



## Technical Note

Uncertainty in Calculating Hydrological  
Drought Index Using Gamma Distribution  
(Case Study: Urmia Lake Basin)M. Jamal<sup>1</sup>, H. Ebrahimi<sup>2\*</sup>, and H. Mousavi  
Jahromi<sup>3</sup>

## Abstract

This study analyzes the uncertainty arising from the assumption of fitting the Gamma distribution to the time series of discharge data in calculating the Streamflow Drought Index (SDI). Using the time series of monthly and annual discharge data in 30 hydrometric stations located in the Urmia Lake Basin, the efficiency of Gamma distribution in fitting discharge data was investigated. The results showed that in only 1.5% of the total cases the Gamma distribution in the fitting of the discharge data series was recognized as the superior distribution. According to Kolmogorov-Smirnov test, in 25% of the cases a significant difference was observed between the experimental distribution of discharge data and the distribution of Gamma, which increases to about 57% in the first and last months of the wet year. In contrast, in 31% of the cases the Wakeby distribution was recognized as the best distribution in fitting the discharge data series. The highest displacement of hydrological drought classes was observed with the use of Wakeby distribution compared to Gamma distribution in the monthly scale of Ghabeghloo station in August (96%) and in the annual scale of Ghasemloo station (54%). It was observed that by calculating SDI based on Wakeby distribution, compared to Gamma distribution, the highest frequency of displacement in annual and monthly scales is related to normal class and is equal to 25% and 43%, respectively.

**Keywords:** SDI, Equi-Probability Transformation, Drought Monitoring, Gamma Distribution, Uncertainty.

Received: November 23, 2020

Accepted: January 26, 2021

## یادداشت فنی

عدم قطعیت در محاسبه شاخص خشکسالی  
هیدرولوژیکی با کاربرد توزیع گاما  
(مطالعه موردی: حوضه آبریز دریاچه ارومیه)مریم جمال<sup>۱</sup>، حسین ابراهیمی<sup>۲\*</sup> و حبیب موسوی جهرمی<sup>۳</sup>

## چکیده

هدف از این پژوهش، تحلیل عدم قطعیت ناشی از فرض برازش توزیع گاما بر سری زمانی داده‌های آبدی در محاسبه شاخص خشکسالی هیدرولوژیکی (SDI) می‌باشد. با کاربرد سری زمانی داده‌های آبدی ماهانه و سالانه در ۳۰ ایستگاه هیدرومتری واقع در حوضه آبریز دریاچه ارومیه، کارایی توزیع گاما در برازش داده‌های آبدی بررسی شد. نتایج نشان داد توزیع گاما در برازش سری داده‌های آبدی تنها در ۱/۵ درصد کل حالات به عنوان توزیع برتر شناخته شد. بواسطه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، اختلاف معنی‌دار بین توزیع تجربی داده‌های آبدی و توزیع گاما در ۲۵ درصد حالات مشاهده گردید که این میزان در ماه‌های ابتدایی و انتهای سال آبی تا حدود ۵۷ درصد نیز افزایش می‌یابد. در مقابل توزیع Wakeby در ۳۱ درصد حالات به عنوان برترین توزیع در برازش سری داده‌های آبدی، شناخته شد. بیشترین جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی با کاربرد توزیع احتمالاتی Wakeby نسبت به توزیع گاما در مقیاس ماهانه مربوط به ایستگاه قبقلو در ماه مرداد ۹۶ درصد و در مقیاس سالانه مربوط به ایستگاه قاسملو ۵۴ درصد، مشاهده گردید. ملاحظه گردید با محاسبه SDI بر مبنای توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما، بیشترین فراوانی جابه‌جایی در مقیاس‌های سالانه و ماهانه مربوط به طبقه نرمال و به ترتیب معادل ۲۵ و ۴۳ درصد است.

**کلمات کلیدی:** SDI، انتقال هم احتمال، پایش خشکسالی، توزیع گاما، عدم قطعیت.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۹/۹/۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۱۱/۷

1- Ph.D. Candidate, Faculty of civil engineering, Islamic Azad University, Shahr-e-Qods Branch, Tehran, Iran.

2- Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, Islamic Azad University, Shahr-e-Qods Branch, Tehran, Iran. E-mail: Ebrahimi165@yahoo.com

3- Professor, Faculty of Civil Engineering, Islamic Azad University, Shahr-e-Qods Branch, Tehran, Iran.

\*- Corresponding Author

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر قدس.

۲- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر قدس.

۳- استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر قدس.

\*- نویسنده مسئول  
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان بهار ۱۴۰۰ امکانپذیر است.

## ۱- مقدمه

- در صورت انتخاب توزیع برتر به عنوان جایگزین توزیع گاما، چه تغییری در فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی رخ می‌دهد؟
- بیشترین میزان تأثیر انتخاب توزیع برتر بر جابه‌جایی کدام طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی رخ می‌دهد؟
- آیا امکان انتخاب یک توزیع احتمالی برتر برای تمام ایستگاه‌های هیدرومتری مینا وجود دارد؟
- سری داده‌های آبدی ماهانه در کدام یک از دوره‌های زمانی انحراف و تطابق بیشتری با توزیع گاما دارند؟

طی پژوهش حاضر، بر مبنای کاربرد سری زمانی داده‌های آبدی ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب واقع در حوضه آبریز دریاچه ارومیه، کارایی توزیع گاما در محاسبه SDI مورد مطالعه قرار گرفته و ضمن شناسایی توزیع احتمالی برتر، اثر کاربرد توزیع برتر بر جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی مورد مطالعه قرار گرفته است.

## ۲- مواد و روش‌ها

## ۲-۱- منطقه مورد مطالعه

به‌منظور بررسی کارایی توزیع گاما، شناسایی توزیع احتمالی برتر و تأثیر کاربرد توزیع برتر به عنوان جایگزین توزیع گاما در محاسبه SDI و جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی، از سری زمانی داده‌های آبدی ماهانه و سالانه ۳۰ ایستگاه هیدرومتری منتخب واقع در حوضه آبریز دریاچه ارومیه و در بازه زمانی ۱۳۹۶-۱۳۳۹ استفاده گردید. مشخصات ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب و موقعیت آنها در نقشه جغرافیایی به ترتیب در جدول ۱ و شکل ۱، ارائه شده است. ارقام ذیل هر ایستگاه در شکل ۱، بیانگر شماره ردیف متناظر در جدول ۱ است.

عوامل مختلفی می‌تواند بر انحراف احتمالی توزیع داده‌های آبدی نسبت به توزیع گاما مؤثر باشد. رژیم جریان رودخانه، تأثیرپذیری از جریان‌های تنظیمی و شرایط اقلیمی از جمله این موارد محسوب می‌گردد. با توجه به عدم امکان بررسی موضوع برای تمامی ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب در حوضه آبریز دریاچه ارومیه، ایستگاه‌های مندرج در جدول ۱ به‌گونه‌ای منتخب گردیدند که ضمن حداقل‌سازی ایستگاه‌ها، شرایط متنوعی از منظر رژیم جریان رودخانه، پراکنش مناسب در بالادست و پایین‌دست حوضه را برآورده نماید.

از شکل ۱، ملاحظه می‌گردد ایستگاه‌های منتخب عمده شاخه‌های پرآبده و تأمین‌کننده حجم جریان سطحی ورودی به دریاچه را شامل می‌گردند. همچنین گروهی از ایستگاه‌های منتخب در بالادست حوضه و بخشی دیگر، در محدوده‌های پایین‌دست و در ناحیه ورود به دریاچه

خشکسالی هیدرولوژیکی پدیده‌ای است که اثرات منفی بر منابع آب مورد نیاز جامعه بشری، سامانه‌های کشاورزی و پایداری زیست بوم دارد. اگرچه توافق عمومی بر روی مفهوم خشکسالی وجود ندارد، لکن عموماً خشکسالی هیدرولوژیکی به آب قابل دسترس کمتر از نرمال اطلاق می‌گردد (Ma et al., 2015). شاخص‌های خشکسالی بدلیل آنکه معیاری برای تحلیل کمیت، شدت و شروع دوره‌های خشکسالی را فراهم می‌نمایند، پرکاربردترین روش جهت پایش وضعیت خشکسالی محسوب می‌شوند (Tabari et al., 2013). Nalbantis and Tsakiris (2009) شاخص خشکسالی جریان سطحی<sup>۱</sup> (SDI) را به منظور پایش زمان و شدت خشکسالی هیدرولوژیکی بر مبنای داده‌های حجم تجمعی جریان سطحی، پیشنهاد نمودند. محاسبه SDI مشابه با شاخص بارش استاندارد شده<sup>۲</sup> (SPI) است. این روش مبتنی بر برازش سری داده‌های تجمعی جریان سطحی بر توزیع گاما<sup>۳</sup> و کاربرد اصل انتقال هم احتمال<sup>۴</sup>، استوار است (Mishra et al., 2005). مطالعات متعددی کاربرد SDI بر مبنای فرض برازش توزیع گاما بر داده‌های جریان، مورد توجه قرار دادند (Tigkas et al., 2012; Tabari et al., 2013; Li et al., 2013; Al-Faraj et al., 2014; Ghobadi et al., 2015; Arabzadeh et al., 2016; Fung et al., 2020).

تاکنون مطالعات محدودی در خصوص تأثیر احتمالی عدم کارایی توزیع گاما در برازش داده‌های حجم جریان سطحی بر انحراف نتایج SDI گزارش شده است. (Nalbantis and Tsakiris (2009) و Shuka and Wood (2008) توزیع احتمالی گاما را محدود به حوضه‌های آبریز کوچک مقیاس گزارش نموده و در حوضه‌های آبریز بزرگتر، توزیع احتمالی لوگ نرمال<sup>۵</sup>، جهت برازش سری داده‌های حجم جریان سطحی، مناسب گزارش نمودند. (Vicente-Serrano et al. (2012) کارایی شش تابع توزیع احتمالی را در برازش داده‌های جریان سطحی در حوضه آبریز ابرو<sup>۶</sup> در کشور اسپانیا را مطالعه نمودند. نتایج ایشان نشان‌دهنده عدم وجود الگوی مکانی مشخصی جهت شناسایی توزیع احتمالی برتر وجود نداشته و با اضافه نمودن یک یا چند داده به سری داده‌های آبدی، توزیع احتمالی برتر، تغییر می‌نماید.

از مجموعه تحقیقات موجود در سابقه مطالعاتی، ملاحظه می‌گردد در خصوص تأثیر توزیع‌های احتمالی برتر بر جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی، مطالعه جامعی وجود ندارد. بر این اساس مطالعه حاضر متمرکز بر موارد زیر می‌باشد:

- حساسیت شاخص خشکسالی هیدرولوژیکی به توزیع احتمال پایه چگونه است؟

$$SDI_{i,k} = \frac{Q_{i,k} - \bar{Q}_k}{SD_k} \quad (2)$$

$Q_{i,k}$  مقدار دبی در ماه  $k$ ام و  $\bar{Q}_k$  مقدار متوسط دبی در مقیاس  $k$ ام و  $SD_k$  انحراف معیار در مقیاس  $k$ ام می‌باشد. مقدار شاخص  $SDI$  در محدوده  $-0/49$  تا  $0/49$  بیانگر شرایط نرمال، در محدوده  $0/5$  تا  $0/99$  بیانگر ترسالی ضعیف، در محدوده  $1/49$  تا  $1/99$  بیانگر ترسالی متوسط، در محدوده  $1/5$  تا  $1/99$  بیانگر ترسالی شدید، در محدوده  $2$  بیانگر ترسالی بسیار شدید، در محدوده  $-0/99$  تا  $-0/5$  بیانگر شرایط خشکسالی ضعیف، در محدوده  $-1/49$  تا  $-1$  بیانگر خشکسالی متوسط، در محدوده  $-1/99$  تا  $-1/5$  بیانگر خشکسالی شدید و در محدوده کمتر از  $-2$  بیانگر خشکسالی بسیار شدید می‌باشد (Edwards and McKee, 1997).

### ۲-۳- آزمون نکوئی برازش

در این پژوهش به منظور بررسی نکوئی برازش توزیع گاما و سایر توزیع‌های آماری، از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف<sup>۶</sup> (KS) استفاده گردید. در آزمون KS، فرض صفر عدم وجود اختلاف معنی‌دار بین توزیع نظری و توزیع تجربی داده‌ها می‌باشد. در این آزمون، حداکثر اختلاف بین توزیع نظری (توزیع مورد آزمون) و توزیع تجربی داده‌ها ( $D_{max}$ ) محاسبه می‌گردد. سپس با توجه به سطح اعتماد و تعداد نمونه‌ها، مقدار بحرانی ( $D_c$ ) استخراج می‌گردد. برای مثال، برای یک ایستگاه هیدرومتری با ۵۰ سال طول دوره آماری، مقدار بحرانی ( $D_c$ ) به ترتیب در سطح اعتماد ۱، ۵ و ۱۰ درصد به ترتیب معادل ۰/۲۲۶، ۰/۱۸۸، ۰/۱۷۰ می‌باشد. چنانچه  $D_{max} < D_c$ ، فرض صفر در سطح اعتماد انتخابی صحیح بوده و بین داده‌های مشاهداتی و توزیع احتمالاتی مورد نظر، اختلاف معنی‌داری وجود ندارد.

واقع شده که برخلاف گروه نخست، در برگیرنده اثرات مصارف و عوامل انسانی در بالادست خود می‌باشند. در نتیجه ایستگاه‌های منتخب، شرایط متنوعی جهت بررسی کاربرد توزیع گاما و شناخت توزیع برتر در ایستگاه‌ها با رژیم متفاوت جریان سطحی، فراهم می‌نماید. با در نظر گرفتن پتانسیل بلند مدت جریان سطحی حوضه آبریز دریاچه ارومیه در حدود ۴/۲ میلیارد متر مکعب (Iran Ministry of Energy, 2020)، مجموع آبدی بلند مدت ایستگاه‌های منتخب بالادست، ۷۸ درصد پتانسیل جریان سطحی حوضه را پوشش می‌دهند.

### ۲-۲- شاخص خشکسالی هیدرولوژیکی (SDI)

محاسبه  $SDI$  بر مبنای کاربرد اصل انتقال هم احتمال استوار است. بهترین حالت انتقال یک متغیر از یک توزیع آماری به توزیع آماری دیگر، انتقال هم احتمال می‌باشد که در آن، احتمال‌های کمتر یا مساوی دو متغیر از توزیع با هم برابر فرض می‌شوند. به منظور محاسبه  $SDI$ ، ابتدا مقادیر آبدی ماهانه بر اساس معادله (۱) بر توزیع گاما برازش داده شده، احتمال توزیع تجمعی گاما محاسبه و سپس تغییر شکل هم احتمال توزیع تجمعی گاما به توزیع تجمعی نرمال با کاربرد اصل انتقال هم احتمال صورت می‌گیرد. در نهایت متغیر  $Z$  نرمال استاندارد شده یا  $SDI$  معادله (۲) مربوط به مقدار دبی در هر ایستگاه در سطوح هم احتمال از منحنی احتمالات تجمعی نرمال استخراج می‌گردد:

$$g(x) = \frac{1}{B^\alpha \times \Gamma(\alpha)} \times x^{\alpha-1} \times e^{-x/B}, \Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (1)$$

$\alpha$  پارامتر شکل و  $\beta$  پارامتر مقیاس است.  $x$  مقدار دبی و  $\Gamma(\alpha)$  تابع گاما بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

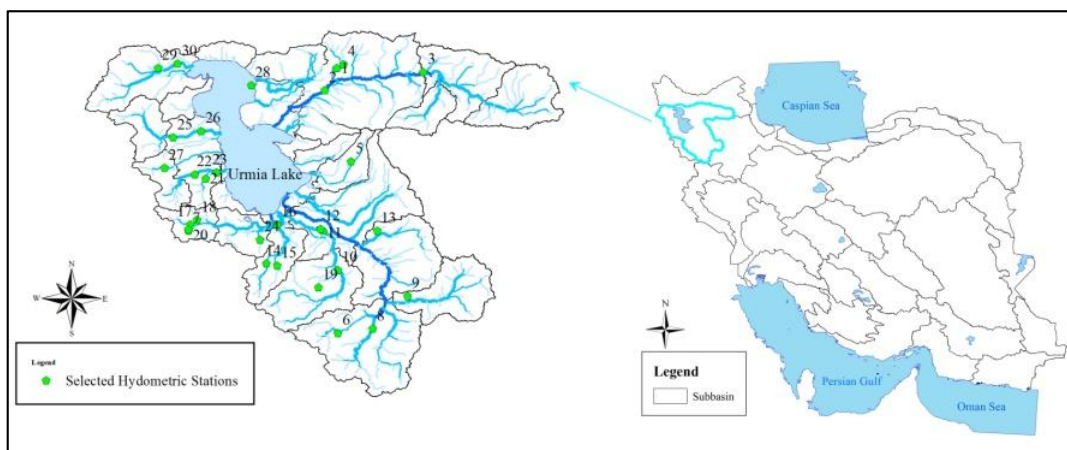


Fig. 1- Location of studied hydrometric stations in Urmia Lake Basin

شکل ۱- موقعیت ایستگاه‌های هیدرومتری مورد بررسی در حوضه آبریز دریاچه ارومیه

**Table 1- Specifications of selected hydrometric stations in Urmia Lake Basin**  
**جدول ۱- مشخصات ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب واقع در حوضه آبریز دریاچه ارومیه**

Series	Station	River	Station Code	Longitude	latitude	Height (m)	N*	Annual Average Discharge (cms)
1	Pole-e-Senikh	Senikhchay	31-029	46-09-23	38-11-55	1352	48	0.78
2	Akhoola	Ajichay	31-045	46-03-53	38-01-46	1310	30	7.70
3	Merkid	Ajichay	31-117	46-49-22	38-10-06	1520	26	5.20
4	Pardil	Senikhchay	31-527	46-12-29	38-13-48	1400	24	0.93
5	Tazekand	Soofichay	32-007	46-16-00	37-29-00	1610	40	3.63
6	Ghabeghloo	Saghezchay	33-007	46-03-00	36-57-00	1520	43	9.10
7	Darepanbedan	Saghezchay	33-011	46-02-00	36-58-00	1650	34	9.78
8	Pole-Adinan	Jighatoochay	33-015	46-28-00	36-57-00	1460	36	18.30
9	Safakhane	Saroooghchay	33-021	45-37-00	36-42-00	1475	36	8.38
10	Dashaband	Siminierood	33-035	45-42-00	36-41-00	1350	63	14.20
11	Miandoab-Siminierood	Siminierood	33-037	45-42-00	37-00-00	1310	52	15.30
12	Nezamabad	Zarinerood	33-917	45-02-00	37-00-00	1283	23	32.70
13	Janagha	Ajorloo	33-923	45-05-00	37-02-00	1410	24	3.40
14	Kooter	Mahabadchay	34-003	46-01-00	36-31-00	1380	39	6.22
15	Beitas	Mahabadchay	34-005	45-01-05	36-57-41	1424	49	1.39
16	Gord-e-Yaghub	Mahabadchay	34-009	45-09-00	37-21-00	1280	28	4.34
17	Pighale	Gadarchay	34-011	45-04-00	37-23-00	1500	48	8.50
18	Oshnavieh	Gadarchay	34-013	45-14-00	37-24-00	1480	44	1.35
19	Bahramloo	Gadarchay	34-021	45-34-00	36-53-00	1320	56	10.49
20	Dorood	Shikhanchay	34-042	44-54-00	37-40-00	1400	11	0.96
21	Ghasemloo	Balamjchay	35-001	45-07-00	37-43-00	1387	43	1.65
22	Dizaj	Barandoozchay	35-005	44-50-00	37-26-00	1335	61	7.93
23	Babarood	Barandoozchay	35-007	45-30-00	38-04-00	1297	68	7.57
24	Keshtiban	Shahrchay	35-013	44-47-00	38-12-00	1299	27	2.09
25	Tepic	Nazloochoy	35-031	44-56-00	38-14-00	1399	64	11.39
26	Abajloosofla	Nazloochoy	35-033	45-07-12	37-43-12	1295	53	6.88
27	Bardesoor	Shahrchay	35-089	44-49-48	37-25-48	1600	12	4.26
28	Chahrigh	Zolachay	36-001	45-30-00	38-42-00	1533	40	3.46
29	Nazarabad	Dericchay	36-003	44-46-48	38-12-00	1597	38	0.85
30	Yalghuzchay	Zolachay	36-011	44-55-48	38-13-48	1307	42	1.55

\*N: Number of years of statistical period

### ۳- نتایج و تحلیل نتایج

#### ۳-۱- نتایج انتخاب مناسب‌ترین توزیع

نخستین گام جهت بررسی کارایی توزیع احتمالی گاما به منظور محاسبه SDI، تحلیل انطباق سری داده‌های آبدی از روند توزیع گاما و در صورت نیاز شناخت توزیع احتمالی برتر است. برای این منظور با به‌کارگیری آزمون نکوتی برازش KS، شاخص P-Value و رتبه توزیع احتمالی گاما تعیین و مناسب‌ترین توزیع احتمالی به تفکیک سری داده‌های آبدی ماهانه و سالانه ۳۰ ایستگاه هیدرومتری منتخب، شناسایی گردید. شکل ۲، فراوانی توزیع‌های احتمالی برتر برازش‌دهنده

طی پژوهش حاضر، کارایی ۶۵ توزیع احتمالی مختلف در برازش سری داده‌های آبدی ماهانه و سالانه به تفکیک ۳۰ ایستگاه هیدرومتری منتخب، مورد بررسی قرار گرفت. به منظور برازش توابع توزیع احتمالی مختلف، شناخت توزیع احتمالی برتر، انجام آزمون KS از نرم‌افزار EasyFit 5.5 Professional و به منظور محاسبه شاخص SDI از توزیع گاما و توزیع برتر در هر حالت از افزونه EasyfitXL، استفاده شد.

بر مبنای سری داده‌های آبدی ماهانه ایستگاه هیدرومتری مورد بررسی نیز، توزیع Wakeby در ۹ ایستگاه (۳۰ درصد حالات)، به عنوان توزیع احتمالی برتر شناخته شد. این در حالی است که توزیع گاما در هیچ یک از ایستگاه‌های مورد بررسی، به عنوان توزیع احتمالی برتر، مطرح نمی‌باشد. بر این اساس، صحت محاسبه مقادیر SDI بر مبنای توزیع احتمالی فاقد برتری گاما، می‌تواند مورد تردید قرار گیرد.

### ۳-۲- نتایج آزمون نکویی برازش در ارزیابی توزیع گاما

اگرچه رتبه بالاتر و نیز مقادیر بیشتر شاخص P-Value توزیع احتمالی برتر به معنای انطباق بیشتر روند تجربی داده‌ها با توزیع مذکور می‌باشد، اما این موضوع همواره به معنای عدم کارایی توزیع احتمالی با شاخص کمتر P-Value در برازش مناسب داده‌های مشاهداتی نمی‌باشد (Mosaedi and Ghabaei Sough, 2011). توزیع احتمالی با شاخص کمتر P-Value در صورت عدم وجود اختلاف معنادار در سطح اعتماد انتخابی، می‌تواند جهت برازش سری داده‌های مشاهداتی، مورد استفاده قرار گیرد.

بواسطه برازش سری داده‌های آبدی ماهانه ایستگاه‌های هیدرومتری مورد بررسی بر توزیع گاما، حداکثر اختلاف بین داده‌های مشاهداتی و مقادیر متناظر حاصل از توزیع گاما ( $D_{max}$ ) محاسبه و با مقدار بحرانی ( $D_c$ ) مقایسه گردید. جدول ۳ فراوانی حالات رد توزیع گاما بر اساس آزمون نکویی برازش KS ( $D_{max} > D_c$ ) در برازش سری داده‌های آبدی ماهانه را نشان می‌دهد.

سری داده‌های آبدی ماهانه ایستگاه‌های منتخب را نشان می‌دهد. از مجموع ۳۶۰ حالت مورد بررسی (۳۰ ایستگاه منتخب در ۱۲ ماه)، توزیع احتمالی Wakeby در ۱۱۳ حالت (۳۱/۵ درصد حالات)، توزیع احتمالی Johnson SB در ۳۸ حالت (۱۰/۵ درصد حالات) و توزیع احتمالی Gen. Extreme Value در ۲۹ حالت (۸ درصد حالات) دارای شاخص بالاتر P-Value بر مبنای آزمون نکویی برازش بوده و به عنوان توزیع برتر در برازش سری داده‌های آبدی شناخته شده‌اند. از این منظر برتری توزیع Wakeby نسبت به سایر توزیع‌های احتمالی قابل توجه است. جالب توجه است که توزیع گاما به عنوان توزیع پیش فرض محاسبه SDI، تنها در ۵ حالت (۱/۴ درصد حالات) به عنوان توزیع برتر شناخته شده است.

جدول ۲، توزیع احتمالی برتر شناخته‌شده بر اساس آزمون نکویی برازش KS و دارای بالاترین شاخص P-Value را جهت برازش سری داده‌های آبدی ماهانه و سالانه را از مجموعه کلیه ایستگاه‌های هیدرومتری مورد بررسی، نشان می‌دهد. ملاحظه می‌گردد در تمامی ماه‌ها، توزیع احتمالی Wakeby، به عنوان توزیع برتر شناخته شده است. فراوانی توزیع Wakeby به عنوان توزیع برتر از ۲۰/۷ درصد در آذرماه تا حدود ۵۳/۳ درصد در اردیبهشت‌ماه متغیر است. این در حالی است که توزیع گاما حداکثر در ۶/۷ درصد حالات (ماه بهمن) به عنوان توزیع برتر جهت برازش سری داده‌های آبدی ماهانه شناخته شده است.

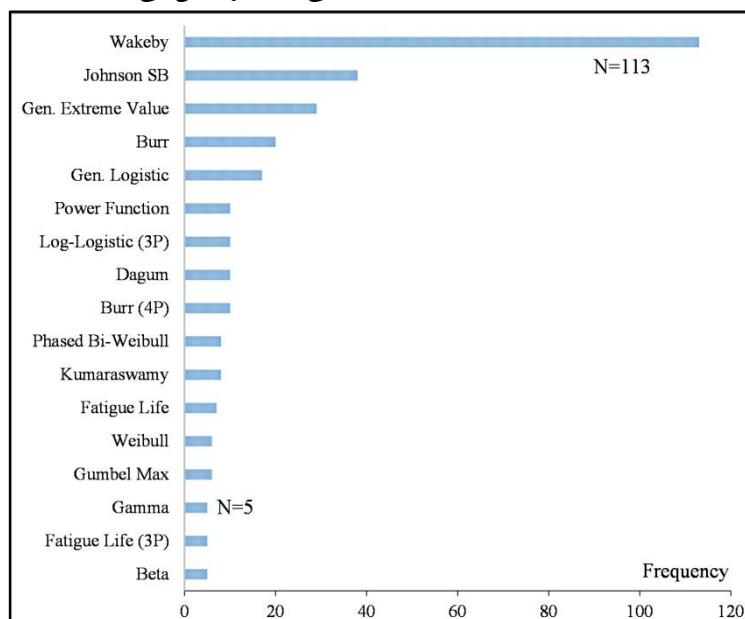


Fig. 2- Frequency of probability distribution as superior in fitting monthly discharge data

شکل ۲- فراوانی توزیع‌های احتمالاتی به عنوان توزیع برتر در برازش داده‌های آبدی ماهانه

**Table 2- Frequency of superior and Gamma distributions in fitting discharge data series**

جدول ۲- فراوانی توزیع های برتر و گاما در برازش سری داده های آبدهی

Month	October	November	December	January	February	March	April	May	June	July	August	September	Yearly
Superior distribution	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby
Frequency of Wakeby distribution as superior	8	8	6	11	10	12	9	16	8	7	11	7	9
Percentage of Wakeby distribution as superior	26.7 %	26.7 %	20.7 %	36.7 %	33.3 %	40.0 %	30.0 %	53.3 %	26.7 %	23.3 %	36.7 %	23.3 %	30.0 %
Percentage of Gamma distribution as superior	3.3%	0	0	0	6.7%	3.3%	0	0	0	0	3.3%	0	0%

**Table 3- Frequency of Gamma distribution rejection cases based on Kolmogorov-Smirnov test**

جدول ۳- فراوانی حالات رد توزیع گاما بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف

Month	October	November	December	January	February	March	April	May	June	July	August	September
Frequency	15	8	4	6	4	3	2	2	3	9	17	17
Percentage	50.0 %	26.7 %	13.3 %	20.0 %	13.3 %	10.0 %	6.7 %	6.7 %	10.0 %	30.0 %	56.7 %	56.8 %

طریق شماره ردیف متناظر هر ایستگاه از جدول ۱ با موقعیت آنها در شکل ۱، عدم مشاهده الگوی مکانی مشخص در ایستگاه های هیدرومتری با امکان و عدم کاربرد توزیع گاما جهت برازش سری داده های آبدهی در حوضه آبریز دریاچه ارومیه، قابل درک است. این نتیجه با یافته های (Vicente-Serrano et al. (2012، انطباق دارد.

### ۳-۳- نتایج تأثیر کاربرد توزیع احتمالی برتر در جابه جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی

ملاحظه گردید توزیع احتمالی Wakeby به طور عمده از برتری شاخصی نسبت به سایر توزیع های احتمالی در برازش سری داده های آبدهی ماهانه و سالانه برخوردار می باشد. با اینحال جایگزینی توزیع گاما با توزیع احتمالی Wakeby، هنگامی می تواند مورد توجه قرار گیرد که منجر به جابه جایی طبقات خشکسالی هواشناسی و تغییرات شاخص در مقادیر SDI گردد. شکل ۴، تأثیر کاربرد توزیع احتمالی Wakeby به عنوان توزیع برتر در جابه جایی طبقات خشکسالی و در مقایسه با کاربرد توزیع گاما را بر اساس سری داده های آبدهی اسفندماه ایستگاه داشبند، نشان می دهد.

در شهریور ماه، از ۳۰ ایستگاه هیدرومتری، توزیع گاما در ۱۷ ایستگاه (در حدود ۵۷ درصد حالات)، دارای اختلاف معنادار نسبت به داده های مشاهداتی بوده و نمی تواند جهت برازش به کار رود. ملاحظه می گردد درصد فراوانی رد توزیع گاما جهت برازش سری داده های آبدهی ماهانه در ماه های متناظر با گذار دبی پایه رودخانه (مهر، مرداد و شهریور) بیشتر و تا حدود ۵۷ درصد افزایش یافته است. در دوره های پرآب رودخانه (ماه های آذر تا خرداد)، توزیع گاما عمدتاً می تواند جهت برازش سری داده های آبدهی، به کار رفته و فراوانی رد توزیع گاما در این دوره ها کمتر از ۲۰ درصد است.

شکل ۳، فراوانی رد توزیع گاما در برازش سری داده های آبدهی ماهانه بر اساس نتایج آزمون KS به تفکیک ایستگاه های هیدرومتری مورد بررسی نشان می دهد. از ۱۲ ماه یک سال آبی، بیشترین فراوانی رد توزیع گاما در ایستگاه های قاسملو (۱۲ ماه)، یالغوزچای و کشتیبان (۷ ماه)، آجالوی سفلی و داشبند (۶ ماه) می باشد. در نقطه مقابل، توزیع گاما بر اساس آزمون نکویی برازش KS می تواند جهت برازش سری داده های آبدهی ماهانه در تمامی ماه ها از ایستگاه های آخولا، تازه کند، اشنویه، تپیک، چهریق و نظرآباد به کار رود. با مقایسه ایستگاه های هیدرومتری دارای بیشترین و کمترین فراوانی حالات رد توزیع گاما از

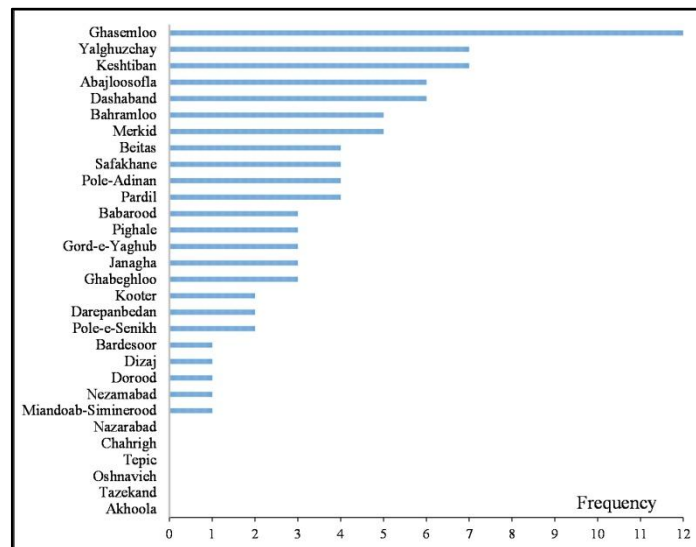


Fig. 3- Frequency of Gamma distribution rejection months in the studied hydrometric stations

شکل ۳- فراوانی ماه‌های رد توزیع گاما در ایستگاه‌های هیدرومتری مورد بررسی

در نمونه نشان داده شده به ازای دبی معادل ۱۸ مترمکعب در ثانیه، از توزیع Wakeby و توزیع گاما به ترتیب معادل  $-0.637$  و  $-0.365$  است. در نتیجه کاربرد توزیع احتمالی Wakeby در این محدوده، سبب جابه‌جایی طبقه خشکسالی هیدرولوژیکی از نرمال به خشکسالی ضعیف می‌گردد. به ازای دبی ۵۹ مترمکعب در ثانیه، از توزیع Wakeby و توزیع گاما به ترتیب معادل  $+1.041$  و  $+0.752$  است. در نتیجه کاربرد توزیع احتمالی Wakeby در این محدوده، سبب جابه‌جایی طبقه خشکسالی هیدرولوژیکی از ترسالی ضعیف به ترسالی متوسط می‌گردد.

بر اساس آزمون نکویی برازش KS، رتبه توزیع گاما معادل ۳۱، شاخص P-Value توزیع گاما معادل  $0.159$  و حداکثر اختلاف داده‌های مشاهداتی و توزیع گاما ( $D_{max}=0.141$ ) می‌باشد که بزرگتر از مقدار بحرانی در سطح اعتماد ( $\alpha=0.2$ ) معادل ( $D_c=0.135$ ) است. در نتیجه، توزیع گاما در سطح اعتماد مذکور جهت برازش سری داده‌های آبدهی اسفندماه ایستگاه دانشمند، رد می‌گردد.

از شکل ۴، ملاحظه می‌شود به ازای دبی کمتر از ۳۲ متر مکعب در ثانیه، کاربرد توزیع احتمالی Wakeby به‌عنوان جایگزین توزیع گاما، سبب کاهش مقدار SDI و به ازای دبی بیشتر از ۳۲ مترمکعب در ثانیه، کاربرد توزیع احتمالی Wakeby، سبب افزایش مقدار SDI می‌گردد.

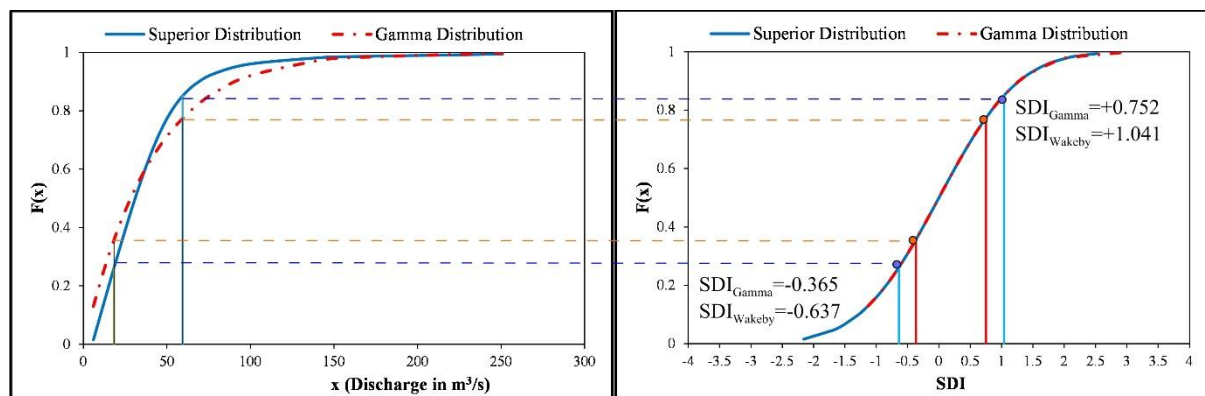


Fig. 4- Displacement of hydrological drought class using Wakeby distribution compared to Gamma (March discharge data series of Dashband station)

شکل ۴- جابه‌جایی طبقه خشکسالی هیدرولوژیکی با کاربرد توزیع Wakeby نسبت به گاما (داده‌های آبدهی اسفند ایستگاه دانشمند)



هیدرولوژیکی ناشی از توزیع احتمالی Wakeby نسبت به توزیع گاما در ماه‌های مرداد و شهریور و در حدود ۶۰ درصد است. همچنین در دوره‌های پرباده جریان رودخانه (ماه‌های آذر تا خرداد)، فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی از توزیع احتمالی Wakeby نسبت به توزیع گاما، کاهش می‌یابد. ملاحظه می‌گردد فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی ناشی از کاربرد توزیع احتمالی Wakeby نسبت به توزیع گاما، ارتباط مستقیمی با فراوانی حالت رد توزیع گاما بر اساس آزمون نکوئی برازش KS (جدول ۳) دارد.

جدول ۵، ایستگاه‌های هیدرومتری با بیشترین فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی به تفکیک هر ماه را نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد کاربرد توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما در ایستگاه هیدرومتری قبقلو طی ماه مرداد تا حدود ۹۶ درصد، سبب جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی می‌گردد. در فروردین و با پرباده شدن جریان رودخانه، حداکثر جابه‌جایی طبقات خشکسالی از توزیع Wakeby در حدود ۳۴ درصد و در ایستگاه قبقلو می‌باشد.

با در نظر گرفتن سری داده‌های ماهانه و سالانه آبدهی ۳۰ ایستگاه هیدرومتری منتخب، SDI از توزیع گاما و توزیع Wakeby به عنوان توزیع احتمالی برتر محاسبه و در هر حالت، جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی در نظام ۹ طبقه محاسبه گردید. با توجه به تفاوت طول دوره آماری ایستگاه‌های منتخب، در هر ماه و هر سال، تعداد ۱۳۲۴ سری داده آماری موجود است. جدول ۴، فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی بر مبنای کاربرد توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما در دوره‌های ماهانه و سالانه نشان می‌دهد. در مقیاس سالانه، جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی ناشی از توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما، ۴۰۴ حالت و معادل ۳۰/۵ درصد است.

در مقیاس ماهانه، بیشترین میزان جابه‌جایی طبقات خشکسالی/ترسالی هیدرولوژیکی مربوط به دوره‌های کم‌آبده و گذار مقادیر دبی‌های پایه جریان رودخانه‌ای در ماه‌های مهر، خرداد، تیر، مرداد و شهریور می‌باشد. در این میان بیشترین میزان جابه‌جایی طبقات خشکسالی

**Table 4- Frequency of monthly hydrological drought classes displacement in different months**  
جدول ۴- فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی ماهانه در ماه‌های مختلف

Month	October	November	December	January	February	March	April	May	June	July	August	September	Yearly
Frequency of hydrologic drought class displacement	766	471	365	410	400	348	263	335	339	482	799	795	404
Percentage of Frequency	57.8 %	35.6 %	27.6 %	31.0 %	30.2 %	26.3 %	19.9 %	25.3 %	25.6 %	36.4 %	60.3 %	60.0 %	30.5 %

**Table 5- Maximum frequency of of hydrological drought classes displacement in stations**  
جدول ۵- حداکثر فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی در ایستگاه‌ها

Month	October	November	December	January	February	March	April	May	June	July	August	September	Yearly
Station	Beitas	Abajloosofia	Ghasemloo	Abajloosofia	Keshtiban	Beitas	Ghabeghloo	Ghasemloo	Ghasemloo	Oshnavieh	Ghabeghloo	Beitas	Ghasemloo
Number of Frequency	46	47	28	43	26	34	16	26	32	48	45	47	23
Percentage of Frequency	86.8 %	90.4 %	65.1 %	82.7 %	50%	64.2 %	34.0 %	60.5 %	74.4 %	94.1 %	95.7 %	88.7 %	53.5 %



شکل های ۵ و ۶ به ترتیب درصد فراوانی جابه جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی از کاربرد توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما در مقیاس سالانه و ماهانه را نشان می دهد. در مقیاس سالانه، بیشترین جابه جایی طبقات خشکسالی مربوط به طبقه نرمال و در حدود ۲۵ درصد است.

در مقیاس سالانه نیز، ایستگاه قاسملو، بیشترین فراوانی جابه جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی را در نتیجه کاربرد توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما و در حدود ۵۴ درصد داراست. یادآوری می گردد بیشترین فراوانی رد توزیع گاما در برازش سری داده های آبدهی ماهانه از آزمون نکویی برازش KS نیز در ایستگاه قاسملو ثبت گردید (شکل ۳).

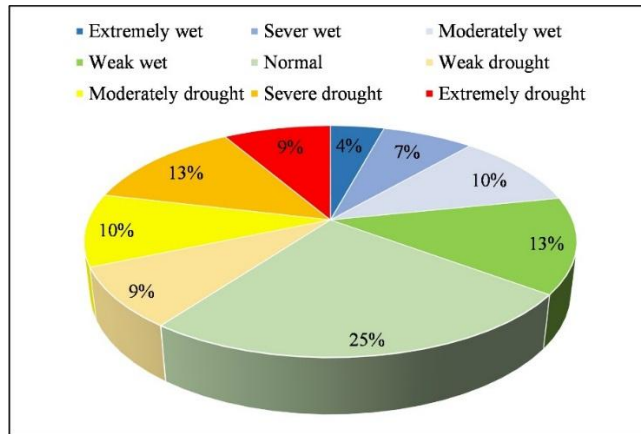


Fig. 5- Percentage of hydrological drought displacement using Wakeby distribution on an annual scale

شکل ۵- درصد جابه جایی خشکسالی هیدرولوژیکی با کاربرد توزیع Wakeby در مقیاس سالانه

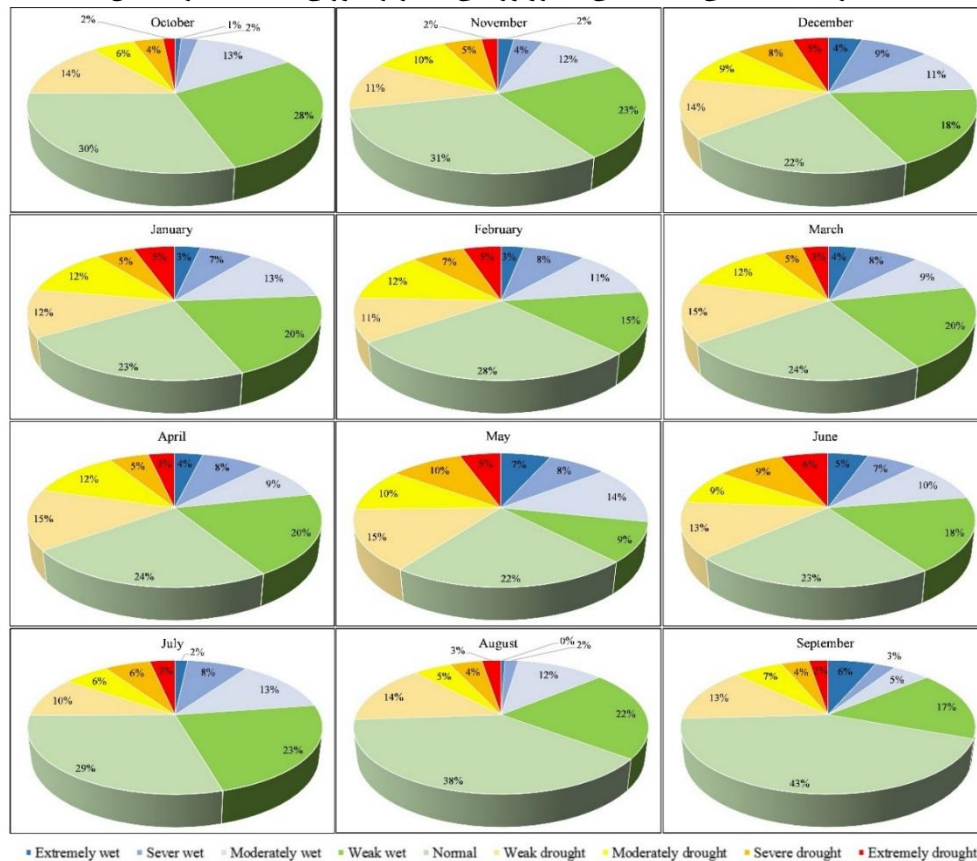


Fig. 6- Percentage of hydrological drought displacement using Wakeby distribution on monthly scale

در مقیاس ماهانه Wakeby شکل ۶- درصد جابه جایی خشکسالی هیدرولوژیکی با کاربرد توزیع

توزیع Wakeby تا ۶۰ درصد افزایش می‌یابد. بیشترین جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی ناشی از توزیع Wakeby نسبت به توزیع گاما در طبقه نرمال و کمترین مربوط به طبقات خشکسالی بسیار شدید و ترسالی بسیار شدید ماست. نتایج این مطالعه ضرورت انجام آزمون نکویی برازش KS و شناخت توزیع برتر پیش از محاسبه SDI تبیین می‌نماید. به عنوان یک اطمینان، می‌توان از توزیع Wakeby جهت برازش سری داده‌های آبدی و به عنوان جایگزین توزیع گاما در محاسبه SDI، استفاده نمود.

#### پی‌نوشت‌ها

- 1- Streamflow Drought Index
- 2- Standardized Precipitation Index
- 3- Gamma
- 4- Equi-Probability Transformation
- 5- Log-Normal
- 6- Ebro
- 7- Kolmogorov-Smirnov

#### ۵- مراجع

- Al-Faraj FAM, Scholz M, Tigkas D (2014) Sensitivity of surface runoff to drought and climate change: Application for Shared River Basins. *Water* 6(10):3033–3048
- Arabzadeh R, Kholoosi MM, Bazrafshan J (2016) Regional hydrological drought monitoring using principal components analysis. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 142(1):04015029
- Edwards DC, McKee TB (1997) Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales. *Climatology Report Number 97-2*, Colorado State University, Fort Collins, Colorado
- Fang KF, Huang YF, Koo CH (2020) Investigation of streamflow as a seasonal hydrological drought indicator for a tropical region. *Water Supply* 20(2):609–620
- Ghobadi F, Saghafian B, Araghinejad SH (2015) The drought threshold, a realistic water resources management measure for Urmia Lake Basin. *Iran-Water Resources Research* 10(3):66-76 (In Persian)
- Iran Ministry of Energy (2020) Stream flow Report, Water Year 2017-2018. Tehran, Iran (In Persian)
- Li S, Xiong L, Dong L, Zhang J (2013) Effects of the Three Gorges Reservoir on the hydrological droughts at the downstream Yichang station during 2003–2011. *Hydrological Process* 27(26):3981–3993

فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی در وضعیت خشکسالی بسیار شدید (۹٪)، خشکسالی شدید (۱۳٪)، خشکسالی متوسط (۱۰٪)، خشکسالی ضعیف (۹٪)، ترسالی ضعیف (۱۳٪)، ترسالی متوسط (۱۰٪)، ترسالی شدید (۷٪) و ترسالی بسیار شدید (۴٪) حاصل گردید. کمترین میزان جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی نیز مربوط به دوره‌های ترسالی بسیار شدید و خشکسالی بسیار شدید، است. این موضوع با رفتار شبه نرمال توزیع گاما قابل توجیه است. در نتیجه در صورت وجود داده‌های حدی، چولگی در سری داده‌های آبدی یا داده‌های صفر در شرایط خشک رود، کاربرد توزیع گاما به نتایج غیرواقعی در پایش خشکسالی هیدرولوژیکی می‌انجامد. این پژوهش ضرورت آزمون نکویی برازش KS و شناسایی توزیع برتر جهت محاسبه SDI و پایش صحیح وضعیت خشکسالی/ترسالی هیدرولوژیکی را تبیین می‌نماید. به عنوان پیشنهاد توزیع Wakeby به عنوان جایگزین توزیع گاما در محاسبه SDI معرفی می‌گردد.

#### ۴- جمع‌بندی

پژوهش حاضر، عدم قطعیت ناشی از برازش سری داده‌های آبدی بر توزیع احتمالی گاما (به‌عنوان توزیع پیش‌فرض) را در محاسبه SDI و جابه‌جایی احتمالی طبقات خشکسالی/ترسالی هیدرولوژیکی مورد بررسی قرار داد. بواسطه کاربرد سری داده‌های ماهانه و سالانه از ۳۰ ایستگاه هیدرومتری منتخب واقع در بالادست و پایین‌دست رودخانه‌های اصلی حوضه آبریز دریاچه ارومیه، عدم کارایی توزیع گاما به عنوان برترین توزیع احتمالی جهت برازش سری داده‌های آبدی، تبیین گردید. در نقطه مقابل توزیع Wakeby به عنوان توزیع احتمالی برتر جهت برازش سری داده‌های آبدی سالانه و در حدود یک سوم ایستگاه‌های منتخب، شناسایی گردید. نتایج نشان داد فراوانی توزیع Wakeby به عنوان توزیع برتر از ۲۱ درصد در آذرماه تا حدود ۵۳ درصد در اردیبهشت‌ماه متغیر است. بواسطه آزمون نکویی برازش KS، رد توزیع گاما جهت برازش سری داده‌های آبدی ماهانه طی ماه‌های متناظر با دوره‌های ابتدا و انتهای سال آبی و تا حدود ۵۷ درصد، ملاحظه گردید. مشاهده شد در ماه‌های پرآبده جریان رودخانه (آذر تا اردیبهشت) فراوانی رد توزیع گاما از آزمون نکویی برازش KS، کاهش می‌یابد. با اینحال هیچ‌گونه الگوی مکانی مشخصی جهت شناخت ایستگاه‌های هیدرومتری با امکان و عدم کاربرد توزیع گاما جهت برازش سری داده‌های آبدی در حوضه آبریز دریاچه ارومیه، مشاهده نشد. نتایج نشان داد کاربرد توزیع Wakeby به عنوان توزیع برتر نسبت به توزیع گاما در مقیاس سالانه سبب جابه‌جایی طبقات خشکسالی در ۳۱ درصد حالات می‌گردد. در دوره‌های گذار دبی پایه جریان رودخانه، فراوانی جابه‌جایی طبقات خشکسالی هیدرولوژیکی از

- Shukla S, Wood AW (2008) Use of a standardized runoff index for characterizing hydrologic drought. *Geophysics Research Letter* 35(2):1-8
- Tabari H, Nikbakht J, Hosseinzadeh Talae P (2013) Hydrological drought assessment in northwestern Iran based on Streamflow Drought Index (SDI). *Water Resources Management* 27:137–151
- Tigkas D, Vangelis H, Tsakiris G (2012) Drought and climatic change impact on streamflow in small watersheds. *Science of the Total Environment* 440:33–41
- Vicente-Serrano SM, Lopez-Moreno JJ, Beguería S, Lorenzo-Lacruz J, Azorin-Molina C, Morán-Tejeda E (2012) Accurate computation of a stream flow drought index. *Journal of Hydrologic Engineering* 17(2):318-332
- Ma M, Ren L, Singh VP, Yuan F, Chen L, Yang X, Liu Y (2016) Hydrologic model-based Palmer indices for drought characterization in the Yellow River basin, China. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 30(5): 1401–1420
- Mishra AK, Desai VR (2005) Drought forecasting using stochastic models. *Stochastic Environment Research Risk Assessment* 19:326-339
- Mosaedi A, Ghabaei Sough M (2011) Modification of Standardized Precipitation Index (SPI) based on relevant probability distribution function. *Journal of Water and Soil* 25(5):1206-1216 (In Persian)
- Nalbantis N, Tsakiris G (2009) Assessment of hydrological drought revisited. *Water Resources Management* 23(5):881-897