

# رفتار ورق‌های چهارگوش تحت بار دفعی: تحلیل ابعادی

هاشم بابایی<sup>\*۳</sup>

مصطفی سیاح بادخور<sup>۲</sup>

توحید میرزابابایی مستوفی<sup>۱</sup>

گروه مهندسی مکانیک مرکز شوش  
دانشگاه آزاد اسلامی، شوش، ایران

گروه مهندسی مکانیک  
دانشگاه شهید چمران، اهواز، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۰۷)

## چکیده

در این مقاله، از یک روش تحلیل بی‌بعد جهت ارائه دو رابطه تجربی بر اساس اعداد بی‌بعد به منظور پیش‌بینی نسبت بیشترین خیز دائمی ورق‌های تک‌لایه چهارگوش به ضخامت آن تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی استفاده شده است. در اعداد بی‌بعد پیشنهادی، اثر هندسه ورق، شدت بار اعمالی، خواص مکانیکی ورق، حساسیت ماده به نرخ کرنش و شعاع بارگذاری در نظر گرفته شده است. جهت صحت‌سنجی مدل‌های تجربی از هشت سری آزمایش و ۲۶۷ داده موجود در ادبیات تحقیق در طول چهل سال گذشته استفاده شده است. نتایج حاصل از مدل‌سازی نشان داد که تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی وجود دارد به طوری که در مجموع ۱۱۷ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۹۴٪ (۱۱۰ داده) و ۹۸٪ (۱۱۵ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. همچنین، در مجموع ۱۵۰ داده تجربی موجود برای بارگذاری محلی، به ترتیب ۸۳٪ (۱۲۴ داده) و ۹۷٪ (۱۴۶ داده) از کل نقاط تجربی در این دو محدوده قرار گرفتند. نتایج همچنین نشان داد که متغیر در نظر گرفتن کمیت‌های ماده با ضخامت در معادله کوپر-سیموندز موجب بهبود دقت پیش‌بینی مدل‌های تجربی می‌گردد به طوری که تنها ۶٪ و ۱۲٪ از داده‌های برای دو بارگذاری یکنواخت و محلی در محدوده ۱۰٪ خطا قرار نمی‌گیرند.

**واژه‌های کلیدی:** بارگذاری یکنواخت، بارگذاری محلی، تحلیل بی‌بعد، مدل تجربی، ورق چهارگوش

## The Behavior of Quadrangular Plates under Impulsive Loading: a Dimensional Analysis

Tohid Mirzababaie Mostofi

Mostafa Sayah Badkhor

Hashem Babaei

Faculty of Mechanical Engineering,  
University of Eyvanekey

Faculty of Mechanical Engineering,  
University of Guilan

(Received: 14/March/2020 ; Accepted: 26/April/2020)

### ABSTRACT

In this paper, a non-dimensional analysis approach has been used to propose two empirical equations based on dimensionless numbers to predict the maximum transverse permanent deflection-thickness ratio of single-layered quadrangular plates under uniformly and locally distributed dynamic loading. In the presented dimensionless numbers, the effect of plate geometry, the impulse of the applied load, the mechanical properties of the plate, the strain-rate sensitivity, and the loading radius have been considered. To validate the empirical models, eight series of conducted experiments and 267 data points in the state of the art over the past forty years have been used. The obtained results show good agreement between the model prediction results and the experimental values so that in the total of 117 experimental data for uniform loading, 94% (110 data) and 98% (115 data) of the data points were distributed in the  $\pm 10\%$  and  $\pm 20\%$  error range, respectively. Besides, in the total of 150 experimental data for localized loading, 83% (124 data) and 97% (146 data) of data points were distributed in these two ranges, respectively. The results also showed that assuming the material constants as variables based on the plate thickness, in the Cooper-Symonds constitutive equation improves the prediction accuracy of the empirical models so that only 6% and 12% of the data for uniform and localized loading respectively, are not within the 10% error range.

**Keywords:** Uniform loading, Localized loading, Non-dimensional analysis, Empirical model, Quadrangular plate

۱- استادیار: t.m.mostofi@eyc.ac.ir

۲- استادیار: mostafa.sayah@eyc.ac.ir

۳- دانشیار (نویسنده پاسخگو): ghbabaei@guilan.ac.ir

## ۱- مقدمه

در زمینه مدل‌سازی تجربی و تحلیلی پاسخ دینامیکی ورق‌های چهارگوش تحت بار ضربه‌ای به‌علت پیچیدگی هندسه تحقیقات بسیار محدود است. در ابتدا، نوریک و همکاران [۹-۱۱] با فرض شکل مد متغیر در روش تقریبی و در نظر گرفتن هم‌زمان جابجایی‌های افقی و قائم، مدل‌هایی برای ورق‌های دایره‌ای و چهارگوش ارائه کردند که در آن، شکل مد در هر گام زمانی محاسبه می‌شد. بدین ترتیب پیش‌بینی توزیع کرنش‌های محیطی که تا آن زمان ممکن نبود، امکان‌پذیر شد.

چن [۱۲] با استفاده از تئوری‌های حدود بالا و پایین، مدل‌هایی تحلیلی برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت با در نظر گرفتن رفتار ایده‌آل صلب-پلاستیک برای ماده ارائه داد. حل مدل‌های ارائه‌شده بر اساس تعادل انرژی و معادلات تعادل دینامیکی ورق بود. با صرف‌نظر کردن از اثرات حساسیت ماده به نرخ کرنش در تحلیل، جابجایی ورق بر اساس فرضیه گسترده تغییر شکل مفروض به دست آمد. تفاوت بین نتایج به‌دست‌آمده از روش‌های حدود بالا و پایین حدوداً ۲۰٪ بود.

شن و جونز [۱۳] با ارائه یک مدل تحلیلی سعی کردند مدهای دوم و سوم شکست را نیز پیش‌بینی کنند. برای این کار رفتار ماده را به‌صورت صلب-پلاستیک و پیرامون ورق را کاملاً گیردار فرض کردند. آن‌ها از سطح تسلیمی استفاده کردند که گشتاور خمشی شعاعی، نیروهای کششی و برشی شعاعی را با هم و جدا از مؤلفه‌های محیطی در نظر می‌گیرد. این پارامترها بسیار پیچیده و به‌گونه‌ای غیرخطی به یکدیگر کوپل بوده و حل آن‌ها نیازمند به کار گرفتن روش‌های عددی است.

لی و جونز [۱۴] یک تحلیل بی‌بعد کلی برای پیش‌بینی رفتارهای دینامیکی و شکست ساختارهای مختلف ارائه کردند. تحلیل مذکور، اثرات نرخ کرنش، کار سختی، تغییرات دما، شکل پالس بارگذاری و جرم ضربه زننده را شامل می‌شد. همچنین درباره شکست برشی به‌عنوان یک عبارت بی‌بعد در تحلیل یاد شد.

پارک و چو [۱۵] ادعا کردند که اعداد بی‌بعد ارائه‌شده توسط جونز و نوریک ناقص بوده و نیازمند برخی اصلاحات است. آن‌ها یک عدد بی‌بعد مشابه عدد بی‌بعد نوریک برای ورق‌های تک‌لایه تحت بار انفجاری یکنواخت ارائه کردند که در آن نسبت طول به عرض ورق نیز اضافه‌شده بود. شایان توجه است که معادله تجربی استخراج‌شده در این تحقیق تطابق نسبتاً خوبی با نتایج تجربی داشت.

پوسته‌ها، تیرها و ورق‌ها عناصر ساختاری پایه‌ای برای مخازن تحت فشار هستند و تاکنون، روابط تحلیلی (تئوری) و تجربی بسیار زیادی برای بررسی رفتار پلاستیک-دینامیکی ساختارهای مختلف به‌خصوص ورق‌ها تحت بارهای دینامیکی با توزیع متفاوت ارائه‌شده [۱۹-۱] که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود.

السون، نوریک و فاگنان [۳] تحقیقات خود را در مورد ورق‌های چهارگوش مربعی کاملاً گیردار از جنس فولاد نرم تحت بارگذاری انفجاری یکنواخت به‌منظور یافتن مدلی جهت پیش‌بینی گسیختگی ورق‌ها انجام دادند. آن‌ها با استفاده از نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش‌ها توانستند مدلی جهت پیش‌بینی گسیختگی ورق‌ها برحسب بار انفجاری ارائه دهند. در ادامه، گروه تحقیقاتی نوریک [۴ و ۵] مطالعاتی روی پاسخ پلاستیک ورق‌های مربعی فولادی با شرایط مرزی کاملاً گیردار تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت با استفاده از خرج‌های انفجاری انجام دادند. در سال‌های بعدی، گروه تحقیقاتی نوریک [۶] به مطالعاتی روی ورق‌های چهارگوش فولادی نرم با شرایط مرزی کاملاً گیردار تحت بارگذاری دینامیکی غیریکنواخت پرداختند. در این سری از آزمایش‌ها، ورق با ضخامت‌های مختلف ۱/۶، ۲، ۳ و ۴ میلی‌متر و نسبت‌های طول به عرض متنوع ۲/۴-۱ تحت بارهای انفجاری غیریکنواخت قرار داده شد. آن‌ها با انجام سه سری آزمایش مختلف توانستند تأثیر پارامترهای متنوع روی پاسخ ورق را بررسی کنند. در سری اول، اثر ارتفاع مختلف خرج را با یک قطر خرج ثابت و در سری دوم، اثر قطر متفاوت خرج را با یک ارتفاع خرج ثابت بر روی ضخامت‌های مختلف ورق بررسی کردند. در سری سوم، اثر نسبت طول به عرض مختلف ورق و ارتفاع متنوع خرج را با یک نسبت ثابت خرج به عرض ورق و ضخامت‌های ثابت ورق بررسی کردند. در ادامه، مطالعاتی به‌صورت تجربی توسط گروه تحقیقاتی نوریک روی رفتار پلاستیک صفحات چهارگوش فولادی با تکیه‌گاه یکپارچه تحت شرایط بارگذاری یکنواخت انجام شد. شایان توجه است که از تسمه‌های فلزی به‌منظور تقویت صفحات مذکور استفاده‌شده بود. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که پارگی نمونه در قسمت‌هایی رخ می‌دهد که از دمای بالاتری برخوردار است [۷]. بونورچیس و نوریک [۸] یک مجموعه آزمایش به‌منظور مطالعه اثر مرزهای جوش شده به ورق چهارگوش بر رفتار پلاستیک آن‌ها تحت بار انفجاری غیریکنواخت انجام دادند. از دو جوش مختلف تیگ و میگ روی نمونه‌هایی از جنس فولادی نرم استفاده شد.

۱۹۹۹، ژائو [۲۱] عدد بی‌بعد جدید را برای پاسخ پلاستیک-دینامیکی تیرها و ورق‌ها پیشنهاد داد که از بی‌بعدسازی معادلات حاکم بر آن‌ها نتیجه شده بود. لازم به توضیح است که این عدد ( $\lambda$ ) قبلاً و در سال ۱۹۶۷ توسط جونز ارائه شده بود [۲۲ و ۲۳] و عدد ارائه شده توسط ژائو تنها نسبتی از عدد جونز است.

$$R_n = \frac{\rho V_0^2}{\sigma_0} \left( \frac{L}{H} \right)^2 = \frac{\lambda}{4} \quad (2)$$

همان‌طور که از رابطه (۲) مشخص است، عدد بی‌بعد جونز، تأثیر هندسه ساختار را در کنار اینرسی بار وارده و مقاومت استاتیکی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک در نظر می‌گیرد. با توجه به اهمیت عدد بی‌بعد جونز، سعی بر آن شده است تا تمامی مدل‌های تحلیلی و تجربی موجود در ادبیات تحقیق برای پیش‌بینی نسبت بیشترین خیز دائمی به ضخامت ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی بر حسب عدد بی‌بعد  $\lambda$  در جدول الف در پیوست ارائه شده است.

با مرور مطالعات پیشین محققان این نتیجه حاصل شد که در مدل‌های تجربی ارائه شده برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی اثر نرخ کرنش لحاظ نشده است و همچنین مدل‌های تحلیلی موجود با توجه به فرضیات آن‌ها دارای خطای نسبتاً بالایی هستند. لذا ارائه یک مدل تجربی با دقت پیش‌بینی بالا ضمن در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی بسیار کاربردی و ضروری به نظر می‌رسد. در این تحقیق، با بی‌بعدسازی معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر ورق، اعداد بی‌بعد برای تحلیل ابعادی فرآیند شکل‌دهی ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی پیشنهاد می‌شود. استخراج مستقیم اعداد پیشنهادی از معادلات تعادل دینامیکی نشان‌دهنده آن است که این اعداد کاملاً معنای فیزیکی دارند. از مزیت‌های اصلی این روش می‌توان به سازمان‌دهی کارهای تجربی، پیش‌گیری از آزمایش‌های تکراری، بررسی و شناخت اثر هر یک از متغیرهای وابسته به فرآیند و همچنین تحلیل و تجزیه داده‌های آزمایشگاهی اشاره کرد.

## ۲- داده‌های تجربی موجود در ادبیات تحقیق

تاکنون تحقیقات تجربی بسیار زیادی برای بررسی تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایره‌ای و چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع‌های مختلف انجام شده است. در این تحقیقات، بیشترین خیز دائمی ورق و شدت اعمال بار

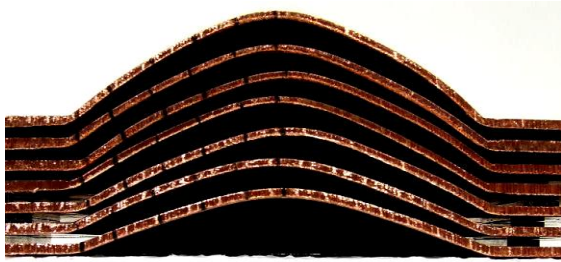
جونز [۱۶] به مرور و مطالعه بخش اعظمی از ادبیات تحقیق که روی رفتار پلاستیک-دینامیکی ورق‌های دایره‌ای و چهارگوش در معرض بارهای دینامیکی بزرگ به چاپ رسیده بود، پرداخت. در این مطالعه، یک روش نظری برای پالس‌های فشار دینامیکی، جرم‌های ضربه زننده، سرعت آنی یا بارگذاری انفجاری بر روی ورق‌های مذکور ارائه شد که در آن رفتار ماده به صورت ایده‌آل صلب-پلاستیک در نظر گرفته شده بود. همچنین در تئوری ارائه شده، اثر حساسیت ماده به نرخ کرنش به منظور پیش‌بینی نسبت بیشترین خیز دائمی به ضخامت ورق تحت بار دینامیکی وارد شده بود. معادلات ارائه شده، علاوه بر سادگی، مطابقت خوبی با نتایج تجربی موجود در پیشینه تحقیق دارد. مدل‌سازی تحلیلی دیگری که در این زمینه انجام شده است مربوط به میرزابابای مستوفی و همکارانش است [۱۷-۱۸]. آن‌ها با ارائه یک حل تحلیلی تقریبی به بررسی رفتار غیر الاستیک ورق‌های نازک چهارگوش تحت دو نوع بارگذاری مختلف دینامیکی پرداخته‌اند. حل ارائه شده بر اساس کار پلاستیک و انرژی جنبشی و با فرض رفتار صلب پلاستیک ورق توسعه داده شده است. در تحلیل صلب پلاستیک از سطح تسلیمی استفاده کردند که در آن تنها نیروهای غشایی به‌عنوان کار پلاستیک در نظر گرفته و از معادله کوپر-سیموندز برای بررسی اثر نرخ کرنش استفاده شد. در این تحقیق بار وارده با فرض میدان سرعت اولیه و بر اساس شرایط مرزی ورق و هندسه خرج انفجاری تخمین زده شد. مدل‌های ارائه شده خیز نهایی ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی را پیش‌بینی کرده و انطباق قابل قبولی با نتایج تجربی دارد. در ادامه، نوریک [۱۹] توانست با انجام یک سری آزمایش‌های جدید مدل‌های ارائه شده در مراجع قبلی را اصلاح کند و دقت مدل تجربی خود را بهبود ببخشد. با توجه به اینکه هر یک از مدل‌های تئوری و تجربی ارائه مورد بحث مربوط به یک تحقیق با شرایط خاص است، لذا برای مقایسه نتایج تغییر شکل ساختار با هندسه، شرایط مرزی و نوع بارگذاری یکسان نیاز است تا تمامی متغیرها به صورت گروه‌های بی‌بعد ارائه شوند.

در تحقیقات اولیه، جانسون [۲۰] عدد بی‌بعد آسیب را مطابق با رابطه (۱) معرفی و از آن برای بررسی رفتار ساختارهای فلزی تحت بار دینامیکی استفاده کرد.

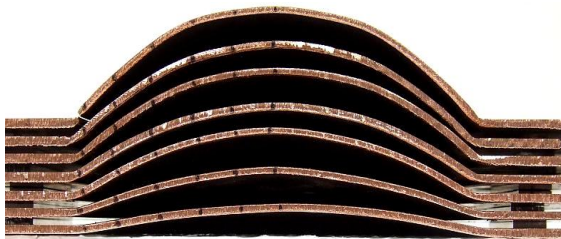
$$D_n = \frac{\rho V_0^2}{\sigma_0} \quad (1)$$

در این معادله،  $\rho$  چگالی ماده،  $V_0$  سرعت ضربه و  $\sigma_0$  تنش تسلیم  $R_n$  استاتیکی ماده است. عدد آسیب جانسون یک پارامتر بی‌بعد پایه برای بررسی رفتار دینامیکی ماده است. در سال

دینامیکی با گستره محلی و یکنواخت ایجادشده را نشان می‌دهد.



شکل (۲): پروفیل تغییر شکل تحت بار محلی.



شکل (۳): پروفیل تغییر شکل تحت بار یکنواخت.

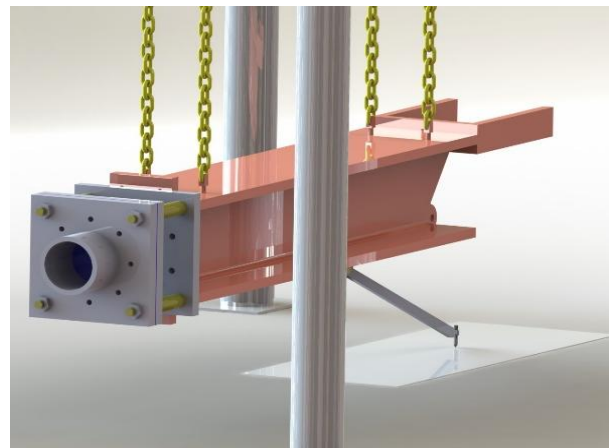
همان‌گونه که در شکل‌های فوق ملاحظه می‌شود، ورق‌هایی که تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت قرار گرفتند، به صورت یکنواخت و گنبدی تغییر شکل داده‌اند؛ اما در ورق‌هایی که تحت بار محلی تغییر شکل یافته‌اند، گستره شکل نهایی، به صورت گنبدی مضاعف است به‌گونه‌ای که یکی از آن‌ها کوچک بوده و بر روی دیگری که بزرگ‌تر است قرار دارد. از آنجایی که خرج‌های انفجاری به‌کار رفته در سامانه‌های دینامیکی به صورت خمیری شکل و از نوع PE4 است، لذا ایجاد اشکال مختلف خرج انفجاری امکان‌پذیر است. در تحقیقات تجربی شکل هندسی خرج انفجاری به دو صورت متداول است:

- (۱) خرج انفجاری مسطح دیسکی
- (۲) خرج انفجاری مسطح چهارگوش

در مورد خرج انفجاری مسطح دیسکی، خرج انفجاری به صورت یک دیسک استوانه‌ای شکل با ضخامت مشخص و به شعاع  $R_0$ ، شکل داده می‌شود. توزیع بار دینامیکی به وجود آمده به صورت متمرکز نسبت به مرکز ورق و محلی است. این نوع شکل هندسی خرج به‌آسانی و در کوتاه‌ترین زمان توسط یک شابلون ایجاد می‌شود. شکل ۴ نمونه‌ای از این نوع خرج را نشان می‌دهد [۱۶-۱۳].

در خرج مسطح حلقه‌ای شکل، یک شبکه چهارگوش شکل به وسیله خرج انفجاری ایجاد می‌شود. این شبکه شامل ۲ حلقه

اندازه‌گیری شده است. قابل توجه است که پروفیل و میزان ورق‌های تغییر شکل یافته به نوع بارگذاری دینامیکی اشاره دارد. در مطالعه حاضر، از هشت سری نتایج تجربی [۸-۱، ۱۰ و ۱۹] به تعداد ۲۶۷ داده برای تعیین اثربخشی مقادیر مختلف از جمله ابعاد، خواص مواد و شرایط بارگذاری روی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی استفاده شد. شایان توجه است که تمام نتایج تجربی از طریق یک روش مشابه و با استفاده از مواد منفجره و توسط آونگ بالستیک (مطابق با شکل ۱) به دست آمده است.



شکل (۱): شماتیک سامانه پاندول بالستیک.

در جدول ب در پیوست، فهرست کاملی از تحقیقات انجام شده در زمینه شکل دهی آزاد ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری انفجاری همراه با مشخصات کلی از قبیل نوع بارگذاری، محدوده شدت نیرو یا ایمپالس، هندسه ورق، محدوده تغییر شکل و همچنین مشخصه‌های مکانیکی ورق ارائه شده است. در تمامی آزمون‌های انجام شده در جدول ب، خرج انفجاری به‌کار رفته از نوع PE4 و شکل هندسی خرج مسطح دیسکی و مسطح چهارگوش بوده است. برای جلوگیری از آسیب‌های ناشی از انفجار بین خرج و ورق از فوم پلی‌استر استفاده شده است.

از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر در فرآیند شکل دهی انفجاری ورق، مقدار و شکل هندسی خرج می‌باشد. جرم خرج به‌کار رفته در هر آزمون رابطه کاملاً مستقیمی با ایمپالس تولیدشده از انفجار و به تبع آن جابجایی مرکز ورق دارد. همچنین شکل هندسی خرج نیز تأثیر هنگفت در نوع توزیع بار دینامیکی بر روی ورق و به تبع آن به پروفیل تغییر شکل ورق دارد. شکل‌های ۲ و ۳ دو پروفیل تغییر شکل متفاوت که در اثر بار

به صورت الکتریکی است، توسط یک گرم از خرج (واسط) به مرکز هندسی خرج شکل داده شده نصب می‌شود. لازم به ذکر است که نصب چاشنی بدون به کار بردن یک گرم از خرج واسط منجر به عدم انفجار خرج می‌شود.

### ۳- تحلیل و مدل سازی بی بعد

#### ۳-۱- مقدمه

با مقایسه نتایج به دست آمده توسط محققان برای ورق با هندسه و مواد متفاوت این نتیجه حاصل شد که عدد بی بعد جانسون یک رابطه کاملاً مناسب برای مقایسه نبوده [۹-۱۱] و دارای نواقصی است. همان طور که از رابطه جانسون برمی آید، نوع بارگذاری و هندسه ساختار در آن دیده نمی‌شود. لذا، در سال ۱۹۸۹، نوریک و مارتین [۱۰ و ۱۱] اصلاحاتی را روی عدد بی بعد جانسون انجام دادند. گروه تحقیقاتی نوریک در سال‌های ۱۹۸۹ [۱۰] و ۲۰۰۴ [۶] به ترتیب اعداد بی بعد ایمپالس  $\phi_q$  و  $\phi_{ql}$  را برای پیش بینی رفتار دینامیکی ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی یکنواخت و محلی به ترتیب به صورت رابطه ۳ و ۴ ارائه کردند. در روابط زیر،  $I$  ایمپالس بار وارده،  $l$  و  $b$  طول و عرض ورق،  $R_0$  شعاع خرج،  $(1 + \ln(R/R_0))$  پارامتر بارگذاری و  $H$  ضخامت هستند.

$$\phi_q = \frac{I}{2H^2 \sqrt{bl\rho\sigma_0}} \quad (3)$$

$$\phi_{ql} = \frac{I \left( 1 + \ln \left( \frac{lb}{\pi R_0^2} \right) \right)}{2H^2 \sqrt{bl\rho\sigma_0}} \quad (4)$$

نوریک روابط تجربی خود را بر حسب عدد بی بعد ایمپالس برای پیش بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی یکنواخت و محلی در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ به ترتیب به صورت روابط ۵ تا ۸ است [۱۰ و ۱۹].

$$\frac{W_0}{H} = 0.471\phi_q + 0.001 \quad \text{سال ۱۹۸۹} \quad (5)$$

$$\frac{W_0}{H} = 0.471\phi_{ql} + 0.001 \quad \text{سال ۱۹۸۹} \quad (6)$$

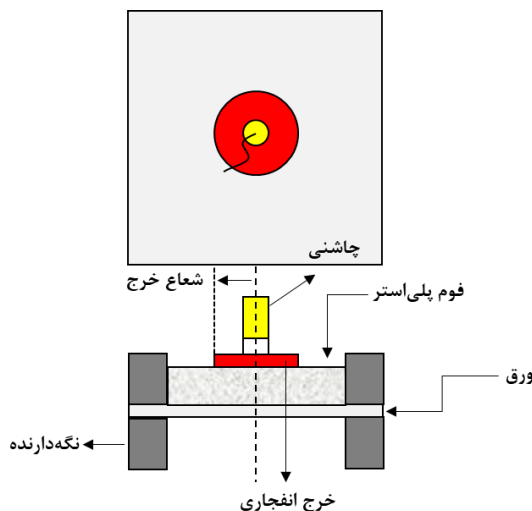
$$\frac{W_0}{H} = 0.506\phi_q - 0.158 \quad \text{سال ۲۰۱۷} \quad (7)$$

$$\frac{W_0}{H} = 0.506\phi_{ql} - 0.158 \quad \text{سال ۲۰۱۷} \quad (8)$$

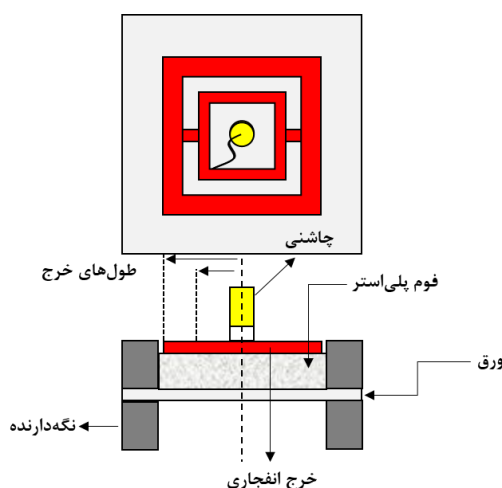
یکی از مشکلات موجود در مراجع قبلی [۱۰، ۱۱ و ۱۹]، عدم بیان دلیل برای معرفی اعداد بی بعد بود. لذا در این بخش از تحقیق، هدف آن است که اعداد بی بعد پیشنهادی از

چهارگوش به طول‌های  $a_1 = 0.5a$ ،  $a_2 = 0.87a$ ،  $b_1 = 0.5b$  و  $b_2 = 0.87b$  است که در آن  $a$  و  $b$  نصف طول و عرض ورق تحت بار هستند. حلقه‌های این شبکه می‌بایست به وسیله خرج به یکدیگر متصل شوند تا انفجار به طور کامل تحقق یابد. بار دینامیکی در این حالت به صورت تقریباً یکنواخت روی سطح ورق توزیع می‌شود. ایجاد این نوع شکل خرج نیز توسط شابلون امکان پذیر است اما نصب آن نیاز به دقت داشته و تقریباً نسبت به مورد قبلی دشوارتر است. در شکل ۵ نمونه‌ای از خرج مسطح چهارگوش به صورت شماتیک نشان داده شده است

[۱۳-۱۶].



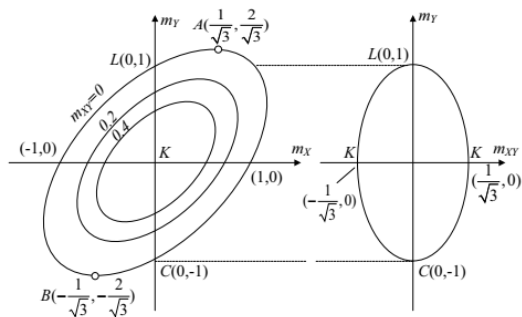
شکل (۴): بارگذاری دینامیکی با توزیع محلی.



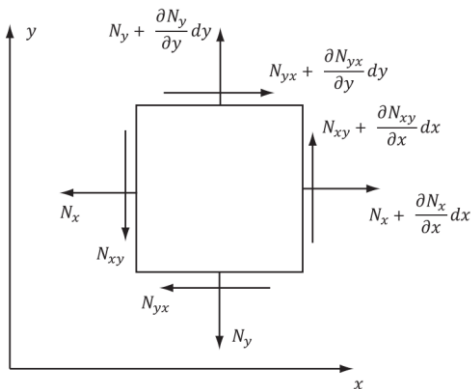
شکل (۵): بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت.

در هر دو مورد از اشکال هندسی خرج انفجاری، بین خرج انفجاری و ورق از یک فوم از جنس پلی استر به ضخامت ۱۰ تا ۱۵ میلی متر استفاده می‌شود. هدف از به کارگیری آن، جلوگیری از آسیب ورق بر اثر انفجار و تثبیت مکانی خرج است. همچنین در هر دو مورد فوق، چاشنی انفجار که معمولاً

در معادلات بالا،  $M_x, M_y, M_{xy}$  گشتاورهای خمشی،  $P$  نیروی دینامیکی،  $H$  ضخامت ورق و  $w$  میزان جابجایی ورق است. هنگامی که نیروهای برشی  $Q_x$  و  $Q_y$  به عنوان نیروهای عامل در نظر گرفته می‌شوند، جریان پلاستیک دینامیکی ماده توسط گشتاورهای خمشی  $M_x, M_y, M_{xy}$  کنترل می‌شود. بر این اساس شماتیک معیار عملکرد فون-مایسز در فضای نیروی سه بعدی عمومی برای جریان پلاستیک در شکل ۷ نشان داده شده است که در آن  $m_x = M_x / M_0$ ،  $m_y = M_y / M_0$  و  $m_{xy} = M_{xy} / M_0$  هستند. همچنین،  $M_0$  گشتار خمشی کاملاً پلاستیک می‌باشد که به راحتی از رابطه  $\sigma_0 H^2 / 4$  قابل محاسبه است. در یک ورق مربعی کاملاً گیردار در لبه‌های مرزی، لولا پلاستیکی در دو قطر و چهار مرز گیردار روی محیط ورق شکل می‌گیرد و مقدار نیروی تعمیم یافته باید در نقاط  $L$  و  $C$  در شکل ۷ الف، ۱ باشد. در لولاهای پلاستیک نیز باید سرعت خیز دائمی ورق صفر باشد. همچنین در مرزهای گیردار باید خیز و سرعت اولیه مقداری برابر با صفر داشته باشد. با توجه به اینکه موضوع موردنظر در این تحقیق بررسی تغییر شکل بزرگ ورق بوده، لذا افزودن نیروهای غشایی ( $N_x, N_y, N_{xy}$ ) در معادله ۹ الزامی است. با توجه به شکل ۷ ب، معادله ۹ به صورت معادله ۱۰ تغییر می‌کند.



الف



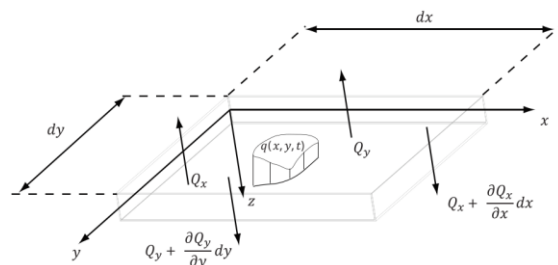
ب

شکل (۷): الف) شماتیک معیار فون-مایسز؛ ب) دیاگرام آزاد نیروهای غشایی در یک المان از ورق.

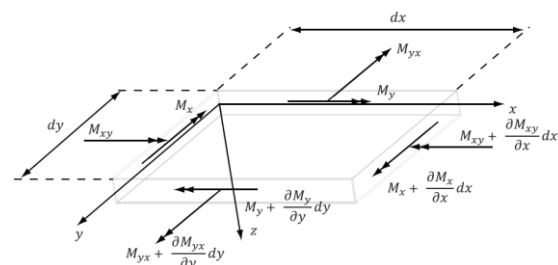
بی‌بعدسازی معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر ورق استخراج شوند و همچنین کمیت‌های مهمی نظیر هندسه ورق، توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر بار وارده، حساسیت ماده به نرخ کرنش و همچنین اینرسی بار دینامیکی وارد شده را در نظر بگیرد. در انتها معادلات ساختاری تجربی بر اساس نتایج تجربی موجود و همچنین روش تجزیه مقادیر منفرد بهینه شده به دست می‌آیند.

### ۲-۳- ارائه اعداد بی‌بعد برای ورق چهار گوش

با مرور مطالعات و تحقیقات انجام شده روی تحلیل ابعادی رفتار پلاستیک-دینامیکی و شکست سازه‌های متفاوت اعم از تیر، ورق و پوسته‌ها تحت بارگذاری دینامیکی [۹-۱۱، ۱۴-۱۶] این نتیجه به دست آمد که روش تحلیل ابعادی و به تبع آن استخراج روابط تجربی بر اساس اعداد بی‌بعد پیشنهادی، دارای مزیت‌های بسیار زیادی مانند سازمان‌دهی کارهای تجربی و دوری از انجام آزمایش‌های غیرضروری است. لذا می‌توان از این روش به عنوان یک روش جایگزین، مؤثر برای به دست آوردن یک رابطه بین پارامترهای ورودی و خروجی مسئله در هر فرآیندی نام برد. با توجه به تحلیل نیرویی نشان داده شده در شکل ۶ برای یک المان از ورق، معادلات حاکم بر ورق تحت بار دینامیکی یکنواخت به صورت رابطه ۹ ارائه می‌گردد.



الف



ب

شکل (۶): دیاگرام آزاد در یک المان از ورق؛ الف) نیروهای برشی و ب) گشتاورهای خمشی.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = \rho H \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P \quad (9)$$

با جایگذاری معادلات ۱۲ و ۱۳ در معادله ۱۱، تحلیل ابعادی برای معادله بی‌بعد حاکم بر ورق منجر می‌شود به رابطه (۱۴):

$$\frac{W_0}{H} = f\left(\frac{L}{H}, \frac{B}{H}, \frac{P}{\sigma_0}, \frac{1}{\xi}\right) \quad (14)$$

لازم به توضیح است که نسبت بی‌بعد  $B/H$  برای در نظر گرفتن ابعاد ورق در هر دو جهت طولی و عرضی به تحلیل اضافه شده است. در نهایت، رابطه بیشترین خیز دائمی ورق به ضخامت آن برای ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت برابر است با رابطه (۱۵):

$$\frac{W_0}{H} = C_0 \cdot \psi_q \quad (15)$$

که در آن؛

$$\psi_q = \left(\frac{L}{H}\right)^{C_1} \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{C_2} \cdot \left(\frac{P}{\sigma_0}\right)^{C_3} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{C_4} \quad (16)$$

لازم به توضیح است که عدد بی‌بعد  $\psi_q$  برای تحلیل ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت پیشنهاد شده که از معادله بی‌بعد حاکم بر ورق استخراج شده‌اند و پارامترهای  $L$  و  $B$  نصف طول و عرض ورق چهارگوش هستند.

شایان توجه است که در تحلیل ابعادی ساختارهای چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع محلی نسبت به تحلیل ابعادی این ورق‌ها تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت، کمیت فیزیکی دیگری مانند شعاع خرج انفجاری که تاثیر بسزایی در اعمال بار دینامیکی محلی دارد باید به صورت یک عدد بی‌بعد  $(\pi R_0^2 / 4LB)$  وارد معادلات گردد. با توجه به نکات ذکر شده و مطابق با تحلیل ابعادی مسئله، رابطه بیشترین خیز ورق به ضخامت آن برای ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع محلی به صورت رابطه (۱۷) بیان می‌شود.

$$\frac{W_0}{H} = C'_0 \cdot \psi_{ql} \quad (17)$$

که در آن

$$\psi_{ql} = \left(\frac{L}{H}\right)^{C'_1} \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{C'_2} \cdot \left(\frac{P}{\sigma_0}\right)^{C'_3} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{C'_4} \cdot \left(\frac{\pi R_0^2}{4LB}\right)^{C'_5} \quad (18)$$

لازم به توضیح است که عدد بی‌بعد  $\psi_{ql}$  برای تحلیل ورق‌های چهارگوش تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع محلی پیشنهاد شده که از معادله بی‌بعد حاکم بر ورق استخراج شده است. اکنون، هدف به دست آوردن ضرایب مجهول در معادلات (۱۸-۱۵) است که این مقادیر به راحتی از روش تجزیه مقادیر منفرد بهینه شده قابل محاسبه هستند. شاین ذکر است که نحوه

با تعریف پارامترهای بی‌بعد  $Y = y/L$ ،  $X = x/L$ ،  $n_{xy} = N_{xy}/N_0$ ،  $n_y = N_y/N_0$ ،  $n_x = N_x/N_0$ ،  $W = w/H$  معادله حاکم بر ورق مربعی به فرم بی‌بعد تبدیل می‌شود (معادله ۱۰):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 m_x}{\partial X^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial Y^2} + \\ & 4 \left( n_x \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - 2n_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y} + n_y \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) \\ & = 4 \left( \frac{L}{H} \right)^2 \left( \frac{\rho C_s^2}{\sigma_0} \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \frac{P}{\sigma_0} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

در تعاریف بالا،  $L$  نصف طول ورق مربعی،  $M_0$  گشتاور خمشی کاملاً پلاستیک،  $N_0$  نیروی غشایی کاملاً پلاستیک،  $C_s$  سرعت صوت در محیط،  $X$  و  $Y$  مختصات بی‌بعد،  $T$  زمان بی‌بعد و  $W$  خیز بی‌بعد هستند. همچنین،  $m_x$ ،  $m_y$  و  $m_{xy}$  گشتاورهای خمشی بی‌بعد و  $n_x$ ،  $n_y$  و  $n_{xy}$  نیروهای غشایی بی‌بعد هستند.

در ادامه، جهت افزودن اثر حساسیت ماده به نرخ کرنش، با جایگزین کردن تنش تسلیم استاتیکی با تنش تسلیم دینامیکی، رابطه (۱۰) به صورت معادله (۱۱) تغییر می‌کند.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 m_x}{\partial X^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial Y^2} + \\ & 4 \left( n_x \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - 2n_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y} + n_y \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} \right) \\ & = 4 \left( \frac{L}{H} \right)^2 \left( \frac{\rho C_s^2}{\sigma_d} \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \frac{P}{\sigma_d} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

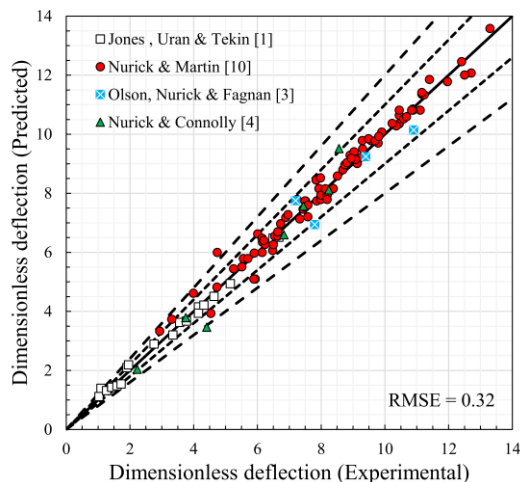
همان‌طور که از معادله ۱۱ برمی‌آید، سه عبارت در آن وجود دارد: هندسه ساختار  $L/H$ ، توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک  $1/\sigma_d$  و نسبت بار دینامیکی به مقاومت ماده  $P/\sigma_d$  که فشار دینامیکی متناسب است با  $\rho V_0^2$ . اکنون با به کارگیری معادله ساختاری کوپر-سیموندز و استفاده از تقریب جونز [۱۶] برای محاسبه مقدار نرخ کرنش متوسط، تنش تسلیم دینامیکی بر حسب تنش تسلیم استاتیکی و پارامترهای نرخ کرنش متوسط محاسبه می‌گردد و در نهایت با انجام ساده‌سازی عدد بی‌بعد اثر نرخ کرنش  $\xi$  به صورت معادله (۱۳) تعریف می‌گردد.

$$\sigma_d = \sigma_0 \left( 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}_m}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right) = \sigma_0 \left( 1 + \xi \left( \frac{W_0}{H} \right)^{\frac{1}{q}} \right) \quad (12)$$

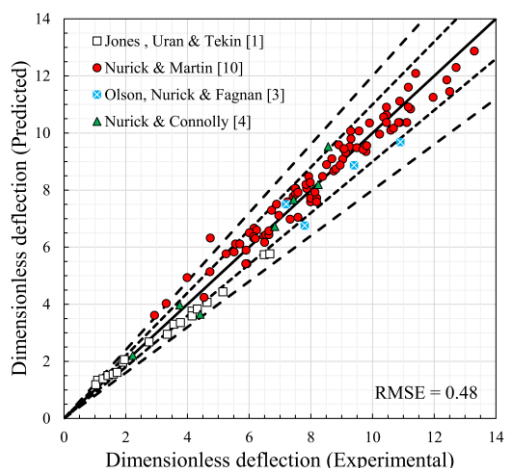
$$\xi = \left( \frac{I}{12\sqrt{2}\rho L^2 B^2 D} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (13)$$



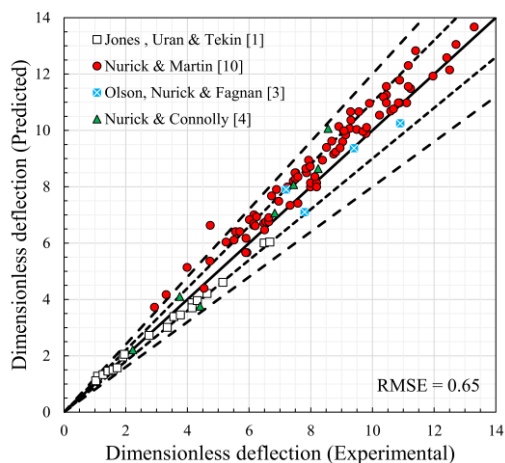
تحقیق حاضر است. همچنین، محدوده بین دو خط چین مشکی رنگ بافاصله کوتاه، محدوده‌ای است که در آن خطای پیش‌بینی کمتر از ۱۰٪ است.



شکل (۸): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه‌شده در معادله ۱۹ و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت



شکل (۹): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه‌شده در معادله ۵ [۱۰] و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت



شکل (۱۰): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه‌شده در معادله ۷ [۱۹] و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت

عملکرد الگوریتم ریاضی روش تجزیه مقادیر منفرد و این‌که ضرایب مجهول در معادلات بی‌بعد چگونه به‌دست می‌آیند در مراجع [۲۴-۳۸] به تفصیل بیان شده است.

#### ۴- نتایج و بحث

در ادامه به بررسی نتایج به‌دست‌آمده برای هر یک از انواع بارگذاری پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- ارائه روابط بی‌بعد

در بخش سوم، دو عدد بی‌بعد  $\psi_q$  و  $\psi_{ql}$  برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی ارائه شد. همان‌طور که بیان شد، عدد بی‌بعد اول برای بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و عدد بی‌بعد دوم برای حالت بارگذاری محلی است. در اولین گام از بخش حاضر، داده‌های تجربی موجود در جدول ب به فرم دو عدد بی‌بعد  $\psi_q$  و  $\psi_{ql}$  تبدیل شدند. در گام بعدی، روش تجزیه مقادیر منفرد بهینه‌شده برای تعیین ضرایب مجهول معادلات ۱۵ تا ۱۸ و در نهایت استخراج معادلات تجربی برای پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی به کار گرفته شد. نتایج به‌دست‌آمده از روش ریاضی پیشنهادی برای ضرایب مجهول در معادلات بالا، به‌صورت معادلات ۱۹ و ۲۰ است.

$$\frac{W_0}{H} = 9.31 \cdot \psi_q \quad (19)$$

$$\frac{W_0}{H} = 2.64 \cdot \psi_{ql} \quad (20)$$

که در آن؛

$$\psi_q = \left(\frac{L}{H}\right)^{-0.151} \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{0.242} \cdot \left(\frac{P}{\sigma_0}\right)^{1.05} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{-5.24} \quad (21)$$

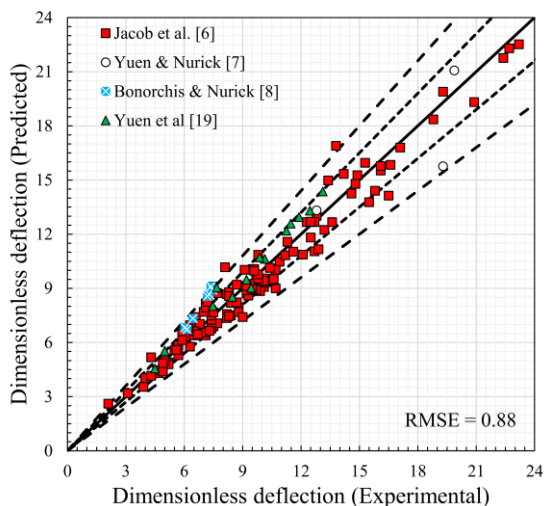
$$\psi_{ql} = \left(\frac{L}{H}\right)^{0.285} \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{0.322} \cdot \left(\frac{P}{\sigma_0}\right)^{0.776} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{-2.48} \cdot \left(\frac{\pi R_0^2}{4LB}\right)^{-0.230} \quad (22)$$

#### ۴-۲- ورق چهارگوش تحت بار با توزیع یکنواخت

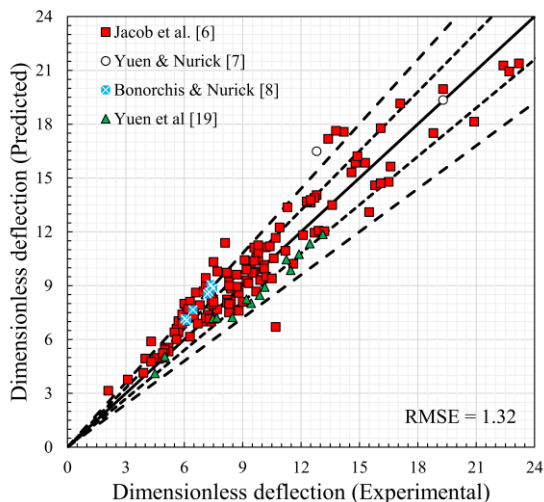
برای چهار سری نتایج تجربی ارائه‌شده در جدول ب برای ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی یکنواخت، خیز نرمال شده به‌دست‌آمده از پیش‌بینی مدل‌های تجربی ارائه‌شده در معادله ۱۹ برحسب نتایج تجربی متناظر با آن‌ها در شکل ۸ نمایش داده‌شده و در شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب با روابط ۵ و ۷ که پیش‌تر در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ ارائه‌شده‌اند، مقایسه گردیده است. در این اشکال، خط ممتد مشکی رنگ با شیب ۱ نشان‌دهنده تطابق کامل نتایج مدل‌سازی و تجربی ارائه‌شده در



همچنین، تحلیل بیشتر نتایج شکل ۱۱ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۸-۶ و ۱۹]، ۹۷٪، ۱۰۰٪، ۱۰۰٪ و ۱۰۰٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۲۰٪ قرار دارند. مقایسه مقادیر خطای جذر میانگین مربعات در شکل‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان می‌دهد که مدل تجربی ارائه‌شده در تحقیق حاضر از دقت به مراتب برخوردار است. در آخرین گام، برای مقایسه هر چه بهتر نتایج، مقادیر خطای جذر میانگین مربعات مربوط به مدل‌های تجربی پیشنهادی در این تحقیق و همچنین مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق در جدول ۱ جمع‌آوری شده است. نتایج نشان می‌دهد که در تمامی حالات، مدل‌های تجربی تحقیق حاضر از دقت بسیار بهتری در پیش‌بینی خروجی مسئله برخوردارند.



شکل (۱۱): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه‌شده در معادله ۲۰ و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

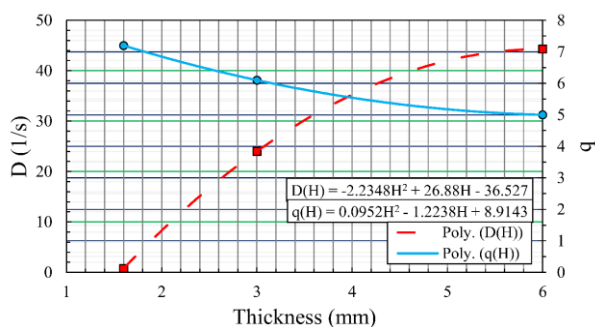


شکل (۱۲): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه‌شده در معادله ۶ [۱۰] و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

شایان توجه است که محدوده بین دو خط‌چین مشکی‌رنگ بافاصله بلند، محدوده‌ای است که در آن خطای پیش‌بینی کمتر از ۲۰٪ است. همچنین برای مقایسه بهتر نتایج در شکل‌های ارائه‌شده، مقادیر خطای جذر میانگین مربعات برای سه حالت پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی نمونه محاسبه شده‌اند. مطابق با شکل ۸، تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی مشاهده می‌شود به طوری که در مجموع ۱۱۷ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۹۴٪ (۱۱۰ داده) و ۹۸٪ (۱۱۵ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. نگاه دقیق‌تر به شکل ۸ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۱]، [۱۰]، [۳] و [۴]، ۹۱٪، ۹۵٪، ۱۰۰٪ و ۸۶٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ قرار دارند. همچنین، تحلیل بیشتر نتایج شکل ۸ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۱]، [۱۰]، [۳] و [۴]، ۹۵٪، ۹۹٪، ۱۰۰٪ و ۱۰۰٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۲۰٪ قرار دارند. مقایسه مقادیر خطای جذر میانگین مربعات در شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰ نشان می‌دهد که مدل تجربی ارائه‌شده در تحقیق حاضر از دقت بهتری در مقایسه با سایر مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق برخوردار است.

### ۴-۳- ورق چهارگوش تحت بار با توزیع محلی

برای چهار سری نتایج تجربی ارائه‌شده در جدول ب برای ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی محلی، خیز نرمال‌شده به‌دست‌آمده از پیش‌بینی مدل‌های تجربی ارائه‌شده در معادله (۲۰) برحسب نتایج تجربی متناظر با آن‌ها در شکل ۱۱ نمایش داده‌شده و در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب با روابط (۶ و ۸) که پیش‌تر در سال‌های ۱۹۸۹ و ۲۰۱۷ ارائه شده‌اند، مقایسه گردیده است. در این اشکال، مشابه باحالت قبلی، خط ممتد مشکی‌رنگ با شیب ۱ نشان‌دهنده تطابق کامل نتایج مدل‌سازی و تجربی ارائه شده است خط‌چین مشکی‌رنگ بافاصله کوتاه و بلند به ترتیب محدوده‌هایی است که در آن خطای پیش‌بینی کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ است. مطابق با شکل ۱۱، تطابق بسیار خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی مشاهده می‌شود به طوری که در مجموع ۱۵۰ داده تجربی برای بارگذاری محلی، به ترتیب ۸۳٪ (۱۲۴ داده) و ۹۷٪ (۱۴۶ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. نگاه دقیق‌تر به شکل ۱۱ نشان می‌دهد که به ترتیب برای مراجع [۸-۶ و ۱۹]، ۸۶٪، ۶۶٪، ۱۴٪ و ۹۳٪ از نتایج تجربی مربوط به هر داده در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ قرار دارند.



شکل (۱۴): تغییر کمیت‌های ماده در معادله کوپر - سیموندز با ضخامت ورق بر اساس آزمایش‌های جونز [۳۹]

با توجه به توضیحات ارائه شده، برای ورق‌های چهارگوش فولادی تحت بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی، نتایج به دست آمده از مدل‌های تجربی در روابط ۲۳ و ۲۴ برای نسبت بیشترین خیز دائمی ورق به ضخامت آن (خیز بی بعد) بر حسب نتایج تجربی به ترتیب در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ رسم شده است.

$$\frac{W_0}{H} = 0.236 \cdot \psi'_q \quad (23)$$

$$\frac{W_0}{H} = 0.299 \cdot \psi'_{ql} \quad (24)$$

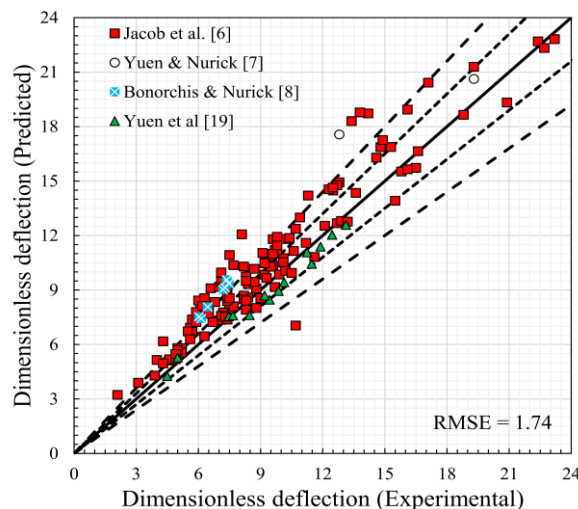
که در آن؛

$$\psi'_q = \left(\frac{L}{H}\right)^{0.526} \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{0.790} \cdot \left(\frac{P}{\sigma_0}\right)^{0.556} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{-0.591} \quad (25)$$

$$\psi'_{ql} = \left(\frac{L}{H}\right)^{0.639} \cdot \left(\frac{B}{H}\right)^{0.723} \cdot \left(\frac{P}{\sigma_0}\right)^{0.550} \cdot \left(\frac{1}{\xi}\right)^{-0.528} \cdot \left(\frac{\pi R_0^2}{LB}\right)^{-0.225} \quad (26)$$

جدول (۱): خطای جذر میانگین مربعات مدل‌ها.

مرجع	محققان	سال	نوع بارگذاری	نوع مدل	نرخ کرنش	RMSE
[۱۶ و ۳]	جونز	۱۹۷۱	یکنواخت	تحلیلی	×	۳/۹۲
[۱۶ و ۳]	جونز	۱۹۷۱	یکنواخت	تحلیلی	✓	۱/۸۹
[۱۰]	نوریک و مارتین	۱۹۸۹	یکنواخت	تجربی	×	۰/۴۸
[۱۲]	چن	۱۹۹۳	یکنواخت	تحلیلی	×	۶/۷۷
[۱۷]	میرزابابی مستوفی و همکاران	۲۰۱۶	یکنواخت	تحلیلی	✓	۰/۵۲
[۱۹]	یوان و همکاران	۲۰۱۷	یکنواخت	تجربی	×	۰/۶۵
[۱۸]	میرزابابی مستوفی و همکاران	۲۰۱۸	یکنواخت	تحلیلی	✓	۰/۴۱
-	مطالعه حاضر	۲۰۲۰	یکنواخت	تجربی	✓	۰/۳۲
[۱۰]	نوریک و مارتین	۱۹۸۹	محلی	تجربی	×	۱/۳۲
[۱۷]	میرزابابی مستوفی و همکاران	۲۰۱۶	محلی	تحلیلی	✓	۱/۱۱
[۱۹]	یوان و همکاران	۲۰۱۷	محلی	تجربی	×	۱/۷۴
[۱۸]	میرزابابی مستوفی و همکاران	۲۰۱۸	محلی	تحلیلی	✓	۰/۹۸
-	مطالعه حاضر	۲۰۲۰	محلی	تجربی	✓	۰/۸۸



شکل (۱۳): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه شده در معادله ۸ [۱۹] و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

#### ۴-۴- اثر تغییر کمیت ماده با ضخامت روی پاسخ ورق

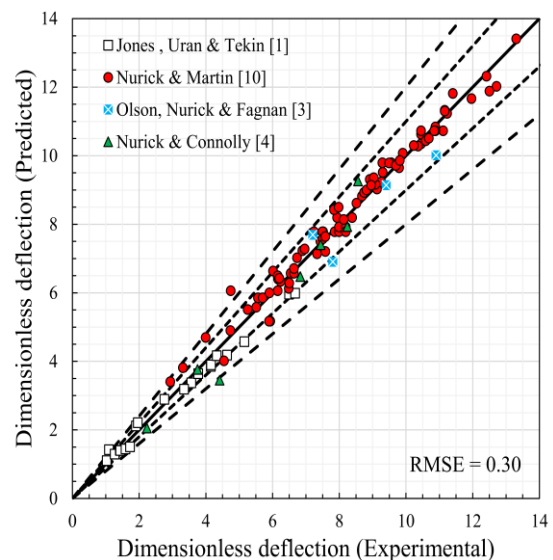
یکی از نکات بسیار مهم در مراجع [۱۶ و ۳۹]، تغییر کمیت‌های ماده در معادله ساختاری کوپر-سیموندز با ضخامت ورق است. لذا در این بخش از تحقیق از آزمایش‌های تجربی مرجع [۳۹] برای به دست آوردن دو تابع برای کمیت‌های ماده بر حسب ضخامت استفاده شده است. مطابق شکل ۱۴، دو تابع درجه دوم از روی نقاط نتایج تجربی جونز عبور داده شده تا بتوان تقریب خوبی از مقادیر  $q$  و  $D$  در ضخامت‌های مختلف به دست آورد.

نزدیک بودن خرج انفجاری به سطح ورق در این حالت بارگذاری است. شایان توجه است که نتایج به دست آمده بیانگر آن است که توابع ارائه شده در شکل ۱۴ برای پیش‌بینی کمیت‌های ماده بر حسب ضخامت سازه در معادله کوپرسیموندز کاملاً قابل اطمینان بوده و می‌توان از آن‌ها برای محاسبه میزان نرخ کرنش و مقاومت دینامیکی ورق‌های فولادی در محدوده ضخامتی ۱/۶ تا ۶ میلی‌متر استفاده کرد.

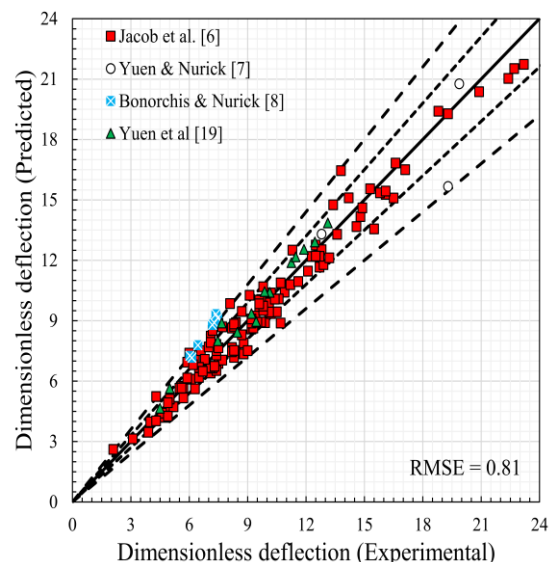
#### ۵- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر سعی شد تا برخلاف روند موجود در ادبیات تحقیق برای ارائه روابط تجربی به منظور پیش‌بینی بیشترین خیز دائمی ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی، یک بیان مناسب برای پیشنهاد اعداد بی‌بعد بر مبنای تحلیل ابعادی ارائه شود. به همین جهت در اولین قدم، معادلات حاکم بر ورق چهارگوش تحت بار دینامیکی نوشته و اثرات نیروهای غشایی به آن افزود شد. در گام بعدی، با تعریف پارامترهایی بی‌بعد برای بیشترین خیز دائمی، هندسه ساختار، گشتاورهای خمشی و نیروهای غشایی، این معادله به فرم بی‌بعد تبدیل شد. به منظور افزودن اثر حساسیت ماده به نرخ کرنش از معادله ساختاری کوپر-سیموندز برای بیان تنش تسلیم دینامیکی استفاده شد. در نهایت، معادله دیفرانسیل بی‌بعد شده بیانگر سه جنبه تأثیرگذار بر پاسخ دینامیکی سازه، یعنی؛ هندسه ساختار، نسبت بار دینامیکی اعمالی به مقاومت ماده و توانایی مقاومت دینامیکی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک بود که هر کدام از این جنبه‌ها به‌عنوان یک عدد بی‌بعد برای توصیف پاسخ غیر الاستیک یک ورق تحت بار دینامیکی یکنواخت بیان شد. همچنین، نسبت شعاع خرج به ضخامت ورق به‌عنوان عددی بی‌بعد برای بیان بار دینامیکی با توزیع محلی معرفی گردید. مزیت و کاربرد روابط بی‌بعد ارائه شده در این تحقیق این است که می‌تواند اثرات بسیاری از پارامترهای موثر در فرآیند شکل‌دهی مانند شعاع خرج و روابط نرخ کرنش را که امکان اضافه کردن آنها در روابط تحلیلی نیست، به روابط بیفزاید و دقت پیش‌بینی خروجی مسئله را بالا ببرد. لذا می‌توان افزودن تقریباً تمامی پارامترهای موثر در فرآیند به معادلات بی‌بعد را دلیلی برای بالاتر بودن دقت آنها در مقایسه با سایر روابط ارائه شده در تحقیق دانست. شایان توجه است که معادلات حاضر تنها قادر به پیش‌بینی بیشترین خیز نمونه شکل‌یافته است و توانایی پیش‌بینی الگوی شکست ورق را ندارد.

نتایج حاصل از مدل‌سازی نشان داد که تطابق خوبی بین نتایج پیش‌بینی مدل و مقادیر تجربی وجود دارد به طوری که



شکل (۱۵): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه شده در معادله ۲۳ و مقادیر تجربی برای بارگذاری یکنواخت



شکل (۱۶): مقایسه بین پیش‌بینی مدل تجربی ارائه شده در معادله ۲۴ و مقادیر تجربی برای بارگذاری محلی

از شکل‌های ۱۵ و ۱۶ قابل برداشت است که به ترتیب از مجموع ۱۱۷ و ۱۵۰ داده تجربی موجود در ادبیات تحقیق برای بارگذاری دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی تنها ۷ (۰.۶٪) و ۱۸ (۰.۱۲٪) داده تجربی خارج از محدوده خطای ۱۰٪ هستند و این نشان‌دهنده آن است که نتایج به دست آمده از مدل‌های تجربی پیشنهادی در معادلات ۲۳ و ۲۴، رضایت‌بخش بوده و متغیر در نظر گرفتن کمیت‌های ماده در معادله کوپر-سیموندز موجب بهبود نتایج شده است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که اثر تغییر کمیت‌های ماده در معادله کوپر-سیموندز با ضخامت ورق در بارگذاری دینامیکی محلی بیشتر بوده و این به علت

- loading”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 34, No. 11, pp. 1729-1738, 2007.
9. Nurick, G., Pearce, H., Martin, J. “Predictions of transverse deflections and in-plane strains in impulsively loaded thin plates”, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 29, No. 6, pp. 435-442, 1987.
  10. Nurick, G., Martin J. “Deformation of thin plates subjected to impulsive loading—a review part II: experimental studies”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 8, No. 2, pp. 171-186, 1989.
  11. Nurick, G., Martin J. “Deformation of thin plates subjected to impulsive loading—a review: Part i: Theoretical considerations”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 8 No. 2, pp. 159-170, 1989.
  12. Chen, W. “A new bound solution for quadrangular plates subjected to impulsive loads”; 3rd Int. offshore polar Eng. Con, *Int. Society Offshore Polar Eng.*, 1993.
  13. Shen, W.Q., Jones, N. “Dynamic response and failure of fully clamped circular plates under impulsive loading”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 13, No. 2, pp. 259-278, 1993.
  14. Li, Q., Jones, N. “On dimensionless numbers for dynamic plastic response of structural members”, *Arch. Appl. Mech.*, Vol. 70, No. 4, pp. 245-254, 2000.
  15. Park, B.W., Cho, S.R. “Simple design formulae for predicting the residual damage of unstiffened and stiffened plates under explosion loadings”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 32, No. 10, pp. 1721-1736, 2006.
  16. Jones, N. “Dynamic inelastic response of strain rate sensitive ductile plates due to large impact, dynamic pressure and explosive loadings”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 74, pp. 3-15 2014.
  17. Mostofi, T.M., Babaei, H., Alitavoli M. “Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates”, *Thin-Walled Struct.*, Vol. 109, pp. 367-376, 2016.
  18. Mostofi, T.M., Golbaf, A., Mahmoudi, A., Alitavoli, M., Babaei, H. “Closed-form analytical analysis on the effect of coupled membrane and bending strains on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates due to uniform and localized impulsive loading”, *Thin-Walled Struct.*, Vol. 123, pp. 48-56, 2018.
  19. Yuen, S.C.K., Nurick, G., Langdon, G., Iyer, Y. “Deformation of thin plates subjected to impulsive load: Part III—an update 25 years on”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 107, pp. 108-117, 2017.
  20. Johnson, W. “Impact Strength of Materials”, Edward Arnold, London, Google Scholar, 1972.
  21. Zhao, Y.P. “Suggestion of a new dimensionless number for dynamic plastic response of beams and plates”, *Arch. Appl. Mech.*, Vol. 68, No. 7-8, pp. 524-538, 1998.

در مجموع ۱۱۷ داده تجربی برای بارگذاری یکنواخت، به ترتیب ۹۴٪ (۱۱۰ داده) و ۹۸٪ (۱۱۵ داده) از کل نقاط تجربی در محدوده خطای کمتر از ۱۰٪ و ۲۰٪ قرار دارند. همچنین، در مجموع ۱۵۰ داده تجربی موجود برای بارگذاری محلی، به ترتیب ۸۳٪ (۱۲۴ داده) و ۹۷٪ (۱۴۶ داده) از کل نقاط تجربی در این دو محدوده قرار گرفتند. همچنین مقایسه مقادیر خطای جذر میانگین مربعات نشان داد که مدل‌های تجربی ارائه‌شده در تحقیق حاضر از دقت به مراتب بهتری در مقایسه با سایر مدل‌های موجود در ادبیات تحقیق برخوردار هستند و از آنها می‌توان به عنوان جایگزین معادلات موجود یاد کرد. نتایج همچنین نشان داد که متغیر در نظر گرفتن کمیت‌های ماده با ضخامت در معادله کوپر-سیموندز موجب بهبود دقت پیش‌بینی مدل‌های تجربی می‌گردد به طوری که تنها ۶٪ و ۱۲٪ از داده‌های برای دو بارگذاری یکنواخت و محلی در محدوده ۱۰٪ خطا قرار نمی‌گیرند.

#### ۷- مراجع

1. Jones, N., Uran, T.O., Tekin, S.A. “The dynamic plastic behavior of fully clamped rectangular plates”, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 6, No. 12, pp. 1499-1512, 1970.
2. Jones, N. “A theoretical study of the dynamic plastic behavior of beams and plates with finite-deflections”, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 7, No. 8, pp. 1007-1029, 1971.
3. Olson, M., Nurick, G., Fagnan J. “Deformation and rupture of blast loaded square plates-predictions and experiments”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 13, No. 2 pp. 279-291, 1993.
4. Nurick, G., Conolly, A. “Response of clamped single and double stiffened rectangular plates subjected to blast loads”, *WIT Transactions on The Built Environment*, Vol. 8, Institute of Technology, and Mott MacDonald Group, UK., 1970.
5. Nurick, G., Shave, G. “The deformation and tearing of thin square plates subjected to impulsive loads—an experimental study”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 18, No. 1 pp. 99-116, 1996.
6. Jacob, N., Yuen, S.C.K., Nurick, G., Bonorchis, D., Desai, S., Tait, D. “Scaling aspects of quadrangular plates subjected to localised blast loads—experiments and predictions”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 30, No. 8-9 pp. 1179-1208, 2004.
7. Yuen, S.C.K., Nurick, G. “Experimental and numerical studies on the response of quadrangular stiffened plates. Part I: subjected to uniform blast load”, *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 31 No. 1, pp. 55-83, 2005.
8. Bonorchis, D., Nurick, G. “The effect of welded boundaries on the response of rectangular hot-rolled mild steel plates subjected to localised blast

31. Babaei, H., Mirzababaie Mostofi, T. "New dimensionless numbers for deformation of circular mild steel plates with large strains as a result of localized and uniform impulsive loading", Proc. Inst. Mech. Eng-Part L J. Mater. Des. Appl., Vol. 234, No. 2., pp. 231-45, 2020.
32. Rezasefat, M., Mirzababaie Mostofi, T., Babaei, H., Ziya-Shamami, M., Alitavoli, M. "Dynamic plastic response of double-layered circular metallic plates due to localized impulsive loading", Proc. Inst. Mech. Eng-Part L J. Mater. Des. Appl., Vol 233. No. 7, pp. 1449-71, 2019.
33. Rezasefat, M., Mostofi, T.M., Ozbakkaloglu, T. "Repeated localized impulsive loading on monolithic and multi-layered metallic plates", Thin-Walled Struct., Vol. 144, 106332, 2019.
34. Babaei, H., Mostofi, T.M., Sadraei, S.H. "Effect of gas detonation on response of circular plate-experimental and theoretical", Struct. Eng. Mech., Vol. 56, No. 4, pp. 535-48, 2015.
35. Babaei, H., Mostofi, T.M., Alitavoli, M., Darvizeh, A. "Empirical modelling for prediction of large deformation of clamped circular plates in gas detonation forming process", Exp. Tech., Vol. 40, No. 6, pp. 1485-94, 2016.
36. Babaei, H., Mostofi, T.M., Alitavoli, M. "Study on the response of circular thin plate under low velocity impact", Geomech. Eng., Vol. 9, No. 2, pp. 207-18, 2015.
37. Babaei, H., Mostofi, T.M., Namdari, M., Alitavoli, M. "Experimental investigation and a model presentation for predicting the behavior of metal and alumina powder compaction under impact loading", Journal of Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 5, pp. 357-366, 2015.
38. Mostofi, T.M., Babaei, H., Alitavoli, M., Hosseinzadeh, S. "On dimensionless numbers for predicting large ductile transverse deformation of monolithic and multi-layered metallic square targets struck normally by rigid spherical projectile", Thin-Walled Struct., Vol. 112, pp. 118-124, 2017.
39. Jones, N., Jones, C. "Inelastic failure of fully clamped beams and circular plates under impact loading, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers", Part C: J. Mech. Eng. Sci., Vol. 216, No. 2, pp. 133-149, 2002.
22. Jones, N. "Structural Impact", Cambridge University Press, 1989.
23. Jones, N. "Influence of strain-hardening and strain-rate sensitivity on the permanent deformation of impulsively loaded rigid-plastic beams", Int. J. Mech. Sci., Vol. 9, No. 12, pp. 777-796, 1967.
24. Mostofi, T.M., Babaei, H., Alitavoli, M. "The influence of gas mixture detonation loads on large plastic deformation of thin quadrangular plates: Experimental investigation and empirical modelling", Thin-Walled Struct., Vol. 118, pp. 1-11, 2017.
25. Mostofi, T.M., Babaei, H., Alitavoli, M., Lu, G., Ruan, D. "Large transverse deformation of double-layered rectangular plates subjected to gas mixture detonation load", Int. J. Impact Eng., Vol. 125, pp. 93-106, 2019.
26. Babaei, H., Mirzababaie Mostofi, T., Armoudli, E. "On dimensionless numbers for the dynamic plastic response of quadrangular mild steel plates subjected to localized and uniform impulsive loading", Proc. Inst. Mech. Eng-Part E J. Process Mech. Eng., Vol. 231, No. 5, pp. 939-50, 2017.
27. Mirzababaie Mostofi, T., Babaei, H., Alitavoli, M. "Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation", Strain, Vol. 53, No. 4, e12235.
28. Babaei, H., Mostofi, T.M., Namdari-Khalilabad M, Alitavoli, M., Mohammadi, K. "Gas mixture detonation method, a novel processing technique for metal powder compaction: Experimental investigation and empirical modeling. Powder Tech.", Vol. 315, pp. 171-81, 2017.
29. Babaei, H., Mostofi, T.M., Alitavoli, M., "Experimental and theoretical study of large deformation of rectangular plates subjected to water hammer shock loading", Proc. Inst. Mech. Eng-Part E J. Process Mech. Eng., Vol. 231, No. 3, pp. 490-6, 2017.
30. Babaei, H., Mostofi, T.M., Alitavoli, M., Saeidinejad, A. "Experimental investigation and dimensionless analysis of forming of rectangular plates subjected to hydrodynamic loading", J. Appl. Mech. Tech. Phys., Vol. 58, No. 1, pp. 139-47, 2017.

جدول (الف): مدل‌های تئوری و تجربی موجود در ادبیات تحقیق برای ورق‌های چهارگوش.

اثر نرخ کرنش	مدل بر حسب $\lambda$	مدل	نوع مدل	سال تحقیق	محقق/محققان
×	خود بر حسب $\lambda$ است	$\frac{(3-\zeta_0)\left\{\left(1+\Gamma\right)^{\frac{1}{2}}-1\right\}}{\left\{2\left[1+\left(\zeta_0-1\right)\left(\zeta_0-2\right)\right]\right\}}$	تحلیلی	۱۹۷۱	جونز [۳ و ۱۶]
✓	خود بر حسب $\lambda$ است	$\frac{(3-\zeta_0)\left\{\left(1+\frac{\Gamma}{n}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right\}}{\left\{2\left[1+\left(\zeta_0-1\right)\left(\zeta_0-2\right)\right]\right\}}$	تحلیلی	۱۹۷۱	جونز [۳ و ۱۶]
×	$0.2355\sqrt{\lambda\beta}+0.001$	$0.471\phi_q+0.001$	تجربی	۱۹۸۹	نوریک و مارتین [۱۰]
×	$0.2355\zeta_{ql}\sqrt{\lambda\beta}+0.001$	$0.471\phi_{ql}+0.001$	تجربی	۱۹۸۹	نوریک و مارتین [۱۰]
×	خود بر حسب $\lambda$ است	$\sqrt{\frac{2\beta}{A_2}\lambda+\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}-\frac{A_0}{A_2}-\frac{A_1}{A_2}$	تحلیلی	۱۹۹۳	چن [۱۲]
×	خود بر حسب $\lambda$ است	$\sqrt{\frac{2\beta}{A_2}\lambda+\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}-\frac{A_0}{A_2}-\frac{A_1}{A_2}$			
×	$0.24\zeta_{ql}\sqrt{\lambda\beta}+0.277$	$0.480\phi_{ql}+0.277$	تجربی	۲۰۰۴	ژاکوب و همکاران [۶]
×	$0.3\beta\sqrt{\lambda}-0.3$	$0.6\phi_p-0.3$	تجربی	۲۰۰۶	پارک و چو [۱۵]

جدول (ب): جمع‌آوری نتایج تجربی موجود در ادبیات تحقیق برای ورق‌های چهارگوش تحت بار دینامیکی با توزیع یکنواخت و محلی

مرجع	سال تحقیق	تعداد آزمایش	ابعاد ورق (mm <sup>2</sup> )	ضخامت ورق (mm)	نوع بارگذاری	شعاع خرج (mm)	تنش تسلیم (Mpa)	محدوده	محدوده	
								ایمپالس (N·s)	بیشترین خیز (mm)	
[۱]	۱۹۷۰	۲۲	۱۲۸/۶×۷۶/۲	۲/۵، ۱/۶، ۴/۴	یکنواخت	-	۲۴۸	۱۸/۳-۴/۷	۱۰/۸-۱/۴	
[۱۰]	۱۹۸۹	۸۴	۱۱۳×۷۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۹۶، ۲۸۲	۱۹/۰-۵/۲	۲۱/۳-۴/۷	
			۸۹×۸۹							
[۳]	۱۹۹۳	۴	۸۹×۸۹	۱/۶	یکنواخت	-	۲۹۲	۱۴/۲-۹/۹	۱۷/۴-۱۱/۶	
[۴]	۱۹۹۴	۷	۱۱۳×۷۰	۱/۶	یکنواخت	-	۲۶۶	۱۳/۳-۳/۱	۱۳/۷-۳/۶	
[۶]	۲۰۰۴	۱۲۶	۱۶۰×۱۶۰	۰.۳، ۰.۲، ۱/۶، ۴	محلی	۱۶	۲۸۸	۳۸/۲-۴/۹	۴۸/۳-۸/۴	
			۲۹۰×۱۲۹			۱۶				
			۱۹۰×۱۹۰			۲۳۰				۰.۲۷، ۰.۲۴، ۰.۱۹، ۰.۱۰
			۲۸۸×۱۲۰			۲۳۸				۳۲، ۳۰/۵
			۱۸۰×۱۸۰	۳		۱۸	۲۳۰			۱۷/۵
			۲۱۰×۱۷۵			۱۵				
			۲۱۰×۱۵۰			۱۴/۸				
			۲۴۰×۱۴۸			۱۳/۳				
			۲۴۰×۱۳۳			۱۴/۵				
			۲۹۰×۱۴۵			۱۳/۲				
			۲۹۰×۱۳۲							
			[۷]	۲۰۰۵		۳	۱۲۶×۱۲۶			۱/۶
[۸]	۲۰۰۷	۷	۲۰۰×۱۲۰	۳	محلی	۳۷/۵	-۲۳/۴، ۲۸/۱	۲۲/۴-۱۸/۱		
[۱۹]	۲۰۱۷	۱۴	۳۰۰×۳۰۰	۴	محلی	۰.۳۷/۵، ۰.۳۰، ۰.۲۲/۵، ۵۰	-۲۳/۴، ۷۶/۶	۵۲/۵-۱۸/۰		