

تحلیل ناپایداری استاتیکی یک میکروسوئیچ غیر خطی با استفاده از نظریه ی کوپل تنش اصلاحی

Original Article

مهدی مجاهدی* (استادیار)

سهر حکمی ها (کارشناس ارشد)

دانشکده ی مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی مهندسی گلبانگان

در این نوشتار ناپایداری کششی و جابه جایی میکروسوئیچ های میکروالکترومکانیک بررسی می شود. یک مدل غیر خطی استاتیکی همراه با در نظر گرفتن اثرات میدان های حاشیه یی و نظریه ی غیر کلاسیک کوپل تنش اصلاحی برای میکروسوئیچ ارائه شده است. این مدل از یک میکروتیر یک سرگردار تشکیل شده که با یک فاصله ی اولیه نسبت به یک الکتروود ثابت قرار گرفته و با اعمال ولتاژ به سمت آن خمیده می شود. معادلات استاتیکی حاکم با استفاده از روش کمینه سازی انرژی پتانسیل استخراج شده و با کمک روش های گارکین، عددی و اجزاء محدود اقدام به حل معادلات می شود. اثرات پارامترهای مختلف بر ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ بررسی می شود و خطاهای ناشی از در نظر گرفتن مدل خطی یا نظریه های غیر کلاسیک محاسبه می شود. نتایج نشان می دهد که مدل ارائه شده به خوبی قادر به پیش بینی رفتار استاتیکی سازه و محدوده ی ناپایداری استاتیکی است.

واژگان کلیدی: سیستم میکروالکترومکانیک، ناپایداری کششی استاتیکی، نظریه ی کوپل تنش اصلاحی، میدان حاشیه یی، جابه جایی های بزرگ.

mojahedi62@gmail.com
sephrhakamiha@gmail.com

۱. مقدمه

امروزه سیستم های میکروالکترومکانیک MEMS با توجه به مزایای بسیار و پیشرفت تکنولوژی های ساخت، بسیار مورد توجه قرار گرفته اند. کاربرد این سیستم ها در صنایع مختلف از جمله هوافضا، فناوری اطلاعات، خودروسازی و علوم پزشکی پیشرفت های چشمگیری را به ارمغان آورده اند. ابزارهای MEMS موجب کاهش ابعاد و هزینه ی ساخت ابزارهای مختلف شده است. تحریک الکترواستاتیک، تحریک پیزوالکتریک و تحریک حرارتی از جمله روش های راه اندازی سیستم های MEMS هستند که در این میان روش تحریک الکترواستاتیک مزایای بیشتری مانند سادگی، راندمان بالا و پاسخ سریع دارد. از این رو، این روش بیش از سایر روش های تحریک مورد استفاده قرار گرفته است. اساس کار سیستم هایی که با این روش راه اندازی می شوند چنان است که با اعمال ولتاژ بین یک میکروتیر و یک الکتروود ثابت، که با فاصله ی اولیه یی از یکدیگر قرار گرفته اند، میکروتیر شروع به خمیده شدن به سمت الکتروود ثابت می کند. با افزایش ولتاژ اعمالی این فاصله کاهش می یابد. در یک محدوده ی مشخصی جابه جایی میکروتیر به شدت افزایش یافته و به الکتروود زیرین برخورد می کند. به این پدیده ی ناپایداری کششی و به ولتاژی که این پدیده در آن رخ می دهد، «ولتاژ ناپایداری کششی» می گویند. این پدیده از آنجا اهمیت می یابد که در برخی سیستم ها مانند

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۷/۲۸، اصلاحیه ۱۳۹۶/۱/۱۴، پذیرش ۱۳۹۶/۲/۱۹.

DOI: 10.24200/J40.2018.6410

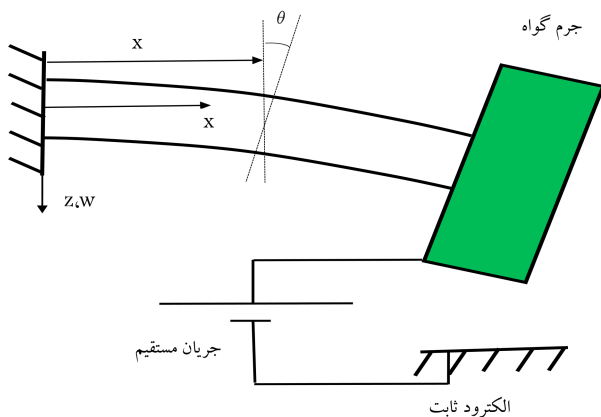
محققین در آزمایشات خود مشاهده کردند که رفتار سیستم ها در ابعاد میکرون و زیر میکرون با پیش بینی های انجام شده توسط نظریه های کلاسیک متفاوت است. در واقع مشاهده شد که رفتار این سیستم ها -- که مستقل از ابعاد سازه در نظر گرفته شده بود -- کاملاً وابسته به ابعاد است. از این رو نظریه های غیر کلاسیکی نظیر کوپل تنش و گرادیان کرنش ارائه شد. در دهه ی ۱۹۶۰ برخی محققین مانند میندلین، توپلین و کوپلر نظریه ی الاستیسیته ی کوپل تنش را به عنوان یک نظریه ی غیر کلاسیک معرفی کردند.^[۸-۱۱] این نظریه با ظهور دو ثابت جنس مرتبه بالاتر در کنار دو ثابت جنس کلاسیک در معادلات مربوطه، قادر به پیش بینی اثرات ابعاد سازه

نظر گرفتن غیر خطی‌های ناشی از جابه‌جایی‌های بزرگ میکروتیرها مورد بررسی قرار دادند. آقابابایی و همکاران^[۲۸] سینماتیک یک تیر خمیده را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که فرض مستقیم بودن تیر برای تیرهایی که ناصافی بسیار اندکی دارند ممکن است موجب ایجاد خطا در پاسخ‌ها شود، زیرا حتی ناصافی‌های جزئی هم روی ترم‌های خطی و مرتبه دوم در معادلات حرکت تأثیرگذار است.

هدف از این مقاله، بررسی جابه‌جایی و ناپایداری کششی یک میکروسویچ غیر خطی تحت میدان الکترواستاتیک است. در این پروژه، اثرات مربوط به نظریه‌های وابسته به ابعاد، در قالب نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی در مدل‌سازی اعمال می‌شود. میکروسویچ از یک میکروتیر یک سرگیردار تشکیل شده که دارای جرم گواهِ در انتهایش است. روی این جرم گواهِ، یک میدان الکترواستاتیک اعمال می‌شود. معمولاً برای مدل‌سازی میکروسویچ‌های تشکیل شده از میکروتیر، از نظریه‌ی اویلر - برنولی استفاده می‌شود. در بررسی میکروسویچ‌ها چون مطلوب عملکرد، ایجاد ناپایداری است، خیز تیر می‌تواند با توجه به ابعاد فاصله‌ی هوایی افزایش یابد به‌گونه‌ی که تغییر شکل یا انحنای تیرها بزرگ شود. با توجه به تغییر شکل‌های بزرگ میکروسویچ در میدان الکترواستاتیکی که دارای فاصله‌ی هوایی بزرگ است، لازم است در مدل‌سازی میکروسویچ‌ها اثرات نظریه‌های انحنای بزرگ برای تیرها، در حالتی که فاصله‌ی نسبی تیر با صفحه‌ی زیرین زیاد باشد، در نظر گرفته شود. لذا در این پژوهش ابتدا با در نظر گرفتن نظریه‌ی غیر کلاسیک و نظریه‌ی انحنای بزرگ برای تیرها یک مدل جدید برای بررسی رفتار استاتیکی و ناپایداری ارائه می‌شود. سپس با توجه به مدل به دست آمده، تغییر شکل استاتیکی و ناپایداری مربوطه بررسی می‌شود. برای حل معادلات از روش کاهش مرتبه‌ی گلرکین، عددی و اجزاء محدود استفاده شده است. نتایج به دست آمده با حالت‌های کلاسیک و نظریه‌های خطی مقایسه شده و با توجه به ابعاد سازه، خطاهای نظریه‌های در نظر گرفته شده در مدل‌سازی‌های قبلی محاسبه می‌شود.

۲. مدل‌سازی

در شکل ۱ نمایی از یک میکروتیر یک سرگیردار همراه با جرم گواهِ در انتهای آن، تحت اعمال میدان الکترواستاتیک نشان داده شده است. تیر دارای دو جابه‌جایی استاتیکی در دو بعد طولی $u(x)$ و عرضی $w(x)$ است. همچنین زاویه‌ی چرخش خط عمود بر محور تیر با $\theta(x)$ مشخص می‌شود. رابطه‌ی بین دستگاه مختصات



شکل ۱. میکروتیر یک سرگیردار دارای انحنای بزرگ تحت میدان الکترواستاتیکی.

است. در این نظریه در کنار اجزای کلاسیک تنش اثرگذار بر المان‌های سازه، اجزای کوپل تنش نیز به عنوان تنش‌های مرتبه بالاتر - که تمایل به چرخش اجزا دارند - در معادلات حضور دارند.

با به کارگیری معادله‌ی تعادل گشتاور کوپل‌ها در کنار معادلات تعادل کلاسیک نیروها و گشتاور نیروها توسط ینگ و همکاران^[۱۸] نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی با یک ثابت جنس مرتبه بالاتر در معادلات مربوطه معرفی شد. محققین زیادی از این نظریه برای بررسی رفتار مکانیکی میکروسازه‌ها بهره برده‌اند.^[۱۷-۱۲] در همین زمینه پژوهش‌گران با استفاده از نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی تیر تیموشنکو را مدل کردند.^[۱۸] آن‌ها رفتار استاتیکی وابسته به اندازه و ارتعاشات آزاد تیر تیموشنکو با تکیه‌گاه ساده را بررسی کردند. ژیا و همکاران^[۱۹] نشان دادند نه تنها رفتار خطی میکروتیرها، بلکه استاتیک غیر خطی، تحلیل پس از کماتش و ارتعاشات آزاد آن نیز وابسته به اندازه است. پارک و ژائو^[۱۵] معادلات تعادل استاتیکی تیر همگن خطی اویلر - برنولی را محاسبه کردند. اصغری و همکاران^[۲۰] یک مدل تیموشنکو همگن برای تیر ارائه کردند. رهایی فرد و همکاران^[۲۱] رفتار استاتیکی وابسته به اندازه میکروتیرهای دوسرگیردار تحت بار الکترواستاتیکی را بررسی کردند. همچنین کهربائیان و همکاران^[۲۲] یک معیار تسلیم غیر کلاسیک وابسته به ابعاد را بر پایه‌ی نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی ارائه کردند که قادر بود اثرات وابسته به ابعاد مشاهده شده در میکروسازه‌ها را لحاظ کند. عسکری و طهانی^[۲۳] یک مدل غیر خطی برای یک میکروتیر اویلر - برنولی تحت بار شوک ارائه کردند و نشان دادند که در نظر گرفتن نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی برای سیستم‌های میکرو - به ویژه برای میکروتیرهایی که مقدار پارامتر مقیاس طول آن‌ها نزدیک به ضخامت تیر است - ضروری است. رهایی فرد و مجاهدی^[۲۴] با استفاده از نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی یک مدل توسعه یافته برای میکروشتاب‌سنج‌ها ارائه کردند. نتایج آن‌ها با استفاده از روش‌های تحلیلی و اجزاء محدود به دست آمده و نشان داده شده که اثرات وابسته به ابعاد نقش قابل توجهی بر محدوده‌ی ناپایداری شتاب‌سنج دارند.

در میکروتیرهای تحریک شده توسط نیروی الکترواستاتیکی، برای نسبت‌های کوچک فاصله‌ی هوایی به طول، فرض جابه‌جایی کوچک و تقریب زدن نیروی الکترواستاتیک به صورت صفحه‌ی موازی برای به دست آوردن مدل مکانیکی، قابل قبول است. اما این مدل برای نسبت‌های بزرگ غیر خطی است و لذا برای مدل‌سازی نیروی الکترواستاتیک، نیاز به در نظر گرفتن مدل غیر خطی با میدان‌های حاشیه‌ی بی است. در گپ هوایی کوچک ممکن است ناپایداری‌های ناخواسته از جمله ناپایداری ناشی از نیروهای چسبندگی و نیروهای بین مولکولی در ابعاد میکرو اتفاق بیفتد. در این حالت بهتر است گپ هوایی بزرگ‌تر لحاظ شود تا از وقوع چنین ناپایداری‌هایی جلوگیری شود. همچنین در ابعاد میکرو با گپ هوایی کوچک، نقایص ساخت و مونتاژ و تورلانس‌گذاری غیر دقیق ممکن است منجر به کاهش دقت میکروسویچ و حتی ناپایداری آن شود. اما هر قدر میزان گپ هوایی بزرگ‌تر شود، اثرات ناشی از نقایص مونتاژ و ساخت میکروسویچ کاهش می‌یابد.^[۲۵] همچنین نشان داده شده که در ریزپردازنده‌هایی که دارای گپ هوایی بزرگ هستند، شدت میرایی کم‌تر از حالتی است که گپ هوایی کوچک است. بنابراین درصد اتلاف انرژی در ریزپردازنده‌های دارای گپ هوایی بزرگ کم‌تر از ریزپردازنده‌های دارای گپ هوایی کوچک است.^[۲۶، ۲۷] در میکروسویچ‌ها با توجه به تغییر شکل‌های بزرگ ایجاد شده در حین راه‌اندازی توسط میدان الکترواستاتیک، اثر انحنای بزرگ تیر حائز اهمیت است. این اثرات پیش‌تر در تیرهای دیگر نیز مورد بررسی قرار گرفته و نقش قابل توجه عوامل غیر خطی مربوط به آن ملاحظه شده است.^[۲۸-۲۳] در همین زمینه چاترجی و پوهیت^[۲۱] ناپایداری کششی استاتیکی و دینامیکی میکروتیرها را با در

که در آن، μ مدول برشی و ℓ پارامتر مقیاس طول است. با توجه به روابط ۹ و ۱۰ تمامی درایه‌های تانسور کوپل تنش به غیر از m_{12} و m_{21} صفر است. بنابراین:

$$m_{12} = \ell^T \mu \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \quad (10)$$

انرژی پتانسیل با در نظر گرفتن نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی عبارت خواهد بود از:

$$V = \frac{1}{V} \int_0^L \left\{ \iint (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dy dz \right\} dx \quad (11)$$

با جایگزینی روابط تنش و کرنش و کوپل تنش و انحنا، انرژی پتانسیل میکروتیر عبارت خواهد بود از:

$$V = \frac{1}{V} \int_0^L \int_A [Ez' \theta'^2 + \ell^T \mu \theta'^2] dA dx \quad (12)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۳ در رابطه‌ی ۱۲، انرژی پتانسیل تیر با لحاظ کردن نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی، برحسب خیز و مشتقات خیز چنین محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{V} \int_0^L \left[EI (w''^2 + 2u'w'' - 2w''u'w') + \ell^T \mu A (w''^2 + 2u'w'' - 2w''u'w') \right] dx \quad (13)$$

که در آن I ممان دوم سطح حول محور y ، A مساحت سطح مقطع تیر است. برای به حساب آوردن نیروهای غیر پایدار، مانند نیروهای الکترواستاتیک، کار مجازی معرفی می‌شود. کار مجازی ناشی از نیروی الکترواستاتیک عبارت است از:

$$\delta W = \int_0^L [(F_T) \delta w] dx \equiv \int_0^L [(Q_u) \delta u + (Q_w) \delta w] dx \quad (14)$$

که در آن F_T نیروی الکترواستاتیک اثرگذار بر جرم گواه، و Q_α ($\alpha = u, w$) معرف نیروهای عمومی در جهات طولی و عرضی است. نیروی الکترواستاتیک با در نظر گرفتن میدان‌های حاشیه‌یی بین صفحات موازی (خازن) که با F_T نمایش داده می‌شود عبارت است از:

$$F_T = \frac{\varepsilon A_p}{V} \left(1 + 0.6 \Delta \frac{d-w}{l_p} \right) \times \frac{V_{DC}^2}{(d-w)^2} \delta_L(x) \quad (15)$$

که در آن ε ضریب گذردهی خلأ و A_p سطحی از جرم گواه است که تحت میدان الکترواستاتیک قرار گرفته و d فاصله‌ی هوایی بین الکتروود و جرم گواه است. برای به کارگیری قید عدم کشیدگی لایه‌ی میانی، از عامل ضرب شونده لاگرانژ استفاده می‌شود. بدین صورت که قید $1 - (1 + u')^2 - w'^2$ در پارامتر لاگرانژ λ ضرب شده و به انرژی پتانسیل اضافه می‌شود. با استفاده از انرژی پتانسیل و قید عدم کشیدگی لایه‌ی میانی، انرژی پتانسیل مقید بدین صورت لحاظ می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \frac{1}{V} \int_0^L \left\{ - \left[D_T \left(\frac{-w'' - w''u' + u''w'}{1 + 2u' + u'^2 + w'^2} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \ell^T \mu A \left(\frac{-w'' - w''u' + u''w'}{1 + 2u' + u'^2 + w'^2} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \lambda \left[1 - (1 + u')^2 - w'^2 \right] \right\} dx \equiv \int_0^L \ell_g dx \quad (16) \end{aligned}$$

ℓ_g چگالی انرژی پتانسیل مقید (برواحد طول) است. این چگالی تابع (q_i, q'_i, q''_i, x) است که q_i مختصات عمومی و برابر است با $\{u, w\}$.

مرجع و دستگاه مختصات محلی (دستگاه مختصات متصل به تیر بعد از تغییر شکل)، با استفاده از ماتریس تبدیل رابطه بیان می‌شود:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

با فرض بزرگ بودن تغییر شکل‌ها و چشمگیر بودن فاصله‌ی هوایی در مقایسه با طول میکروتیر، از نظریه‌ی تیر اویلر-برنولی با فرض انحنای بزرگ برای مدل‌سازی استفاده می‌شود. با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل می‌توان معادلات حاکم را با فرضیات فوق به دست آورد. با توجه به این‌که زاویه‌ی خمش تیر فقط در راستای y است، بردار انحنای خمش تیر چنین در نظر گرفته می‌شود: [۲۸]

$$\vec{\rho} = \theta' e_y \quad (2)$$

به دلیل بزرگ بودن تغییر شکل‌های عرضی عوامل مرتبه بالاتر تغییر شکل‌ها نیز در محاسبه‌ی θ' لحاظ می‌شود.

$$\theta' = \frac{-w''(1 + u') + u''w'}{1 + u'^2} \quad (3)$$

منظور از علامت پریم، $\frac{\partial}{\partial x}$ است. زاویه‌ی چرخش خط عمود بر محور تیر (θ) از رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$\tan \theta = \frac{-w'}{1 + u'} \quad (4)$$

برای میکروتیرهای یک‌سرگردار با توجه به این‌که کرنش تار خنثی برابر صفر است ($e = 0$)، معادله‌ی قید عدم کشیدگی لایه‌ی میانی مطابق رابطه‌ی ۵ خواهد بود که در مدل‌سازی لازم است لحاظ شود:

$$1 - (1 + u')^2 - w'^2 = 0 \quad (5)$$

با توجه به روش لاگرانژ مقید هنگامی که انرژی کمیته می‌شود، رابطه‌ی ۵ به صورت قید در فرایند بهینه‌سازی لحاظ می‌شود. با حل این رابطه و استفاده از بسط تیلور و استفاده از شرایط مرزی $u(0) = 0$:

$$u = -\frac{1}{V} \int_0^x w'^2 dx \quad (6)$$

با استفاده از تعریف تانسور کرنش گرین تعریف شده در مختصات لاگرانژین برای میکروتیر یک‌سرگردار [۲۳، ۲۸] و لحاظ کردن انرژی ناشی از کوپل تنش انرژی پتانسیل به دست می‌آید. بدین منظور ابتدا کوپل تنش محاسبه می‌شود. به‌طور کلی تانسور انحنای متقارن که در نتیجه‌ی گرادیان تغییر شکل زاویه‌یی است چنین لحاظ می‌شود: [۲۱]

$$\chi_{ij} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \theta_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

در میکروتیر مدل شده، تمامی درایه‌های تانسور یاد شده به غیر از χ_{12} و χ_{21} صفر است. بنابراین:

$$\chi_{12} = \chi_{21} = \frac{1}{V} \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \quad (8)$$

با توجه به تانسور انحنای متقارن و در نظر گرفتن نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی رابطه زیر بین کوپل تنش و تانسور انحنا برقرار است:

$$m_{ij} = 2\ell^T \mu \chi_{ij} \quad (9)$$

بی‌بعدسازی این امکان را فراهم می‌آورد که پارامترهای متعدد وارده در معادلات حاکم را با یکدیگر ترکیب کنیم و با پارامترهای بی‌بعدی مواجه شویم که تعدادشان کم‌تر از پارامترهای مؤثر اولیه است. هر پارامتر بی‌بعد به دست آمده، توصیف‌گر یک پدیده‌ی فیزیکی مشخص است که با تغییرات آن می‌توان نقش پدیده‌ی فیزیکی را بررسی کرد. برخلاف پارامترهای بعددار که بازه نامحدودی دارند، میزان پارامترهای بی‌بعد در یک محدوده‌ی مشخص قرار دارد. بنابراین بی‌بعد سازی معادله‌ی ۲۵ با تکیه بر پارامترهای بی‌بعد زیر انجام می‌پذیرد:

$$\hat{x} = \frac{x}{L}, \quad \hat{w} = \frac{w}{d}, \quad M_r = \frac{M}{mL}, \quad k = \frac{d}{L},$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon A_p L^r}{\sqrt{2} EI d^r}, \quad \hat{V}_{DC} = \sqrt{\alpha} V_{DC}, \quad f = 0.765 \frac{d}{l_p} \quad (26)$$

پس از بی‌بعد سازی معادله‌ی ۲۵، معادله‌ی حرکت زیر به دست می‌آید:

$$\left(1 + \frac{\ell^r \mu A}{EI}\right) \frac{d^r \hat{w}}{d\hat{x}^r} + k^r (\hat{w}' \hat{w}''^r + \hat{w}'^r \hat{w}''')' + \frac{k^r \ell^r \mu A}{EI} (\hat{w}' \hat{w}''^r)' = (1 + f(1 - \hat{w})) \frac{\hat{V}_{DC}}{(1 - \hat{w})^r} \delta_1(\hat{x}) \quad (27)$$

با شرایط مرزی:

$$w(0) = 0, \quad w'(0) = 0, \quad w''(1) = 0, \quad w'''(1) = 0 \quad (28)$$

در معادله‌ی دیفرانسیل بی‌بعد شده جابه‌جایی میکروسویچ، عبارت $\frac{\ell^r \mu A}{EI}$ یا $\frac{h}{\ell}$ نشان‌گر نقش ابعاد سازه بر جابه‌جایی سیستم است. k نشان‌گر نقش نظریه‌ی انحنا‌ی بزرگ و f بیان‌گر شدت میدان‌های حاشیه‌ی اطراف جرم گواه است. چنانچه در معادله‌ی ۲۷ عبارت مربوط به نقش ابعاد سازه حذف شود، معادلات کلاسیک غیر خطی در پژوهش انجام شده توسط چاترجی و همکاران^[۲۱] به دست می‌آید. همچنین اگر پارامتر توصیف‌گر انحنا‌ی بزرگ k صفر شود، مدل غیر کلاسیک خطی ارائه شده توسط رهایی‌فرد و همکاران^[۲۲] حاصل می‌شود.

معادله‌ی ۲۸، یک معادله‌ی غیر خطی با مشتقات تک‌متغیره‌ی وابسته به مکان است. از روش نیمه‌تحلیلی گلرکین برای به دست آوردن پاسخ و تحلیل ناپایداری استفاده می‌شود.^[۲۵،۶] بدین منظور جابه‌جایی استاتیکی تیر (\hat{w}) را می‌توان به صورت ترکیبی خطی از توابع مستقل خطی بیان کرد:

$$\hat{w}(\hat{x}) = \sum a_i \phi_i(\hat{x}) \quad (29)$$

که در آن $\phi_i(\hat{x})$ ها توابع تقریب‌اند. به‌طور کلی می‌توان از شکل موده‌های ارتعاشی تیر به عنوان توابع تقریب گلرکین استفاده کرد. با توجه به حل معادله‌ی ارتعاشات آزاد تیر، رابطه‌ی ۳۰ برای شکل مود i ام به دست می‌آید:^[۲۶]

$$\phi_i(\hat{x}) = A \cos(\beta_i \hat{x}) + B \sin(\beta_i \hat{x}) + D \cosh(\beta_i \hat{x}) + D \sinh(\beta_i \hat{x}) \quad (30)$$

که با توجه به شرایط مرزی سه ضریب معادله‌ی فوق برحسب یک ضریب دیگر قابل بیان است و ضریب β_i تعیین می‌شود. برای شرط مرزی دوسرگرددار تابع تقریب (شکل مود تیر) چنین تعیین می‌شود:

$$\phi_i(\hat{x}) = \cosh \beta_i \hat{x} - \cos \beta_i \hat{x} - \frac{(\cosh \beta_i - \cos \beta_i)}{(\sinh \beta_i - \sin \beta_i)} \times (\sinh \beta_i \hat{x} - \sin \beta_i \hat{x}) \quad (31)$$

با به کارگیری اصل کمینه انرژی پتانسیل برای تیر، رابطه‌ی ۱۷ برای میکروتیر مشابه با رابطه‌ی لاگرانژ برای سیستم‌های گسسته‌ی استاتیکی به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \ell_g}{\partial q_i} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \ell_g}{\partial q'_i} \right) + \frac{\partial^r}{\partial x^r} \left(\frac{\partial \ell_g}{\partial q''^r_i} \right) = -Q_i \quad (17)$$

و شرایط مرزی مربوطه عبارت خواهد بود از:

$$\left\{ \left[\frac{\partial \ell_g}{\partial q'_i} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \ell_g}{\partial q''^r_i} \right) \right] \delta q_i \right\}_{x=0}^{x=L} = 0$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \ell_g}{\partial q''^r_i} \right) \delta q'_i \right\}_{x=0}^{x=L} = 0 \quad (18)$$

که در آن q_i نمایان‌گر $w(x)$ و $u(x)$ است.

با قرار دادن $q_i = u(x)$ و اعمال روابط ۱۷ و ۱۸ در رابطه‌ی ۱۶ و بسط نتایج تا مرتبه‌ی ۴، معادلات حرکت طولی تیر چنین نوشته خواهد شد:

$$[\lambda(1 + u')] + EA \left(u' + \frac{w'^r}{r} \right)' + EI (w' w''')' = 0 \quad (19)$$

با شرایط مرزی:

$$u(0) = 0$$

$$\lambda(1 + u') + EA \left(u' + \frac{w'^r}{r} \right) + D_r (w' w''')|_{x=L} = 0 \quad (20)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۶ در معادله‌ی ۱۹، انتگرال‌گیری از x تا L و اعمال شرایط مرزی ۲۰، مقدار λ به دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{1}{1 + u'} [-EI (w' w''')'] \quad (21)$$

با بسط تیلور $\frac{1}{1+u'}$ در رابطه‌ی ۲۱ و در نظر گرفتن عبارت‌های تا مرتبه‌ی ۴، پارامتر لاگرانژ برابر است با:

$$\lambda = -EI (w' w''') \quad (22)$$

با قرار دادن $q_i = w(x)$ و اعمال روابط ۱۷ و ۱۸ در رابطه‌ی ۱۶، جایگذاری u و λ از روابط ۶ و ۲۲ و نوشتن پاسخ تا مرتبه‌ی ۴، و نیز با در نظر گرفتن اثرات کوپل تنش اصلاحی، معادله‌ی جابه‌جایی میکروسویچ عبارت خواهد بود از:

$$(EI + \ell^r \mu A) w^{IV} = -EI \times (w' w''^r + w'^r w''')' - \ell^r \mu A \times (w' w''^r)' + F_r \quad (23)$$

با شرایط مرزی زیر:

$$w(0) = 0, \quad w'(0) = 0, \quad w''(L) = 0, \quad w'''(L) = 0 \quad (24)$$

با جایگذاری نیروی الکترواستاتیک در رابطه‌ی ۲۳:

$$(EI + \ell^r \mu A) w^{IV} + EI \times (w' w''^r + w'^r w''')' + \ell^r \mu A (w' w''^r)' = \frac{\varepsilon A_p V_{DC}}{\sqrt{2}(d-w)^r} \left(1 + 0.765 \frac{d-w}{l_p}\right) \delta_L(x) \quad (25)$$

که در آن $F(\hat{w}^{(i)})$ شامل ترم‌های غیر خطی و نیروی الکترواستاتیک در مرحله‌ی i است:

$$F(\hat{w}^{(i)}) = -k^T (\hat{w}'^{(i)} \hat{w}''^{(i)T} + \hat{w}'^{(i)T} \hat{w}'''^{(i)})' - \frac{k^T \ell^T \mu A}{EI} (\hat{w}'^{(i)} \hat{w}''^{(i)T})' + (1 + f(1 - \hat{w}^{(i)})) \frac{\hat{V}_{DC}^T}{(1 - \hat{w}^{(i)T})} \delta_1(\hat{x}) \quad (39)$$

در این روش قسمت نیرو (سمت راست) در معادله‌ی ۳۸ از پاسخ مرحله‌ی i ($\hat{w}^{(i)}$) محاسبه شده و با انتخاب تعداد قابل توجهی نقطه روی تیر، این نیرو (که به صورت یک بارگسترده است) روی آن به صورت نیروهای نقطه‌یی توزیع می‌شود. سپس پاسخ سمت چپ معادله‌ی ۳۸ با توجه به نیروهای نقطه‌یی مفروض به دست آمده و با استفاده از مجموع پاسخ بارهای نقطه‌یی، پاسخ $\hat{w}^{(i+1)}$ به دست می‌آید. در ادامه نیروی سمت راست معادله با استفاده از پاسخ مرحله‌ی $i + 1$ به روزرسانی شده و روند فوق تکرار می‌شود. این فرایند آن قدر ادامه پیدا می‌کند تا همگرایی حاصل شود یا در یک ولتاژ خاص، ناپایداری اتفاق بیفتد. برای شروع حل، پاسخ مرحله‌ی اول صفر در نظر گرفته می‌شود ($\hat{w}^{(1)} = 0$). حال با استفاده از فرمولاسیون اجزاء محدود و المان بندی میکروتیر، جابه‌جایی استاتیکی محاسبه می‌شود، توابع شکل درون‌یاب هر المان به صورت هرمیتی و جابه‌جایی داخل هر المان چنین در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{w}^e = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]^T \{W\}^e = [N] \{W\}^e \quad (40)$$

که در آن N ماتریس توابع شکل و $\{W\}^e$ بردار جابه‌جایی و شیب گره‌های المان است:

$$\{W\}^e = \begin{Bmatrix} W_1 \\ \theta_1 \\ W_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

با اعمال روش ضعیف‌سازی معادله‌ی دیفرانسیل (۲۷)، ماتریس سختی و بردار نیرو در هر المان به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[K_e] = \left(\frac{\mu A \ell^T}{EI} + 1 \right) \int_{x_e^c}^{x_e^e} \frac{\partial^T \{N\}}{\partial \hat{x}^T} \frac{\partial^T \{N\}}{\partial \hat{x}^T} d\hat{x} = \frac{\left(\frac{\mu A \ell^T}{EI} + 1 \right)}{l_e} \times \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\{F\}^e = \int_{x_e^c}^{x_e^e} [N]^T \left(-k^T (\hat{w}' \hat{w}''^T + \hat{w}'^T \hat{w}''')' - \frac{k^T \ell^T \mu A}{EI} (\hat{w}' \hat{w}''^T)' + (1 + f(1 - \hat{w})) \times \frac{\hat{V}_{DC}^T}{(1 - \hat{w}^T)} \delta_1(\hat{x}) \right) d\hat{x} \quad (43)$$

که l_e طول المان تیر است.

برای المان انتها، نیروی الکترواستاتیک به درجه آزادی اول گره آخر اضافه می‌شود. بعد از سوارکردن ماتریس‌ها با توجه به یک حدس اولیه برای \hat{w} ، مقدار

که β_i با استفاده از شرایط مرزی و از طریق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\cosh \beta_i \cos \beta_i - 1 = 0 \quad (32)$$

که ریشه اول آن برابر است با: $\beta_1 = 4.73$. برای شرط مرزی دوسرترکیه‌گاه ساده شکل مود به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\phi_i(\hat{x}) = \sin(i\pi\hat{x}) \quad (33)$$

و برای شرط مرزی یک سرگیردار توابع تقریب یا همان شکل مودها برابر است با: [۳۶]

$$\phi_i(\hat{x}) = \cosh \beta_i \hat{x} - \cos \beta_i \hat{x} - \frac{(\cosh \beta_i + \cos \beta_i)}{(\sinh \beta_i + \sin \beta_i)} \times (\sinh \beta_i \hat{x} - \sin \beta_i \hat{x}) \quad (34)$$

که β_i از طریق ارضای شرایط مرزی و با استفاده از رابطه‌ی ۳۵ تعیین می‌شود:

$$\cosh \beta_i \cos \beta_i + 1 = 0 \quad (35)$$

معادله‌ی فوق که در نتیجه اعمال شرایط مرزی به دست آمده، بی‌نهایت ریشه دارد که ریشه‌ی اول آن، برای شکل مود اول در نظر گرفته می‌شود. با حل معادله‌ی فوق ریشه‌ی اول برابر با $\beta_1 = 1.875$ می‌شود. با در نظر گرفتن فرض یک مود میکروتیر یک سرگیردار، پاسخ جابه‌جایی استاتیکی برابر است با:

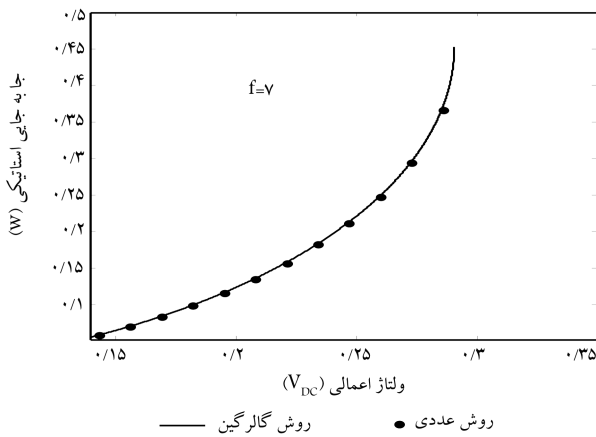
$$\hat{w}(\hat{x}) = a\phi \quad (36)$$

که در آن ϕ شکل مود اول تیر یک سرگیردار و a یک ضریب مجهول است که با تعیین آن جابه‌جایی استاتیکی تعیین می‌شود. طبق روش گلرکین، رابطه‌ی ۳۶ را در رابطه‌ی ۲۷ جایگذاری کرده و با ضرب کردن معادله‌ی جدید در ϕ و انتگرال‌گیری از آن روی بازه $0 \leq x \leq 1$ ، معادله‌ی جبری غیر خطی زیر با مجهول a به دست می‌آید:

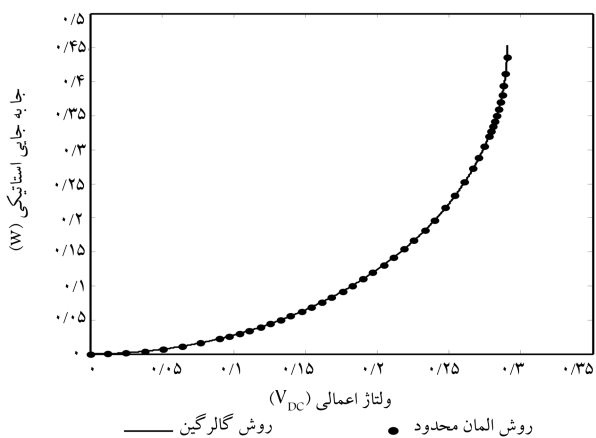
$$\left(1 + \frac{\ell^T \mu A}{EI} \right) \int_0^1 \phi^{IV} \times \phi d\hat{x} \times a = -k^T \int_0^1 (\phi' \phi''^T + \phi'^T \phi''')' \times \phi d\hat{x} \times a^T - \frac{k^T \ell^T \mu A}{EI} \int_0^1 (\phi' \phi''^T)' \times \phi d\hat{x} \times a^T + (1 + f(1 - \phi(1)a)) \frac{\hat{V}_{DC}^T \times \phi(1)}{(1 - \phi(1)a^T)} \quad (37)$$

حل معادله‌ی فوق با استفاده از روش نیوتن رافسون در محیط نرم‌افزاری انجام می‌پذیرد. با تعیین a و استفاده از رابطه‌ی ۳۱، جابه‌جایی استاتیکی در ولتاژهای مختلف تعیین شده و ناپایداری استاتیکی از طریق بررسی جابه‌جایی استاتیکی بررسی می‌شود. در ادامه با استفاده از دو روش عددی مبتنی بر تکرار و اجزاء محدود مجدداً پاسخ میکروسوتیج به دست آمده و در قسمت نتایج این دو پاسخ با پاسخ نیمه تحلیلی گلرکین مقایسه می‌شود. در همین راستا ابتدا معادله‌ی ۲۷ مجدداً از طریق روش عددی مبتنی بر تکرار حل می‌شود. بدین منظور معادله‌ی ۲۷ به صورت رابطه‌ی ۳۸ در نظر گرفته می‌شود:

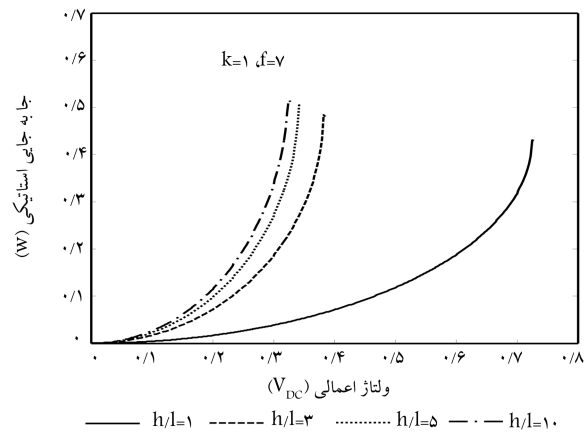
$$\left(1 + \frac{\ell^T \mu A}{EI} \right) \frac{d^i \hat{w}^{(i+1)}}{d\hat{x}^i} = F(\hat{w}^{(i)}), \quad i = 1, 2, \dots \quad (38)$$



شکل ۲. جابه‌جایی انتهایی میکروسوئیچ بر حسب ولتاژ با استفاده از دو روش گلرکین و عددی.



شکل ۳. مقایسه‌ی نتایج روش‌های گلرکین و اجزاء محدود.



شکل ۴. جابه‌جایی استاتیکی انتهایی میکروسوئیچ بر حسب ولتاژ اعمال شده برای مقادیر مختلف h/l .

همان‌گونه که شکل ۴ نشان می‌دهد، با کاهش ضخامت تیر در مقایسه با پارامتر مقیاس طول، میزان جابه‌جایی استاتیکی کم‌تر شده و ناپایداری در ولتاژ بزرگ‌تری ایجاد می‌شود. این نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی (که باعث اضافه شدن پارامتر نسبت پارامتر مقیاس طول به ضخامت تیر در مدل‌سازی شده است)، با افزایش نسبت h/l ، سختی سازه افزایش یافته و میکروسوئیچ در

$\{F\}$ (بردار نیروکل) محاسبه شده و سپس با استفاده از رابطه‌ی ۴۴ میزان بردار جابه‌جایی و شیب گره‌ها $\{W\}$ تعیین می‌شود:

$$\{W\} = [K]^{-1} \{F\} \quad (44)$$

که در آن $[K]$ ماتریس سختی کل المان‌ها پس از اعمال شرایط مرزی است. حال با توجه به محاسبه‌ی $\{W\}$ و تعیین \tilde{w} ، $\{F\}$ مجدداً محاسبه می‌شود و روند مذکور تا همگرایی $\{W\}$ تکرار می‌شود.

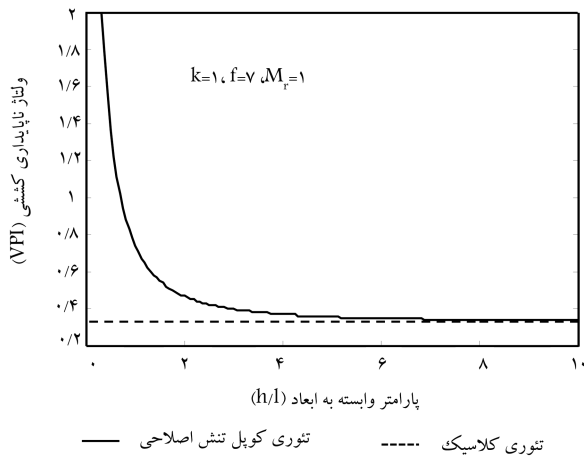
۳. نتایج

برای میکروتیرهای یک‌سرگردار چنانچه ضخامت میکروتیر (زیر ۱ میکرومتر) کوچک شود و ابعاد جرم گواه قابل توجه باشد (سطح الکتروود بزرگ شود)، امکان اعمال ولتاژی که ناپایداری ایجاد می‌کند، فراهم می‌شود. در این حالت با توجه به کاهش ضخامت میکروتیر (قرار گرفتن ضخامت در محدوده‌ی پارامتر مقیاس طول)، لازم است در مدل‌سازی میکروتیرهای دارای انحنای بزرگ نقش عوامل وابسته به ابعاد نیز در نظر گرفته شود. بنابراین در این نوشتار علاوه بر اثرات ناشی از انحنای بزرگ، نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی نیز در مدل‌سازی لحاظ شده است. اما چنانچه ضخامت میکروتیر قابل توجه باشد، ولتاژ ناپایداری بسیار بزرگ شده و امکان اعمال این ولتاژ وجود ندارد. به عنوان مثال برای میکروسوئیچ سیلیکونی (با مدول یانگ ۱۵۰ گیگاپاسکال و پارامتر مقیاس طول ۲۷۰ میکرومتر) که دارای میکروتیری به طول و گپ هوایی یکسان ۲۰۰ میکرومتر ($k=1$) و ضخامت و ارتفاع برابر ۲۵۰ میکرومتر است و جرم گواه دارای طول و عمق به ترتیب ۲۰ و ۵۰ میکرومتر است ($f=6/5$)، ولتاژ ناپایداری بی‌بعد محاسبه شده ۳۲۷۵/۰ به دست می‌آید که با محاسبه‌ی پارامتر α مطابق رابطه‌ی ۲۶، بعد ولتاژ ناپایداری برابر ۳۹/۹ ولت می‌شود.

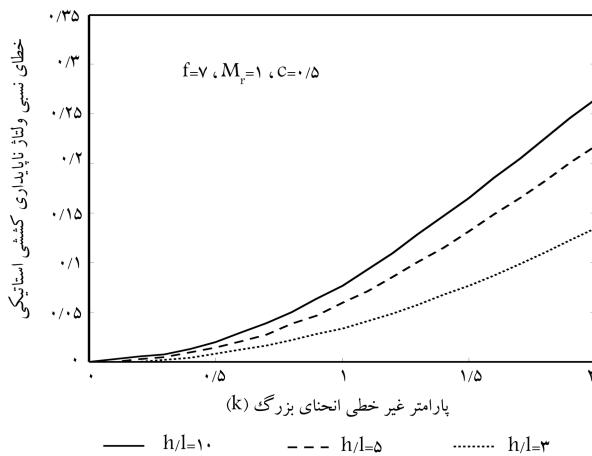
در این بخش ابتدا اعتبار نتایج نیمه‌تحلیلی با استفاده از مقایسه‌ی آن با دو روش عددی مبتنی بر تکرار و اجزاء محدود مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل ۲، مقایسه‌ی بین نتایج نیمه‌تحلیلی گلرکین و نتایج عددی انجام شده است. در این شکل جابه‌جایی انتهایی میکروسوئیچ بر حسب ولتاژ بی‌بعد محاسبه شده است. مشاهده می‌شود که نتایج نیمه‌تحلیلی و عددی برهم منطبق‌اند.

در شکل ۳ جابه‌جایی جرم گواه بر حسب ولتاژ اعمالی با استفاده از دو روش نیمه‌تحلیلی و اجزاء محدود با ۲۰ المان محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است. چنان که مشاهده می‌شود، تطابق بسیار عالی بین نتایج نیمه‌تحلیلی و اجزاء محدود حتی در محدوده‌ی ناپایداری وجود دارد و نواحی ناپایدار و ولتاژ ناپایداری به دست آمده توسط دو روش برهم منطبق‌اند. بنابراین می‌توان گفت استفاده از روش نیمه‌تحلیلی به کار رفته و تعداد یک مود استفاده شده می‌تواند نتایج قابل قبولی ارائه دهد.

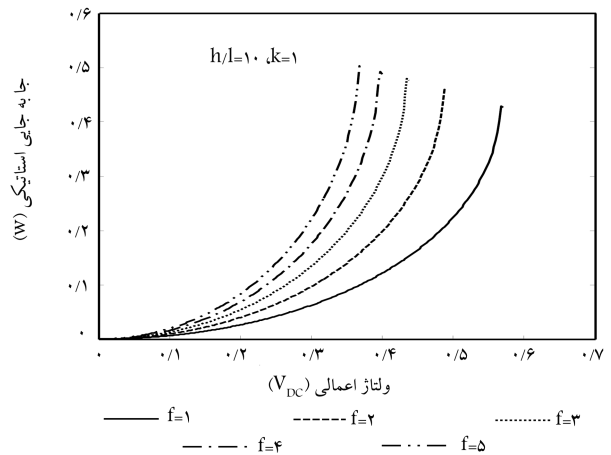
در شکل ۴ تغییرات جابه‌جایی استاتیکی بر حسب تغییرات ولتاژ نشان داده شده است. این نمودار برای مقادیر مختلف h/l (که نشان‌گر میزان وابستگی به ابعاد است) ترسیم شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش ولتاژ، جابه‌جایی استاتیکی پیوسته افزایش می‌یابد. شیب افزایش جابه‌جایی استاتیکی با افزایش ولتاژ، رفته‌رفته افزایش یافته تا در ولتاژی خاص این شیب به شدت افزایش یافته و جابه‌جایی استاتیکی شدیداً بزرگ می‌شود. در این وضعیت تماس بین جرم گواه و الکتروود ثابت اتفاق می‌افتد. پدیده‌ی فوق را «ناپایداری کششی» می‌نامند که در یک ولتاژ خاص (ولتاژ ناپایداری کششی) برقرار می‌شود. این پدیده برای میکروسوئیچ‌ها هنگام قطع و وصل شدن مفید است.



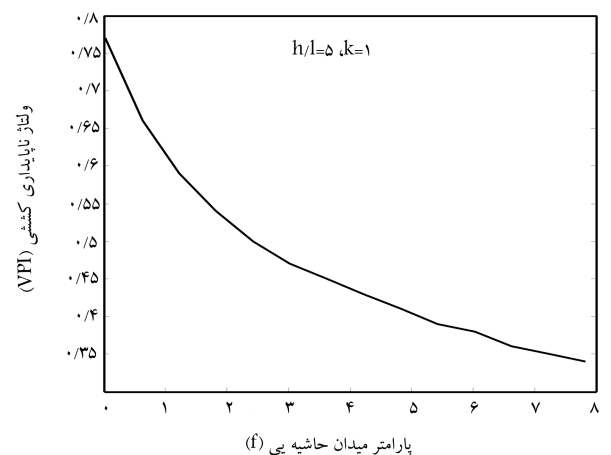
شکل ۷. ولتاژ ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ بر حسب پارامتر h/l .



شکل ۸. میزان خطای ولتاژ ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ محاسبه شده توسط نظریه غیر کلاسیک خطی.



شکل ۵. جابه جایی استاتیکی انتهای میکروسوئیچ بر حسب ولتاژ اعمال شده برای مقادیر مختلف پارامتر میدان حاشیه‌یی f .



شکل ۶. ولتاژ ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ بر حسب پارامتر میدان حاشیه‌یی f .

که نتایج حاصل از نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی و نظریه‌ی کلاسیک برای مقادیر $h/l \geq 7$ تقریباً بر هم منطبق است اما برای مقادیر کوچک‌تر از این مقدار، میزان ولتاژ ناپایداری کششی غیر کلاسیک بزرگ‌تر است و با کاهش نسبت یادشده، این اختلاف بیشتر می‌شود. در مجموع می‌توان گفت که نظریه‌ی کوپل تنش در مقایسه با نظریه‌ی کلاسیک، سختی بزرگ‌تری برای تیرهایی که ضخامت‌شان حدوداً کوچک‌تر از ۶ تا ۷ برابر پارامتر مقیاس طول است، پیش‌بینی می‌کند.

در بخش مدل‌سازی ملاحظه شد که عامل غیر خطی دوران بزرگ تیر از طریق ضریب k در معادلات ظاهر می‌شود. این ضریب در حقیقت نسبت بین فاصله‌ی هوایی (محدوده‌ی حرکتی جرم گواه) به طول تیر است. هرچه فضای حرکتی بزرگ‌تر باشد با اعمال خیز بزرگ، این عامل غیر خطی نیز شدیدتر می‌شود. برای حالتی که $k = 0$ است (عبارت‌های شامل k نادیده گرفته شود)، مدل غیر خطی تبدیل به مدل خطی می‌شود.

در شکل ۸ میزان خطای ایجاد شده در محاسبه‌ی ولتاژ ناپایداری کششی برای حالتی که این نظریه نادیده گرفته شده (نظریه‌ی غیر کلاسیک خطی) بر حسب پارامتر k برای مقادیر مختلف h/l نشان داده شده است. با افزایش k چنان‌که از مباحث گفته شده پیش‌بینی می‌شد، میزان خطای ایجاد شده افزایش می‌یابد. در این حالت لازم است از مدل ارائه شده در این پژوهش استفاده شود. با کاهش h/l ، خطای محاسبه

مقابل اعمال ولتاژ مقاوم‌تر می‌شود. یکی از اثرات مهم در ناپایداری میکروسازه، نقش میدان‌های حاشیه‌یی اطراف الکترودهاست.

در شکل ۵ اثر میدان‌های حاشیه‌یی بر جابه‌جایی استاتیکی نشان داده شده است. با افزایش پارامتر f (نسبت فاصله‌ی هوایی به طول جرم گواه)، شدت میدان‌های حاشیه‌یی روی لبه‌ها افزایش می‌یابد؛ این میدان‌های حاشیه‌یی سبب افزایش نیروی الکترواستاتیک و متعاقباً افزایش جابه‌جایی استاتیکی و ایجاد ناپایداری در ولتاژهای پایین‌تر می‌شود.

در شکل ۶ اثر میدان حاشیه‌یی بر ولتاژ ناپایداری نشان داده شده است. چنان‌که گفته شد، با افزایش میدان‌های حاشیه‌یی، ولتاژی که در آن ناپایداری کششی اتفاق می‌افتد کوچک می‌شود. این پدیده به دلیل افزایش شدت نیروهای الکترواستاتیک روی جرم گواه در نتیجه‌ی میدان‌های حاشیه‌یی اطراف آن رخ می‌دهد.

نقش نظریه‌های کلاسیک و غیر کلاسیک در ولتاژ ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ‌ها در شکل ۷ قابل مشاهده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، ولتاژ ناپایداری به دست آمده از نظریه‌ی کلاسیک هیچ‌گونه وابستگی به پارامتر h/l ندارد و همواره با تغییر این پارامتر، ثابت و میزان آن 0.35 است. اما ولتاژ به دست آمده از نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی وابسته به پارامتر h/l است و با افزایش آن، این ولتاژ کاهش می‌یابد تا به ولتاژ به دست آمده از نظریه‌ی کلاسیک برسد. مطابق شکل مشاهده می‌شود

لحاظ شده است. همچنین با توجه به عدم توانایی نظریه‌های کلاسیک در پیش‌بینی رفتار وابسته به ابعاد، برای مدل‌سازی از نظریه‌ی رایج کوپل تنش اصلاحی استفاده شده است. اثرات میدان‌های حاشیه‌یی نیز به دلیل بزرگ بودن فاصله‌ی هوایی نقش به‌سزایی در رفتار سیستم خواهد داشت که به همین منظور این اثرات نیز در مدل‌سازی لحاظ شده‌اند. با مشاهده اثرات میدان‌های حاشیه‌یی نشان داده شد که این میدان‌ها می‌توانند جابه‌جایی سیستم را بزرگ‌تر کرده و باعث کوچک‌تر شدن ولتاژ تماس (ناپایداری) شوند. با تحلیل نتایج خطی و غیر خطی مشاهده شد که در نظر نگرفتن نظریه‌ی غیر خطی در میکروسوئیچ‌ها می‌تواند منجر به خطای قابل توجهی در محاسبه‌ی تغییر شکل‌های استاتیکی و دینامیکی شود. همچنین نشان داده شد که در نظر گرفتن نظریه‌ی غیر کلاسیک کوپل تنش اصلاحی منجر به افزایش سختی سیستم، کاهش تغییر شکل‌ها و تماس در ولتاژهای بزرگ‌تر در مقایسه با نظریه‌ی کلاسیک شد. در مجموع مشاهده شد که نظریه‌ی کلاسیک برای میکروسوئیچ‌هایی که دارای ضخامت‌هایی در حدود میزان مقیاس پارامتر طول هستند، نمی‌تواند عملکرد مکانیکی و ناپایداری سیستم را بررسی کند.

شده کاهش می‌یابد. دلیل این پدیده لحاظ کردن یک عامل سختی خطی است که در نتیجه در نظر گرفتن نظریه‌ی کوپل تنش اصلاحی وارد سختی کل می‌شود. سختی خطی ذکر شده نقش عامل غیر خطی را، برای میکروتیرهایی که ضخامت‌شان در حدود پارامتر مقیاس طول است، کم‌رنگ می‌کند اما برای ضخامت‌های بزرگ‌تر به دلیل انطباقی نتایج نظریه‌ی کلاسیک و غیر کلاسیک بر هم، در نظر گرفتن کوپل تنش اصلاحی تأثیری بر خطای محاسبه شده ندارد.

۴. نتیجه‌گیری

در این نوشتار یک مدل دقیق برای بررسی رفتار مکانیکی میکروسوئیچ‌ها ارائه شده است. میکروسوئیچ مدل شده شامل یک میکروتیر یک سرگیردار است که با یک فاصله‌ی اولیه نسبت به یک الکتروود ثابت قرار گرفته است. با توجه به زیادبودن فاصله‌ی هوایی نسبت به طول تیر، اثرات نظریه‌ی جابه‌جایی‌های بزرگ در مدل‌سازی

منابع (References)

- Chatterjee, S. and Pohit, G. "A large deflection model for the pull-in analysis of electrostatically actuated microcantilever beams", *Journal of Sound and Vibration*, **322**, pp. 969-986 (2009).
- Rezazadeh, G., Pashapour, M. and Abdolkarimzadeh, F. "Mechanical behavior of a bi-layer cantilever micro-beam subjected to electrostatic force, mechanical shock and thermal moment", *International Journal of Applied Mechanics*, **3**, pp. 543-561 (2011).
- Azizi, S., Chorsi, M.T. and Bakhtiari-Nejad, F. "On the secondary resonance of a MEMS resonator: A conceptual study based on shooting and perturbation methods", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **82**, pp. 59-68 (2016).
- Miandoab, E.M., Pishkenari, H.N., Yousefi-Koma, A. and Tajaddodianfar, F. "Chaos prediction in MEMS-NEMS resonators", *International Journal of Engineering Science*, **82**, pp. 74-83 (2014).
- Ibrahim, M.I. and Younis, M.I. "The dynamic response of electrostatically driven resonators under mechanical shock", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **20**, pp. 025006 (2009).
- Mojahedi, M., Zand, M.M. and Ahmadian, M. "Static pull-in analysis of electrostatically actuated microbeams using homotopy perturbation method", *Applied Mathematical Modelling*, **34**, pp. 1032-1041 (2010).
- Hu, Y.-C. "Closed form solutions for the pull-in voltage of micro curled beams subjected to electrostatic loads", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **16**, pp. 648 (2006).
- Mindlin, R. and Tiersten, H. "Effects of couple-stresses in linear elasticity", *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **11**, pp. 415-448 (1962).
- Kolter, W. "Couple stresses in the theory of elasticity", *Proc. Koninklijke Nederl. Akaad. van Wetensch*, **67**, pp. 17-44 (1964).
- Toupin, R.A. "Elastic materials with couple-stresses", *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **11**, pp. 385-414 (1962).
- Yang, F., Chong, A., Lam, D.C.C. and Tong, P. "Couple stress based strain gradient theory for elasticity", *International Journal of Solids and Structures*, **39**, pp. 2731-2743 (2002).
- Miandoab, E.M., Pishkenari, H.N. and Yousefi-Koma, A. "Nonlinear dynamics of nano-resonators: An analytical approach", *Microsystem Technologies*, **22**(9), pp. 2259-2271 (2016).
- Abbasnejad, B., Rezazadeh, G. and Shabani, R. "Stability analysis of a capacitive fgm micro-beam using modified couple stress theory", *Acta Mechanica Solida Sinica*, **26**, pp. 427-440 (2013).
- Dai, H., Wang, Y. and Wang, L. "Nonlinear dynamics of cantilevered microbeams based on modified couple stress theory", *International Journal of Engineering Science*, **94**, pp. 103-112 (2015).
- Park, S. and Gao, X. "Bernoulli—Euler beam model based on a modified couple stress theory", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **16**, pp. 2355 (2006).
- Rahaeifard, M., Ahmadian, M. and Firoozbakhsh, K. "Vibration analysis of electrostatically actuated nonlinear microbridges based on the modified couple stress theory", *Applied Mathematical Modelling*, **39**, pp. 6694-6704 (2015).

17. Salehipour, H., Shahidi, A. and Nahvi, H. "Modified non-local elasticity theory for functionally graded materials", *International Journal of Engineering Science*, **90**, pp. 44-57 (2015).
18. Ma, H., Gao, X.-L. and Reddy, J. "A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **56**, pp. 3379-3391 (2008).
19. Xia, W., Wang, L. and Yin, L. "Nonlinear non-classical microscale beams: Static bending, postbuckling and free vibration", *International Journal of Engineering Science*, **48**, pp. 2044-2053 (2010).
20. Asghari, M., Kahrobaiyan, M. and Ahmadian, M. "A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory", *International Journal of Engineering Science*, **48**, pp. 1749-1761 (2010).
21. Rahaeifard, M., Kahrobaiyan, M., Ahmadian, M. and et al. "Size-dependent pull-in phenomena in nonlinear microbridges", *International Journal of Mechanical Sciences*, **54**, pp. 306-310 (2012).
22. Kahrobaiyan, M., Rahaeifard, M. and Ahmadian, M. "A size-dependent yield criterion", *International Journal of Engineering Science*, **74**, pp. 151-161 (2014).
23. Askari, A.R. and Tahani, M. "Size-dependent dynamic pull-in analysis of beam-type MEMS under mechanical shock based on the modified couple stress theory", *Applied Mathematical Modelling*, **39**, pp. 934-946 (2015).
24. Rahaeifard, M. and Mojahedi, M. "Size-dependent dynamic behavior of electrostatically actuated microaccelerometers under mechanical shock", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **17**(04) pp. 1750042 (2016).
25. Ghantasala, M.K. "Large air gap actuator ", WO Patentsm, 051684, PCT/AU2003/001604 (2004).
26. Chigullapalli, S., Weaver, A. and Alexeenko, A. "Nonlinear effects in squeeze-film gas damping on microbeams", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **22**, pp. 065010 (2012).
27. Steeneken, P.G., Rijks, Th.G.S.M., van Beek, J.T.M. and et al. "Dynamics and squeeze film gas damping of a capacitive RF MEMS switch", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **15**(1), pp. 176 (2004).
28. Aghababaei, O., Nahvi, H. and Ziaei-Rad, S. "Non-linear non-planar vibrations of geometrically imperfect inextensional beams, Part I: Equations of motion and experimental validation", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **44**, pp. 147-160 (2009).
29. Aghababaei, O., Nahvi, H. and Ziaei-Rad, S. "613. Sensitivity analysis on dynamic responses of geometrically imperfect base excited cantilevered beams", *Journal of Vibroengineering*, **13**, pp. 52-65 pp. (2011).
30. Aghababaei, O., Nahvi, H. and Ziaei-Rad, S. "Non-linear non-planar vibrations of geometrically imperfect inextensional beams. Part II-Bifurcation analysis under base excitations", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **44**, pp. 161-179 (2009).
31. Chatterjee, S. and Pohit, G. "A large deflection model for the pull-in analysis of electrostatically actuated microcantilever beams", *Journal of Sound and Vibration*, **322**, pp. 969-986 (2009).
32. Mojahedi, M., Ahmadian, M. and Firoozbakhsh, K. "Oscillatory behavior of an electrostatically actuated microcantilever gyroscope", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **13**, pp. 1350030 (2013).
33. Mojahedi, M., Ahmadian, M.T. and Firoozbakhsh, K. "Static deflection and pull-in instability analysis of an electrostatically actuated microcantilever gyroscope considering geometric nonlinearities", *Journal of Mechanical Science and Technology*, **27**, pp. 2425-2434 (2013).
34. Rahaeifard, M., Kahrobaiyan, M., Asghari, M. and et al. "Static pull-in analysis of microcantilevers based on the modified couple stress theory", *Sensors and Actuators A: Physical*, **171**, pp. 370-374 (2011).
35. Batra, R., Porfiri, M., and Spinello, D. "Vibrations of narrow microbeams predeformed by an electric field", *Journal of Sound and Vibration*, **309**, pp. 600-612 (2008).
36. Thomson, W., *Theory of Vibration with Applications*, CRC Press, 560 p. (1996).