطق ساحلی دریای خزر ولی خطوط همباران هر دو روش از پیوستگی و تطابق خوبی با خطوط همباران مطالعات بیلان آب ایران برخوردار هستند و هر دو روش گرادبان منفی بارش را به خوبی نمایش می‌دهند.

۳-۴- مقایسه مدل M\_PRISM و روش کریجینگ معمولی در ادامه به منظور مقایسه دقت مدل M\_PRISM و روش کریجینگ

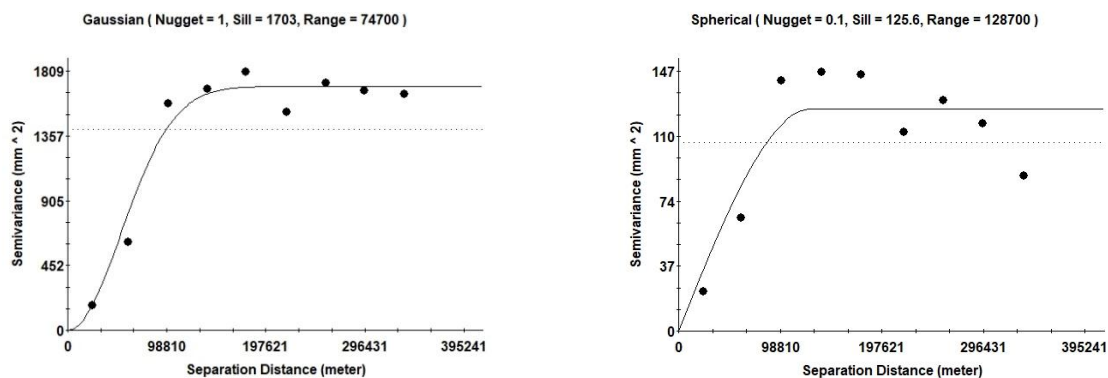


Fig. 7- Experimental and theoretical variogram of precipitation in Mordad (right) and Aban (left) in Sefidroud basin

شکل ۷- تغییرنمای تجربی و تئوری برای بارش ماههای مرداد (راست) و آبان (چپ) در حوضه سفیدرود

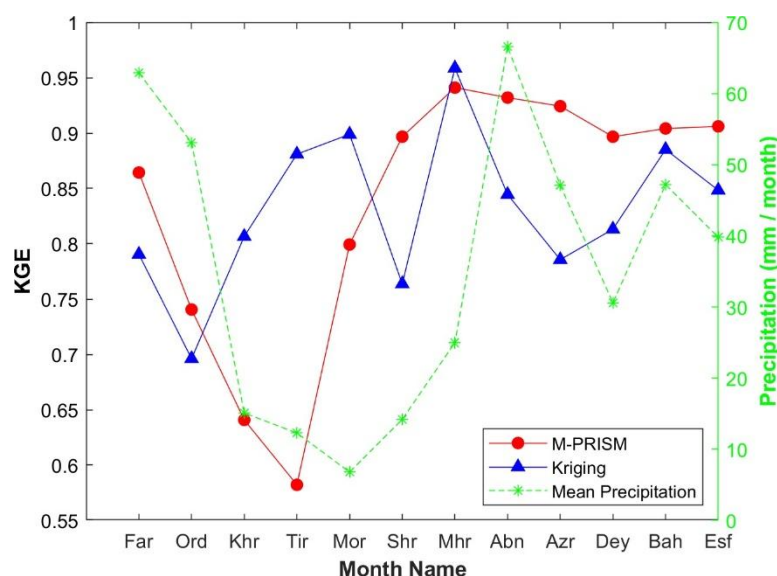
طبق این جدول و بر حسب شاخص خطای MAE به غیر از ماه‌های خرداد، تیر، مرداد و بهمن عملکرد مدل M\_PRISM در همه ماه‌های سال بهتر از روش کریجینگ معمولی است. در شکل ۸ نیز شاخص بدون بعد KGE برحسب میانگین بارش در هر ماه به تصویر کشیده شده است. با توجه به این شکل نیز می‌توان استنتاج کرد که در ماه‌های پر بارش با میانگین بارش بیشتر از ۲۰ میلیمتر در ماه یعنی از ماه مهر تا اردیبهشت دقت تخمین مکانی روش M\_PRISM بیشتر است، اگرچه در ماه مهر عملکرد دو مدل بسیار نزدیک است.

نوع تغییرنا برآزش داده شده و پارامترهای هر ماه متناسب با فرآیندهای حاکم بر بارش در هر ماه تغییر می‌کند. به عنوان مثال بیشترین آستانه مربوط به فروردین با تغییرنا گوسی است که نشان‌دهنده واریانس زیاد بارش در این ماه و همچنین وقوع بارش‌های شدید در نقاطی از حوضه است. در مقابل کم‌ترین حد آستانه مربوط به ماه خرداد با تغییرنا نمایی و حاکی از واریانس کم‌تر بارش در این ماه است. بیشترین و کمترین دامنه تأثیر نیز در ماه‌های فروردین و خرداد مشاهده شده که به ترتیب برابر با ۵۳۶ کیلومتر و ۶۰/۸ کیلومتر است. در جدول ۳ نتایج حاصل از ارزیابی مقاطع در برآورد میانگین بارش ماهانه به نمایش گذاشته شده‌اند.

**Table 3- Statistical metrics of the estimated mean monthly precipitation in Sefidroud basin using cross-validation**

جدول ۳- نتایج آماری ارزیابی مقاطع در میانگین ماهانه بارش برآورد شده در حوضه سفیدرود

Period	MAE (mm)		KGE		RSquared	
	M_PRISM	Kriging	M_PRISM	Kriging	M_PRISM	Kriging
Farvardin	7.85	8.58	0.86	0.73	0.76	0.7
Ordibehesht	8.22	8.56	0.74	0.61	0.6	0.56
Khordad	4.05	3.28	0.64	0.8	0.5	0.73
Tir	4.92	3.53	0.58	0.87	0.49	0.81
Mordad	2.73	2.18	0.8	0.89	0.71	0.84
Shahrivar	4.45	7.46	0.9	0.78	0.86	0.68
Mehr	4.25	5.18	0.94	0.96	0.92	0.94
Aban	9.28	14.37	0.93	0.85	0.88	0.75
Azar	8.64	14.39	0.92	0.8	0.86	0.7
Dey	5.88	8.12	0.9	0.83	0.81	0.74
Bahman	8.25	7.33	0.9	0.85	0.82	0.84
Esfand	6.76	7.07	0.91	0.76	0.82	0.8



**Fig. 8- KGE values of monthly precipitation estimated by ordinary kriging and M-PRISM for each month and mean monthly observed precipitation**

شکل ۸- مقادیر KGE برای بارش تخمین زده شده توسط کریجینگ معمولی و M-PRISM در هر ماه و میانگین مشاهداتی بارش ماهانه

در حالی که روش M\_PRISM روشی دو متغیره با توانایی در نظر گرفتن نایستایی مکانی بارش می‌باشد یعنی میانگین بارش در تمام نقاط حوضه تابعی از ارتفاع می‌باشد.

از آن جایی که در مدل‌سازی‌های هیدرولوژیکی توزیعی بر خلاف مدل‌های غیرتوزیعی (که در آن‌ها برآورد کلی متوسط بارش روی یک ناحیه اهمیت دارد)، توزیع مکانی بارش ورودی نقش بسزایی در عملکرد مدل دارد، پیشنهاد می‌گردد از نتایج روش M\_PRISM به عنوان ورودی این مدل‌ها استفاده شود. در مقابل اگر هدف استفاده از بارش تخمین زده شده در مدل‌های هیدرولوژیکی تجمعی باشد، پیش بینی می‌شود که هر دو روش درون‌یابی بارش منجر به مقادیر تقریباً یکسانی شوند. لازم به ذکر است تمامی کدهای مربوط به مدل توسعه داده شده در محیط [MATLAB](https://github.com/zandi-omid/PRISM.git) قابل دسترسی هستند.

تحقیقات بعدی در این زمینه می‌تواند بر بهبود نحوه محاسبه وزن‌های مختلف مورد استفاده در روش PRISM با توجه به شرایط حاکم بر مناطق ساحلی، کویری و کوهستانی در کشور ایران و صحت‌سنجی آن با استفاده از داده‌های رستری بارش مانند داده‌های ماهواره‌ای یا رادار متمرکز باشد. همچنین بهبود تخمین در روش پیشنهادی مدل PRISM با استفاده از مقادیر بزرگ مقیاس جهانی بارش و استفاده از رویکردهای دیگری از رگرسیون با توجه به تنوع شرایط آماری مدل‌سازی‌ها موجود، می‌تواند در تحقیقات آینده مورد توجه قرار گیرد.

#### ۵- تشکر

بخشهایی از این تحقیق در قالب طرح تحقیقاتی شماره ۹۵/۳۲۱۶۶/۷۲۰ با حمایت مالی دفتر استانداردها و طرح‌های آب و آبفای وزارت نیرو انجام شده است که بدین وسیله از این حمایت مالی و فنی تشکر و قدردانی می‌گردد. اطلاعات مورد استفاده در این تحقیق توسط دفتر مطالعات پایه شرکت مدیریت منابع آب ایران تأمین شده است. بدین وسیله از پشتیبانی فنی و نظرات کارشناسی مدیران و پرسنل این دفتر تشکر و قدردانی می‌گردد.

#### پی‌نوشت‌ها

- 1- Precipitation-Elevation Regressions on Independent Slope Models
- 2- Inverse Distance Weighted
- 3- Cross Validation
- 4- Ordinary Least Square

درحالی که در ماه‌های خشک و کم بارش با میانگین بارش کمتر از ۲۰ میلیمتر در ماه یعنی از خرداد تا شهریور به طور کلی روش کریجینگ معمولی مطلوبتر عمل می‌کند هر چند در ماه شهریور شاخص آماری KGE مربوط به روش M\_PRISM عددی در حدود ۰/۱ بیشتر را نشان می‌دهد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

داده بارش ماهانه با دقت مکانی ۹۰۰ متر در بازه زمانی سال آبی ۱۳۷۹ الی ۱۳۹۴ به دو روش توسعه داده شده M\_PRISM و M\_IDW تولید شده است. شاخص‌های آماری ارائه شده برای بررسی عملکرد هر دو مدل در مقیاس ماهانه اعدادی بسیار نزدیک را نشان می‌دهند ولی در تمام ماه‌ها عملکرد مدل M\_PRISM کمی بهتر بوده است. لازم به ذکر است بارش ماه‌هایی که عمده نزولات جوی به صورت باران اتفاق می‌افتد مانند آبان و فروردین بهتر از سایر ماه‌ها برآورد شده است. مقادیر بارش تخمین زده شده توسط روش M\_IDW در محدوده حداقل و حداکثر مشاهدات ایستگاه‌ها است در حالی که در روش M\_PRISM به دلیل در نظر گرفتن رابطه ارتفاع و بارش به صورت محلی تخمین مقادیری فراتر از حداکثر و حداقل مشاهداتی در نتیجه پوشش الگوهای بارش بیش‌تر امکان‌پذیر است. این موضوع به ویژه در مناطق کوهستانی که امکان نصب ایستگاه‌های باران‌سنجی در ارتفاعات وجود ندارد، بیش‌تر حائز اهمیت است. در مجموع، می‌توان ادعا کرد که توزیع مکانی بارش بدست آمده از روش M\_PRISM واقع بینانه‌تر و مناسب‌تر است ولی از نظر تعداد پارامترها و سادگی اجرا روش M\_IDW روشی است که نیاز به توان محاسباتی کم‌تری دارد و از پیچیدگی‌های روش M\_PRISM برخوردار نیست. روش M\_PRISM با بکارگیری رابطه ارتفاع و مقدار بارش، امکانی را فراهم می‌کند تا تغییرات مقدار بارش در نقاط فاقد مقدار مشاهداتی صرفاً در دامنه مقادیر مشاهداتی نباشد. همچنین در گام بعدی، توانایی مدل M\_PRISM در برآورد میانگین بارش ماهانه با روش کریجینگ معمولی نیز مقایسه شد که طبق نتایج بدست آمده، به طور کلی عملکرد مدل M\_PRISM در ماه‌های پربارش مهر تا اردیبهشت و عملکرد روش کریجینگ معمولی در ماه‌های خشک خرداد تا شهریور مطلوبتر است. از جمله برتری‌های مدل M\_PRISM می‌توان به عدم نیاز به برازش نیم تغییرنا متناسب با فرآیند حاکم بر بارش هر ماه و همچنین توانایی برون‌یابی این مدل اشاره کرد. روش کریجینگ معمولی روشی تک متغیره و مبتنی بر فرض ایستایی مکانی پدیده بارش می‌باشد یعنی میانگین بارش در تمام نقاط یکسان در نظر گرفته می‌شود و مقدار بارش تنها با توجه به فاصله نقطه مجهول از ایستگاه‌های اطراف و پیوستگی مکانی بین ایستگاه‌ها و نقطه مجهول تخمین زده می‌شود.

- Daly C, Neilson RP and Phillips DL (1994) A statistical-topographic model for mapping climatological precipitation over mountainous terrain. *Journal of Applied Meteorology* 33(2):140–158
- Daly C, Slater ME, Roberti JA, Laseter H, Swift LW, Laseter SH, and Swift Jr LW (2017) High-resolution precipitation mapping in a mountainous watershed ground truth for evaluating uncertainty in a national precipitation dataset. *International Journal of Climatology* 37(S1):124–137
- Delbari M, Afrasiab P, and Jahani S (2013) Spatial interpolation of monthly and annual rainfall in northeast of iran. *Meteorology and Atmospheric Physics* 122(1–2):103–113
- Gibson W, Daly C, and Taylor G (1997) 7.1 Derivation of FACET grids for use with the PRISM model. In: 10th AMS Conf. on Applied Climatology, Reno, NV, 208-209
- Goovaerts P (2000) Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. *Journal of Hydrology* 228(1–2):113–129
- Gupta H V, Kling H, Yilmaz KK, and Martinez GF (2009) Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria implications for improving hydrological modelling. *Journal of Hydrology* 377(1–2):80–91
- Hutchinson MF (1995) Interpolating mean rainfall using thin plate smoothing splines. *International Journal of Geographical Information Systems* 9(4):385–403
- Jeong H-G, Ahn J-B, Lee J, Shim K-M, and Jung M-P (2020) Improvement of daily precipitation estimations using PRISM with inverse-distance weighting. *Theoretical and Applied Climatology* 139(3–4):923–934
- Kankash omran consulting engineers (2016) Studies of updating water balance of The Sefidrood watershed ending to 1389-90 water year. Technical Report (In Persian)
- Karamouz M, Fallahi M and Nazif S (2010) Analysis of spatial variation of precipitation comparison of conventional and kriging methods. *Iran-Water Resources Research* 6(1):1–9 (In Persian)
- Kurtzman D, Navon S, and Morin E (2009) Improving interpolation of daily precipitation for hydrologic modelling spatial patterns of preferred interpolators. *Hydrological Processes* 23(23):3281–3291
- Liu FCC, Chen F-W, and Liu C-W (2012) Estimation of the spatial rainfall distribution using inverse distance weighting (IDW) in the middle of Taiwan. *Paddy and Water Environment* 10(3):209–222
- 5- Weighted Least Square  
6- Precipitation Index  
7- Smoothing\_Radius  
8- Smoothing\_Sigma
- ۶- مراجع
- Abedini MJ and Nasser M (2008) Inverse distance weighted revisited. In: 4th APHW, Conf. Beijing
- Azizian A and Amini S (2020) The effect of climate and topographic conditions on the performance of PERSIANN family products over iran. *Iran-Water Resources Research* 16(1):86–101 (In Persian)
- Barbulescu A, Bautu A, and Bautu E (2020) Optimizing inverse distance weighting with particle swarm optimization. *Applied Sciences* 10(6):2054
- Bayat B, Zahraie B, Taghavi F, and Nasser M (2012) Evaluating of the efficiency of spatial geostatistical methods for identifying the spatial patterns of precipitation a case study of namak lake watershed. *Iranian Journal of Geophysics* 5(4):89–110 (In Persian)
- Bayat B, Zahraie B, Taghavi F, and Nasser M (2013) Evaluation of spatial and spatiotemporal estimation methods in simulation of precipitation variability patterns. *Theoretical and Applied Climatology* 113(3):429–444
- Castro LM, Gironás J, and Fernández B (2014) Spatial estimation of daily precipitation in regions with complex relief and scarce data using terrain orientation. *Journal of Hydrology* 517:481–492
- Crespi A, Brunetti M, Lentini G, and Maugeri M (2018) 1961–1990 High-resolution monthly precipitation climatologies for italy. *International Journal of Climatology* 38(2):878–895
- Daly C (2006) Guidelines for assessing the suitability of spatial climate data sets. *International Journal of Climatology* 26(6):707–721
- Daly C, Gibson WP, Taylor GH, Johnson GL, and Pasteris P (2002) A knowledge-based approach to the statistical mapping of climate. *Climate Research* 22(2):99–113
- Daly C, Halbleib M, Smith JI, Gibson WP, Doggett MK, Taylor GH, Pasteris PP, Curtis J, and Pasteris PP (2008) Physiographically sensitive mapping of climatological temperature and precipitation across the conterminous united states. *International Journal of Climatology* 28(15):2031–2064
- Daly C, Helmer EH, and Quiñones M (2003) Mapping the climate of puerto rico, vieques and culebra. *International Journal of Climatology* 23(11):1359–1381

- mountainous areas. *Journal of Hydrologic Engineering* 13(7):531–540
- Sharples JJ, Hutchinson MF and Jellett DR (2005) On the horizontal scale of elevation dependence of australian monthly precipitation. *Journal of Applied Meteorology* 44(12):1850–1865
- Shayeghi A, Azizian A and Brocca L (2019) Evaluating the efficiency of reanalysis and remote-sensing based rainfall data sets for hydrological modeling using VIC-3L large scale model (Case study: Sefidrood catchment). *Iran-Water Resources Research* 15(2):57-72 (In Persian)
- Shin S-C, Kim M-K, Suh M-S, Rha D-K, Jang D-H, Kim C-S, Lee W-S, and Kim Y-H (2008) Estimation of high resolution gridded precipitation using GIS and PRISM. *Atmosphere* 18(1):71–81
- Meersmans J, Weverberg K Van, Baets S De, Ridder F De, Palmer SJ, Wesemael B Van, Quine TA, Van Weverberg K, De Baets S, De Ridder F, ..., and Quine TA (2016) Mapping mean total annual precipitation in belgium, by investigating the scale of topographic control at the regional scale. *Journal of Hydrology* 540:96–105
- Robertson GP (2000) *Geostatistics for environmental sciences, GS+ user's guide, Version 5*. Gamma Design Software
- Saghafian B and Rahimi Bondarabadi S (2005) Comparison of interpolation and extrapolation methods for estimating spatial distribution of annual rainfall. *Iran-Water Resources Research* 1(2):74–84 (In Persian)
- Saghafian B and Rahimi Bondarabadi S (2008) Validity of regional rainfall spatial distribution methods in