

مطالعه‌ی عددی پدیده‌ی جویبار در لوله‌ی  
حائل صوتی حرارتی

Original Article

محسن بهرامی\* (دانشجوی ارشد)

محسن کریمی (دکتری)

کاوه قربانیان (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار نمونه‌ی ناخواسته‌ی پدیده‌ی جویبار در لوله‌ی حائل موتور گرم‌صوتی استرلینگ مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی عددی جویبار داخل لوله، با حل یک معادله‌ی موج آغاز می‌شود. اثرات جویبار در حل یک معادله‌ی ناپدید می‌شود؛ بنابراین جواب آن به عنوان شرایط مرزی جریان نوسانی لوله‌ی تقارن‌محور به کار گرفته می‌شود. این روش، امکان حل عددی را در اجزاء لوله‌ی حائل بدون دسترسی مستقیم به شرایط مرزی فراهم می‌کند. برای حذف جویبار، حل برای لوله‌ی مخروطی و صاف انجام شده است. حل فشار مبنای لوله‌ی حائل صوتی به وسیله‌ی نرم‌افزار شبیه‌سازی عددی با نگاه ساده‌ی ایجاد موج صوت رونده در مجرا، انجام می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که شدت جویبار ( $SF$ ) نسبت به حل آرام لوله‌ی صاف، در حالت آشفته، شیب دادن ملایم به دیواره در انتهای سرد لوله و جاذبه، به ترتیب به میزان ۳۰، ۱۲ و ۷۰ درصد در کاهش اثر جویبار نقش داشته است.

واژگان کلیدی: جویبار، موتور گرم‌صوت استرلینگ، لوله‌ی حائل صوتی، حل عددی.

## ۱. مقدمه

جویبار صوتی، یک جریان متوسط پایاست که با صوت ایجاد می‌شود. این پدیده یک اثر غیرخطی است و نمی‌توان آن را با صوت خطی آنالیز کرد. نقش لوله‌ی حائل حرارتی عبارت است از عبور دادن انرژی صوتی به‌گونه‌ی که انتقال حرارت ناشی از جریان آنتروپی لایه‌ی مرزی، رسانش گرمایی گاز و دیواره‌ی مجرا، تابش و جریان ثانویه‌ی جرمی کمیته شود. پدیده‌ی جویبار صوتی در وسایل و کاربری‌های مختلفی دیده شده است. این پدیده ممکن است مطلوب یا نامطلوب باشد. نمونه‌ی از اثر نامطلوب این پدیده در یخچال یا موتور گرم‌صوتی<sup>۱</sup> دیده می‌شود. وجود جویبار صوتی در لوله‌ی حائل صوتی حرارتی<sup>۲</sup>، باعث انتقال حرارت همرفت و کاهش توان تولیدی می‌شود. در سال ۱۹۹۳، لی و همکارانش<sup>۱</sup> برای اولین بار، ایده‌ی لوله‌ی پالس تیوب با دیواره‌های زاویه‌دار را براساس یافته‌های تحلیلی خود مطرح کردند. السن و سوئیفت<sup>۲</sup> اشاره کردند که می‌توان با پالس تیوب شیب‌دار، جویبار ریلی را کاهش داد. با شیب‌دار کردن دیواره، جویبار غیر صفر تنها در فاصله‌ی از دیواره که با عمق نفوذ<sup>۳</sup> قابل مقایسه است، رخ می‌دهد. با استفاده از این آنالیز و به دلیل تغییرات فاز سرعت در طول لوله، اختلاف دامنه‌ی سرعت در طول پالس تیوب را نمی‌توان به‌کلی حذف کرد.

رات<sup>۴</sup> در سال ۱۹۷۴ اثر انتقال حرارت رسانش روی جویبار صوتی را به

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۵/۶/۱۳۹۵، اصلاحیه ۲۵/۲/۱۳۹۶، پذیرش ۳۶/۳/۱۳۹۶.

DOI:10.24200/J40.2018.6413

صورت تحلیلی برای موج ایستا بررسی کرد. در سال ۲۰۰۵، گالیولینا و همکاران<sup>۴</sup>، پدیده‌ی جویبار را داخل یخچال لوله‌صوتی رزونانس و با استفاده از معادلات متوسط زمانی رات به صورت عددی مدل‌سازی، و نتایج آن را با واقعیت صحت‌سنجی کردند. در سال ۲۰۰۶، ماتویف<sup>۵</sup>، حرارت ناشی از جویبار صوتی قوی آرام را در لوله‌ی حائل حرارتی به روش حجم محدود مدل کرد و نشان داد جاذبه باعث کاهش جویبار می‌شود. فردریکس<sup>۶</sup>، جویبار را داخل یخچال‌های پالس تیوب، برای جریان لرج تراکم‌پذیر ناپایا و با فرض عدد ماخ کم، به صورت تقارن‌محوری به روش اختلاف محدود شبیه‌سازی کرد. نتایج عددی نشان می‌دهد که یک نامتقارنی شار جرمی متوسط در جریان نوسانی وجود دارد که منتج به جریان پایا روی دیواره می‌شود. ساستراپرادجا و همکاران<sup>۷</sup>، جویبار ریلی را با استفاده از معادلات انتقال گرما به در کم‌ترین زمان شبیه‌سازی کردند. در سال ۲۰۱۰، مورات اکتس و همکاران<sup>۸</sup>، اثرات جویبار صوتی روی همرفت گرمایی را در یک مجرا، با استفاده از دیواره‌های افقی گرم شده به روش حجم محدود شبیه‌سازی کردند. آنها نشان دادند گرادیان دمای عمودی، به شدت روی ساختار و سرعت جویبار اثر می‌گذارد. در سال ۲۰۱۲ مورات اکتس<sup>۹</sup>، جویبار صوتی غیریکنواخت را در مجرای گرم‌شده‌ی متقارن به روش حجم محدود شبیه‌سازی کرد. در همین سال، فنگ و همکاران<sup>۱۰</sup> با استفاده از ترفند سینتیک گاز، حرکت جویبار صوتی در یک تشدیدکننده را در دو حالت خطی و غیرخطی (با توجه به دامنه‌ی تحریک) بررسی کردند و الگوی جویبار آشفته را در میدان گذرای دوبعدی به دست آوردند. در سال ۲۰۱۳، گریستنبورگر و همکاران<sup>۱۱</sup>،

ویژگی‌های مختلف گاز، جریان نوسانی و هندسه‌ی حل توضیح داده می‌شود. سپس مدل ریاضی مربوط به جریان نوسانی داخل لوله ارائه می‌شود. در مرحله‌ی بعد، با حل یک مورد مشابه، روش عددی اعتبارسنجی می‌شود. اعتبارسنجی با پروفیل سرعت در فازه‌ها و مکان‌های مختلف لوله انجام می‌گیرد. حساسیت سنجی نسبت به گام زمانی، تعداد شبکه و پارامترهای آشفتگی نمایش داده می‌شود. در آخر درباره‌ی نتایج حل عددی بحث می‌شود.

مقاله‌ی ارائه‌شده اولین تحلیل عددی از پدیده‌ی جویبار داخل لوله‌ی حائل موتور گرماصوتی استرلینگ است که شدت و ضعف این پدیده را به‌صورت محلی در بخش‌های طولی و عرضی لوله‌ی حائل حرارتی ارزیابی می‌کند. با استفاده از شبیه‌سازی انجام‌شده می‌توان محل جویبار صوتی با شدت بیشتر را یافت و با ارائه‌ی راهکارهایی شدت آن را با تغییر هندسه کاهش داد.

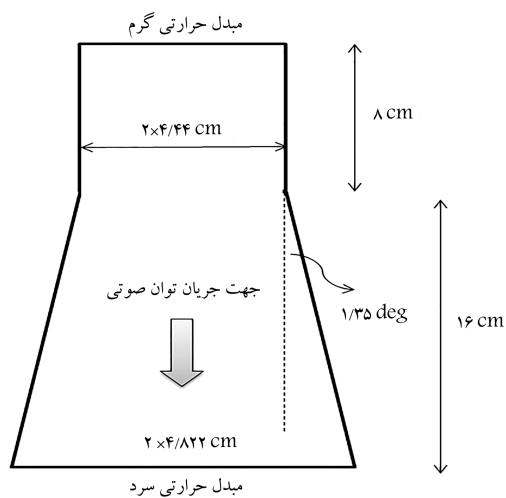
## ۲. حل عددی و شرایط مرزی

در شکل ۱ هندسه‌ی لوله‌ی حائل صوتی حرارتی نمایش داده شده است. برای راحتی ساخت، یک لوله‌ی دوبخشی شیب‌دار که به شکل ایده‌آل نزدیک‌تر است، استفاده می‌شود. شکل ایده‌آل روی محدوده‌ی وسیعی از فشار نوسانی داخل لوله، به صورت بهینه کار می‌کند. قسمت بالایی لوله یک سیلندر توخالی به طول ۸ و قطر داخلی ۸/۹ سانتی‌متر، و قسمت پایینی به طول ۱۶ سانتی‌متر و انحنا ۱/۳۵ درجه است. زاویه‌ی شیب باید به اندازه‌ی باشد که باعث جدایش جریان نشود. اندازه‌ی سرعت جویبار نیز به قدری اندک است که می‌توان دمای متوسط و چگالی در لایه‌ی مرزی را با مقدار خارج لایه‌ی مرزی برابر فرض کرد؛ این مقادیر در سطح مقطع پالس تیوب یکتواخت باقی می‌ماند. برای مطالعه‌ی اثر انحنای لوله، شبیه‌سازی با لوله‌ی صاف و شیب‌دار انجام می‌شود.<sup>[۲۳]</sup>

موتور گرماصوتی استرلینگ در نسبت فشار نوسانی به فشار متوسط ۶ تا ۱۰ درصد کار می‌کند. شبیه‌سازی حاضر، بر مبنای نسبت فشار ۱۰ درصد است. یعنی دامنه‌ی نوسان فشار حدود ۳ بار است.<sup>[۲۳]</sup> مشخصات کلی عملکردی موتور گرماصوتی در جدول ۱ آمده است.

به منظور ارائه‌ی مدل مناسب ریاضی فرضیات زیر لحاظ شده است:

۱. گاز کامل و نیوتونی، و جریان آرام و تراکم‌پذیر و لزج است.



شکل ۱. هندسه‌ی لوله‌ی حائل (بزرگ‌نمایی زاویه‌ی دیواره برای مشاهده بهتر است).

جویبار صوتی را داخل گوش انسان به صورت دوبعدی و به روش اجزاء محدود شبیه‌سازی، و آن را با نتایج واقعی صحت‌سنجی کردند. رفعت و همکاران<sup>[۱۲]</sup> با استفاده از روش شبکه‌ی بولترمن، جویبار صوتی داخل لوله‌ی موج ایستای یخچال گرماصوتی ساده را مستقیماً شبیه‌سازی کردند و نشان دادند جریان جویبار لایه‌ی عمودی نقش مهمی در انتقال حرارت گرماصوتی دارد. سانتیلان<sup>[۱۳]</sup>، با استفاده از روش اختلاف محدود حوزه‌ی زمان، جویبار صوتی منتشره به‌وسیله‌ی یک پیستون مدور را شبیه‌سازی کرد و نشان داد جریان جرمی مجموع ایجادشده در طول محور، مربوط به اثر باد جت به‌شکل باریکه‌ی صوتی است. سلوچوک و همکاران<sup>[۱۴]</sup>، اثر جویبار صوتی جریان خون بر توزیع دمایی تومور را حین سایش فراصوت تومورکند، با استفاده از معادله‌ی غیرخطی وسترولت و معادلات زیست‌حرارتی برای بافت تریقی و معادلات غیرخطی ناویر-استوکس برای توصیف جریان داخل رگ شبیه‌سازی کرد. آن‌ها برای کاهش منابع رایانه‌ی از ترفند صوتی دقیق مرتبه‌ی ۶ سه‌نقطه‌ی استفاده کردند و نشان دادند که باریکه‌ی فراصوت متمرکز با بیشینه شدت  $2470 \text{ W/cm}^2$  می‌تواند سرعت جویبار صوتی تا  $75 \text{ cm/s}$  در رگ به قطر  $3 \text{ mm}$  ایجاد کند. لی

و همکاران<sup>[۱۵]</sup> در سال ۲۰۱۴، جویبار ریلی ایجادشده به‌وسیله‌ی مرز را در یک ریزکانال، به روش اجزاء محدود به صورت سه‌بعدی شبیه‌سازی کردند و اثرات آن روی ریزدات را با آشکارساز تجربی مقایسه کردند. اچینکو و همکاران<sup>[۱۶]</sup>، جویبار صوتی بی‌قاعده را در لایه‌ی تیزبندنی جامد مرعش، به دو روش اغتشاشی و گذرای مستقیم ناویر-استوکس، در دو بعد شبیه‌سازی و نتایج آن را با آزمون تجربی مقایسه کردند. در سال ۲۰۱۵، سجادی و همکاران<sup>[۱۷]</sup>، با استفاده از نرم‌افزار فلونت، جویبار صوتی ریزحباب‌ها را در واکنش‌گاه سونو فرکانس پایین شبیه‌سازی و با آزمون تجربی مقایسه کردند. مطالعات آن‌ها نشان داد که براساس نتایج تجربی، افزایش توان صوتی منجر به افزایش جویبار صوتی شده است. مولر و همکاران<sup>[۱۸]</sup> با استفاده از نظریه‌ی اغتشاشات مرتبه‌ی یک و دو، تشکیل و محو موقتی میدان صوتی ناپایا و جریان جویبار صوتی را به صورت عددی شبیه‌سازی و معیار بسط اغتشاشی را اصلاح کردند. ریچل و همکاران<sup>[۱۹]</sup>، جویبار صوتی را داخل تشدیدکننده‌های صفحه‌ی دو شاخه‌ی صوتی، با استفاده از روش اغتشاشی مدل‌سازی و با آزمون تصویربرداری سرعت بالا مقایسه کردند. سپهری رهنما<sup>[۲۰]</sup>، با ترکیب بسط سری چندقطبی و روش استوکسولت، جویبار اشکال کروی را در موج ایستا شبیه‌سازی کرد و آن را برخلاف جواب تحلیلی به مسئله‌ی کره‌های چندگانه تعمیم داد. مودجد<sup>[۲۱]</sup>، جریان جویبار جت صوتی نزدیک به میدان تراگذار فراصوت را بر مبنای مدل پخش صوتی شبیه‌سازی کرد و ارتباط ساختار جریان با شکل میدان صوتی را مورد بحث قرار داد. در سال ۲۰۱۶، کاتارینو و همکاران<sup>[۲۲]</sup>، جویبار صوتی داخل یک ناحیه‌ی دوبعدی را با استفاده از روش تقریب متوالی شبیه‌سازی و نتایج آن را با روش مستقیم معادلات ناویر-استوکس مقایسه کرد. نتایج نشان می‌دهد مطابقت کیفی خوبی بین دو حل وجود دارد، ولی به دلیل حساسیت زیاد روش تقریب متوالی به شرایط اولیه، به لحاظ کمی بین دو شیوه‌ی حل اختلاف وجود دارد. از مهم‌ترین مشکلات روش‌های تحلیلی گذشته می‌توان به فرض تقریب لایه‌ی مرزی، برابر فرض کردن مقادیر متوسط فضایی با مقادیر بسیار دور از لایه‌ی مرزی، نادیده گرفتن رسانش حرارتی، دمای ثابت دیواره و فرض بزرگ بودن طول نسبت به شعاع لوله می‌توان اشاره کرد. برای روش‌های عددی مورد اشاره نیز می‌توان به نادیده گرفتن آشفتگی و خطای عددی به عنوان پتانسیلی برای اصلاح اشاره کرد.

در نوشتار حاضر تلاش شده تا علاوه بر مطالعه‌ی پدیده‌ی جویبار در لوله‌ی حائل به‌صورت عددی، اثر آشفتگی، تغییر شکل و جاذبه بر شدت این پدیده و اثر عملکردی آن به‌صورت کمی بررسی شود. در ادامه، ابتدا مدل فیزیکی و شرح

$\phi$  ضریب تلفات لزجی است. ضریب انبساط حجمی، برای گاز ایده آل، از رابطه ی ۸ به دست می آید:

$$\beta = \frac{1}{T} \quad (۸)$$

با توجه به محدوده ی کاری فشار متوسط (۳۱ بار) و دما (۲۹۰ کلوین در انتهای سرد تا ۹۰۰ کلوین در انتهای گرم) معادله ی حالت برای گاز ایده آل را می توان چنین فرض کرد:

$$P = \rho RT \quad (۹)$$

معادلات ارائه شده در بخش قبلی، با استفاده از روش حجم محدود (نرم افزار فلونت) به صورت گذرا حل می شود. روش حل، فشار مبتنی پیرو<sup>۶</sup> است. این روش شامل یک مرحله پیش بینی و دو مرحله اصلاح فشار و سرعت است تا بقای جرم ارضا شود. روش مورد اشاره برای مسائل گذاری تراکم پذیر مورد اعتماد است. به دلیل تغییرات بالای دما، معادله ی انرژی علاوه بر معادلات پیوستگی و مومنتوم حل می شود.

به منظور مشاهده ی پدیده ی جویبار در لایه ی مرزی، از دقت مضاعف استفاده شده است. برای مشاهده ی پدیده ی جویبار در مسئله یی که معادلات ناویر - استوکس به صورت کامل حل می شود باید دقت محاسبات را افزایش داد؛ زیرا مرتبه ی رخداد پدیده ی جویبار نسبت به نوسان اصلی کم تر است. معیار مضاعف بودن دقت، تنها توانایی حل عددی در نمایش این پدیده است. برای تحلیل خطا علاوه بر این که خطای قطع معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی  $1e - 6$  است، مقادیر خطای سرعت و فشار نوسانی نیز تا مقدار  $3 - 1e$  بررسی شده است. شایان ذکر است که بیشینه سرعت نوسانی جویبار در حدود  $0.5$  متر بر ثانیه در کل چرخه است که یک درجه از سرعت بیشینه ی  $10$  متر بر ثانیه کم تر است. در نتیجه، با توجه به گام زمانی  $400$ ، درجه خطای  $3 - 1e \sim 0.5/400$  منطقی است.

ناحیه ی حل به صورت تقارن محوری، و حل به صورت گذرا و گسسته سازی مرتبه دو است. همگرایی با خطای سرعت و فشار برابر  $0.001$  حاصل شده است. با استفاده از حل یک بعدی کل موتور گرماسوتی استرلینگ به روش پرتابی<sup>[۲۴]</sup>

داخل لوله ی حائل صوتی حرارتی حل شده و نتایج آن به عنوان شرط مرزی و شرایط اولیه به کار گرفته می شود. فرض می شود، سرعت در انتهای داغ، حالتی یکنواخت دارد. نرم افزار  $\Delta EC^7$ ، برای حل به روش پرتابی<sup>۸</sup> عمل می کند. شبکه بندی به صورت ساختار یافته است.  $300$  جزء محوری با طول ثابت و  $100$  جزء شعاعی با نرخ  $0.95$  در محدوده ی حل به کار گرفته می شود. شبکه ی عمق نفوذ یا به عبارتی لایه ی مرزی به نحوی چیده شده که حدود  $10$  لایه با ضخامت عمق کنار دیواره  $0.1$  میلی متر و نرخ رشد  $10^4$  وجود داشته باشد. مقدار  $y+$  در زمان حل کم تر از  $1$  مشاهده شد. شرایط مرزی با صرف نظر از شیب انتهای سرد، در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین شرایط مرزی در جدول ۲ آمده است.

برای حل معادله ی انرژی، دو شرط مرزی در ابتدا و انتهای لوله ی حائل صوتی حرارتی، مربوط به دما لازم است. جهت جریان داخل لوله به صورت تناوبی تغییر

جدول ۲. شرایط مرزی مسئله ی تقارن محوری.

مکان	شرایط مرزی
$r = 0$	$\partial u / \partial r = 0, v = 0, \partial T / \partial r = 0$
$r = R$	$u = 0, v = 0, \partial T / \partial r = 0$
$x = x_c$	$p = 278150 \cos(0.755t + 0.6), T = 290$
$x = x_h$	$u = 578 \cos(0.755t - 0.85), v = 0, T = 900$

جدول ۱. مشخصات کلی عملکردی موتور گرماسوتی استرلینگ.

پارامتر	مقدار
فشار متوسط (پاسکال)	$3103000$
فرکانس (هرتز)	$84712$
دامنه ی نوسان فشار (پاسکال)	$311200$

۲. لزجت و رسانش گاز وابسته به دما و ظرفیت ویژه ی حرارتی فشار ثابت آن است.

۳. فرضیه ی استوکس<sup>۴</sup> مبنی بر رابطه ی بین ضریب لزجت توده یی<sup>۵</sup> ( $\lambda$ ) و ضریب لزجت دینامیکی ( $\mu$ ) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\lambda + \frac{2}{3}\mu = 0 \quad (۱)$$

۴. اثر نیروهای حجمی قابل صرف نظر است.

۵. در دیواره ی لوله از معادله ی رسانش حرارتی صرف نظر می شود.

۶. دمای گاز کاری در مبدل های گرم و سرد ثابت است.

۷. تنها شکل انتقال کار صوتی، انرژی حرارتی و انرژی مکانیکی امواج صوتی و جریان همرفت جویبار است و از سایر شکل های انرژی مانند تابش صرف نظر شده است.

۸. جریان در مختصات استوانه یی با فرض تقارن محوری قابل بیان است.

۹. در قسمت شرایط مرزی، دیواره هم دما و بدون لغزش (بدون سرعت) صلب فرض شده است.

۱۰. در قسمت شرایط مرزی سرعت متوسط صفر فرض شده است؛ یعنی امواج صوتی در یک سیال ساکن منتشر می شود.

معادلات پیوستگی، ناویر - استوکس و بقای انرژی با استفاده از فرضیات مورد اشاره عبارت اند از:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v) = 0 \quad (۲)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\mu r \frac{\partial v}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r}(\mu \operatorname{div} v) - \frac{\mu v}{r^2} \quad (۳)$$

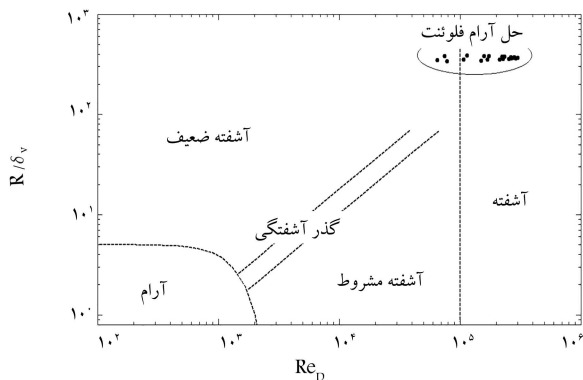
$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) = \frac{1}{c_p} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{c_p} \left( \beta T \frac{DP}{Dt} + \phi \right) \quad (۴)$$

که در آن ها:

$$\operatorname{div} v = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r v) + \frac{\partial u}{\partial x} \quad (۵)$$

$$\beta T \left( \frac{DP}{Dt} \right) = \beta T \left( \frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial r} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (۶)$$

$$\phi = 2\mu \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] + \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right]^2 - \frac{2}{3}\mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r v) + \frac{\partial u}{\partial x} \right]^2 \quad (۷)$$



شکل ۳. وضعیت مختلف جریان صوتی داخل لوله‌ی نوسانی با توجه به عددی رینولدز، شعاع محلی و عمق نفوذ لزجی برای جریان تراکم‌ناپذیر و جواب‌های حل جریان صوتی آرام در لوله‌ی صاف.

نسبت دامنه‌ی فشار نوسانی به فشار متوسط بیشتر از ۳/۰ درصد، و نمودار شکل ۳ را به عنوان معیارهای مورد استفاده در مقالات مختلف برشمرد. معیار آشفتگی در جریان‌های نوسانی داخل لوله، به رینولدز و فرکانس جریان نوسانی وابسته است.

زاویه‌ی شیب لوله‌ی حائل صوتی حرارتی بر مبنای نظریه جریان آرام صورت گرفته است. انتظار می‌رود نتایج لوله‌ی شیب‌دار در رژیم آشفتگی ضعیف نیز همانند رژیم آرام برقرار باشد؛ زیرا در رژیم آشفتگی ضعیف، آشفتگی در خارج از عمق نفوذ لزجی ایجاد می‌شود و سرعت نزدیک دیواره همچون حالت آرام خواهد بود. در رژیم آشفتگی شرطی، آشفتگی در حدود عمق نفوذ لزجی رخ می‌دهد و نتایج جریان آرام برقرار نخواهد بود.

با توجه به نمودار شکل ۳، جواب حل آرامی که به وسیله‌ی نرم‌افزار فلونتت برای لوله‌ی صاف انجام گرفته است، در محدوده‌ی گذر از آشفتگی ضعیف به آشفتگی قرار می‌گیرد، و استفاده از شبیه‌سازی جریان صوتی آشفتگی مناسب به نظر می‌رسد. مقدار عدد رینولدز، در وسط لوله تعیین می‌شود. باید دقت کرد که استفاده‌ی نامناسب از مدل آشفتگی، باعث تغییر رفتار و از بین رفتن پدیده‌ی جویبار می‌شود.

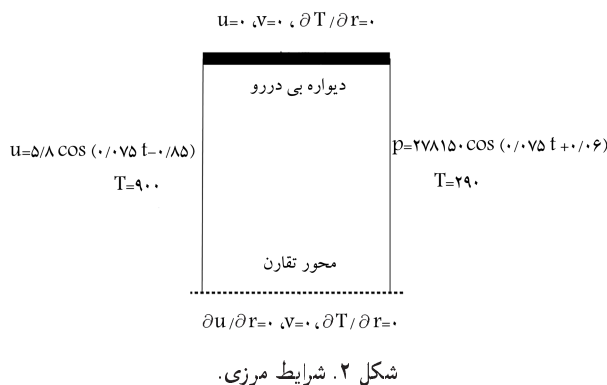
### ۳. نتایج

#### ۳.۱. اعتبارسنجی

برای اعتبارسنجی حل دوبعدی تقارن محوری، پالس‌نیوب یخچال<sup>[۲۶]</sup> که به لحاظ عملکرد و هندسه‌ی ظاهری مشابه لوله‌ی حائل موتورگرماسوتی است، در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی مشابه ولی مقادیر آن متفاوت از مسئله‌ی لوله‌ی حائل است. در شکل ۴ پروفیل سرعت محوری در راستای شعاع لوله در انتهای سرد رسم شده است. روند تغییرات و اعداد دو حل مقاله‌ی مرجع و این مقاله مشابه‌اند. تفاوت اندک ناشی از برداشت داده از روی نمودار و مشخص نبودن دقیق فرکانس سیستم است. شکل‌ها نشان می‌دهد تطابق خوبی بین دو حل وجود دارد.

#### ۳.۲. آنالیز حساسیت

در این بخش، حساسیت جواب به چهار پارامتر اندازه شبکه، تعداد گام زمانی یک چرخه، شدت آشفتگی و مدل آشفتگی بررسی می‌شود. پروفیل سرعت متوسط در وسط لوله‌ی شیب‌دار به عنوان جواب مذکور بررسی شده است.



می‌کند، بنابراین شرایط مرزی دما، در هر لحظه، وابسته به جهت سرعت محلی است. اگر گاز در حال ورود به داخل لوله باشد، دمای آن برابر دمای مبدل حرارتی است. اگر گاز در حال خروج از لوله و ورود به مبدل حرارتی باشد، دمای آن هرگز برابر با دمای مبدل حرارتی نخواهد بود. شرایط مرزی دما چنین اصلاح می‌شود:

$$\begin{cases} T(0, t) = T_h & \text{if } u(0, t) \geq 0 \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = [S(t)T(0, t) - \frac{\partial T}{\partial t}(0, t)] / u(0, t) & \text{if } u(0, t) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} T(L, t) = T_c & \text{if } u(L, t) < 0 \\ \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = [S(t)T(L, t) - \frac{\partial T}{\partial t}(L, t)] / u(L, t) & \text{if } u(L, t) > 0 \end{cases} \quad (11)$$

پارامتر  $S(t)$  عبارت است از:

$$S(t) = \frac{1}{(A + p(t))} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp(t)}{dt} \quad (12)$$

که در آن  $A$  نیز چنین تعریف شده است:

$$A = \frac{p_{tav}}{|p|} \quad (13)$$

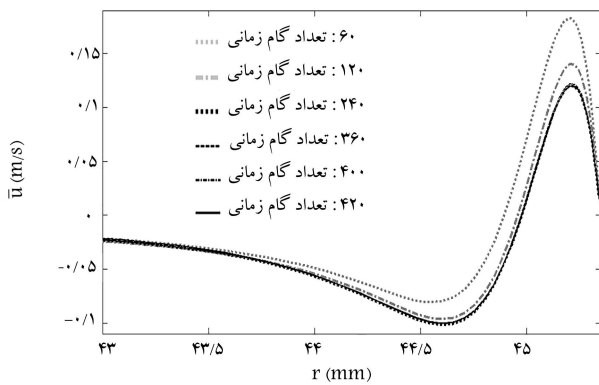
منظور از علامت نرم، دامنه‌ی نوسانات است. در حالتی که ذره‌ی گاز در حال ورود به محدوده‌ی حل باشد، از شار عبوری صفر برای تعیین اصلاح شرط مرزی دما استفاده می‌شود.

برای مشاهده‌ی پدیده‌ی جویبار در داخل لوله، باید لزجت و رسانش گاز، به صورت تابعی از دما داده شود. لزجت و رسانش حرارتی وابسته به دما از رابطه‌ی ۱۴ و ۱۵ به دست می‌آید:<sup>[۲۵]</sup>

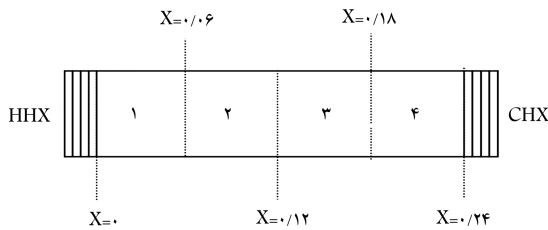
$$\mu(T) = 1.799 \times 10^{-5} (T/300)^{0.68} \quad (14)$$

$$k(T) = 0.152 (T/300)^{0.72} \quad (15)$$

مقاومت جریان و اثرات غیرخطی به دلیل گذر بین آرایش سیال در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. فیزیک آشفتگی جریان صوتی داخل لوله در یک چرخه، به ترتیب افزایش سرعت محلی، کاهش سرعت محلی، گردابه‌ی تحریک عرضی<sup>۹</sup>، پس‌زنی<sup>۱۰</sup> و دوباره آرام شدن جریان<sup>۱۱</sup> را تجربه خواهد کرد.<sup>[۲]</sup> معیارهای مختلفی برای تعیین امکان آشفتگی داخل لوله وجود دارد. به عنوان مثال، می‌توان عدد رینولدز بحرانی بیشتر از ۴۰۰، دامنه‌ی جابه‌جایی بزرگ (مثلاً بیشتر از ۲ سانتی‌متر)،



شکل ۷. حساسیت پروفیل سرعت متوسط محوری در وسط لوله برای شش گام زمانی در محدوده دیواره تا لبه لایه مرزی.



شکل ۸. چهار ناحیه داخلی لوله‌ی حائل.

در شکل ۷ پروفیل جواب برای شش گام زمانی ۶۰، ۱۲۰، ۲۴۰، ۳۶۰، ۴۰۰ و ۴۲۰ در یک چرخه بررسی شده است. روند همگرایی از ۴۰۰ گام زمانی در یک چرخه به بعد مشاهده می‌شود. گام زمانی اول دارای دامنه‌ی جواب زیادی است و جواب‌ها با افزایش تعداد گام زمانی یک چرخه افزایش می‌یابد.

### ۳.۳. بحث و بررسی نتایج

برای توصیف اثر زاویه شیب، پارامتر  $SF$  تعریف می‌شود. این پارامتر برای ارزیابی شدت جویبار داخل لوله به کار می‌رود:

$$SF = \frac{\sum_x \sum_r \sqrt{(\rho u)_{tav}^2 + (\rho v)_{tav}^2}}{N} \quad (16)$$

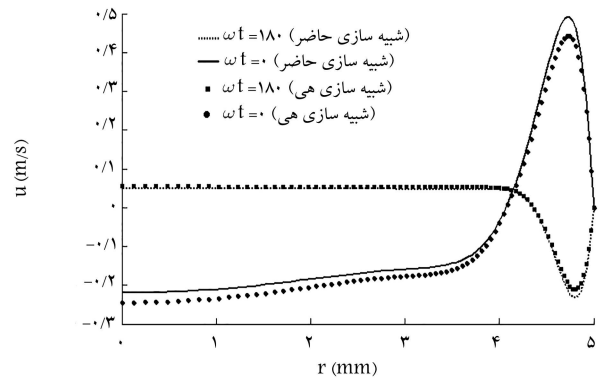
که در آن  $(\rho u)_{tav}$  و  $(\rho v)_{tav}$  جریان جرمی متوسط زمانی در هر گره در جهات  $x$  و  $r$  است.  $N$  تعداد کل گره‌ها در ناحیه محاسباتی است. هرچه پارامتر  $SF$  بزرگ‌تر باشد، جویبار شدیدتر خواهد بود.

نواحی داخلی لوله به منظور مشاهده بهتر پروفیل‌ها و پدیده‌ی جویبار به چهار قسمت مساوی تقسیم شده است (شکل ۸).

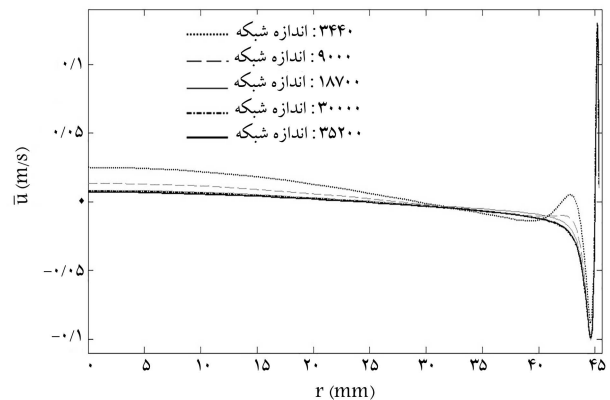
موارد مورد مطالعه که نتایج آن در ادامه می‌آید عبارت است از:

۱. حل آرام در لوله‌ی صاف؛
۲. حل آشفته در لوله‌ی صاف؛
۳. حل آرام در لوله‌ی شیب‌دار؛
۴. حل آشفته در لوله‌ی شیب‌دار.

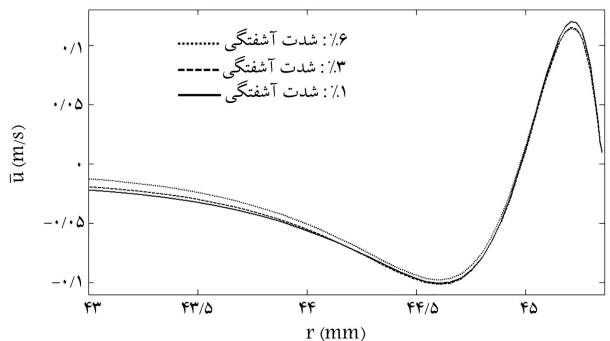
حل آشفته با شدت آشفتگی ۱ درصد و مقیاس طولی  $0.6/r$  متر مطابق روش‌های تجربی [۲۷] انتخاب شده است. سوئیفت [۲۳] جزئیات طراحی موتور گرماسوتی استرلینگ را چنین تشریح می‌کند:



شکل ۴. پروفیل سرعت محوری در راستای شعاع در انتهای سرد لوله با سطح مقطع ثابت شبیه‌سازی برای نصف لوله.



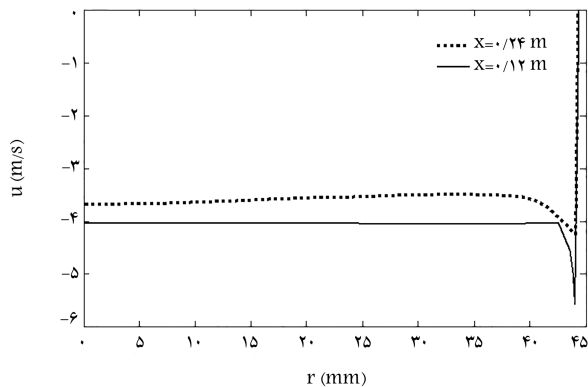
شکل ۵. حساسیت پروفیل سرعت متوسط محوری در وسط لوله برای پنج شبکه‌ی ۳۴۴۰، ۹۰۰۰، ۱۸۷۰۰، ۳۰۰۰۰، ۳۵۲۰۰ سلولی برای نصف لوله.



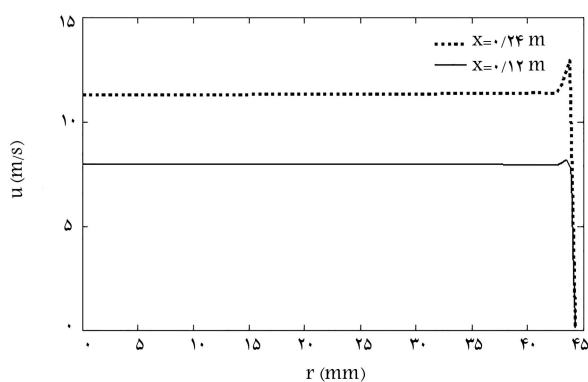
شکل ۶. حساسیت پروفیل سرعت متوسط محوری در وسط لوله برای سه شدت آشفتگی در محدوده دیواره تا لبه لایه مرزی.

در شکل ۵ پروفیل جواب، برای پنج شبکه‌ی ۳۴۴۰، ۹۰۰۰، ۱۸۷۰۰، ۳۰۰۰۰ و ۳۵۲۰۰ سلولی بررسی شده است. روند همگرایی از شبکه‌ی ۳۰۰۰۰ سلولی به بعد دیده می‌شود. در شبکه‌ی اول حدود  $+11\%$  برابر ۱۱، در شبکه‌ی دوم برابر ۲ و از شبکه‌ی سوم به بعد کم‌تر از ۱ است. شبکه باید در محدوده دیواره تا لبه لایه مرزی به خوبی ریز شود تا پدیده‌ی جویبار در آن با دقت بالایی دیده شود. علاوه بر این در نواحی داخلی لوله نیز باید شبکه به اندازه‌ی کافی مناسب باشد.

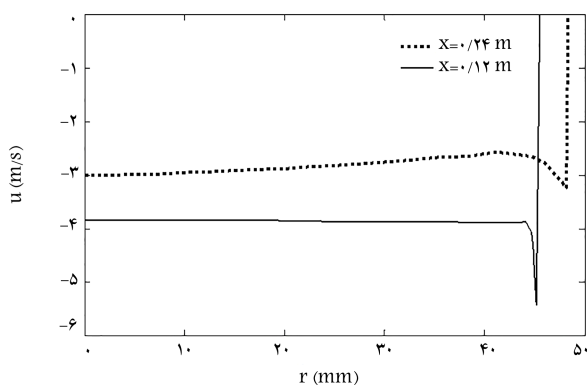
در شکل ۶ پروفیل جواب برای شدت صوتی ۱، ۳ و ۶ درصد بررسی شده است. جواب‌ها نزدیک به هم هستند و این نشان می‌دهد که نسبت به شدت آشفتگی حساسیت زیادی وجود ندارد.



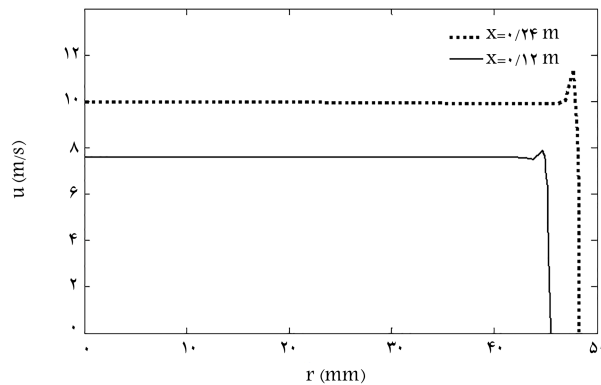
شکل ۱۱. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته داخل لوله‌ی صاف در فاز ۱۸۰.



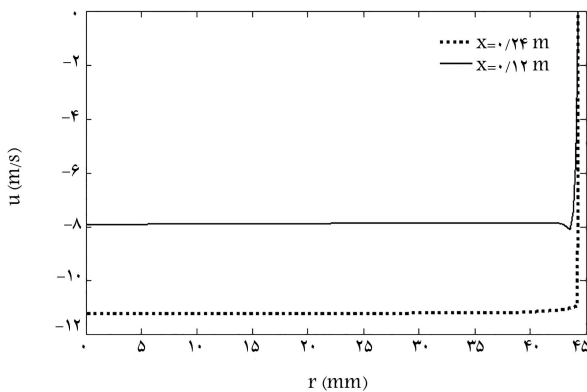
شکل ۹. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته داخل لوله‌ی صاف در فاز ۹۰.



شکل ۱۲. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته داخل لوله‌ی شیب‌دار در فاز ۱۸۰.



شکل ۱۰. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته داخل لوله‌ی شیب‌دار در فاز ۹۰.



شکل ۱۳. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته داخل لوله‌ی صاف در فاز ۲۷۰.

در وسط لوله تغییر چندانی نمی‌کند. انحنای دیواره‌ی لوله‌ی شیب‌دار، سرعت ناحیه‌ی مرکزی لوله را نسبت به لوله‌ی صاف کاهش داده و فاصله‌ی سرعت در وسط و انتهای لوله بیشتر می‌شود.

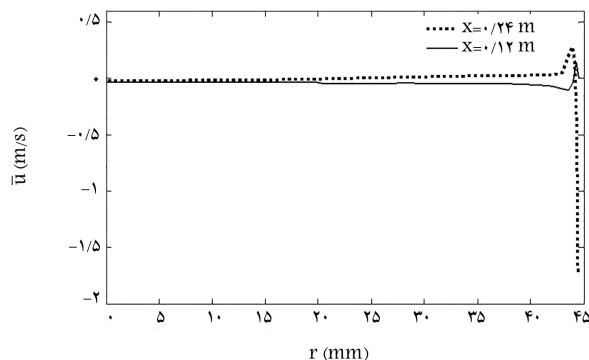
از مقایسه‌ی شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ملاحظه می‌شود که سرعت در لوله‌ی شیب‌دار نسبت به لوله‌ی صاف، به‌خصوص در انتهای سرد لوله، کاهش یافته است (از ۱۱٫۲- به ۱۰- متر بر ثانیه رسیده است). سرعت راندگی لایه‌ی مرزی نسبت به ناحیه‌ی مرکزی لوله برابر صفر است. یعنی اثرات جویبار در این فاز ناچیز است.

«اندازه‌گیری پروفیل دما روی دیواره‌ی لوله‌ی حائل حرارتی نشان می‌دهد که در نسبت فشار ۰٫۲۶، دمای محوری در وسط لوله، تنها ۲۰ درصد اختلاف دمای کل در سر لوله‌ی حائل حرارتی است. اگرچه با افزایش دامنه، توزیع دمایی -- به‌جز انحراف کمی که در انتهای لوله دارد -- تقریباً خطی می‌شود. بنابراین شار حرارتی همرفتی در طول دیواره، کاهش می‌یابد.» در شبیه‌سازی حاضر، با نسبت فشار ۰٫۱، دما در وسط لوله، ۳۵ درصد اختلاف دمای کل در سر لوله‌ی حائل حرارتی است. این مقدار برای حل آرام لوله‌ی شیب‌دار ۳۱ و برای حل آرام و آشفته در لوله‌ی صاف ۳۰ درصد است. در سایر موارد مطالعه و زمان‌های دیگر، روند تغییرات دمایی مشابه است. افزایش نسبت فشار باعث نزدیک شدن تغییرات دمایی داخل لوله به حالت خطی شده است.

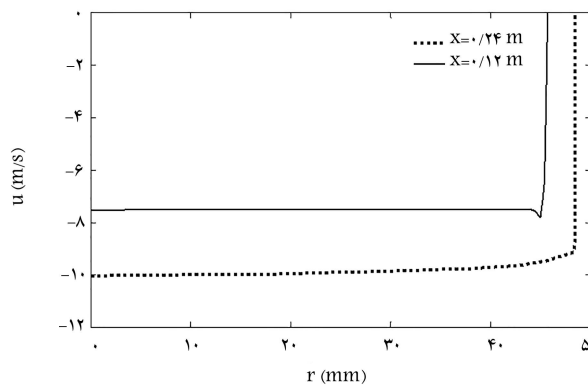
پروفیل‌های سرعت در دو مکان وسط ( $x = 0.12$ ) و انتهای سرد لوله ( $x = 0.24$ )، برای چهار مورد مطالعاتی در چهار فاز مختلف رسم شده است. همچنین پروفیل سرعت‌های متوسط زمانی یک چرخه، در مکان‌های ذکر شده نیز رسم شده است. همه‌ی نمودارها با توجه به حل تقارن محوری برای نصف لوله رسم شده است.

مقایسه‌ی بین لوله‌ی صاف و شیب‌دار در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان می‌دهد که فاصله‌ی سرعت در وسط و انتهای سرد لوله، در لوله‌ی شیب‌دار، نسبت به لوله‌ی صاف کم‌تر است. سرعت متوسط و راندگی ۱۲ در لوله‌ی صاف بیشتر از لوله‌ی شیب‌دار است.

از مقایسه‌ی شکل‌های ۱۱ و ۱۲ درمی‌یابیم که با انحنای دیواره، پروفیل سرعت



شکل ۱۷. پروفیل سرعت محوری متوسط، در وسط و انتهای سرد لوله، برای حل آشفته‌ی داخل لوله‌ی صاف.



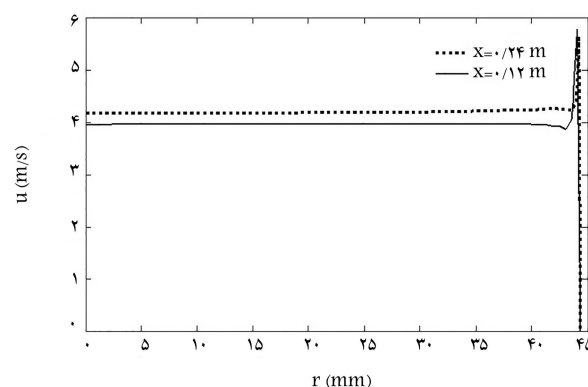
شکل ۱۴. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته‌ی داخل لوله‌ی شیب‌دار در فاز ۲۷°.

پروفیل سرعت تغییر می‌کند. براساس پیشنهاد لی، تغییر اختلاف دامنه‌ی سرعت ابتدا و انتهای لوله با انحنای دیواره قابل مشاهده است. اثر حلقوی ۱۳ به خوبی در پروفیل‌های سرعت دیده می‌شود. در واقع سرعت بیشینه در برخی فازها، در لایه‌ی مرزی یک سطح مقطع رخ می‌دهد و در سرعت در نواحی مرکزی‌تر لوله نسبت به نواحی لایه‌ی مرزی کم‌تر است.

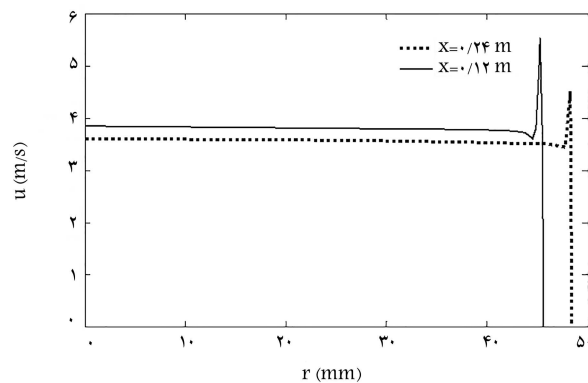
در فاز ۳۶° (یا به عبارت دیگر فاز صفر) حل آشفته‌ی لوله‌ی شیب‌دار، اختلاف سرعت راندگی لایه‌ی مرزی (۵/۵ متر بر ثانیه) نسبت به ناحیه‌ی مرکزی لوله (۳/۹ متر بر ثانیه)، در وسط لوله، حدود ۱/۶ متر بر ثانیه است. در انتهای سرد لوله، اختلاف سرعت راندگی لایه‌ی مرزی (۴/۵ متر بر ثانیه)، نسبت به ناحیه‌ی مرکزی لوله (۳/۶ متر بر ثانیه)، ۰/۹ متر بر ثانیه است. یعنی شدت جویبار در این فاز، در وسط لوله بیشتر از انتهای سرد لوله است. در این فاز جهت سرعت مثبت (از سمت مبدل حرارتی گرم به مبدل حرارتی سرد) است. در فاز ۹° حل آشفته‌ی لوله‌ی شیب‌دار، اختلاف سرعت وسط و انتهای سرد لوله بیشتر از فاز قبلی (فاز ۳۶°) است. سرعت متوسط در این فاز، نسبت به فاز قبلی افزایش یافته ولی سرعت راندگی لایه‌ی مرزی نسبت به ناحیه‌ی مرکزی کاهش یافته است. سرعت راندگی لایه‌ی مرزی نسبت به ناحیه‌ی مرکزی، در انتهای سرد لوله نسبت به وسط لوله، بیشتر است. بنابراین شدت جویبار در این فاز، در انتهای سرد لوله بیشتر از وسط لوله است. جهت سرعت در این فاز مثبت است. اصولاً انتظار می‌رود پروفیل سرعت در فاز ۱۸° حل آشفته‌ی لوله‌ی شیب‌دار، قریبه‌ی حالت فاز ۳۶° باشد، زیرا سرعت متوسط در مسئله‌ی حاضر صفر است. این موضوع، در وسط لوله صادق است ولی در انتهای لوله، به دلیل اثرات جویبار اندکی تفاوت دارد. در این فاز، جهت سرعت عکس دو فاز قبلی (۳۶° و ۹°) است. اختلاف سرعت وسط و انتهای سرد لوله بیشتر از حالت فاز ۳۶° و کم‌تر از حالت فاز ۹° است. همچنین، پروفیل سهموی در انتهای لوله نسبت به فاز قبلی (فاز ۹°) شیب بیشتری دارد. سرعت در فاز ۲۷° نسبت به فاز قبلی افزایش می‌یابد. سرعت ناحیه‌ی مرکزی نسبت به فاز ۹° قریبه است. سرعت راندگی در این فاز نسبت به فاز ۹° کاملاً از بین رفته است؛ یعنی اثرات جویبار در فاز ۲۷° ناچیز است.

با مقایسه‌ی شکل‌های ۱۷ و ۱۸ ملاحظه می‌شود که در حل آشفته‌ی لوله‌ی شیب‌دار، سرعت جریان‌های مخالف هم جریان ثانویه، ۱/۴- و ۰/۴۵ متر بر ثانیه و همین حل برای لوله‌ی صاف ۱/۷۵- و ۰/۲۵ است؛ یعنی یک شیف ۰/۳ متر بر ثانیه‌ی به سمت مبدل حرارتی سرد در جریان رفت و برگشتی جریان ثانویه به وجود آمده است.

بعد از رسیدن به حالت پایای نوسانی، می‌توان از دبی جرمی روی یک چرخه



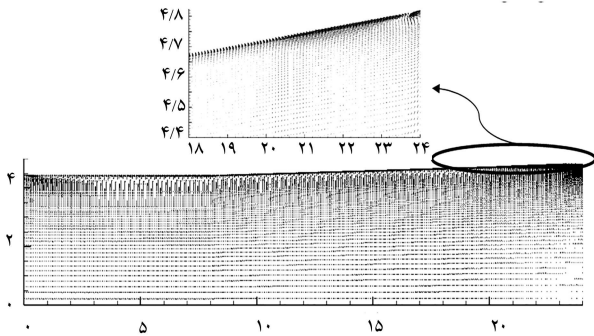
شکل ۱۵. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته‌ی داخل لوله‌ی صاف در فاز ۳۶°.



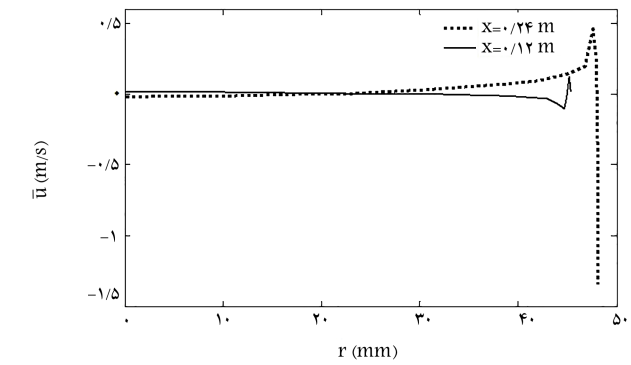
شکل ۱۶. پروفیل سرعت محوری در وسط و انتهای سرد لوله برای حل آشفته‌ی داخل لوله‌ی شیب‌دار در فاز ۳۶°.

اختلاف سرعت وسط و انتهای سرد در لوله‌ی صاف بیشتر است. اثر حلقوی در این فاز به خصوص در انتهای سرد لوله دیده نمی‌شود.

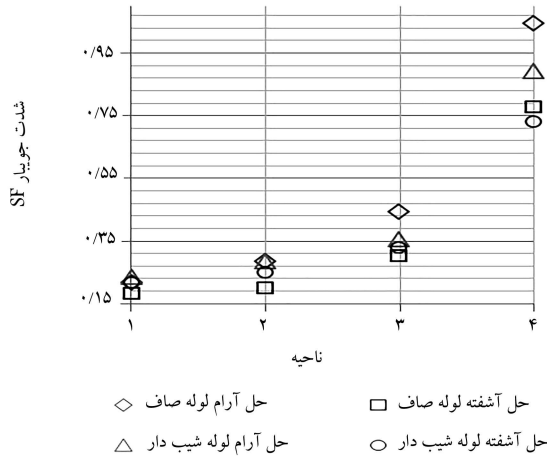
با مقایسه‌ی شکل‌های ۱۵ و ۱۶ ملاحظه می‌شود که سرعت در لوله‌ی شیب‌دار کاهش یافته است. در لوله‌ی صاف، اختلاف بین سرعت راندگی در وسط و انتهای سرد لوله ناچیز است. حال آن‌که این اختلاف در لوله‌ی شیب‌دار به ۱ متر بر ثانیه می‌رسد. در طول یک چرخه، اثرات جویبار افزایش و کاهش می‌یابد؛ یعنی این اثرات در بعضی فازها زیاد و در بعضی دیگر کم است. همچنین به دلیل تغییرات سرعت نوسانی داخل لوله در طول یک دوره، اثرات آشفته‌گی بر نمود پدیده‌ی جویبار در



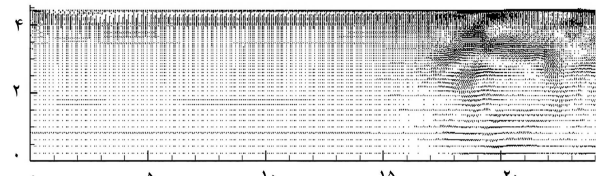
شکل ۲۲. بردار دبی جرمی حل آشفته‌ی داخل لوله‌ی شیب‌دار (ابعاد به سانتی‌متر).



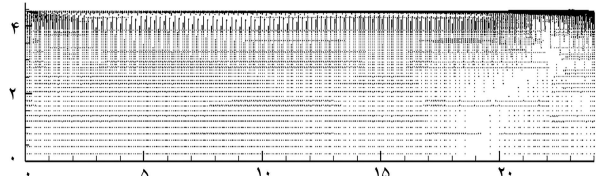
شکل ۱۸. پروفیل سرعت محوری متوسط، در وسط و انتهای سرد لوله، برای حل آشفته‌ی داخل لوله‌ی شیب‌دار.



شکل ۲۳. پارامتر جویبار در نواحی چهارگانه‌ی داخل لوله برای چهار مورد مطالعاتی.



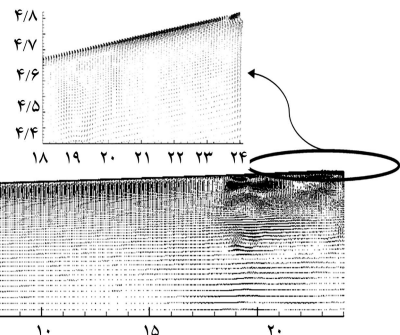
شکل ۱۹. بردار دبی جرمی حل آرام داخل لوله‌ی صاف (ابعاد به سانتی‌متر).



شکل ۲۰. بردار دبی جرمی حل آشفته داخل لوله‌ی صاف (ابعاد به سانتی‌متر).

ذره‌ی گاز کوچکی را که روی دیواره به بالا و پایین نوسان می‌کند در نظر بگیرید. در فاصله‌ی از دیواره که در حدود عمق نفوذ لزجی است، به طور متوسط گاز به دلیل تماس حرارتی با گرادیان دمای دیواره، نوسانات دمایی بی‌دررو و اختلاف فاز زمانی بین حرکت نوسانی و فشار نوسانی، دمای متفاوتی را در حرکت به سمت بالای ذره به نسبت حرکت رو به پایین می‌گیرد. ذره‌ی متحرک به دلیل وابستگی دمایی لزجت، پسای لزجی متفاوتی را در حین حرکت رو به بالا نسبت به حرکت رو به پایین می‌گیرد. بنابراین، ذره در حین حرکت رو به بالا و پایین فاصله‌ی متفاوتی را تجربه خواهد کرد؛ بعد از یک چرخه‌ی کامل ذره به نقطه‌ی آغازین خود بازمی‌گردد. ذره‌ی گاز رانده شده، اثر مهمی روی کل لوله خواهد داشت. این ذره‌ی گاز، روی گازهای دورتر از دیواره نیز پسا ایجاد می‌کند. به طور معمول در لوله‌ی پالس تیوب و لوله‌ی حائل صوتی حرارتی، که شعاع آن بسیار بزرگ‌تر از عمق نفوذ است، یک پروفیل سرعت جویبار سهموی افست شده‌ی ایجاد می‌شود. سرعت گاز نزدیک دیواره برابر با سرعت رانندگی در فاصله‌ی عمق نفوذ است. نظر به این که شار جرمی کل در لوله باید صفر شود، سرعت در مرکز لوله تعیین می‌شود.

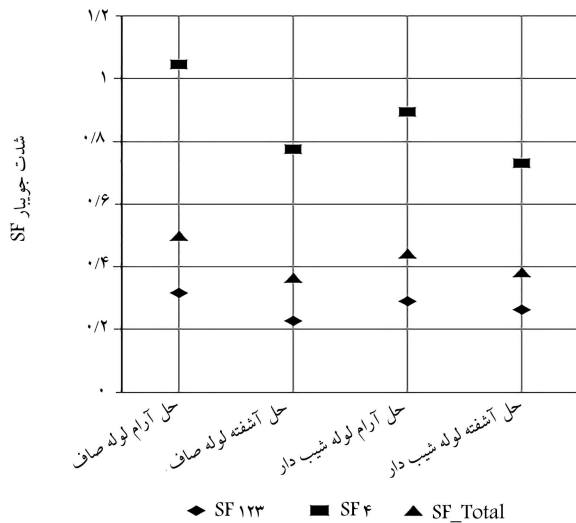
هی و همکارانش، برای اولین بار در مقاله‌ی خود پارامتر جویبار صوتی را معرفی کردند.<sup>[۲۶]</sup> آنها نشان دادند که تغییرات پارامتر جویبار، به خصوص در ناحیه‌ی که شدت آن بیشینه است (در اینجا ناحیه‌ی ۴)، عکس تغییرات توان مفید است. یعنی جایی که پارامتر جویبار کمینه است، توان مفید بیشینه خواهد بود. این پارامتر در نواحی چهارگانه‌ی داخل لوله برای چهار مورد مطالعاتی در شکل ۲۳ آمده است. با نزدیک شدن به میبدل حرارتی سرد، شدت جویبار افزایش می‌یابد که نشان از



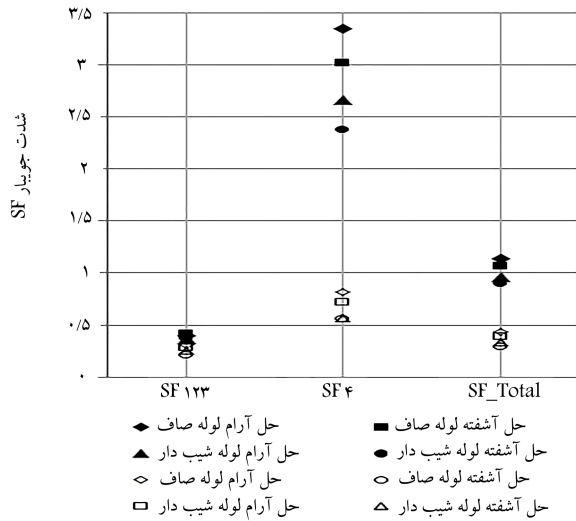
شکل ۲۱. بردار دبی جرمی حل آرام داخل لوله‌ی شیب‌دار (ابعاد به سانتی‌متر).

از جواب متوسط‌گیری کرد. مقدار به دست آمده نمایان‌گر پدیده‌ی جویبار خواهد بود. بردار دبی جرمی برای لوله‌ی صاف در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ نمایش داده شده است. جویبار داخلی و خارجی، در حل آشفته نسبت به حل آرام کاهش یافته است. بردار دبی جرمی در لوله‌ی شیب‌دار (شکل ۲۱) نسبت به لوله‌ی صاف، نشان از کاهش شدت جویبار نزدیک میبدل حرارتی سرد دارد و تراکم بیشتر آن نزدیک به این میبدل (در مقایسه با لوله‌ی صاف) را نشان می‌دهد. بردار دبی جرمی در لوله‌ی شیب‌دار آشفته، به صورت شکل ۲۲ است. با وجود حذف جویبار داخلی نزدیک میبدل حرارتی سرد، جویبار خارجی لایه‌ی مرزی، به خصوص نزدیک میبدل حرارتی سرد، هنوز وجود دارد. در کل شدت جویبار نزدیک لایه‌ی مرزی و دیواره بیشتر است. به طور مشابه می‌توان روی پارامتر جریان آنتالپی نیز بحث کرد.

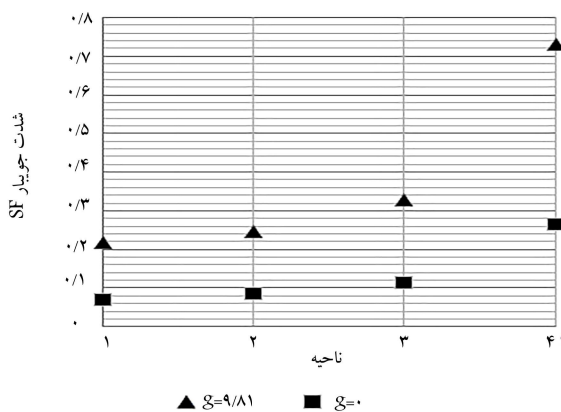




شکل ۲۳. مقایسه‌ی بین پارامتر جویبار در نواحی ۱، ۲، ۳ و ۴. مجموع نواحی ۱، ۲ و ۳ و کل ناحیه‌ی داخلی لوله برای موارد مطالعاتی.



شکل ۲۴. پارامتر جویبار برای سه ناحیه‌ی مجموع ۱، ۲ و ۳ و ناحیه‌ی ۴ و ناحیه‌ی کل لوله برای چهار مورد مطالعاتی. علائم توخالی مربوط به لایه‌ی مرزی و توپر مربوط به نواحی مرکزی می‌شود.



شکل ۲۵. اثر جاذبه بر پارامتر جویبار در نواحی ۱، ۲، ۳ و ۴ برای لوله‌ی شیب‌دار آشفته.

شدت بیشتر جویبار در این ناحیه دارد. شکل ۲۳ به خوبی نشان‌دهنده‌ی شدت بیشتر جویبار در نزدیکی مبدل حرارتی سرد است. اضافه کردن آشفته‌گی باعث کاهش کمتی شدت پدیده‌ی جویبار شده است. شیب دادن به دیواره‌ی لوله باعث افزایش شدت جویبار در نواحی نزدیک به مبدل حرارتی گرم، و کاهش آن در نزدیکی مبدل حرارتی سرد می‌شود. حل آشفته در لوله‌ی شیب‌دار، شدت جویبار کم‌تری نسبت به همه‌ی موارد مطالعه در ناحیه‌ی ۴ (بیش‌ترین شدت جویبار در این ناحیه هست) دارد. دلیل این کاهش «شیب دیواره» و «حل آشفته» است. آشفته‌گی لایه‌ی مرزی موجب تغییرات زیادی در پروفیل سرعت و دمای مربوط به جویبار است. در صورت آشفته‌گی اثر شیب لوله از بین می‌رود. با افزایش دامنه لوله آشفته‌تر می‌شود و جویبار در قسمت‌های بیشتری از لوله از بین می‌رود و باعث کاهش نشستی حرارتی نرمال شده می‌شود. به طور متناوب، آشفته‌گی می‌تواند به دلیل تغییر در پروفیل سرعت در چرخه‌ی صوتی، باعث اختلاط شعاعی گاز شود. اختلاط شعاعی، به تبادل حرارت بین جریان‌های جویبار که در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، منجر می‌شود و بار حرارتی جویبار را کاهش می‌دهد. با افزایش دامنه و آشفته‌گی، در قسمت بیشتری از لوله شاهد کاهش نشستی حرارتی و مشابهت عملکرد لوله‌ی صاف و شیب‌دار خواهیم بود.

برای کاهش جویبار، کاهش شدت آن در نواحی کافی نیست! نحوه‌ی توزیع و شدت جویبار در نواحی، تعیین‌کننده‌ی کاهش اثرات پدیده‌ی جویبار است. در حل آشفته در لوله‌ی شیب‌دار، با وجود افزایش شدت جویبار نسبت به سایر موارد مطالعه در ناحیه‌ی ۱، چون اثرات جویبار در این ناحیه نسبت به نواحی دیگر کم‌تر است، بر کاهش یا افزایش اثرات پدیده‌ی جویبار تأثیر چندانی نداشته است.

چنان که در شکل ۲۴ مشاهده می‌شود، روند تغییرات پارامتر جویبار نواحی داخلی لوله در موارد مطالعاتی مشابه است. یعنی با افزایش (یا کاهش) شدت جویبار در یک ناحیه از یک مورد مطالعاتی به مورد دیگر، شدت در نواحی دیگر نیز افزایش (یا کاهش) خواهد یافت. شدت جویبار در حل آرام لوله‌ی صاف، از همه‌ی موارد مطالعاتی بیشتر است. کم‌ترین شدت جویبار هم مربوط می‌شود به حل آشفته لوله‌ی صاف. در ناحیه‌ی چهار، تغییر هندسه و آشفته‌گی، تغییرات بیشتری در شدت جویبار ایجاد کرده است. شیب دادن به دیواره در رژیم آشفته‌ی ضعیف و نواحی آرام مؤثر خواهد بود زیرا آشفته‌گی در رژیم آشفته‌ی ضعیف، در بیرون عمق نفوذ ایجاد می‌شود.

به منظور مشاهده‌ی بهتر روند تغییر جویبار در لایه‌ی مرزی و نواحی مرکزی لوله و تمایز بین این دو، این پارامتر در این دو ناحیه به صورت جداگانه و مقایسه‌ی در شکل ۲۵ ارائه شده است. با توجه به این شکل، پارامتر جویبار در لایه‌ی مرزی شدت بیشتری دارد. همچنین نشان می‌دهد که جویبار ریلی داخلی، شدت بیشتری از جویبار خارجی دارد. جویبار در لایه‌ی مرزی، نسبت به نواحی مختلف و موارد مطالعاتی، تغییرات شدیدتری دارد. بین موارد مطالعاتی، جویبار در مجموع نواحی ۱، ۲ و ۳، اختلاف چندانی ندارد. همین مطلب برای جویبار بین لایه‌ی مرزی و ناحیه‌ی مرکزی لوله نیز صادق است. در مقابل، جویبار در ناحیه‌ی تغییرات بیشتری بین موارد مطالعاتی و بین لایه‌ی مرزی و نواحی مرکزی لوله دارد. جویبار در لایه‌ی مرزی، تغییرات شدیدتری بین نواحی مختلف دارد.

مطابق آنچه که ماتیوف به صورت عددی شبیه‌سازی کرد<sup>[۵]</sup> انتظار می‌رود اثر جاذبه یا شناوری، به کاهش شدت جویبار منتج شود. در شکل ۲۶، نمودار تغییرات پارامتر جویبار در نواحی مختلف نشان داده شده است. نتایج با بررسی‌های عددی ماتیوف مطابقت دارد و به نظر می‌رسد راستای جریان‌های همرفت شناوری و جویبار مخالف هم بوده و یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

و کمی کاهش خواهد داد. علاوه بر این اضافه کردن آشفستگی و جاذبه نیز، اثرات این پدیده را کاهش خواهد داد.

### فهرست علائم

- $c$ : ظرفیت حرارت ویژه ( $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )؛  
 $k$ : رسانش حرارتی ( $\text{J m}^{-1}\text{K}^{-1}$ )؛  
 $L$ : طول لوله (m)؛  
 $N$ : تعداد کل گره‌های محاسباتی؛  
 $P$ : فشار ( $\text{N m}^{-2}$ )؛  
 $R$ : ثابت گازها ( $\text{N m kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )؛  
 $r$ : مکان شعاعی (m)؛  
 $SF$ : پارامتر جریان ثانویه ( $\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$ )؛  
 $T$ : دما (K)؛  
 $t$ : زمان (s)؛  
 $u$ : سرعت محوری ( $\text{m s}^{-1}$ )؛  
 $v$ : سرعت شعاعی ( $\text{m s}^{-1}$ )؛  
 $x$ : مکان محوری (m)؛  
 $y$ : پارامتر آشفستگی.

### علائم یونانی

- $\beta$ : ضریب انبساط حجمی ( $\text{K}^{-1}$ )؛  
 $\mu$ : گرانروی سینماتیکی ( $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$ )؛  
 $\rho$ : چگالی ( $\text{kg m}^{-3}$ )؛  
 $\phi$ : ضریب تلفات لزجی ( $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-2}$ ).

### زیرنویس‌ها

- $c$ : انتهای سرد لوله؛  
 $h$ : انتهای گرم لوله؛  
 $p$ : فشار ثابت؛  
 $tav$ : متوسط زمانی.

### پانویس‌ها

- thermoacoustic engine
- thermal buffer tube
- penetration depth
- Stokes' hypothesis
- coefficient of bulk viscosity
- pressure implicit with splitting of operator (PISO)
- design environment for low amplitude thermoacoustic energy conversion ( $\Delta EC$ )
- shooting method
- excitation-transverse vortex
- ejection

به دلیل وابستگی دمایی لزجت، علاوه بر جریان نوسانی یک جریان پایای مرتبه دو در لایه‌ی مرزی لوله ایجاد می‌شود. به تبع این جریان، به علت شار جرمی صفر در لوله، یک جریان پایا در مرکز لوله (با مقیاس بزرگ‌تر) ایجاد می‌شود. جریان پایای اول را «جویبار داخلی» (یا ریلی) و جریان پایای دوم را «جویبار خارجی» می‌نامند. مقیاس زمانی جریان پایا، بسیار بزرگ‌تر از مقیاس زمانی جریان نوسانی است. جویبار یک چگالی شار جرمی متوسط زمانی، در حدود عمق نفوذ حرارتی از دیواره‌ی لوله ایجاد می‌کند. به دلیل لزجت گاز، بخش حلقوی چگالی شار جرمی، گاز نزدیک خود را پس زده و برای آن پسا ایجاد می‌کند. با حذف جویبارگیدن، روی کل سطح مقطع لوله، شار جرمی کل صفر اعمال می‌شود. بنابراین، بخش حلقوی چگالی شار جرمی، یک پروفیل سرعت سهموی در لوله ایجاد می‌کند و گاز نزدیک مرکز، در جهت مخالف گاز در نزدیک دیواره حرکت می‌کند. این الگوی جریان یک همرفت حلقوی ایجاد کرده و به وسیله‌ی جابه‌جایی حرارت از انتهای داغ لوله به مبدل حرارتی محیط، نشستی حرارت ناخواسته ایجاد می‌کند. آنالیز لایه‌ی مرزی،<sup>[۳]</sup> تنها زمانی درست است که جریان نوسانی داخل لوله، دامنه‌ی کمی داشته باشد تا جریان در رژیم آشفته‌ی ضعیف باقی بماند و آشفستگی تنها در خارج لایه‌ی مرزی لزجی و حرارتی ایجاد شود و پروفیل سرعت و دما مانند جریان آرام در لایه‌ی مرزی باشد.

### ۴. نتیجه‌گیری

با متوسط‌گیری روی یک چرخه، نتایج مربوط به پدیده‌ی جویبار ارائه شد. این نتایج به صورت کیفی و کمی، برای دو هندسه‌ی لوله‌ی صاف و شیب‌دار در دو وضعیت آرام و آشفته مورد بحث قرار گرفت. باید دانست که شبیه‌سازی حاضر به دلیل این که روی یک چرخه متوسط‌گیری شده، قادر به نمایش همه‌ی رخداد‌های مربوط به پدیده‌ی جویبار نیست. ممکن است در گذر زمان و گذشت چرخه‌های بیشتر، اثرات جدیدی از پدیده‌ی جویبار دیده شود. شدت آشفستگی به ترتیب در نواحی ۴، ۳، ۲ و ۱ بیش‌ترین مقدار خود را دارد. با مخروطی کردن نواحی بیش‌ترین شدت به دلیل این که جویبار جرمی کلی داخل لوله صفر می‌شود (معادلات تحلیلی دبی جرمی جویبار السن و سوئیفت)، این پدیده و اثرات آن را می‌توان کاهش داد. ملاحظه شد که شیب‌دهی ملایم به دیواره در دوسوم سمت مبدل حرارتی سرد به اندازه‌ی نیم زاویه‌ی ۱/۳۵ درجه (برمبنای روش تجربی سوئیفت)، اثر جویبار را به لحاظ کیفی

- relaminarization
- drift
- annular effect

### منابع (References)

- Lee, J.M., et al. "Flow patterns intrinsic to the pulse tube refrigerator", *Proceedings of the 7th Int. Cryocooler Conf.*, pp. 125-135 (1992).
- Olson, J.R. and Swift, G.W. "Acoustic streaming in pulse tube refrigerators: Tapered pulse tubes", *Cryogen-*

- ics, **37**(12), pp. 769-776 (1997).
3. Rott, N. "The influence of heat conduction on acoustic streaming", *Zeitschrift Für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, **25**(3), pp. 417-421 (1974).
  4. Galioullina, E.R., Van Renterghem, T. and Botteldooren, D. "3D numerical model of secondary streaming in an acoustic-resonance tube refrigerator", *Proceedings of the Twelfth International Congress on Sound and Vibration (ICSV12)-Paper 474* (2005).
  5. Matveev, K.I. "Modeling of heat leak in thermal buffer tubes caused by strong laminar acoustic streaming", *44th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, NV, AIAA paper. No. 2006-0600 (2006).
  6. Frederix, K. "Numerical simulation of streaming in pulse-tube refrigerators", Diss. MSc thesis, Eindhoven, The Netherlands: Eindhoven University of Technology (2006).
  7. Sastrapradja, D. and Sparrow, V.W. "Rayleigh streaming simulation in a cylindrical tube using the vorticity transport equation", *Innovations in Nonlinear Acoustics: ISNA17-17th International Symposium on Nonlinear Acoustics Including the International Sonic Boom Forum*, AIP Publishing, **838**(1), pp. 465-468 (2006).
  8. Aktas, M.K. and Ozgumus, T. "The effects of acoustic streaming on thermal convection in an enclosure with differentially heated horizontal walls", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53**(23), pp. 5289-5297 (2010).
  9. Aktas, M.K. "Thermoacoustically induced and acoustically driven flows and heat transfer in enclosures", Diss. Drexel University (2004).
  10. Feng, H., Zhang, X., Peng, Y. and Chen, H. "Numerical simulation of nonlinear acoustic streaming in a resonator using gas-kinetic scheme", *Journal of Applied Physics*, **112**(8), pp. 083501 (2012).
  11. Gerstenberger, C. and Wolter, F.-E. "Numerical simulation of acoustic streaming within the cochlea", *Journal of Computational Acoustics*, **21**(04), pp. 1350019 (2013).
  12. Rafat, Y., Habibi, K. and Mongeau, L. "Direct numerical simulations of acoustic streaming in standing wave tubes using the Lattice Boltzmann method", *Proceedings of Meetings on Acoustics*, Acoustical Society of America, **19**(1), pp. 045006 (2013).
  13. Santillan, A. "Time-domain simulations of the acoustic streaming produced by a propagating wave radiated by a circular piston", *IEEE, International Ultrasonics Symposium (IUS)* (2013).
  14. Solovchuk, M., Sheu, T.W.H. and Thiriet, M. "Simulation of nonlinear Westervelt equation for the investigation of acoustic streaming and nonlinear propagation effects", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **134**(5), pp. 3931-3942 (2013).
  15. Lei, J., Hill, M. and Glynne-Jones, P. "Numerical simulation of 3D boundary-driven acoustic streaming in microfluidic devices", *Lab on a Chip*, **14**,3, pp. 532-541 (2014).
  16. Ovchinnikov, M., Zhou, J. and Yalamanchili, S. "Acoustic streaming of a sharp edge", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **136**(1), pp. 22-29 (2014).
  17. Sajjadi, B., Abdul Raman, A.A. and Ibrahim, S. "Influence of ultrasound power on acoustic streaming and micro-bubbles formations in a low frequency sonoreactor: Mathematical and 3D computational simulation", *Ultrasonics Sonochemistry*, **24**, pp. 193-203 (2015).
  18. Muller, P.B. and Bruus, H. "Theoretical study of time-dependent, ultrasound-induced acoustic streaming in microchannels", *Physical Review E*, **92**(6), pp. 063018 (2015).
  19. Reichel, E.K. and Bernhard, J. "Acoustic streaming driven by immersed resonator structures", *Sensors, IEEE*, Busan, South Korea (2015).
  20. Sepehrihnama, S., Lim, K.-M. and Chau, F.S. "Numerical analysis of the acoustic radiation force and acoustic streaming around a sphere in an acoustic standing wave", *Physics Procedia*, **70**, pp. 80-84 (2015).
  21. Moudjed, B., Botton, V., Henry, D., Millet, S., Garandet, J.-P. and Hadid, H.B. "Near-field acoustic streaming jet", *Physical Review E*, **91**(3), pp. 033011 (2015).
  22. Catarino, S.O., Minas, G. and Miranda, J.M. "Evaluation of the successive approximations method for acoustic streaming numerical simulations", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **139**(5), pp. 2269-2279 (2016).
  23. Backhaus, S. and Swift, G.W. "A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **107**(6), pp. 3148-3166 (2000).
  24. Ward, B., Clark, J. and Swift, G., *Design Environment for Low-Amplitude Thermoacoustic Energy Conversion*, version 6.3b11, Los Alamos National Laboratory, Users Guide, University of California (2012).
  25. Saat, M. and Al Zahrah, F. "Numerical investigations of fluid flow and heat transfer processes in the internal structures of thermoacoustic devices", Diss. University of Leicester (2013).
  26. He, Y.L., Zhao, C.F., Ding, W.J. and Weiwei, Y. "Two-dimensional numerical simulation and performance analysis of tapered pulse tube refrigerator", *Applied Thermal Engineering*, **27**(11), pp. 1876-1882 (2007).
  27. ANSYS FLUENT 15.0, User Manual, ANSYS Inc (2014).