

# تأثیر بار بر توان میراکنندگی اغتشاشات حرکتی روتور نامتوازن توسط روان کار در یاتاقان‌های ژورنال سه لب

اصغر دشتی رحمت‌آبادی<sup>۲</sup> و ابوالفضل رسولی‌زاده<sup>۳</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه یزد

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۲۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۲۰)

مهدی زارع مهرجردی<sup>\*۱</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه اردکان

## چکیده

اغتشاشات حرکتی روتورها متأثر از عواملی همچون نامتوازنی جرمی، در تجهیزاتی نظیر توربوماشین‌ها، کمپرسورها و موتورهای احتراقی، غالباً زمینه‌ساز بروز سایش سطوح روتور و پوسته یاتاقان و به تبع آن اختلال در وضعیت حرکتی مجموعه می‌شود. از این رو، شناخت عوامل موثر بر توانمندی یاتاقان‌های مجله به‌عنوان متداول‌ترین نوع تکیه‌گاه روتورها در اینگونه تجهیزات دوار، به منظور ارتقاء کارایی مجموعه در مهار این نوسانات اغتشاشی، اهمیت ویژه‌ای دارد. در پژوهش حاضر تاثیر میزان بار خارجی به‌عنوان عامل تعیین کننده نسبت خروج از مرکزی روتور نامتوازن جرمی، بر رفتار دینامیکی یاتاقان‌های مجله هیدرودینامیکی غیرمدور سه‌لب با روان کار میکروپلار بررسی شده است. به این منظور معادلات حاکم بر روان‌کاری به همراه معادلات حرکت روتور نامتوازن در فضای یاتاقان، به کمک حل عددی اجزاء محدود و روش وابسته به زمان رانگ-کوتای مرتبه چهار، در شرایط تعادل استاتیکی و گام‌های زمانی متوالی پس از پیدایش اغتشاشات دینامیکی، بازنویسی و ارزیابی گردیده‌اند. نتایج گویای توسعه دامنه و شدت اغتشاشات در قالب بروز نوسانات تناوبی، KT تناوبی و شبه تناوبی در مقادیر متوسط نسبت خروج از مرکزی و تغییر آنها به نوسانات چرخه محدود با دامنه کوچک در مقادیر پایین و بویژه بالای نسبت خروج از مرکزی می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** رفتار دینامیکی، یاتاقان ژورنال سه لب، نامتوازنی جرمی روتور، نسبت خروج از مرکزی، دیاگرام دوشاخه‌گی

## Load Effect on the Lubricant Ability in Damping the Perturbed Oscillations of an Unbalanced Rotor in Three Lobe Journal Bearings

M. Zare Mehrjardi<sup>\*1</sup>

Mechanical Engineering  
Department  
Ardakan University

A. Dashti Rahmatabadi<sup>2</sup>

Mechanical Engineering  
Department  
Yazd University

A. Rasoolizadeh<sup>3</sup>

(Received: 20/July/2019; Accepted: 11/December/2019)

### ABSTRACT

Oscillating disturbances of rotors in the turbo-machines, compressors, combustion engines and other rotary equipments are affected by various factors, such as the mass unbalance of parts, which cause the wear and collision between the rotor and bearing surfaces. This phenomenon always leads to the failure of elements and interruptions at work of the equipments. Today, hydrodynamic journal bearings are the most common type of rotor supports in rotary machines. Therefore, improving the ability of these supports in control of the rotor fluctuations, as an effective factor in enhancing the overall efficiency of the rotating systems, is important. In this study, the effect of external load, as an eccentricity ratio indicator of mass unbalanced rotor in the bearing clearance space, on the dynamic behavior of noncircular three lobe bearings with micropolar lubricant is investigated. For this purpose, the governing Reynolds equation and the equation of rotor motion have been rewritten and evaluated using FEM and 4<sup>th</sup> order Runge-Kutta methods in static conditions and successive time steps after the occurrence of rotor disturbances. The results indicate that the amplitude and intensity of rotor disturbances are developed in the forms of periodic, KT periodic and quasi-periodic motions in the moderate values of eccentricity ratio and they are changed to limit cycle oscillations with small amplitude in low or especially high eccentricity ratios.

**Keywords:** Dynamic behavior, Three lobe journal bearing, Mass unbalance, Eccentricity, Bifurcation diagram

\*۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): Mahdi.zare@ardakan.ac.ir

۲- دانشیار: Dashti@yazd.ac.ir

۳- دانشجوی دکتری: Arasoolizadeh@gmail.com

نیاز به استفاده از یاتاقان‌های ژورنال با اشکال هندسی متفاوت با نوع معمول آن احساس گردد. بر پایه تنوع شرایط کارکرد تاکنون یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در اشکال مختلف، طراحی و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این دسته از یاتاقان‌ها از ترکیب تعدادی یاتاقان جزئی<sup>۲</sup> با عنوان لب<sup>۳</sup> در شکل‌های متفاوت ایجاد می‌شوند.

بررسی مشخصه‌های دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال روغنی طویل برای اولین بار توسط هاریسون [۲]، بر امکان حل معادلات روتور صلب در صورت فرض چرخش مداری محورهای مختصات حکایت دارد. نخستین نتایج از رفتار آشوبی روتور در فضای یاتاقان ژورنال توسط هولمز و همکارانش [۳] ارائه شد. ایجاد پاسخ‌های نامنظم به‌ویژه در سرعت‌های بحرانی متأثر از مقادیر نامتوازنی روتور از نتایج این پژوهش می‌باشد.

بروز اختلال در وضعیت حرکتی روتور ناشی از تماس محور و یاتاقان، پژوهشگران حوزه روان‌کاری را واداشته تا حرکت محور در فضای لقی یاتاقان پس از ایجاد اغتشاشات محتمل را به‌طور دقیق مطالعه کنند. در همین راستا، فول و ژنگسونگ [۴] رفتارهای ارتعاشی تناوبی، شبه تناوبی و آشوبی در یک سامانه دوار شامل یاتاقان روغنی و محور انعطاف‌پذیر را مطالعه نمودند. نتایج آنها نشان می‌دهد که روتور دوار می‌تواند رفتارهای تناوبی، شبه تناوبی و آشوبی را در شرایط مختلف طراحی، بارگذاری و روان‌کاری نمایش دهد. در ادامه، کای و همکارانش [۵-۶] بررسی وضعیت حرکتی محور درون یاتاقان‌های ژورنال روغنی را با لحاظ اثرات میرایی غیرخطی مورد مطالعه قرار دادند. آنها در بررسی خود با فرض سرعت به‌عنوان پارامتر اصلی، وضعیت پاسخ دینامیکی روتور را ارزیابی کردند. کای و همکارانش برای ارزیابی صحت نتایج خود از نمودار لیاپانوف بهره گرفتند. سپس چانگ [۷] تحلیل دینامیک غیرخطی یاتاقان ژورنال روغنی طویل را بررسی نمود. در این تحلیل علاوه بر یاتاقان‌ها، کوپلینگ‌های مستهلک‌کننده غیرخطی الاستیک نیز استفاده گردید. همچنین سرعت چرخشی به‌عنوان پارامتر کنترلی جهت مشاهده حرکات تناوبی، شبه تناوبی و آشوبی انتخاب شد. نتایج این تحقیق در قالب نمودارهای

## فهرست علائم و اختصارات

$O_J$	مرکز روتور
$O_B$	مرکز یاتاقان
$\bar{C}$	لقی شعاعی متغیر، m
$\bar{C}_m$	لقی شعاعی کمینه، m
$X_J, Y_J$	مختصات مرکز روتور
$\bar{p}$	فشار سیال (Pa)
$M_c$	جرم بحرانی روتور
$\bar{D}$	قطر یاتاقان، m
$\bar{L}$	طول یاتاقان، m
$\bar{x}, \bar{z}$	راستای دوران و طولی یاتاقان، m
$\bar{h}$	ضخامت فیلم روان‌کار، m

## علائم یونانی

$\varepsilon$	نسبت خروج از مرکزی
$\bar{\mu}$	لزجت دینامیکی ( $N \cdot s/m^2$ )
$\bar{\rho}$	نامتوازنی جرمی روتور (m)
$\lambda$	نسبت طول به قطر
$\tau$	زمان بی‌بعد
$\gamma$	نسبت فرکانس گردابی
$\delta$	پریلود
$\varphi$	زاویه وضعی روتور

## ۱- مقدمه

از آنجا که یاتاقان‌ها امکان نگهداری قطعات دستگاه با وضعیت حرکتی متنوع در کنار یکدیگر را به سادگی و با راندمان بالا فراهم می‌سازند، به‌کارگیری آنها بویژه در چند دهه اخیر توسعه چشم‌گیری داشته است. در یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی<sup>۱</sup> قابلیت حمل بار و پیشگیری از وقوع سایش به واسطه فشار فیلم روان‌کار ناشی از حرکت نسبی سطوح ایجاد می‌شود. یاتاقان‌های هیدرودینامیکی عموماً هنگامی که سرعت نسبی سطوح نسبتاً بالاست، مورد استفاده قرار می‌گیرند. افزایش ابعاد و سرعت در سامانه‌های دوار جهت دستیابی به شرایط مناسب روان‌کاری، امکان ایجاد جریان اغتشاشی درون روان‌کار را تشدید می‌کند [۱]. وجود برخی از شرایط ویژه نظیر تقاضا برای عملکرد در سرعت‌های بالا و بحرانی، وجود مسائل ارتعاشی، عدم تعادل و ناپایداری در شرایط کاری و محدودیت‌های فضایی گاه سبب می‌گردد تا

2- Partial Bearings

3- Lobe

1- Hydrodynamic Journal Bearings

ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور توسط رحمت‌آبادی و همکاران [۱۲] صورت گرفت. نتایج نشان دهنده آنست که با افزایش دمای روتور، سیال روان کار و پوسته، کاهش لزجت روان کار و افت توانایی حمل بار در مجموعه چشمگیر بوده و دامنه این تغییرات در زوایای متنوع نصب و انحراف، متفاوت می‌باشد. همچنین با توجه به عملکرد متغیر یاتاقان‌های دو، سه و چهار لب با تغییر زوایای نصب و انحراف، امکان انتخاب زوایای بهینه منتهی به عملکرد مطلوب وجود دارد. سپس رسولی‌زاده و همکاران [۱۳] به بررسی تأثیر پریلود بر عملکرد ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو لب پرداختند. نتایج این پژوهش گویای افزایش دمای روان کار با کاهش غیرمدوری یاتاقان، افزایش سرعت دوران و نسبت خروج از مرکزی روتور می‌باشد.

عواملی نظیر ترکیب مواد افزودنی، گرد و غبار و ذرات فلزی و غیرفلزی ساییده شده از سطوح با روان کار و همچنین کوچکی عرض فضای لقی یاتاقان باعث شده تا فرض مدل‌های کلاسیک محیط پیوسته نتایج قابل قبولی در روان کاری یاتاقان‌های ژورنال به دست نداده و استفاده از معادلات ناویر استوکس و فرض سیال نیوتونی انحراف نتایج از شرایط واقعی را سبب شود. با توجه به فرضیات موجود برای روان کار در یاتاقان‌های ژورنال و تطابق بیشتر آنها با مدل سیال میکروپلار<sup>۳</sup> و همچنین مقایسه مجرای جریان روان کار و ابعاد ذرات معلق، انتخاب مدل میکروپلار می‌تواند نتایج تحلیل روان کاری را به شرایط واقعی نزدیکتر سازد.

در راستای به‌کارگیری مدل میکروپلار در یاتاقان‌های ژورنال، خونسازی و بریو [۱۴] طی تحلیلی، روابط حاکم بر ویژگی‌های هیدرودینامیکی مختلف نظیر توانایی حمل بار و نیروی اصطکاک را برای یاتاقان‌های ژورنال مدور با طول محدود تحت روان کاری میکروپلار استخراج کردند. نتایج آنها بیانگر افزایش ظرفیت حمل بار و کاهش ضریب اصطکاک با افزایش ویسکوزیته مؤثر سیال میکروپلار در قیاس با نوع نیوتنی می‌باشد. هانگ و ونگ [۱۵] عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال تحت روان کاری میکروپلار را بررسی کردند. آنها با به‌کارگیری تئوری دینامیک خطی به حل معادله رینولدز اصلاحی پرداختند. در این پژوهش ضرایب

نگاشت پوانکاره، بیشینه توان لیاپانوف و دیاگرام‌های انشعابی نشان داده شده‌اند. بر پایه نتایج، امکان بررسی وضعیت حرکت پایدار یاتاقان جهت جلوگیری از ایجاد شرایط نامطلوب وجود دارد. در ادامه جانگ و خونسازی [۸] مشخصه‌های عملکردی یاتاقان‌های ژورنال با لحاظ اثرات ناهمراستایی محور را مطالعه نمودند. به طور کلی ناهمراستایی می‌تواند به علت تغییر شکل شافت ناشی از عواملی نظیر اعمال بارگذاری‌های سنگین، نصب غیراصولی و بارگذاری نامتقارن ایجاد شود. ناهمراستایی می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر عملکرد یاتاقان داشته باشد. سایش، شکست یاتاقان و مواردی مشابه می‌توانند در پی ناهمراستایی در اجزای سامانه تکیه‌گاهی پدید آیند. نتایج تحقیق جانگ و خونسازی برای یاتاقان‌های مدور محدوده عملکرد دینامیکی مطلوب را مشخص نموده و حدود بارگذاری و چگونگی انتخاب پارامترهای طراحی برای جلوگیری از اثرات ناهمراستایی را نشان می‌دهد. تأثیر بار عمودی در سرعت‌های دورانی متفاوت روتور درون یاتاقان با دو شیار محوری بر ضخامت فیلم سیال و تغییر شکل‌های پوسته یاتاقان توسط استیون چاترتون و همکاران [۹] بررسی شد. وابستگی بسیار زیاد ضرایب سختی و میرایی به جهت اعمال بار و افزایش دمای روان کار با تشدید بار از نتایج این تحقیق می‌باشند.

معرفی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور<sup>۱</sup> اولین بار توسط پینکاس انجام شد. او در تحقیق خود عملکرد یاتاقان‌های بیضوی را مطالعه کرد. در ادامه محققین زیادی به پژوهش در زمینه یاتاقان‌های غیرمدور پرداخته‌اند. داده‌های طراحی برای یاتاقان‌های سه لب توسط مالک و همکاران [۱۰] ارائه شد. در این پژوهش اثر غیرمدوری یاتاقان و عدد رینولدز بر عملکرد استاتیکی و دینامیکی در قالب نمودارهای حمل بار و ضرایب سختی و میرایی روان کار بررسی شده است. آدیلتا و همکارانش [۱۱] رفتار دینامیکی غیرخطی روتور نامتوازن جرمی درون یاتاقان‌های ژورنال سه لب موج‌دار<sup>۲</sup> را بررسی نمودند. در این تحلیل، دامنه موج پوسته به‌عنوان پارامترهای کنترلی فرض شده است. نتایج امکان ردیابی عددی شرایط پایداری سامانه و تحقق حرکت مشابه بر روی روتور واقعی را تأیید می‌نماید. بررسی تأثیر شکل هندسی بر عملکرد

3- Micropolar Lubricant

1- Noncircular Journal Bearings

2- Three Lobe Wave Journal Bearings

و یک شیار تغذیه در لب پایینی بودند. در این تحقیق عملکرد یاتاقان در نسبت‌های منطری ۱/۶، ۲ و ۲/۴ مطالعه شده است. نتایج از بهبود مشخصه‌های عملکرد یاتاقان‌های مورد بررسی با کاهش میزان نسبت منطری حکایت دارند. پس از آن اثر پریلود بر عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور روان‌کاری شونده با سیال میکروپلار توسط زارع مهرجردی و همکاران [۲۱] بررسی شد. نتایج این تحقیق بر پایه مدل‌های دینامیکی، حاکی از رفتار محتاطانه‌تر مدل خطی در تخمین محدوده پایداری یاتاقان در قالب مقادیر کوچکتر جرم بحرانی<sup>۴</sup> و نسبت‌های بزرگتر فرکانس چرخش گردابی<sup>۵</sup> است. همچنین نتایج گویای پاسخ‌های دینامیکی متنوع یاتاقان‌ها با تغییر میزان غیرمدوری می‌باشد. اثر زاویه انحراف بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های دو، سه و چهار لب با روان‌کار میکروپلار توسط میبیدی و همکاران [۲۲] مطالعه گردید. نتایج این پژوهش نشان دهنده تأثیر چشمگیر زاویه انحراف لب‌ها بر عملکرد استاتیکی و پایداری دینامیکی می‌باشند. همچنین با به‌کارگیری زاویه انحراف مناسب در لب‌های یاتاقان در عین ثبات دیگر پارامترهای طراحی و روان‌کاری می‌توان به عملکرد بهینه سامانه دست یافت.

مرور منابع در حوزه یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی موید محدود بودن مطالعات انجام شده پیرامون تأثیر میزان بار بر کیفیت میرایی نوسانات اغتشاشی روتور نامتوازن جرمی دوار در فضای یاتاقان‌های ژورنال بویژه انواع غیرمدور لب‌دار است. لذا شناخت عوامل مؤثر بر توانمندی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی به منظور ارتقاء کارایی آنها در مهار اغتشاشات حرکتی روتور از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. از اینرو در پژوهش حاضر تأثیر میزان بار خارجی وارد بر روتور نامتوازن جرمی بر رفتار دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی سه‌لب با روان‌کار میکروپلار ارزیابی شده است.

## ۲- معادلات حاکم

پارامترهای عملکرد حالت پایدار و دینامیکی<sup>۶</sup> سامانه تکیه‌گاهی شامل یاتاقان ژورنال و روتور با تعیین توزیع فشار فیلم سیال روان‌کار در شرایط مختلف طراحی، بارگذاری و

سختی و میرایی<sup>۱</sup> یاتاقان ژورنال برای نسبت‌های طول به قطر متنوع مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج از پایداری دینامیکی<sup>۲</sup> محدودتر سامانه در ازای به‌کارگیری مدل روان‌کار میکروپلار به‌جای نیوتنی حکایت دارند. همچنین از منظر استاتیکی، بهبود میزان بار قابل حمل در اعداد سامرفیلد پایین برای روان‌کاری میکروپلار در مقایسه با نیوتنی مشهود است. شرما و راتان [۱۶] اثرات روان‌کار میکروپلار بر عملکرد یاتاقان دو لب دارای سد فشاری<sup>۳</sup> را بررسی نمودند. نتایج آنها گویای دامنه وسیع‌تر پایداری یاتاقان‌های مورد بررسی نسبت به انواع مدور مشابه است. آنان در پژوهش خود با استفاده از روش اجزاء محدود توزیع فشار روان‌کار را مشخص کرده‌اند. نتایج این بررسی، از تأثیر مثبت ایجاد سد فشاری بر عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های دو لب حکایت دارد. زارع مهرجردی و دشتی رحمت‌آبادی [۱۷] پژوهشی پیرامون تأثیر خواص میکروپلاریته فیلم روان‌کار روغنی بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو لب با استفاده از روش درونیابی مشتق تعمیم یافته ارائه دادند. نتایج این بررسی گویای بهبود عملکرد یاتاقان‌های دو لب در قالب تقویت توزیع فشار فیلم روان‌کار و افزایش بار قابل حمل با جایگزینی سیال نیوتنی با میکروپلار می‌باشد. دوان و ورما [۱۸] روان‌کاری میکروپلار یاتاقان‌های غیرمدور ترکیبی را مطالعه نمودند. در این تحقیق یاتاقان‌های ژورنال با چهار شیار تغذیه بررسی شده‌اند. نتایج این تحقیق گویای بهبود عملکرد یاتاقان در صورت به‌کارگیری روان‌کار میکروپلار به جای نیوتنی به ویژه در سرعت‌های بالا و در شرایط تقویت خواص میکروپلاریته روان‌کار است. همچنین بهبود عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور در مقایسه با نوع مدور مشابه از نتایج این پژوهش است. چتی [۱۹] اثر پارامترهای مشخصه سیال میکروپلار بر رفتار دینامیکی خطی یاتاقان‌های چهار لب را بررسی کرد. نتایج این پژوهش بهبود ضرایب سختی و میرایی با جایگزینی سیال نیوتنی با میکروپلار را نشان می‌دهد. تأثیر نسبت طول به قطر بر عملکرد یاتاقان‌های دو لب دارای سد فشاری با روان‌کار میکروپلار توسط شرما و کریشنا [۲۰] بررسی گردید. یاتاقان‌های مورد مطالعه دارای یک سد فشاری در لب بالایی

4- Critical Mass Parameter

5- Whirl Frequency Ratio

6- Steady State and Dynamic Performance Parameters

1- Stiffness and Damping Coefficients

2- Dynamic Stability

3- Pressure Dam

شرط مرزی رینولدز جهت تعیین نقطه انتهایی فیلم فشاری همگرا<sup>۵</sup> متناظر با آغاز ناحیه کاویتاسیون، می‌توان به تحلیل معادله رینولدز در حالت استاتیکی پرداخت و توزیع فشار فیلم روان کار را استخراج نمود. پس از تعیین فشار روان کار در شرایط دوران پایدار روتور، پارامترهای عملکرد استاتیکی مورد نیاز در ارزیابی رفتار دینامیکی مجموعه به دست می‌آیند [۱۳].

#### الف) بار قابل حمل توسط یاتاقان

$$\begin{bmatrix} F_{X0} \\ F_{Y0} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} F_{X0}^i \\ F_{Y0}^i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \int_{-1}^{+1} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} p_{oi} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\theta dz \quad (۴)$$

کمیت‌های  $F_{X0}$  و  $F_{Y0}$  در رابطه (۴) به ترتیب به مؤلفه‌های بی‌بعد بار قابل حمل یاتاقان در راستای محورهای مختصات  $X$  و  $Y$  اشاره دارند. برآیند کلی بار قابل حمل توسط یاتاقان پس از تعیین مؤلفه‌های آن در راستای محورهای قائم مختصات از روابط فوق، بفرم ذیل قابل محاسبه است [۱۴]:

$$W_0 = \frac{2\bar{C}_m^2}{\mu\bar{\omega}\bar{R}^3\bar{L}} \bar{W}_0 = \sqrt{F_{X0}^2 + F_{Y0}^2} \quad (۵)$$

#### ب) زاویه وضعی<sup>۶</sup>

مقدار زاویه وضعی با توجه به موقعیت تعادل استاتیکی مرکز روتور برای رسیدن به بار برآیند عمودی، از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\theta_0 = \text{Arc tan}(-X_{J0}/Y_{J0}) \quad (۶)$$

#### ۲-۲- تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور

تحلیل دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال برای تعیین وضعیت پایداری محور در صورت بروز هر گونه اغتشاش، مسأله‌ای پر اهمیت است. در صورت ناتوانی یاتاقان و سامانه روان کاری در کاهش دامنه اختلالات حرکتی روتور، امکان تماس سطوح محور و پوسته یاتاقان و مختل شدن کامل فعالیت سامانه دوار وجود دارد. در ادامه به روند تحلیل دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال با مدل غیرخطی پرداخته شده است.

#### الف) تحلیل پایداری با مدل دینامیکی غیرخطی

در مدل دینامیکی غیرخطی موقعیت مرکز روتور پس از خروج از نقطه تعادل استاتیکی با محاسبه گام به گام مؤلفه‌های نیروی اغتشاشی وارد بر روتور مشخص می‌گردد.

روان کاری با کمک معادله رینولدز حاکم و به کارگیری دیگر روابط نظیر معادلات دینامیکی حرکت روتور<sup>۱</sup> در فضای یاتاقان قابل ارزیابی هستند.

#### ۲-۱- مشخصه‌های عملکرد استاتیکی

تعیین قابلیت حمل بار<sup>۲</sup>، توزیع فشار فیلم سیال روان کار و موقعیت تعادل استاتیکی مرکز روتور<sup>۳</sup> علاوه بر مشخص کردن ویژگی‌های رفتاری استاتیکی یاتاقان، در تعیین مشخصه‌های پایداری دینامیکی نیز نقش موثری دارند. فرایند محاسبه پارامترهای عملکرد استاتیکی یاتاقان با سیال میکروپلار مشابه با روان کاری نیوتنی بوده و تنها نتایج توزیع فشار حاصل از تحلیل معادله رینولدز اصلاحی برای مدل میکروپلار باید در آنها به کار گرفته شود. همچنین با توجه به اینکه یاتاقان‌های غیرمدور در قیاس با مدور، از کنار هم قرار گرفتن چندین یاتاقان جزئی به نام لب تشکیل می‌شوند، عملکرد این یاتاقان‌ها از برآیند خروجی تمامی لب‌ها قابل محاسبه می‌باشد.

معادله رینولدز اصلاحی بی‌بعد حاکم بر روان کاری میکروپلار یاتاقان ژورنال هیدرو دینامیکی سه لب با فرض شرایط هم‌دما، طول محدود یاتاقان و ضلبيت روتور عبارتست از [۲۱]:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \psi(N, l_m, h) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{\bar{D}}{\bar{L}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi(N, l_m, h) \frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (۱)$$

$$= 6 \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial \tau}$$

$$\psi(N, A, h) = h^3 + 12 \frac{h}{l_m^2} - 6 \frac{N h^2}{l_m} \coth \left( \frac{N h l_m}{2} \right) \quad (۲)$$

که  $h$  ضخامت فیلم روان کار و کمیت‌های  $N$  و  $l_m$  به خواص میکروپلار رتبه روان کار اشاره دارند. با صرف نظر از اثرات زمانی، معادله رینولدز حاکم بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های غیرمدور به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \psi(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{\bar{D}}{\bar{L}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) \quad (۳)$$

$$= 6 \frac{\partial h_0}{\partial \theta}$$

با توجه به تقارن توزیع فشار حول صفحه میانی راستای طولی<sup>۴</sup> یاتاقان، صفر بودن فشار در دو انتهای یاتاقان به سبب برابری فشار این نقاط با فشار محیط و همچنین به کارگیری

1- Dynamic Equations of Rotor Motion

2- Load Carrying Capacity

3- Static Stable Point of Rotor Center

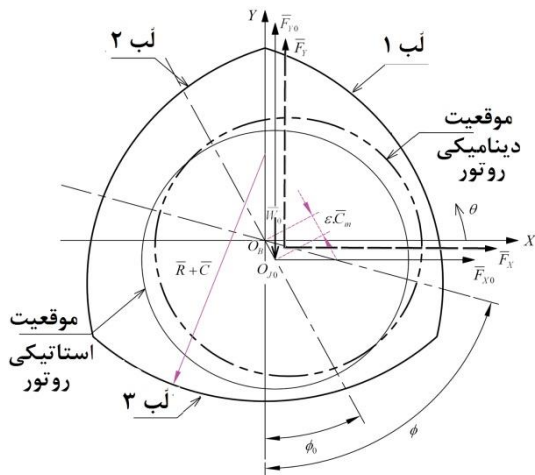
4- Mid Plane of the Longitudinal Direction

5- Positive Incompressible Film

6- Attitude Angle

$$\bar{m}_r \frac{d^2 \bar{X}}{d\bar{t}^2} = (\bar{F}_X - \bar{F}_{X0}) + \bar{m}_r \bar{\rho} \bar{\omega}^2 \cos \bar{\omega} \bar{t} \quad (الف-۸)$$

$$\bar{m}_r \frac{d^2 \bar{Y}}{d\bar{t}^2} = (\bar{F}_Y - \bar{F}_{Y0}) + \bar{m}_r \bar{\rho} \bar{\omega}^2 \sin \bar{\omega} \bar{t} \quad (ب-۸)$$



شکل (۲): موقعیت روتور در شرایط استاتیکی و دینامیکی در فضای لقی یاتاقان ژورنال غیرمدور سه لب.

در روابط فوق  $(\bar{F}_X, \bar{F}_Y)$  و  $(\bar{F}_{X0}, \bar{F}_{Y0})$  معرف مؤلفه‌های نیروهای دینامیکی و استاتیکی وارد بر روتور ناشی از فشار روان کار هستند. همچنین جرم روتور،  $\bar{m}_r$  میزان خروج از مرکزی یا نامتوازنی جرمی روتور و  $(\bar{X}, \bar{Y})$  مؤلفه‌های جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در راستای محورهای مختصات نسبت به موقعیت تعادلی  $(\bar{X}_{J0}, \bar{Y}_{J0})$  بوده و به صورت ذیل تعریف می‌شوند:

$$\bar{X} = \bar{X}_J - \bar{X}_{J0}, \quad \bar{Y} = \bar{Y}_J - \bar{Y}_{J0} \quad (۹)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد زیر

$$\bar{X} = \bar{C}_m X, \quad \bar{Y} = \bar{C}_m Y \quad (۱۰)$$

$$M = (\bar{C}_m \bar{\omega}^2 / \bar{W}_0) \bar{m}_r, \quad \rho = (\bar{m}_r \bar{\omega}^2 / \bar{W}_0) \bar{\rho}$$

فرم بی‌بعد معادله (۸) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A_X = \frac{d^2 X}{d\tau^2} = \frac{F_X - F_{X0}}{M} + \frac{\rho}{M} \cos(\tau) \quad (الف-۱۱)$$

$$A_Y = \frac{d^2 Y}{d\tau^2} = \frac{F_Y - F_{Y0}}{M} + \frac{\rho}{M} \sin(\tau) \quad (ب-۱۱)$$

با معرفی متغیرهای ذیل:

$$S_1 = X, \quad S_2 = Y, \quad S_3 = V_X, \quad S_4 = V_Y \quad (۱۲)$$

اختلاف بین نیروهای دینامیکی و استاتیکی در هر گام زمانی، عامل مؤثر بر سرعت و شتاب روتور در گام بعدی قلمداد می‌شود. موقعیت تعادلی مرکز روتور  $(\bar{X}_{J0}, \bar{Y}_{J0})$ ، فشار استاتیکی روان کار  $(p_0)$  و نیروهای وارد بر محور در شرایط پایدار  $(\bar{F}_{X0}, \bar{F}_{Y0})$ ، از حل معادلات (۳) و (۴) قابل تعیین هستند. همچنین محاسبه فشار دینامیکی  $(p)$  و نیروهای اغتشاشی متناظر  $(\bar{F}_X, \bar{F}_Y)$  از حل معادلات (۱) و (۴) امکان‌پذیر است. شرایط مرزی در حل معادله وابسته به زمان (۱) برای استخراج توزیع فشار دینامیکی عبارتند از:

$$p(\theta_1^n, z, \tau) = 0 \quad (الف-۷)$$

$$p(\theta, \pm 1, \tau) = 0 \quad (ب-۷)$$

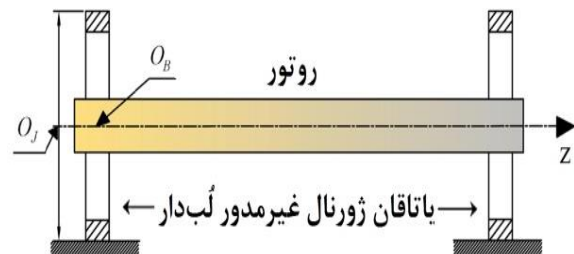
$$p(\theta_2^n, z, \tau) = dp(\theta_2^n, z, \tau)/d\theta = dp(\theta, 0, \tau)/dz = 0 \quad (ج-۷)$$

$$p(\theta, z, \tau) = p(\theta + 2\pi, z, \tau) \quad (د-۷)$$

عبارات فوق به فشار دینامیکی صفر مرزها، به‌کارگیری شرط مرزی رینولدز در تعیین محل رخداد پدیده کاویتاسیون در لب‌ها، تقارن توزیع فشار نسبت به صفحه میانی راستای طولی و فرض فشار هارمونیک محیطی اشاره دارند.

### ب) معادلات دینامیکی حرکت روتور

جابجایی اغتشاشی مرکز روتور صلب مطابق شکل ۱ سبب اعمال نیروهای جدید نسبت به حالت تعادل استاتیکی از سوی روان کار به روتور خواهد شد. تغییر مقدار نیروهای فیلم سیال در شرایط دینامیکی، شتاب روتور در راستای محورهای مختصات را به دنبال دارد.



شکل (۱): مدل دینامیکی روتور و یاتاقان ژورنال.

با توجه به شکل ۲ معادلات حرکت روتور در راستاهای  $X$  و  $Y$  عبارتند از:

پس از پایدار شدن پاسخ‌ها با سپری شدن مراحل تکرار کافی، بررسی نتایج در قالب دیاگرام‌های مختلفی نظیر نمودار مسیر دینامیکی حرکت مرکز روتور<sup>۲</sup>، دیاگرام دوشاخگی<sup>۳</sup>، طیف توانی<sup>۴</sup> و نگاشت پوانکاره<sup>۵</sup>، امکان تشخیص نوع حرکت اغتشاشی روتور شامل نوسانات همگرا به موقعیت تعادل<sup>۶</sup>، پاسخ‌های هارمونیک<sup>۷</sup>، هارمونیک جزئی<sup>۸</sup>، شبه تناوبی<sup>۹</sup> و رفتارهای آشوبی<sup>۱۰</sup> و شرایط پایداری یاتاقان را فراهم خواهد نمود.

### ۳- بررسی عددی

در پژوهش حاضر تأثیر میزان بار خارجی وارد بر مجموعه تکیه‌گاهی به عنوان عامل موثر بر نسبت خروج از مرکزی روتور دارای نامتوازنی جرمی بر رفتار دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور سه‌لب با رژیم روان کاری میکروپلار بررسی شده است.

همانگونه که از فلوجارت شکل ۳ مشاهده می‌شود، ارزیابی رفتار دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال مورد ارزیابی با تعیین توزیع فشار استاتیکی روان کار آغاز می‌شود. به این منظور ابتدا موقعیت تعادلی مرکز روتور در فضای یاتاقان با حل معادله (۳) که با حذف اثرات زمانی از معادله (۱) به دست آمده، معین می‌گردد. فرم اجزای محدود معادله (۳) برای تعیین توزیع فشار استاتیکی ایجاد شده در فیلم روان کار یاتاقان به صورت رابطه (۱۵) بیان می‌گردد.

$$\iint_{A_e} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) - 6 \frac{\partial h_0}{\partial \theta} \right\} N_i^e d\theta dz = 0 \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $N_i^e$  تابع تقریب و  $A_e$  سطح المان مورد بررسی می‌باشند. با توجه به دامنه مش‌بندی شده یاتاقان، تابع  $p_0$  را می‌توان به فرم رابطه (۱۶) تقریب زد.

می‌توان معادلات حرکت را مطابق رابطه (۱۳) به حوزه فضای حالت منتقل کرد [۲۱].

$$\frac{dS_1}{d\tau} = S_3 \quad (13-الف)$$

$$\frac{dS_2}{d\tau} = S_4 \quad (13-ب)$$

$$\frac{dS_3}{d\tau} = \frac{F_X - F_{X0}}{M} + \frac{\rho}{M} \cos(\tau) \quad (13-ج)$$

$$\frac{dS_4}{d\tau} = \frac{F_Y - F_{Y0}}{M} + \frac{\rho}{M} \sin(\tau) \quad (13-د)$$

پارامترهای  $V_X$  و  $V_Y$  در رابطه (۱۲) به مؤلفه‌های سرعت روتور اشاره دارند. روابط (۱) و (۱۳) نمایشگر معادلات حاکم بر رفتار یک سامانه دینامیکی غیرخطی هستند که شکل کلی معادلات آن عبارتست از:

$$\frac{dS_i}{d\tau} = f_i(p, S_1, S_2, S_3, S_4, \tau) \quad (14-الف)$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$p_i = g_i(S_1, S_2, S_3, S_4) \quad (14-ب)$$

$$i = 1, 2, \dots, n_f$$

پارامتر  $n_f$  به تعداد نقاط نمونه منتخب روی دامنه مسأله اشاره دارد. مسیر تحلیل رفتار دینامیکی با تعیین نقطه تعادل استاتیکی آغاز و پارامترهای مورد نیاز حل دینامیکی از خروجی تحلیل استاتیکی فراهم می‌شوند. در ابتدا معادله رینولدز حاکم در حالت استاتیکی حل شده و پارامترهای  $(X_{J0}, Y_{J0})$  و  $p_0$  برای استفاده در تحلیل دینامیکی با روش حل عددی المان محدود [۲۱] استخراج می‌شوند. مقادیر مؤلفه‌های سرعت اولیه مرکز روتور و بارهای اغتشاشی خارجی  $(V_X, V_Y, DW_X, DW_Y)$  برابر صفر فرض می‌شوند. همچنین برای لحاظ اثرات زمانی در انتگرال‌گیری معادله (۱۴) از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار<sup>۱</sup> استفاده شده است. با این روش، محاسبه مقادیر مؤلفه‌های شتاب، سرعت و جابجایی مرکز روتور در هر گام زمانی امکان‌پذیر است. نتایج حاصل از حل معادلات دینامیکی در هر مرحله به عنوان پارامتر ورودی گام زمانی بعدی استفاده می‌شوند. همچنین در هر گام، مکان جدید قرارگیری مرکز روتور برای تعیین ضخامت فیلم روان کار، توزیع فشار و بزرگی نیروهای دینامیکی حاصل از آن به کار گرفته می‌شود.

- 2- Dynamic Trajectory of Rotor Center
- 3- Bifurcation Diagram
- 4- Power Spectrum
- 5- Poincare Map
- 6- Converging Disturbances to the Static Stable Point
- 7- Harmonic Responses
- 8- Sub-Harmonic
- 9- Quasi-Periodic-
- 10- Chaotic Behaviour

1- 4th Order Runge-Kutta Method

با جایگذاری معادله (۱۷) در رابطه (۱۶) و ساده‌سازی روابط انتگرالی، فرم نهایی معادلات اجزای محدود روی هر المان معین از دامنه مسأله عبارتست از:

$$[F]^e \{p\}^e + \{Q\}^e = \{V\}^e \quad (18)$$

ماتریس ضرایب  $F$  و بردارهای  $Q$  و  $V$  فوق برای هر المان خاص با روابط (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) تعریف می‌شوند.

$$F = \iint_{A_e} \left\{ \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial N_k^e}{\partial \theta} \frac{\partial N_m^e}{\partial \theta} + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial N_k^e}{\partial z} \frac{\partial N_m^e}{\partial z} \right) \right\} d\theta dz \quad (19)$$

$$Q_{ie,k} = \phi_{S_e} \left[ \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0^e}{\partial \theta} - 6h_0 \right] N_k^e dz \quad (20)$$

$$+ \phi_{S_e} \left( \frac{D}{L} \right)^2 \left[ \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0^e}{\partial z} \right] N_k^e d\theta$$

$$V = \iint_{A_e} \left\{ 6h_0 \frac{\partial N_k^e}{\partial \theta} \right\} d\theta dz \quad (21)$$

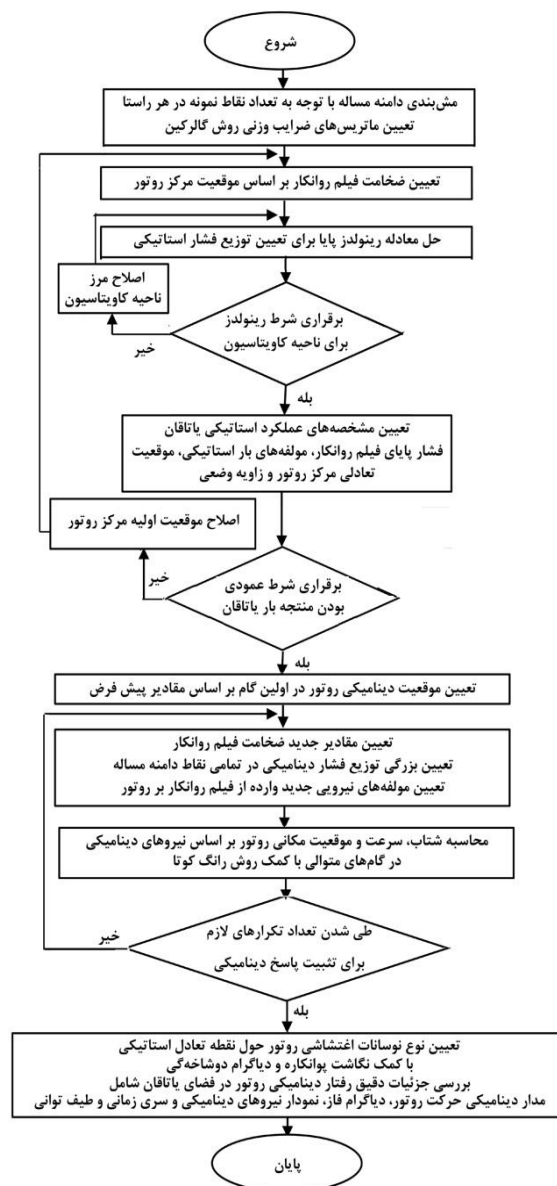
در معادلات فوق  $S_e$  بیانگر مرزهای المان مورد بررسی می‌باشد. بازنویسی رابطه (۱۸) برای تمامی المان‌های دامنه، معادله (۲۲) را به دست خواهد داد.

$$[F]_{n_f \times n_f} \{p_0\}_{n_f \times 1} + \{Q\}_{n_f \times 1} = \{V\}_{n_f \times 1} \quad (22)$$

در رابطه فوق پارامتر  $n_f$  به تعداد تمامی نقاط نمونه منتخب روی دامنه مسأله اشاره دارد. با حل دستگاه معادلات رابطه (۲۲) توزیع فشار استاتیکی درون فیلم سیال روان کار یاتاقان قابل تعیین می‌باشد [۲۲].

پس از تعیین فشار استاتیکی در فیلم سیال روان کار، مؤلفه‌های نیروهای استاتیکی تحمیلی روان کار به روتور از توزیع فشار استاتیکی توسط معادله (۴) تعیین می‌گردند. با توجه به اغتشاش مفروض صورت گرفته در موقعیت قرارگیری و یا وضعیت بارگذاری محور، توزیع فشار دینامیکی یاتاقان و مؤلفه‌های نیروی اغتشاشی وارد بر محور در گام نخست به کمک معادله (۱) و شرایط مرزی معادله (۷) محاسبه و با جایگذاری آنها به همراه مقادیر نامتوازنی جرمی روتور در معادلات حرکت روابط (۱۱) و (۱۳) بازنویسی شده با روش رانگ-کوتا، مؤلفه‌های جابجایی، سرعت و شتاب روتور در گام بعدی محاسبه شده و برای ادامه حل مورد استفاده قرار می‌گیرند. فاصله بین گام‌های متوالی در حل زمانی معادلات با روش رانگ-کوتا برابر  $\Delta\tau = \pi/300$  انتخاب شده است [۲۱].

ویژگی‌های سامانه روتور- یاتاقان ژورنال مورد ارزیابی در جدول ۱ اشاره گردیده‌اند. تغییرات سایر مشخصه‌های



شکل (۳): الگوریتم تعیین ماهیت رفتار اغتشاشی روتور در فضای یاتاقان ژورنال با مدل تحلیلی غیرخطی.

$$p_0^e = \sum_{j=1}^{n_e} N_j^e p_{0j}(\tau) \quad (16)$$

در رابطه فوق  $e$  به یک المان مشخص،  $n_e$  تعداد گره‌های المان،  $N_j^e$  توابع شکل منتخب و  $p_{0j}$  مقدار گرهی تابع فشار استاتیکی می‌باشند. بررسی‌ها از همگرایی سریع‌تر، کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت نتایج با به‌کارگیری المان‌های مستطیلی خطی ایزوپارامتریک و توابع شکل متناسب با آنها به‌صورت رابطه (۱۷) حکایت دارد [۲۲].

$$N_i(\eta, \zeta) = \frac{1}{4} (1 + \zeta \zeta_i) (1 + \eta \eta_i) \quad (17)$$



سرعت زاویه‌ای نوسانات مرکز روتور حول نقطه تعادل به سرعت دورانی معمول روتور) بوده و شاخصی برای تغییرات دامنه پایداری مجموعه خواهد بود.

نمودار نیروهای دینامیکی تغییرات نیروهای اغتشاشی تحمیلی به روتور با تغییر در پارامترهای سامانه را نمایش می‌دهد. بزرگی مؤلفه‌های جابجایی، سرعت و شتاب روتور در هر گام به تغییرات نیروهای دینامیکی وابسته است. همچنین با توجه به نقش مولد نیروهای دینامیکی در پیدایش نوسانات اغتشاشی روتور، فاصله گرفتن بزرگی این نیروها از حالت استاتیکی، تشدید اغتشاشات حرکتی روتور درون یاتاقان را به دنبال دارد.

چگونگی تغییرات پارامترها با گذشت زمان توسط نمودارهای سری زمانی به سادگی قابل ارزیابی است. تشخیص وضعیت، نوع، دامنه و دوره تناوب اغتشاشات نوسانی با کمک نمودارهای سری زمانی امکان‌پذیر است. با توجه به دشواری تشخیص نوع نوسانات و فرکانس‌های غالب آنها، انتقال نتایج سری‌های زمانی به حوزه فرکانس در نمودارهای طیف توانی می‌تواند شرایط تحلیل عملکرد دینامیکی سامانه در وضعیت‌های مختلف را تسهیل کند. نمودار طیف توانی با اعمال تبدیل فوریه سریع<sup>۱</sup> بر سیگنال اغتشاشی خروجی در حوزه زمان حاصل می‌شوند.

نگاشت پوانکاره از ابزارهای کلاسیک مورد استفاده در تحلیل رفتار سامانه‌های دینامیکی به شمار می‌آید. تصویر نگاشت پوانکاره را می‌توان با استفاده از تعیین محل تقاطع مسیر دینامیکی نوسانات اغتشاشی روتور با صفحه مفروض قرار گرفته در راستای مقطع عرضی این نوسانات تعیین نمود. وضعیت قرارگیری نقاط تقاطع روی صفحه نگاشت پوانکاره نیز گویای نوع رفتارهای دینامیکی سامانه در شرایط مختلف است. دیاگرام دوشاخگی از نمایش همزمان نتایج نگاشت پوانکاره در ازای تغییر هر یک از پارامترهای مشخصه طراحی و روان کاری یاتاقان‌های ژورنال قابل دستیابی می‌باشد. نتایج این دیاگرام علاوه بر نمایش نوع رفتار مجموعه در شرایط خاص، ماهیت کلی رفتار دینامیکی سامانه در ازای تغییر یک پارامتر خاص را نشان داده و امکان تشخیص مطلوب‌تر تاثیر هر یک از پارامترهای مشخصه طراحی و روان کاری یاتاقان بر پاسخ دینامیکی مجموعه تکیه‌گاهی را فراهم می‌آورد.

مجموعه با توجه به چگونگی انتخاب پارامترهای طراحی و روان کاری و داده‌های جدول ذیل قابل محاسبه می‌باشند.

**جدول (۱):** پارامترهای منتخب برای تحلیل رفتار دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور سه لب با مدل غیرخطی.

نماد	پارامتر	مقدار	واحد
$\bar{\mu}$	ویسکوزیته روان کار پایه	$6/5 \times 10^{-2}$	Pa.s
$\bar{R}$	شعاع محور	0.075	m
$\bar{C}_m$	لقی شعاعی کمینه	$375 \times 10^{-6}$	m
$\bar{\omega}$	سرعت چرخش روتور	5000	rpm
$\bar{\rho}_f$	چگالی سیال روان کار	868	kg/m <sup>3</sup>
$M_f$	پارامتر جرم بی‌بعد	20	-

در بررسی حاضر شرایط اولیه رابطه (۲۳) به منظور ارزیابی رفتار دینامیکی غیرخطی یاتاقان سه لب مورد استفاده قرار گرفته است. بر این اساس رابطه موقعیت روتور در گام نخست حل دینامیکی نسبت به موقعیت تعادل استاتیکی اندکی جابجا شده و مؤلفه‌های اولیه سرعت و بارگذاری اغتشاشی محور در شروع تحلیل برابر صفر فرض می‌شوند.

$$\begin{aligned} X &= +0.1, & Y &= -0.1 \\ V_X &= 0, & V_Y &= 0 \\ \Delta W_X &= 0, & \Delta W_Y &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

به منظور حذف اثر شرایط اولیه مفروض، از نتایج ۵۰۰۰۰۰ گام اولیه حل در تمامی ارزیابی‌ها صرف نظر شده است. در تمامی حالات پس از طی شدن تعداد چرخه‌های مفروض جهت پایدار شدن پاسخ، نتایج در قالب دیاگرام‌هایی ارائه و بررسی شده‌اند. نمودار مسیر دینامیکی از ترسیم مؤلفه‌های مختصات جابجایی اغتشاشی روتور حول نقطه تعادل استاتیکی ایجاد شده است. تعداد منحنی‌های مجزای قابل مشاهده روی نمودار مسیر دینامیکی به وضوح گویای نوع پاسخ دینامیکی روتور در قالب رفتارهای متناوب،  $KT$  تناوبی، شبه نوسانی و آشوبی می‌باشد. همچنین وسعت دامنه این منحنی‌ها با تغییر پارامترهای مشخصه یاتاقان از تشدید و یا تضعیف اغتشاشات حرکتی مجموعه حکایت دارد. در نمودارهای تصویر فاز چگونگی تغییرات مؤلفه‌های سرعت مرکز روتور تحت تاثیر نیروهای دینامیکی در شرایط مختلف نمایش داده می‌شود. با توجه به فرض سرعت دورانی ثابت روتور حول محور طولی خود، تغییر مؤلفه‌های سرعت اغتشاشی به معنای تغییر فرکانس چرخش گردابی (نسبت

1- Fast Fourier Transform- FFT

۴- بحث و بررسی پیرامون نتایج

**جدول (۲):** ارزیابی تأثیر پریلود ( $\delta$ ) بر پارامتر جرم بحرانی ( $M_C$ ) و نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) مرکز روتور با استفاده از مدل تحلیلی دینامیکی غیرخطی یاتاقان ژورنال غیرمدور سه لب با روان کار میکروپلار  $\lambda = 1/0$ ،  $\varepsilon = 0/5$ ،  $N^2 = 0/5$ ،  $l_m = 9/0$ .

FEM		GDQ		$\delta$
$M_C$	$\gamma$	$M_C$	$\gamma$	
۲۲/۶۸	۰/۴۱۱	۲۲/۲۶	۰/۴۰۳	۰/۵
۱۷/۰۳	۰/۴۴۴	۱۶/۸۵	۰/۴۳۸	۰/۶
۱۲/۳۱	۰/۴۷۶	۱۲/۲۴	۰/۴۷۲	۰/۷
۸/۷۸	۰/۵۱۲	۸/۷۶	۰/۵۱۴	۰/۸
۸/۹۳	۰/۵۰۱	۸/۹۷	۰/۵۰۴	۰/۹

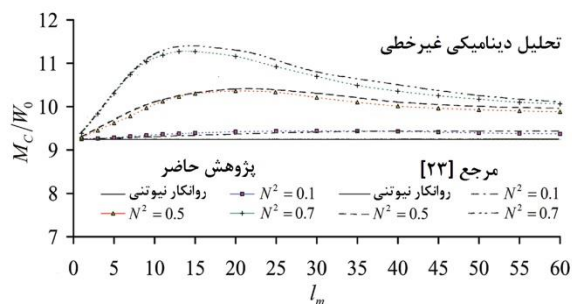
نتایج جدول ۲ موید محدود شدن دامنه پایداری دینامیکی یاتاقان‌های سه لب در قالب کاهش  $M_C$  و افزایش  $\gamma$  با کاهش میزان غیرمدوری است. همچنین بررسی جدول ۲ اختلاف اندک نتایج به دست آمده با کمک روش‌های  $FEM$  و  $GDQ$  را نشان داده و امکان استفاده از آنها در تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های سه لب را تأیید می‌کند.

تأثیر نسبت خروج از مرکزی ( $\varepsilon$ ) بر توزیع فشار روان کار، قابلیت حمل بار و زاویه وضعی یاتاقان سه لب به ترتیب در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نمایش داده شده است.

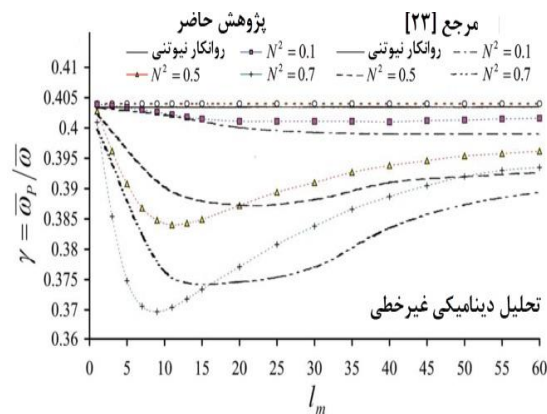
با توجه به نتایج شکل ۶ با افزایش میزان  $\varepsilon$ ، توزیع فشار قویتری درون فیلم روان کار تشکیل می‌شود. میزان تغییرات فشار استاتیکی برای مقادیر بزرگ  $\varepsilon$ ، به مراتب از مقادیر کوچک آن بیشتر می‌شود. همچنین مرز انتهایی گستره فیلم فشاری همگرا و یا مکان پیدایش کاویتاسیون ( $\theta_{cav}$ ) در لب‌ها با تغییر  $\varepsilon$  جابجا می‌گردد. نتایج شکل ۷ از افزایش قابلیت حمل بار با افزایش  $\varepsilon$  حکایت دارد. با توجه به شکل، بار قابل حمل یاتاقان سه لب در هر مقدار  $\varepsilon$  معین، کوچکتر از یاتاقان مدور مشابه است. دامنه اختلاف بین مقادیر  $W_0$  در پریلودهای مختلف به ازای مقادیر بزرگتر  $\varepsilon$  افزایش می‌یابد. نتایج شکل ۸ کاهش زاویه وضعی یاتاقان سه لب با افزایش  $\varepsilon$  را نشان می‌دهد. بر اساس نمودارهای شکل ۸، در یاتاقان ژورنال سه لب ترکیبی از تغییرات کاهش و افزایشی قابل مشاهده است. تغییرات زاویه وضعی در شرایط مختلف با توجه به ثبات  $\varepsilon$ ، از جابجایی موقعیت تعادلی مرکز روتور برای تحقق بار برابند عمودی حکایت دارد.

پیش از تحلیل عملکرد حالت پایدار و دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه لب، صحت عملکرد برنامه تدوین شده با مقایسه نتایج تحلیل دینامیکی یاتاقان‌های مدور در شکل‌های ۴ و ۵ ارزیابی شده است. نتایج شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب مؤید افزایش  $M_C$  و کاهش  $\gamma$  در یاتاقان‌های ژورنال مدور و به عبارت دیگر بهبود پایداری دینامیکی با تشدید خواص میکروپلاریته روان کار در قالب افزایش  $N$  و کاهش  $l_m$  هستند.

بررسی شکل‌های ۴ و ۵، اختلاف اندک بین نتایج پژوهش حاضر و مراجع را نشان داده و صحت برنامه رایانه‌ای تدوین شده را تأیید می‌کند. همچنین با توجه به ماهیت متفاوت روش‌های اجزاء محدود ( $FEM$ ) و درونیایی مشتق تعمیم یافته ( $GDQ$ )، نتایج تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های سه لب با روان کار میکروپلار با استفاده از آنها استخراج و در جدول ۲ مقایسه شده‌اند.



**شکل (۴):** تغییرات پارامتر جرم بحرانی ( $M_C$ ) بر حسب طول مشخصه سیال روان کار میکروپلار ( $l_m$ ) یاتاقان ژورنال مدور،  $\lambda = 1/0$ ،  $\varepsilon = 0/5$



**شکل (۵):** تغییرات نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) مرکز روتور بر حسب طول مشخصه روان کار میکروپلار ( $l_m$ ) یاتاقان ژورنال مدور،  $\lambda = 1/0$ ،  $\varepsilon = 0/5$

رخداد طیف متنوعی از پاسخ‌های نوسانی در قالب رفتارهای تناوبی،  $KT$  تناوبی و شبه نوسانی با تغییر مقادیر  $\varepsilon$  در حضور نامتوازنی جرمی معین روتور می‌باشد.

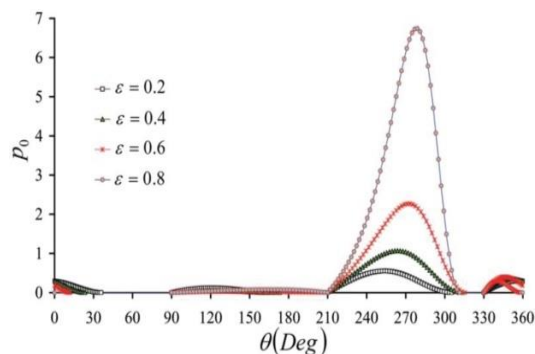
با توجه به نتایج شکل ۸-الف و ب، کارکرد در  $\varepsilon$  بالا با توان میراکنندگی مناسب‌تر رفتارهای اغتشاشی روتور و افزایش پایداری دینامیکی همراه خواهد بود. از اینرو انتخاب پارامترهای طراحی و روان کاری مجموعه در شرایط بارگذاری خارجی معین به نحوی که میزان  $\varepsilon$  برای دستیابی به بار مذکور بزرگتر باشد، می‌تواند به بهبود عملکرد دینامیکی سامانه و پیشگیری از بروز وضعیت‌های دشوار کنترلی، برخورد و سایش بین روتور و یاتاقان و تخریب اجزاء مجموعه منتهی شود. ارزیابی نتایج دیاگرام دوشاخه‌گی شکل ۹-ج نیز موید امکان بروز رفتار دینامیکی متفاوت روتور در فضای یاتاقان‌های ژورنال سه لب در صورت تغییر میزان نامتوازنی جرمی حتی در صورت ثبات سایر مشخصه‌های طراحی و روان کاری مجموعه می‌باشد.

برای  $\varepsilon = 0.5$  مطابق شکل ۱۰ پاسخ دینامیکی از رخداد نوسانات چرخه محدود روتور حول نقطه تعادل حکایت دارد.

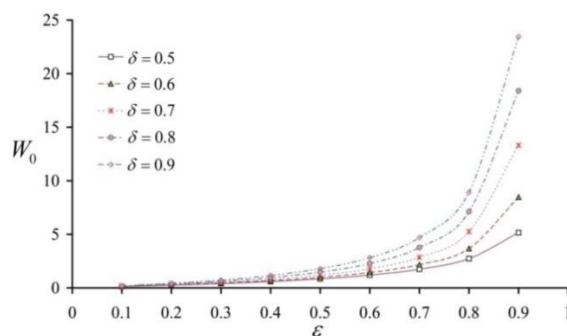
همانگونه که در بخش (ج) شکل ۱۰ دیده می‌شود نقاط تلاقی روتور با صفحه نگاشت پوانکاره تنها شامل یک نقطه به معنای نوسانات تناوبی است.

بخش‌های مختلف شکل ۱۱ بیانگر ظهور پاسخ دینامیکی در قالب اغتشاشات شبه نوسانی در ازای بروز اثرات نامتوازنی جرمی روتور هستند. با توجه به شکل ۹-ب با تغییر  $\varepsilon$  رفتار دینامیکی روتور به سایر حالات شامل اغتشاشات  $KT$  تناوبی تغییر وضعیت خواهد داد.

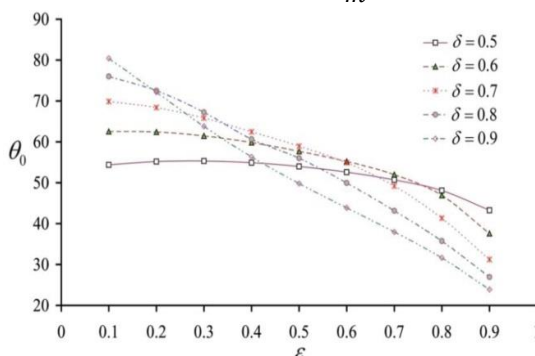
مقایسه دامنه رفتارهای اغتشاشی و تغییرات سری‌های زمانی شکل‌های ۱۰ و ۱۱ و دیاگرام دوشاخگی شکل ۹-ج گویای تضعیف عملکرد دینامیکی یاتاقان‌های سه لب با ایجاد اثرات نامتوازنی جرمی ( $\bar{p}$ ) به ویژه در مقادیر بالای آن است. با توجه به تغییر قابلیت حمل بار یاتاقان ژورنال غیرمدور با تغییر  $\varepsilon$ ، در شرایط بارگذاری معین انتخاب سایر پارامترهای طراحی یاتاقان به نحوی که میزان خروج از مرکزی محور برای دستیابی به بار خارجی معین افزایش یابد، می‌تواند زمینه بهبود وضعیت پایداری دینامیکی یاتاقان را فراهم سازد.



شکل (۶): تأثیر نسبت خروج از مرکزی روتور ( $\varepsilon$ ) بر توزیع فشار ایجاد شده در روان کار ( $p_0$ ) یاتاقان سه لب.  $\delta = 0.6$ ،  $\lambda = 1/0$ ،  $N^2 = 0.5$ ،  $l_m = 9/0$ .

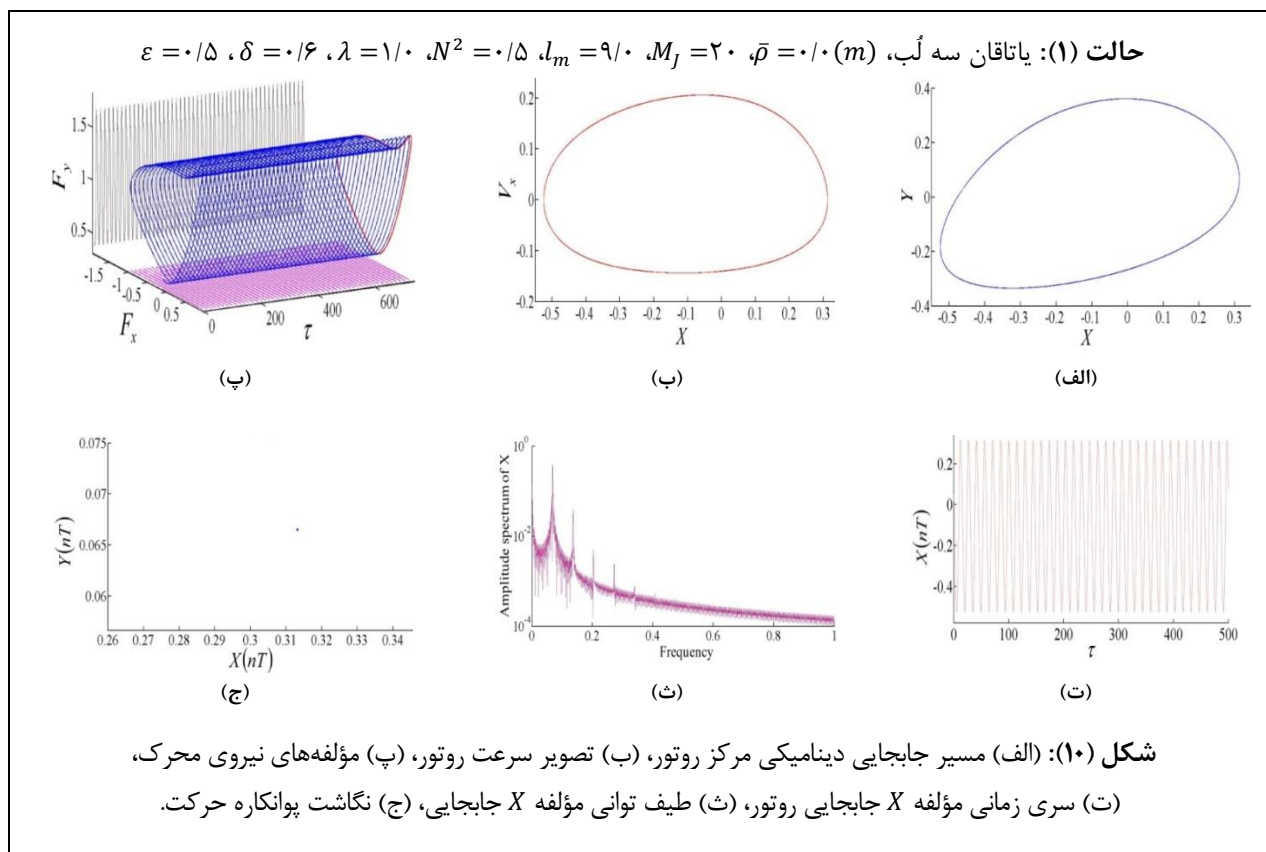
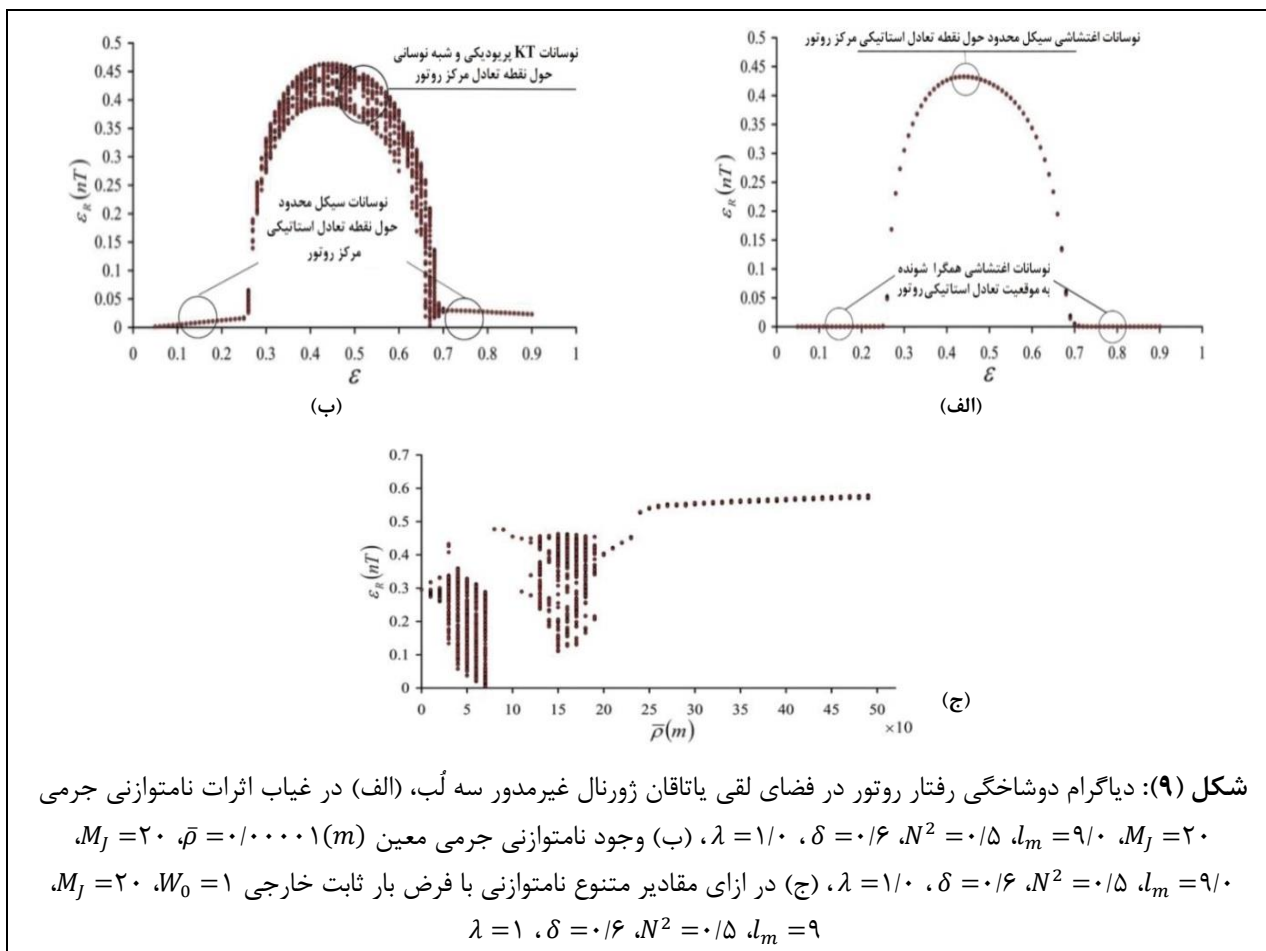


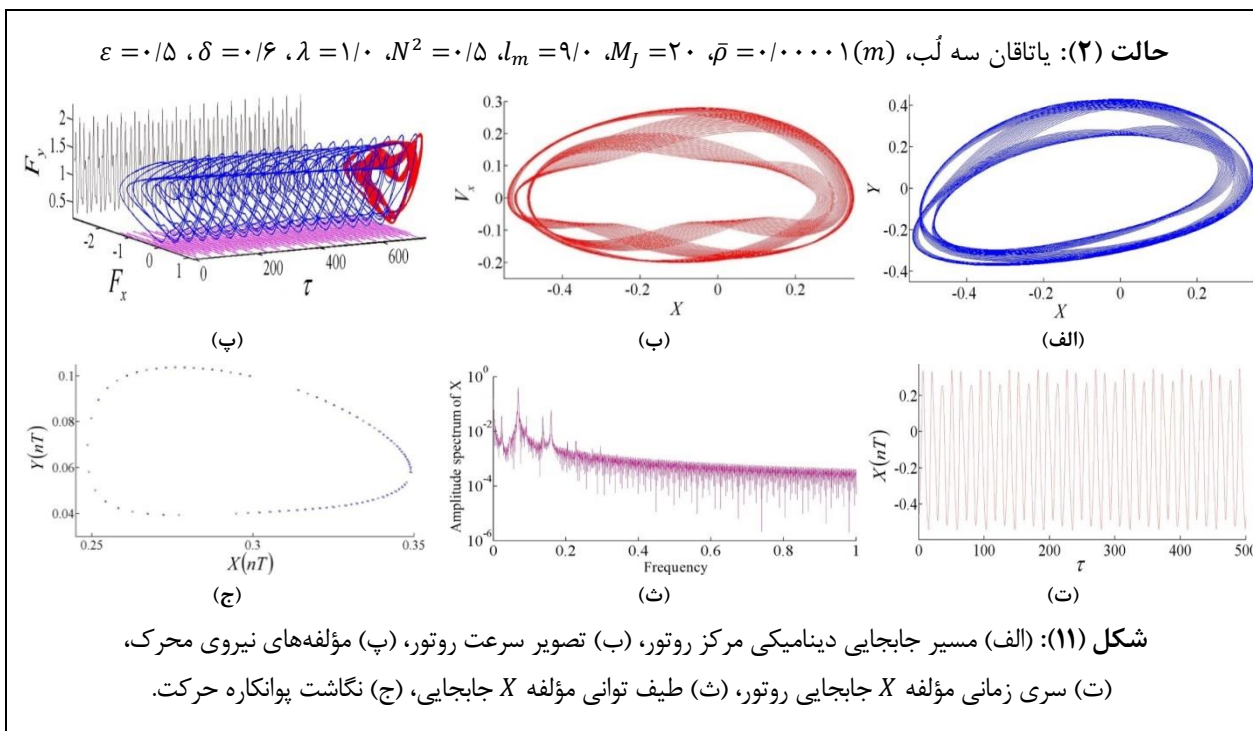
شکل (۷): تأثیر تغییرات نسبت خروج از مرکزی روتور ( $\varepsilon$ ) بر قابلیت حمل بار ( $W_0$ ) یاتاقان غیرمدور سه لب.  $\lambda = 1/0$ ،  $N^2 = 0.5$ ،  $l_m = 9/0$ .



شکل (۸): تأثیر تغییرات نسبت خروج از مرکزی روتور ( $\varepsilon$ ) بر زاویه وضعی ( $\theta_0$ ) یاتاقان ژورنال غیرمدور سه لب.  $\lambda = 1/0$ ،  $N^2 = 0.5$ ،  $l_m = 9/0$ .

دیاگرام دوشاخگی تأثیر تغییرات  $\varepsilon$  بر پاسخ دینامیکی یاتاقان سه لب با روتور نامتوازن در شکل ۹ آمده است. برخلاف پاسخ دینامیکی محدود به نوسانات همگرا به موقعیت تعادل و اغتشاشات تناوبی در غیاب اثرات نامتوازنی مطابق شکل ۹-الف، نتایج شکل ۹-ب گویای امکان





### ۵- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر تأثیر میزان بار خارجی به عنوان عامل موثر بر نسبت خروج از مرکزی روتور نامتوازن جرمی در فضای لقی یاتاقان بر رفتار دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور سه لب با رژیم روان کاری میکروپلار بررسی شده است. در ابتدا نیروهای استاتیکی روان کار از توزیع فشار با حل معادله رینولدز حالت پایدار به کمک روش عددی المان محدود تعیین گردیده است. سپس با توجه به اغتشاش مفروض در موقعیت قرارگیری و یا وضعیت بارگذاری روتور، توزیع فشار دینامیکی و نیروی اغتشاشی روان کار در گام نخست محاسبه و با جایگذاری آنها به همراه مقادیر نامتوازی جرمی روتور در معادلات حرکت و به کارگیری روش رانگ-کوتا، مؤلفه‌های جابجایی، سرعت و شتاب روتور در گام‌های بعدی محاسبه و برای ادامه حل استفاده شده‌اند. نتایج تحلیل معادلات دینامیکی در هر مرحله به عنوان پارامتر ورودی و شرط اولیه گام بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بررسی نتایج پژوهش حاضر در قالب نمودارهای مختلف گویای موارد ذیل هستند:

۱- با افزایش نسبت خروج از مرکزی روتور، فشار قوی‌تری در فیلم روان کار ایجاد و قابلیت حمل بار آن

افزایش می‌یابد. همچنین موقعیت تعادل استاتیکی روتور با افزایش  $\varepsilon$  با کاهش زاویه وضعی  $(\theta_0)$  از محور افقی فاصله گرفته و در نقاط پایین‌تری از فضای یاتاقان مورد سه لب قرار می‌گیرد. ۲- با افزایش  $\varepsilon$  از مقادیر کوچک  $(\varepsilon = 0.1)$ ، دامنه پایداری دینامیکی یاتاقان سه لب در ابتدا روند کاهشی و با عبور  $\varepsilon$  از مقادیر متوسط، روند افزایشی به خود می‌گیرد. در مقادیر بالای  $\varepsilon$  آهنگ گسترش محدوده عملکرد دینامیکی پایدار یاتاقان افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش  $\delta$ ، پایداری دینامیکی یاتاقان سه لب تضعیف و شرایط گسترش محدوده پایداری دینامیکی در مقادیر  $\varepsilon$  بزرگتری محقق می‌شود.

۳- در حضور نامتوازی جرمی روتور طیف گسترده‌ای از رفتارهای اغتشاشی تناوبی،  $KT$  تناوبی و شبه نوسانی از پاسخ دینامیکی مجموعه روتور و یاتاقان غیرمدور سه لب با تغییر  $\varepsilon$  قابل مشاهده می‌باشد. از سوی دیگر به ازای مجموعه‌ای از شرایط طراحی و روان کاری ثابت یاتاقان، افزایش خروج از مرکزی جرمی  $(\bar{\rho})$  روتور نیز خود به تنهایی می‌تواند تغییر نوع پاسخ دینامیکی یاتاقان و تشدید ناپایداری عملکرد مجموعه را به همراه داشته باشد.

## ۶- مراجع

13. Shooroki, A. R., Rahmatabadi, A. D., and Mehrjardi, M. Z. "Effects of Preload, Speed and Eccentricity Ratio of Rotor on the Thermo Hydrodynamic Performance of Two Lobe Journal Bearings", *Amirkabir J. of Mech. Eng.* Vol. 49, No. 4, pp.1-11, 2018. (In persian)
14. Khonsari, M. M., Brew, D. E. "On the Performance of Finite Journal Bearings Lubricated with Micropolar Fluids", *Tribol Trans.* Vol.32, No.2, pp.155-160,1989.
15. Huang, T. W., Weng, C. I., "Dynamic Characteristics of Finite-width Journal Bearings with Micropolar Fluids", *Wear.* Vol. 141, No. 1, pp. 23-33, 1990.
16. Sharma, S., Rattan, S. S. "Micropolar Lubricant Effects on the Performance of a Two- lobe Bearing with Pressure Dam", *Int. J. Eng. Sci. Techno.* Vol. 2 No. 10, pp.5637-5646, 2010.
17. Zare Mehrjardi, M., Dashti Rahmatabadi, A., "Application of Generalized Differential Quadrature Method to Noncircular Two Lobe Journal Bearings' Performance Analysis", *Aerospace Mechanics J.* Vol. 7, No. 4, pp.1-12, 2012. (In persian)
18. Dhawan, R., Verma, S. "Analyzing Micropolar Lubrication in Noncircular Hybrid Bearings", *Tribol T.* Vol. 57, No. 2, pp. 182-189, 2013.
19. Chetti, B. "Static and Dynamic Analysis of Hydrodynamic Four-lobe Journal Bearing with Couple Stress Lubricants", *Jordan J. of Mech. and Indust. Eng.* Vol. 5, No.7, pp.23-28, 2013.
20. Sharma, S., Krishna, C. M. "Effect of L/D Ratio on the Performance of Two-lobe Pressure Dam Bearing: Micropolar Lubricated", *Adv. in Tribology.* Vol. 41, No. 2, pp. 1-7, 2015.
21. Mehrjardi, M. Z., Rahmatabadi, A. D., and Meybodi, R. R. "A Comparative Study of the Preload Effects on the Stability Performance of Noncircular Journal Bearings", *Proc. Ins. Mech. Eng., Part J: J. Eng. Tribol.* Vol. 230, No. 7, pp.797-816, 2016.
22. Meybodi, R. R., Mehrjardi, M. Z., and Rahmatabadi, A. D. "Tilt Angle Effects on the Performance of Micropolar Lubricated Noncircular Journal Bearings", *Ind. Lubr. Tribol.* Vol. 69, No. 4, pp. 536-549, 2017.
23. Das, S., Guha, S. K., and Chattopadhyay, A. K. "Theoretical Analysis of Stability Characteristic of Hydrodynamic Journal Bearings Lubricated with Micropolar Fluid", *Proc. Ins. Mech. Eng., Part J: J. Eng. Tribol.* Vol. 218, No. 8, pp.45-56, 2000.
1. Mischke, C., and Shigly, J. "Mechanical Engineering Design", McGraw-Hill, New York, United States, 2003.
2. Harrison, W. J. "The Hydrodynamic Theory of Lubrication of Cylindrical Bearing under Variable Load", *Trans. Cambridge. Phil. Soc.* Vol. 22, No. 5, pp.373, 1913.
3. Holmes, A. G., Ettles, C. M., and Mayes, I. W. "A Periodic Behavior of a Rigid Shaft in Short Journal Bearings", *Int. J. Numer. Mech. Engng.* Vol. 12, No. 2, pp.695-702, 1978.
4. Fulel, A., Zhensong, Z. "Periodic, Quasi-Periodic and Chaotic Vibrations of a Rub Impact Rotor System Supported on Oil Film Bearings", *Int. J. Engng Sci.* Vol. 5, No. 6, pp.963- 973, 1997.
5. Cai, W., Chang, J., and Chao, K. "Chaos and Bifurcation of a Flexible Rub Impact Rotor Supported by Oil Film Bearings with Nonlinear Suspension", *Mech. Mach. Theory.* Vol. 42, No. 3, pp.312-333, 2007.
6. Cai, W., Chao, K. "Bifurcation and Chaos Analysis of a Flexible Rotor Supported by Turbulent Long Journal Bearings", *Chaos Soliton Fract.* Vol. 34, No. 2, pp.1160- 1179, 2007.
7. Chang-Jian, C.W. "Non-linear Dynamic Analysis of Dual Flexible Rotors Supported by Long Journal Bearings", *Mech. Mach. Theory.* Vol. 45, No. 6, pp.844-866, 2010.
8. Jang, J. Y., Khonsari, M. M. "On the Characteristics of Misaligned Journal Bearings", *Lubricants.* Vol. 3, No. 2, pp.27-53, 2015.
9. Chatterton, S., Dang, P. V., Pennacchi, P., De Luca, A., and Flumina, F. "Experimental Evidence of a Two-axial Groove Hydrodynamic Journal Bearing Under Severe Operation Conditions", *Tribol. Int.* Vol. 109, No. 2, pp.416-427, 2017.
10. Malik, M., Chandra, M., and Sinhasan, R. "Design Data for Three Lobe Bearing", *ASLE Trans.* Vol. 24, No. 1, pp.171-178, 1981.
11. Adiletta, G., Mancusi, E., and Strano, S. "Nonlinear Behavior Analysis of Rotor on Three-lobe Wave Bearing", *Tribol. Int.* Vol. 21, No. 7, pp.42-54, 2011.
12. Rahmatabadi, A. D., Shooroki, A. R., and Mehrjardi, M. Z. "Investigation of the Geometry Effects on the Thermo-hydrodynamic Performance of Noncircular Journal Bearings", *Modares Mech. Eng.* Vol. 16, No. 5, pp.111-122, 2016. (In persian)

