

# تأثیر لزجت بر طراحی بهینه‌ی ایرفویل گذر صوتی توسط الگوریتم ژنتیک بهبودیافته

Original Article

میثم نعمتی (کارشناسی ارشد)

علیرضا جهانگیریان\* (استاد)

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

یکی از مشکلات اساسی در فرایند بهینه‌سازی آئرودینامیکی به کمک الگوریتم ژنتیک، زمان محاسباتی طولانی برای رسیدن به ایرفویل بهینه بدلیل تعداد دفعات فراوان مراجعه به حلگر جریان برای محاسبه تابع هدف است. از آنجاکه با افزایش عدد رینولدز رفتار جریان لزج به جریان غیرلزج نزدیک می‌شود، یک ایده ساده می‌تواند استفاده از حلگرهای سریعتر از جمله حلگر غیرلزج برای محاسبه تابع هدف باشد. در این مقاله نشان داده می‌شود که کارایی آئرودینامیکی ایرفویل بهینه بدست آمده با استفاده از حلگر غیرلزج بمراتب پایین‌تر از ایرفویل بهینه بدست آمده از حلگر لزج است. بنابراین می‌توان اذعان نمود که استفاده از حلگر غیرلزج در بهینه‌سازی آئرودینامیکی در محدوده سرعت‌های گذر صوتی نمی‌تواند منجر به طراحی قابل قبولی شود. در این مقاله از روش پارسک برای پارامتری سازی هندسه ایرفویل و از یک روش ترکیبی فنر خطی و پیچشی برای حرکت شبکه استفاده شده است.

واژگان کلیدی: بهینه‌سازی آئرودینامیکی، اثرات لزجت، جریان گذر صوتی، الگوریتم ژنتیک، حرکت شبکه.

meisamnemati@aut.ac.ir  
ajahan@aut.ac.ir

## ۱. مقدمه

مبتهی بر اصل قدرتمند تکامل است و بعضی از پدیده‌های طبیعی مانند وراثت ژنتیکی و نظریه‌ی داروین را برای بقاء مدل می‌کند.<sup>[۱]</sup> این الگوریتم از نقطه نظر بهینه‌یاب کلی بودن، استفاده از مقدار تابع هدف در تعیین مسیر جست‌وجو (به جای مشتق آن)، عدم تداخل پیچیده با کدهای دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، و سهولت در به کارگیری پردازش‌گرهای موازی در طراحی آئرودینامیکی حائز اهمیت است.<sup>[۵]</sup>

در بهینه‌سازی ایرفویل به کمک روش‌های تصادفی، اشکال متنوعی توسط الگوریتم مورد نظر ایجاد شده و با استفاده از کدهای محاسباتی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در واقع هدف از بهینه‌سازی ایرفویل رسیدن به عملکرد آئرودینامیکی بهینه با توجه به شرایط پروازی و محدودیت‌های مسئله است. به عنوان مثال در این تحقیق بهترین عملکرد آئرودینامیکی با رسیدن به بیشترین نسبت لیفت به درگ تأمین می‌شود. زیرا برد هواپیما نسبت مستقیم با این پارامتر دارد به طوری که به ازای مقدار سوخت یکسان می‌توان مسافت بیشتری طی کرد. اما زمان بر بودن ارزیابی این اشکال با کدهای دینامیک سیالات محاسباتی لزوم اتخاذ راهکارهای مناسب برای کاهش زمان فرایند بهینه‌سازی را می‌طلبد.

یکی از روش‌های ممکن برای کاهش هزینه‌ی محاسباتی این نوع بهینه‌سازی، استفاده از روش‌های سریع‌تر محاسبه‌ی تابع هدف از جمله حل معادلات جریان

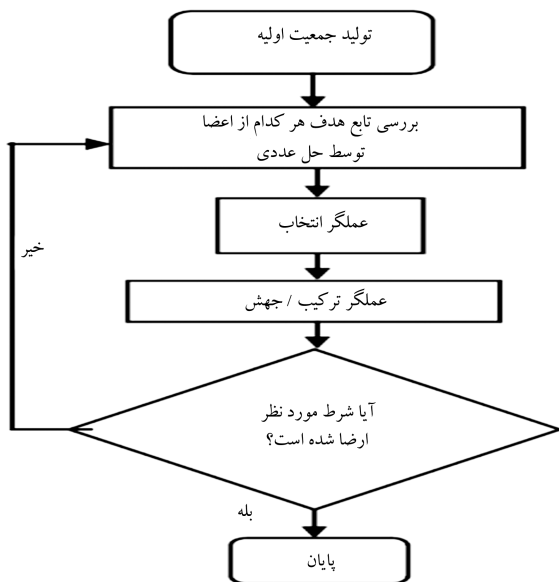
امروزه با گسترش روزافزون قدرت پردازش رایانه‌ها و استفاده از روش‌های حل عددی پیشرفته، بسیاری از تحلیل‌ها در حوزه‌ی دینامیک سیالات که در گذشته برای درک آنها چاره‌ی جز مدل‌سازی تجربی نبود، در رایانه‌های امروزی با هزینه‌ی بسیار کم تر و بعضاً دقت بالاتر قابل انجام است. هم‌زمان فرایند بهینه‌سازی برای بهبود عملکرد با استفاده از روش‌های حل عددی گسترش یافته است. بهینه‌سازی اشکال آئرودینامیکی معمولاً به دلیل غیرخطی بودن معادلات حاکم بر جریان و ابعاد زیاد فضای طراحی کاری دشوار و زمان‌بر به شمار می‌رود.<sup>[۲]</sup> روش‌های مبتنی بر محاسبه‌ی گرادیان تابع هدف یکی از متداول‌ترین روش‌ها در حل این‌گونه مسائل اند.<sup>[۱]</sup> ولی این روش‌ها در اغلب مسائل بهینه‌سازی شامل توابع هدف غیرخطی، منجر به یافتن بهینه‌ی محلی به جای بهینه‌ی کلی می‌شوند. در ضمن ممکن است در برخی مسائل محاسبه‌ی مشتقات بسیار مشکل و یا غیرممکن باشد. در چنین مواردی روش‌هایی مانند الگوریتم‌های تکاملی<sup>۱</sup> برتری می‌یابند.<sup>[۳]</sup>

الگوریتم ژنتیک<sup>۲</sup> یکی از روش‌های بهینه‌سازی تصادفی است که در دو دهه اخیر در طراحی آئرودینامیکی شدیداً مورد توجه قرار گرفته است. الگوریتم مزبور

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۲/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۶/۶/۷، پذیرش ۱۳۹۶/۹/۱۴

DOI:10.24200/J40.2019.20839



شکل ۱. ساختار الگوریتم ژنتیک.

پارسک<sup>۳</sup> مشخص می‌شود. سپس جابه‌جایی شبکه از میدان مربوط به شکل قبلی به میدان جدید صورت می‌گیرد و معادلات حاکم در میدان جدید به صورت عددی حل می‌شوند. با مشخص شدن کمیت‌های آئرویدینامیکی برای شکل مزبور مقدار تابع هدف محاسبه شده و به عنوان مقدار تابع هدف برای کروموزوم مورد نظر ذخیره می‌شود. بعد از اینکه مقدار تابع هدف برای تمامی کروموزوم‌های جمعیت یک نسل به طریق مشابه به دست آمدند، عملگرهای الگوریتم ژنتیک اجرا می‌شوند.

عملگرهای ژنتیکی استاندارد عبارت‌اند از: انتخاب، ترکیب و جهش. عملگر انتخاب، کروموزوم‌های بهتر نسل فعلی را برای شرکت در تولید نسل بعدی انتخاب می‌کند. این انتخاب عموماً بر مبنای برازندگی و تصادف صورت می‌گیرد. عملگر ترکیب با تعویض تصادفی بعضی ژن‌های دو کروموزومی والد باعث ایجاد کروموزوم‌های جدید می‌شود (در اصل این عملگر باعث می‌شود خصلت‌های ژنتیکی خوب به کروموزوم‌های نسل بعد انتقال یابد). عملگر جهش نیز به طور تصادفی بعضی ژن‌های یک کروموزوم را در یک بازه تعریف شده - به نام بازه اغتشاشی - تغییر داده و باعث وسیع‌تر شدن فضای جست‌وجو توسط الگوریتم می‌شود. بعد از شکل‌گیری جمعیت کروموزوم‌های جدید تک‌تک این کروموزوم‌ها مراحل رمزگشایی، تعیین شکل، جابه‌جایی شبکه‌ای محاسباتی و حل عددی جریان را طی می‌کنند تا برای شرکت در تولید نسل بعدی امتیازبندی شوند؛ مراحل جست‌وجو به صورت تکراری مطابق فلوچارت ادامه پیدا می‌کند.

شرط توقف الگوریتم می‌تواند رسیدن به یک تعداد مرحله‌ای تعریف شده یا رسیدن به یک مطلوبیت مشخص در کروموزوم‌ها باشد. جزئیات بیشتر نحوه‌ی پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک در مسائل بهینه‌سازی آئرویدینامیکی، در مطالعات انجام شده آمده است.<sup>[۱۸]</sup>

### ۳. جابه‌جایی شبکه‌ی بی‌سازمان با تغییرات مرز

طی فرایند بهینه‌سازی - که در بخش‌های قبل توضیح داده شد - ایرفویل‌های متنوعی ایجاد می‌شود و مرزهای شکل آئرویدینامیکی تغییر می‌یابند. لذا برای حل

غیرلزوج (اولبر) به‌جای معادلات ناویر - استوکس است. از آن‌جا که با افزایش عدد رینولدز رفتار جریان لزوج (جریان حقیقی) به جریان غیرلزوج نزدیک‌تر می‌شود، بنابراین استفاده از معادلات غیرلزوج برای یافتن ایرفویل بهینه می‌تواند یک راه برای کاهش زمان محاسباتی در این شرایط باشد. بهینه‌سازی با توابع هدف متنوعی با استفاده از حل‌گرهای جریان غیرلزوج<sup>[۶-۸]</sup> و لزوج<sup>[۹-۱۲]</sup> در شرایط گذر صوتی توسط محققین انجام گرفته است. با این حال مقایسه نتایج در شرایط یکسان و بررسی امکان به کارگیری حل‌گر غیرلزوج در شرایط گذر صوتی به جای حل‌گر جریان واقعی به منظور کاهش زمان محاسباتی موضوعی است که به آن پرداخته نشده است.

بنابراین هدف اصلی این پژوهش بررسی اثرات وجود یا عدم وجود لزجت در روند بهینه‌سازی بر عملکرد آئرویدینامیکی ایرفویل بهینه‌ی به دست آمده در زاویه‌ی حمله و عدد ماخ یکسان است.

از جمله تدابیر دیگری که می‌توان برای کاهش زمان محاسباتی به کار برد جابه‌جا کردن شبکه‌ی محاسباتی اطراف جسم به‌جای تولید مجدد آن است. با انجام این عمل ضمن عدم نیاز به تولید مجدد کلیه نقاط و اتصالات، به راحتی می‌توان مقادیر کمیت‌های جریان در اطراف یک شکل را به عنوان مقادیر اولیه در حل جریان در اطراف شکل بعدی (شکل تغییر یافته) مورد استفاده قرار داد و در نتیجه در زمان کل محاسبات صرفه‌جویی کرد. روش‌های متعددی برای جابه‌جایی شبکه‌ی بی‌سازمان مورد استفاده قرار گرفته که اغلب آن‌ها مبتنی بر مدل‌سازی فنر خطی<sup>[۵، ۱۳-۱۵]</sup> هستند. با این حال مدل‌سازی فنر خطی به تنهایی قادر به انجام جابه‌جایی‌های بزرگ مرز نیست و در چنین مواردی اغلب المان‌های حجمی یا سطحی با مساحت منفی یا صفر تولید می‌شود. برای جلوگیری از این اتفاق در تحقیق حاضر از روش فنر پیچشی<sup>[۱۶، ۱۷]</sup> نیز در جابه‌جایی شبکه به صورت هم‌زمان با فنر خطی استفاده شده است. اضافه کردن فنر پیچشی از تداخل اضلاع و ایجاد مساحت منفی جلوگیری می‌کند.

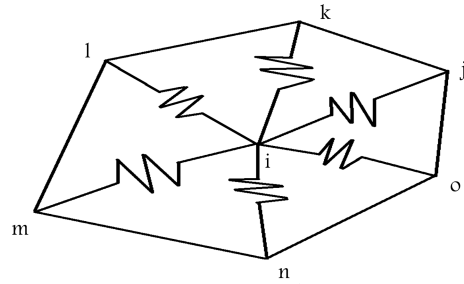
بنابراین در این مقاله ابتدا ایرفویل اولیه RAE۲۸۲۲ با استفاده از دو حل‌گر متفاوت جریان لزوج و غیرلزوج به منظور رسیدن به ایرفویلی با بیشترین ضریب لیفت و کم‌ترین ضریب درگ بهینه‌سازی می‌شود. سپس کارایی آئرویدینامیکی ایرفویل بهینه به دست آمده از حل‌گر غیرلزوج در معرض جریان واقعی (لزوج) بررسی و نتایج حاصله با ایرفویل بهینه‌ی به دست آمده از جریان لزوج مقایسه می‌شود.

## ۲. بهینه‌سازی آئرویدینامیکی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

### ژنتیک

در شکل ۱ فلوچارت طراحی بهینه‌ی شکل آئرویدینامیکی با الگوریتم ژنتیک نشان داده شده است. بر این اساس، جست‌وجوی حالت بهینه با انتخاب یک جمعیت اولیه با تعداد کروموزوم مشخص شروع می‌شود. هر کروموزوم در جمعیت مزبور معادل یک شکل ایرفویل یا به عبارت دیگر یک حالت ممکن برای طراحی است. عناصر تشکیل‌دهنده کروموزوم‌ها ژن‌ها هستند، به طوری که هر ژن مقدار کد شده‌ی یک متغیر تصمیم‌گیری است. برای مشخص کردن مقدار برازندگی کروموزوم‌ها (نزدیک بودن شکل کروموزوم‌ها به مشخصات مورد نظر مسئله)، ابتدا آن‌ها از حالت کد شدگی (فضای ژن‌ها) خارج می‌شوند و برای مشخص شدن هندسه ایرفویل مورد نظر به برنامه تعیین شکل فرستاده می‌شوند. در برنامه مزبور هندسه کامل شکل با به کارگیری متغیرهای تصمیم‌گیری و از طریق روش پارامتری‌سازی

نام و  $m$  تعداد اضلاع متصل به نقطه‌ی  $i$  است. مدل‌سازی شبکه با روش سیستم کشش فیزی، عدم تقاطع نقاط با اضلاع را در جابه‌جایی‌های بزرگ مرز تضمین نمی‌کند. بنابراین با افزودن فنر پیچشی به فنر خطی می‌توان عدم برخورد نقاط با اضلاع شبکه را در فرایند جابه‌جایی شبکه به صورت خودکار تضمین کرد (شکل ۳). در مدل‌سازی فنر پیچشی فرض می‌شود که بین هر دو ضلع از شبکه یک فنر پیچشی نیز قرار می‌گیرد. این عمل مطابق رابطه‌ی ۲ از برخورد نقطه با ضلع شبکه جلوگیری می‌کند.



شکل ۲. نمای روش فنر خطی.

$$c_i^{ijk} = \frac{1}{1 + \cos \theta_i^{ijk}} \times \frac{1}{1 - \cos \theta_i^{ijk}} = \frac{1}{\sin^2 \theta_i^{ijk}} \quad (3)$$

سختی هر فنر پیچشی است. با توجه به زاویه‌ی  $\theta$  می‌توان به رابطه‌ی ۴ دست یافت:

$$\begin{cases} \text{if } \theta_i^{ijk} \rightarrow 0 & \text{then } c_i^{ijk} \rightarrow \infty \\ \text{if } \theta_i^{ijk} \rightarrow 180 & \text{then } c_i^{ijk} \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4)$$

به عبارت دیگر با نزدیک شدن زاویه‌ی بین اضلاع به زوایای فوق، سختی فنر طبق رابطه‌ی ۴ افزایش می‌یابد (به طرف سختی بینهایت حرکت می‌کند) و از برخورد اضلاع با هم جلوگیری خواهد شد. طرف راست رابطه‌ی ۳ را می‌توان بر اساس اضلاع و مساحت هر سلول مطابق رابطه‌ی ۵ بازنویسی کرد:

$$\sin^2 \theta_i = \frac{2A_{ijk}}{I_{ij}I_{ik}} \quad (5)$$

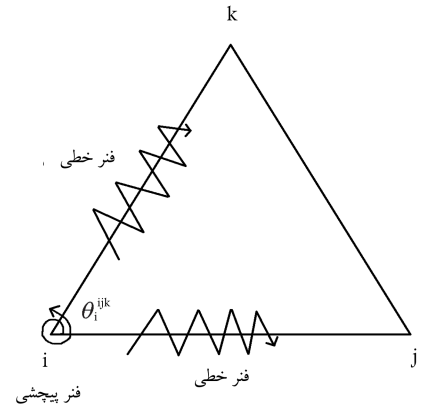
که در آن  $A_{ijk}$  مساحت هر سلول و  $I$  طول اضلاع متصل به نقطه‌ی  $i$  است. بنابراین سختی فنر پیچشی عبارت خواهد بود از:

$$c_i^{ijk} = \frac{I_{ij}I_{ik}}{2A_{ijk}^2} \quad (6)$$

بر اساس رابطه‌ی ۶، سختی پیچشی را می‌توان فقط به صورت تابعی برحسب اضلاع نوشت؛ چرا که خود اضلاع مساحت را نیز می‌سازند. اکنون می‌توان سختی هر دو فنر خطی و پیچشی را با هم جمع کرد و در رابطه‌ی ۲ قرار داد. سپس میزان جابه‌جایی هر نقطه را طبق رابطه‌ی ۷ یافت:

$$Total\ Stiffness = K_{Linear} + C_{Torsional} \quad (7)$$

بعد از قرار دادن سختی مجموع در رابطه‌ی ۲، باید با تعداد تکرار مناسب این رابطه، موقعیت جدید هر نقطه را بیابیم. می‌توان به جای تعداد تکرار، مقدار جابه‌جایی مشخصی را برای کل نقاط تعیین کرد که هر وقت مجموع جابه‌جایی نقاط از این مقدار کم‌تر شد نشان‌دهنده‌ی به تعادل رسیدن فنرها و قرارگیری نقاط در محل تعادل شده است. نکته‌ی مهمی که درباره‌ی اعمال این روش وجود دارد این است که به تعادل رساندن یک‌باره از وضعیت اولیه‌ی نقاط به وضعیت انتهایی می‌تواند منجر به تداخل سلول‌ها شود. بنابراین بهتر است این فاصله به تعداد کم‌تر شکسته شود و برای هر مرحله فرایند تکرار رابطه‌ی فنر تا به تعادل رسیدن نقاط انجام شود. تقسیم فاصله‌ی ابتدایی و انتهایی بسته به تراکم شبکه می‌تواند متغیر باشد. هرچه تراکم نقاط در نزدیک جسم بیشتر باشد بهتر است که به فاصله‌های کوچک‌تری تقسیم شود.



شکل ۳. فنر پیچشی و خطی.

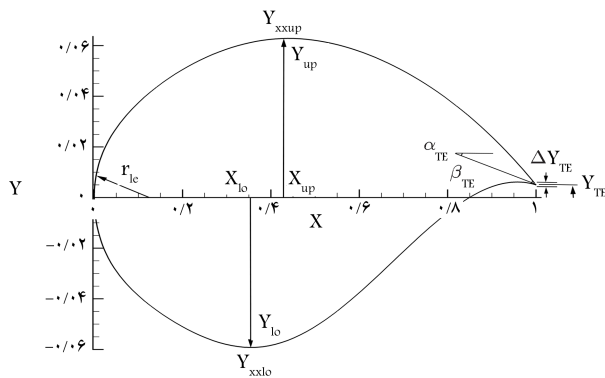
میدان جریان جدید، باید با یک روش مناسب، شبکه‌ی محاسباتی از میدان جریان قبلی بدون تقاطع اضلاع و حفظ کیفیت شبکه به میدان جریان با مرزهای جدید جابه‌جا شود. روش متداول در جابه‌جایی شبکه‌ی بی‌سازمان در جریان غیرلزج مبتنی بر روش مدل‌سازی فنر خطی است (شکل ۲). اگر  $i$  و  $j$  شماره نقاط دو سر یک ضلع در شبکه باشند، سختی فنر مربوط به آن ضلع عبارت است از:

$$k_{ij} = \frac{1}{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{\frac{2}{3}}} \quad (1)$$

که در آن  $r$  پارامتری است که برای کنترل سختی فنر استفاده شده و معمولاً برابر ۱ در نظر گرفته می‌شود.  $k_{ij}$  سختی فنر و برابر عکس طول هر ضلع است. به عبارت بهتر وقتی طول ضلع شبکه (طول فنر) کاهش می‌یابد، سختی آن افزایش می‌یابد و آن ضلع سخت‌تر جابه‌جا می‌شود. اگر طول ضلع به صفر نزدیک شود سختی فنر به بی‌نهایت میل می‌کند و از افتادن دو نقطه‌ی یک ضلع روی هم جلوگیری می‌شود. برای هر نقطه‌ی داخل شبکه نیروهای خارجی از طریق اتصالات فیزی آن نقطه اعمال می‌شود و مکان نقطه‌ی مزبور به سمت اضلاع بزرگ‌تر که سختی کم‌تری دارند هدایت می‌شود. شکل ریاضی این جابه‌جایی از رابطه‌ی ۲ تبعیت می‌کند:

$$\Delta x_i^{n+1} = \frac{\sum_{j=1}^m k_{ij} \Delta x_j^n}{\sum_{j=1}^m k_{ij}} \quad (2)$$

که در آن  $\Delta x_i^{n+1}$  جابه‌جایی نقطه‌ی  $i$ ام شبکه در مرحله‌ی بعدی حلقه‌ی تکرار،  $\Delta x_i^{n+1}$  مکان فعلی گره‌های همسایه‌ی نقطه‌ی  $i$ ،  $j$  شماره نقاط متصل به نقطه‌ی



شکل ۴. شمایی از مقطع بال به همراه پارامترهای روش پارسک.

کردن از ضخامت لبه‌ی فرار، از  $1^\circ$  پارامتر استفاده شده است ( $\Delta Y_{TE} = 0$ ). شبکه‌ی محاسباتی حول ایرفویل به روش جهانگیریان و جانستون<sup>[۲۱]</sup> تولید شده است. این روش قادر است که سلول‌های با کیفیت در داخل و خارج لایه‌ی مرزی تولید کند.

### ۳.۴. مدل‌سازی عددی و اعتبارسنجی حل‌گر جریان

رابطه‌هایی که برای شبیه‌سازی جریان مورد استفاده قرار گرفته عبارت‌اند از: معادلات دو بعدی غیردائم و تراکم‌پذیر غیرلزج و لزج در شکل بقایی. این معادلات شامل معادلات بقای جرم، مومنتم و انرژی است که در حالت برداری برای فرم لزج آن عبارت است از:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F^i - F^v)}{\partial x} + \frac{\partial(G^i - G^v)}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

که در آن  $Q$  بردار متغیرهای بقایی و  $F$  و  $G$  بردارهای شار شامل بردارهای شار جابه‌جایی در جهات مختلف هستند.  $F^i$  و  $G^i$  شار جابه‌جایی و  $F^v$  و  $G^v$  اثرات ناشی از گرانش هستند. با حذف  $F^v$  و  $G^v$  رابطه‌ی  $1^\circ$  به رابطه‌ی غیرلزج اوپلر تبدیل می‌شود. مقادیر این کمیت‌ها عبارت است از:

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, F^i = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho E + p)u \end{pmatrix}, G^i = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho E + p)v \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$F^v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + qx \end{pmatrix}, G^v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + qy \end{pmatrix} \quad (12)$$

که در آن،  $u$  و  $v$  مؤلفه‌های سرعت در جهات  $x$ ،  $y$ ، فشار  $p$  چگالی و  $E$  انرژی داخلی سیال است. همچنین برای تکمیل معادلات ۱۱ و ۱۲ از معادله‌ی حالت گاز کامل استفاده می‌شود.<sup>[۲۳،۲۲]</sup>

در این تحقیق از یک روش حجم کنترل مبتنی بر گسسته‌سازی مکانی مرکزی (با درجه دقت ۲) و گسسته‌سازی زمانی دو زمانه (با درجه دقت ۲) برای حل معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر استفاده شده است. مدل اغتشاشی به کار رفته نیز یک مدل دومعادله‌ی  $k - \epsilon$  است. روی سطح ایرفویل شرط عدم لغزش، و

### ۴. طراحی بهینه‌ی شکل ایرفویل

در این قسمت جزئیات بخش‌های مختلف روش بهینه‌سازی شکل ایرفویل در شرایط کروز با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه شده است.

#### ۴.۱. تابع هدف

در تحقیق حاضر تابع هدف، بیشترین مقدار نسبت ضریب لیفت به ضریب درگ چنین تعریف می‌شود:<sup>[۶]</sup>

$$Objective\ function = \begin{cases} \frac{c_L}{c_D} & t_{Max} \geq 0.1 \\ \frac{c_L}{c_D} e^{(10(t_{Max} - 0.1))} & t_{Max} < 0.1 \end{cases} \quad (8)$$

که در آن  $c_L$  و  $c_D$  به ترتیب ضریب لیفت و ضریب درگ ایرفویل در شرایط جریان تعریف شده هستند. نرم‌نمایی به صورت یک تابع جریمه برای حالت‌هایی که ضخامت بیشینه کم‌تر از  $0.1$  دارند عمل می‌کند و ضریب عددی  $1^\circ$  برای تشدید این تابع جریمه برای ایرفویل‌هایی با بیشینه ضخامت کم‌تر از  $0.1$  پیش‌بینی شده است. بنابراین در طول فرایند بهینه‌سازی، نرم‌نمایی باعث عدم گیرکردن فرایند جست‌وجو در نواحی غیر قابل قبول می‌شود. مطابق تحقیق حاضر اعمال قیدها در تابع هدف به صورت یک نرم جریمه سازگاری بالایی با نحوه‌ی کار الگوریتم ژنتیک دارد.

#### ۴.۲. پارامتری کردن شکل ایرفویل

روش‌های متعددی برای پارامتری کردن شکل ایرفویل ارائه شده که بهترین نوع آن روش بهینه‌شده‌ی پارسک است.<sup>[۱۹]</sup> این روش قادر است دامنه‌ی تغییرات بزرگی از اشکال مقطع بال را با تعداد پارامترهای کم‌تر نمایش دهد. در تحقیق حاضر برای پارامتری کردن مقاطع ایرفویل از روش شاهرخی و جهانگیریان<sup>[۲۰]</sup> استفاده شده است. در این روش شکل مقطع بال با ترکیب خطی توابع شکل ۹ به صورت رابطه‌ی ۹ نوشته می‌شود:

$$y = \sum_{n=1}^6 a_n x^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (9)$$

که در آن  $x$  و  $y$  مختصات نقاط مقطع بال و  $a_{n=1,2,\dots,6}$  ضرایب توابع شکل هستند که مقدار آن‌ها به مقادیر پارامترهای مقطع بال بستگی دارد. در این روش برای مشخص کردن شکل بال ۱۱ پارامتر به کار گرفته می‌شود. در شکل ۴ شمایی از یک مقطع بال به همراه ۱۱ پارامتر مذکور نشان داده شده است. مطابق شکل ۴ این پارامترها عبارت‌اند از: شعاع لبه‌ی حمله ( $r_{LE}$ )، ارتفاع لبه‌ی فرار ( $Y_{TE}$ )، زاویه‌ی خط میانی لبه‌ی فرار با افق ( $\alpha_{TE}$ )، زاویه‌ی گوه لبه‌ی فرار ( $\beta_{TE}$ )، مختصات و انحنای بیشترین ضخامت روی سطح بالایی (سه پارامتر  $X_{UP}$ ،  $Y_{XXUP}$ ،  $Y_{UP}$ )، مختصات و انحنای بیشترین ضخامت روی سطح پایینی (سه پارامتر  $X_{LO}$ ،  $Y_{XXLO}$ ،  $Y_{LO}$ ) و ضخامت لبه‌ی فرار ( $\Delta Y_{TE}$ ). ضرایب توابع شکل برای هر دسته از مقادیر پارامترهای روش پارسک با حل یک سری دستگاه معادلات برای نواحی مختلف ایرفویل به دست می‌آید. نحوه‌ی استخراج معادلات مربوطه به همراه روش حل آنها در مراجع موجود<sup>[۱۶]</sup> تشریح شده است. در تحقیق حاضر برای تعریف شکل ایرفویل و تعیین هندسه‌ی آن با صرف نظر

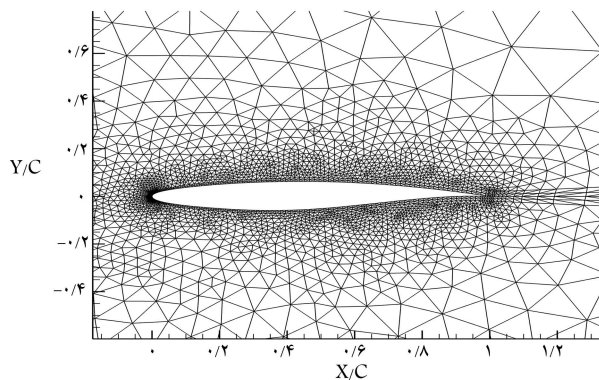
شروع از یک ایرفویل اولیه با شکل متفاوت است. عملکرد الگوریتم ژنتیک استفاده شده در این پژوهش در تحقیقات متنوع<sup>[۲۷]</sup> اعتبارسنجی شده است.

### ۵. بررسی نتایج

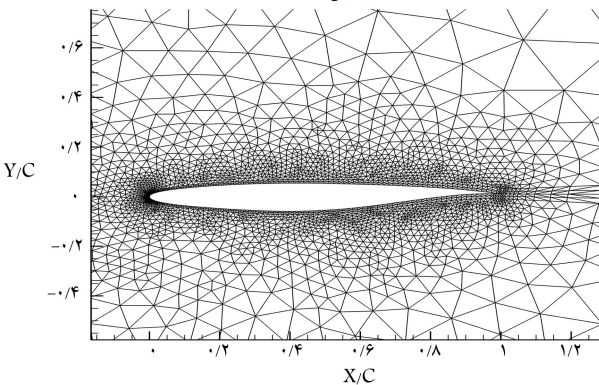
در این بخش ابتدا نتایج بهینه‌سازی با استفاده از حل‌گر جریان غیرلزج و سپس با استفاده از حل‌گر جریان لزج بررسی و مقایسه شده است. سپس مشخصات آئرودینامیکی ایرفویل به دست آمده با فرض جریان غیرلزج در شرایط جریان واقعی محاسبه شده و مجدداً با نتایج حل‌گر لزج مقایسه می‌شود. در انتها هزینه‌های محاسباتی در فرایند بهینه‌سازی در هر دو جریان بررسی شده است. لازم به ذکر است تابع هدف مورد استفاده در تمام فرایندهای بهینه‌سازی انجام گرفته در این تحقیق مطابق رابطه‌ی ۸ است. همچنین در تمامی حالت‌های این قسمت عدد ماخ جریان برابر ۰٫۷۴ و زاویه‌ی حمله ۲ درجه در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز نیز برای حالت جریان لزج برابر ۴٫۷۵ میلیون است. مشخصات پردازنده‌ی رایانه‌ی مورد استفاده عبارت است از: PC – Intel core i7 با فرکانس ۳٫۷ گیگاهرتز و ۱۶ گیگابایت حافظه.

#### ۱.۵. نتایج بهینه‌سازی با حل‌گر جریان غیرلزج

در شکل ۶ شبکه‌های اطراف ایرفویل اولیه و ایرفویل بهینه‌ی غیرلزج نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود کیفیت شبکه خصوصاً در نزدیک سطح، با استفاده‌ی هم‌زمان از روش فنر خطی و پیچشی هنگام حرکت شبکه حفظ شده است.



الف) ایرفویل اولیه؛



ب) ایرفویل بهینه.

شکل ۶. شبکه‌ی غیر لزج.

در مرز خارجی نیز شرط مرزی مشخصه‌ها مبتنی بر متغیرهای ریمان اعمال شده است.

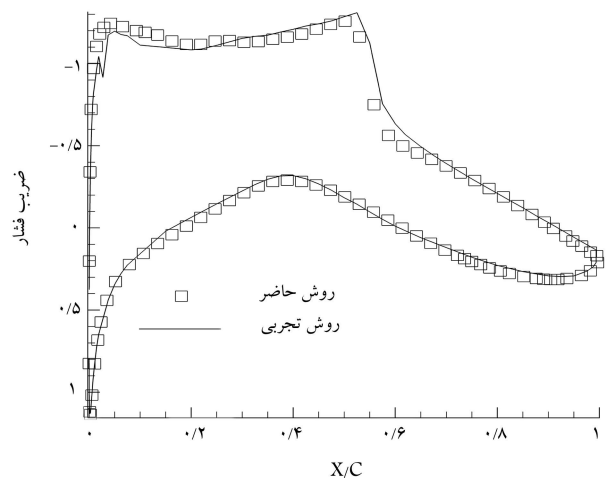
جزئیات بیشتر روش عددی به کار رفته و اعتبارسنجی آن در شرایط مختلف جریان در مرجع<sup>[۲۲]</sup> ذکر شده است. اما در این قسمت صحت نتایج حل‌گر جریان استفاده شده در این تحقیق در یک مورد با داده‌های آزمایشگاهی معتبر اعتبارسنجی شده است.

در شکل ۵ مقایسه‌ی توزیع ضریب فشار روی سطح ایرفویل به دست آمده از روش موجود<sup>[۲۲]</sup> (استفاده شده در این تحقیق) با مقادیر مشابه به دست آمده از تست تونل باد نشان داده شده است. نتایج تجربی مربوط به آزمون تجربی برای ایرفویل RAE۲۸۲۲<sup>[۲۲]</sup> است که در شرایط عدد ماخ ۰٫۷۳، عدد رینولدز ۴٫۷۵ میلیون و زاویه‌ی حمله‌ی ۲٫۷۹ انجام شده است. مقایسه‌ی نتایج نشان‌دهنده‌ی انطباق خوب توزیع فشار حاصل از نتایج عددی با داده‌های آزمایشگاهی است.

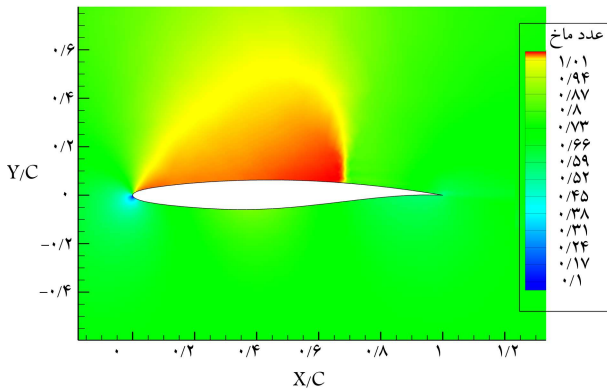
#### ۴.۴. ساختار الگوریتم ژنتیک مورد استفاده

نحوه‌ی کد کردن متغیرهای طراحی با نمایش حقیقی ژن‌های هر کروموزوم صورت گرفته است، به طوری که هر ژن یک کروموزوم، حالت کد شده مقدار ۱ پارامتر پارسک است. تمام اعضای جمعیت اولیه در این کار ایرفویل RAE۲۸۲۲ قرار داده شده است. البته از آن‌جا که الگوریتم ژنتیک یک روش تصادفی است، قاعدتاً ایرفویل اولیه تأثیری در جواب نهایی نخواهد داشت. عملگر انتخاب رقابتی<sup>[۲۵]</sup> و عملگر ترکیب با یک نقطه‌ی تلاقی و احتمال ترکیب ۰٫۲ در این تحقیق استفاده شده است. احتمال جهش برای ۲۰ نسل اول برابر ۱۲ درصد و بعد از آن هر ۱۰ نسل با ۲ درصد کاهش در مقدار کمینه‌ی ۱ درصد تعریف و تنظیم شده است. این نوع تقسیم بندی به هم‌گرایی سریع‌تر نتایج کمک خواهد کرد. تعداد کروموزوم‌های هر نسل نیز بر حسب تجربه‌ی نویسندگان برای عملکرد مناسب عملگرهای الگوریتم ژنتیک برابر ۲۰ انتخاب شده است. در این نوشتار همچنین از یک الگوریتم ژنتیک با محدوده‌ی پارامترهای تطبیق‌پذیر<sup>[۲۶]</sup> استفاده شده است.

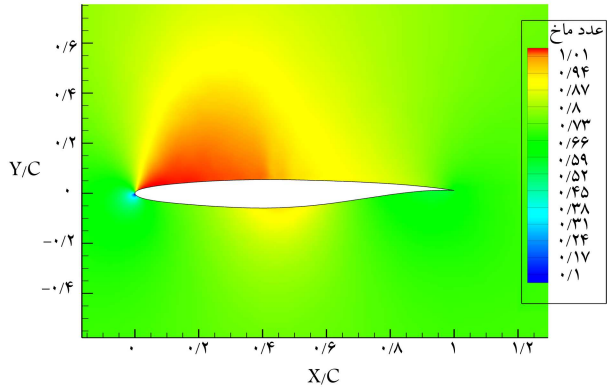
یکی از روش‌های بررسی صحت الگوریتم بهینه‌سازی استفاده از روش طراحی معکوس است. در این روش هدف رسیدن به هندسه‌ی یک ایرفویل مشخص با



شکل ۵. توزیع ضریب فشار روی ایرفویل RAE ۲۸۲۲ مورد مطالعه‌ی شماره ۹.

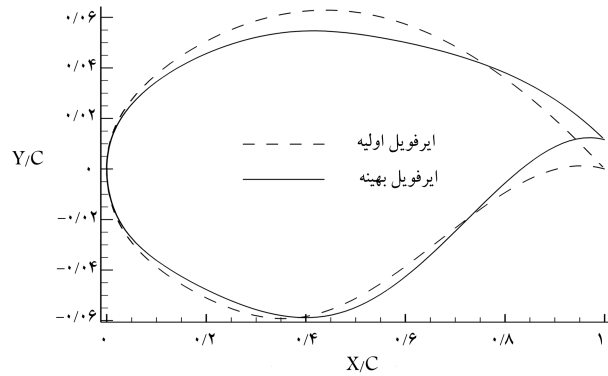


الف) ایرفویل اولیه؛

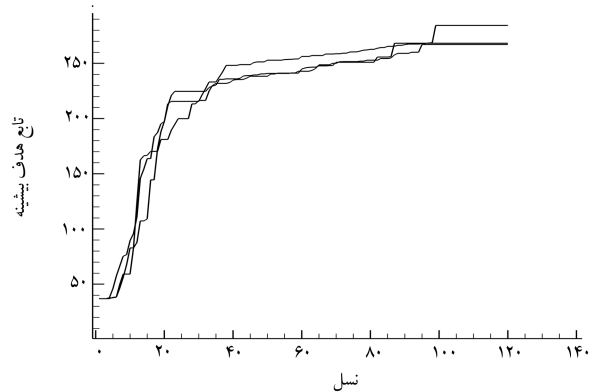


ب) ایرفویل بهینه.

شکل ۹. کانتورهای عدد ماخ حل غیرلزج.

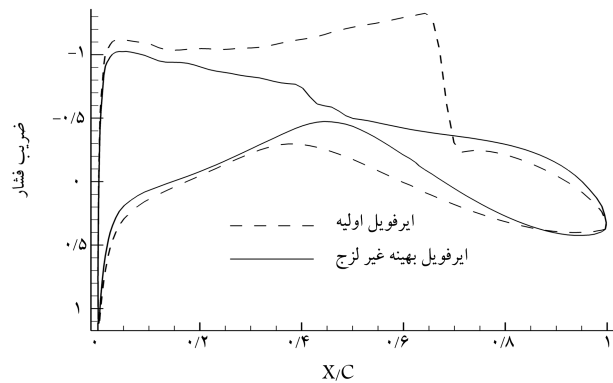


الف) ایرفویل اولیه و بهینه غیر لزج؛



ب) تاریخچه همگرایی.

شکل ۷. بهینه‌سازی حل غیر لزج.



شکل ۸. ضرایب فشار روی سطح ایرفویل اولیه و بهینه‌ی غیرلزج.

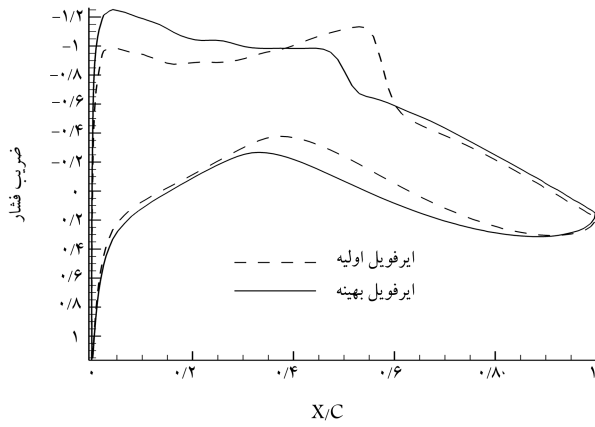
اولیه و در شکل ۹ نیز به ترتیب کانتورهای عدد ماخ حول ایرفویل اولیه (شکل ۹ الف) و ایرفویل بهینه‌ی غیرلزج (شکل ۹ ب) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل‌ها مشهود است یک شوک قوی روی سطح بالایی و نزدیک قسمت انتهایی ایرفویل اولیه مشاهده می‌شود. این شوک قوی در نهایت می‌تواند منجر به افزایش قابل ملاحظه‌ی ضریب درگ و در کل کاهش نسبت ضریب لیفت به ضریب درگ شود. اما همان‌طور که در شکل‌های ۸ و ۹ ب ملاحظه می‌شود ایرفویل بهینه توانسته شوک قوی را تقریباً از بین ببرد. در شکل ۱۰ نیز تاریخچه‌ی هم‌گرایی ضرایب لیفت و درگ نشان داده شده است. چنان‌که ملاحظه می‌شود مقدار این دو ضریب در طول روند بهینه‌سازی تقریباً در حال کاهش است. با توجه به تابع هدف مسئله یعنی افزایش بیشینه‌ی نسبت ضریب لیفت به ضریب درگ، می‌توان به این نتیجه رسید که ضریب درگ در فرایند بهینه‌سازی به علت قرار گرفتن در مخرج کسر و تأثیر بیشتر آن در مقدار کل کسر دارای اهمیت بیشتری در تابع هدف نهایی است. کاهش چشمگیر درگ در این حالت به علت از بین رفتن موج شوک از روی سطح بالایی ایرفویل موجب افزایش تابع هدف از حدود ۳۶ تا نزدیک ۲۸۴ شده است.

### ۲.۵. نتایج بهینه‌سازی با حل‌گر جریان لزج

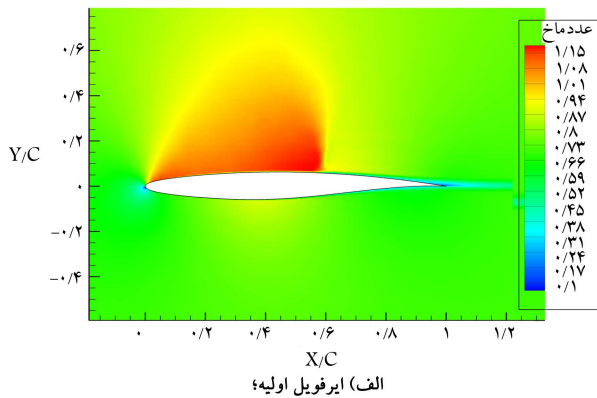
در این قسمت نتایج بر اساس محاسبه‌ی تابع هدف توسط حل‌گر جریان لزج به دست آمده است. در شکل ۱۱ هندسه‌ی ایرفویل‌های بهینه‌ی به دست آمده، در دو حالت بهینه‌ی لزج و بهینه‌ی غیرلزج در مقایسه با ایرفویل اولیه نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود لبه‌ی فرار ایرفویل بهینه‌ی لزج به طرف پایین حرکت کرده است تا ضمن به دست آوردن ضریب لیفت بیشتر، ضریب درگ را کاهش

در شکل ۷ الف هندسه‌ی ایرفویل اولیه‌ی RAE ۲۸۲۲ که در جهت عمودی بزرگ‌نمایی شده، در کنار ایرفویل بهینه‌شده نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود ایرفویل بهینه دارای بیشینه ضخامت کم‌تر و لبه‌ی فرار بالاتر نسبت به ایرفویل اولیه است. در شکل ۷ ب نیز تاریخچه‌ی هم‌گرایی الگوریتم ژنتیک برای ۳ اجرای یکسان و ۱۲۰ نسل نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مقدار تابع هدف، یعنی نسبت ضریب لیفت به ضریب درگ، در این حالت به مقدار بیشینه حدود ۲۸۴ رسیده است. از آن‌جا که الگوریتم ژنتیک یک روش تصادفی است، بدیهی است که جواب‌های نهایی اجزای یکسان دقیقاً مانند هم نباشد اما نزدیکی جواب‌های نهایی به هم می‌تواند نشان‌گر صحت روند بهینه‌سازی در جست‌وجو و نزدیک شدن به بهینه‌ی کلی باشد.

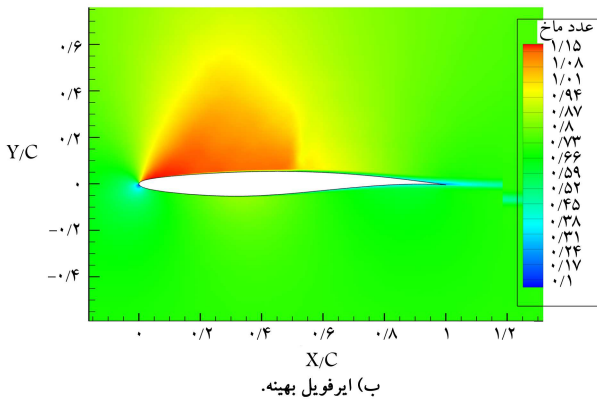
در شکل ۸ ضرایب فشار روی سطح ایرفویل‌های بهینه‌ی غیرلزج و ایرفویل



شکل ۱۲. ضرایب فشار روی سطح ایرفویل‌های اولیه و بهینه‌ی لزوج.

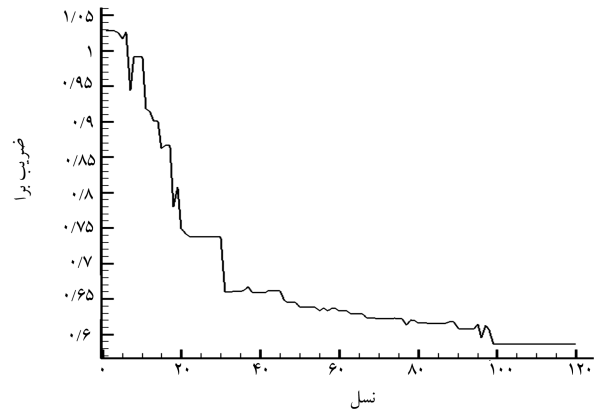


الف) ایرفویل اولیه؛

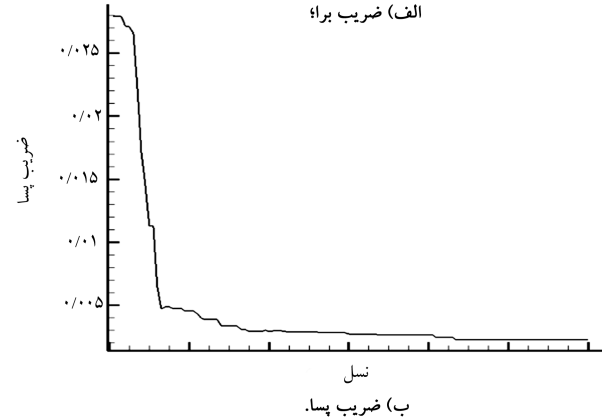


ب) ایرفویل بهینه.

شکل ۱۳. کانتورهای عدد ماخ حل لزوج.

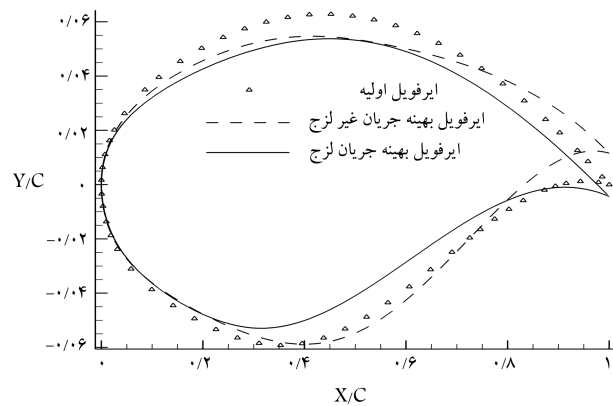


الف) ضریب برآ؛



ب) ضریب پسا.

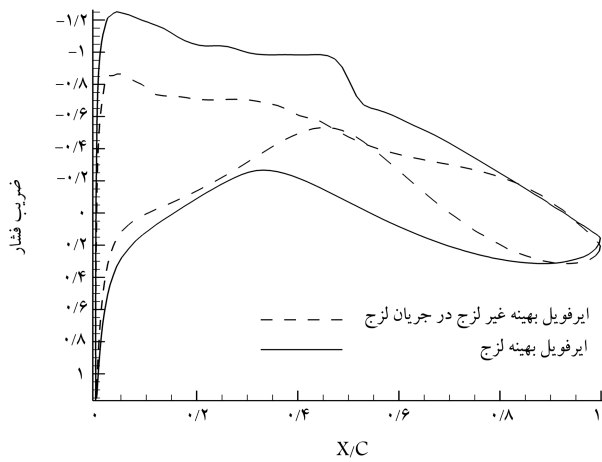
شکل ۱۴. ضرایب آیرودینامیکی جریان غیرلزوج برای بهترین عضو هر نسل.



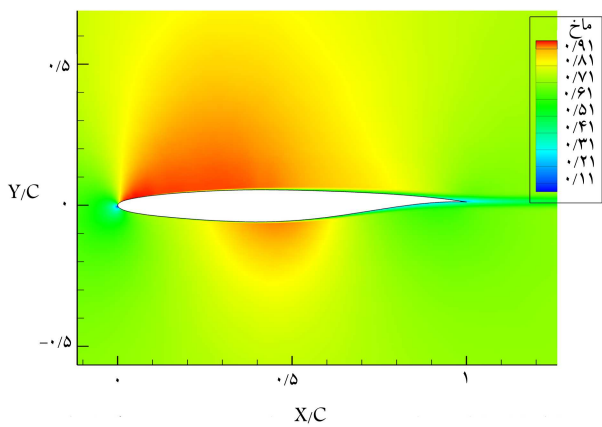
شکل ۱۵. ایرفویل‌های اولیه، بهینه‌ی غیرلزوج، بهینه‌ی لزوج.

می‌توان یافت، اما در بهینه‌سازی لزوج به علت وجود لزجت تعداد ایرفویل‌های کم‌تری در فضای جست‌وجو وجود خواهد داشت و مقادیر بهینه‌ی نهایی به هم نزدیک‌تر خواهد بود. در شکل ۱۴ شبکه‌های عددی حول ایرفویل‌های اولیه و بهینه‌ی لزوج نشان داده شده است. در این حالت نیز استفاده از روش فنر پیچشی توأم با روش فنر خطی موجب حفظ صحت و کیفیت شبکه حتی در داخل لایه‌ی مرزی شده است. نمودار هم‌گرایی تابع هدف برای بهترین عضو در فرایند بهینه‌سازی لزوج برای ۳ اجرای یکسان در شکل ۱۴ نشان داده شده است. به علت هم‌گرایی سریع‌تر الگوریتم در جریان لزوج می‌توان برای تعداد نسل کم‌تری اجرا گرفت. بدیهی است که با در نظر گرفتن اثرات لزجت مقدار تابع هدف کاهش قابل ملاحظه‌ی می‌یابد که عمدتاً ناشی از افزایش ضریب درگ است. در کل می‌توان اذعان داشت که

دهد اما بهینه‌ی غیرلزوج تمرکز خود را روی کاهش نیروی درگ قرار داده تا به علت نبود گران‌روی مقدار زیادی از نیروی درگ را کم کند. در شکل ۱۲ ضرایب فشار روی سطح برای ایرفویل‌های بهینه و ایرفویل اولیه در جریان لزوج نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود محل وقوع شوک نسبتاً قوی در ایرفویل اولیه در جریان غیرلزوج حدوداً در مکان ۰/۷ طول وتر و در جریان لزوج در مکان ۰/۵ طول وتر با شوک ضعیف‌تر است. در شکل ۱۳ نیز کانتورهای عدد ماخ حول ایرفویل اولیه و ایرفویل بهینه‌ی لزوج نشان داده شده است. از مقایسه‌ی شکل‌های ۸ و ۱۲ درمی‌یابیم که اختلاف بین ضریب فشار سطحی ایرفویل بهینه و ایرفویل اولیه غیرلزوج بیشتر از اختلاف مشابه در جریان لزوج است؛ چرا که به علت نادیده گرفتن گران‌روی، در فرایند بهینه‌سازی غیرلزوج ایرفویل‌های بیشتری در فضای جست‌وجو



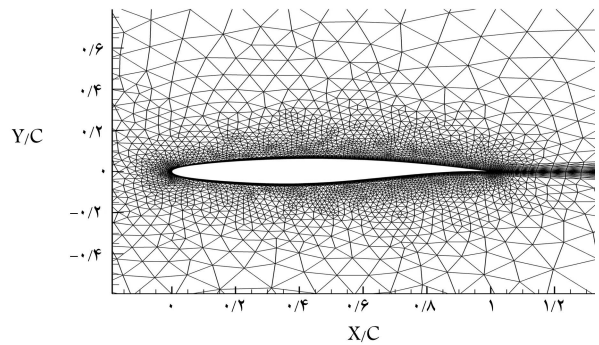
شکل ۱۵. مقایسه‌ی ضرایب فشار سطحی روی ایرفویل بهینه‌ی لزوج و ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج که در جریان لزوج بررسی شده است.



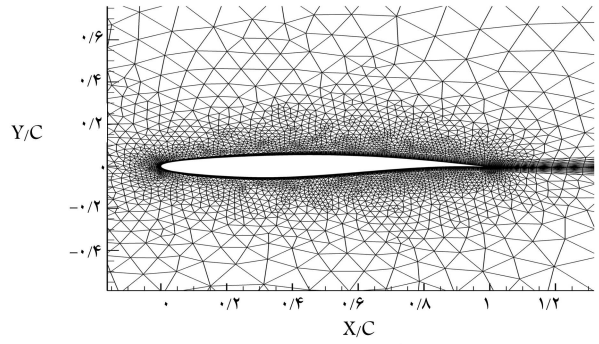
شکل ۱۶. کانتورهای عدد ماخ جریان واقعی روی ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج.

در شکل ۱۶ کانتور عدد ماخ به دست آمده از حل جریان لزوج بر روی ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج نشان داده شده است.

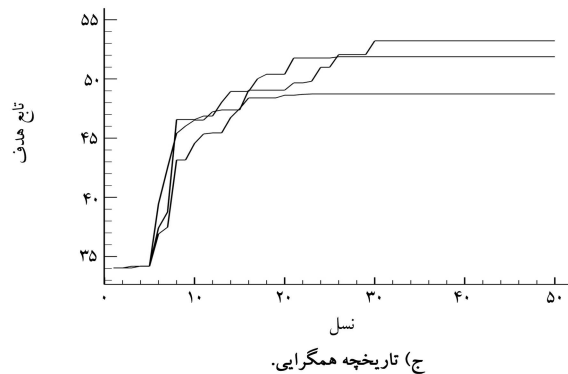
از آنجا که هدف مسئله‌ی مورد نظر رسیدن به بیشترین  $\frac{C_L}{C_D}$  است، به دلیل قرارگیری ضریب درگ در مخرج و تأثیر بیشتر آن در کل کسر، فرایند بهینه‌سازی در هر دو جریان لزوج و غیرلزوج از ضریب درگ تأثیر بیشتری خواهد گرفت. تمرکز بهینه‌سازی در جریان غیرلزوج بر روی کاهش ضریب درگ از طریق کاهش قدرت شوک صورت می‌پذیرد؛ چرا که تنها عامل درگ در جریان غیرلزوج، نوع فشاری است که عمدتاً حاصل وقوع شوک است. با قرار دادن ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج در جریان لزوج مشخص می‌شود که ضریب فشار در هر دو قسمت بالا و پایین ایرفویل تفاوت زیادی با ایرفویل بهینه‌ی لزوج دارد ولی در عوض درگ کم‌تری (شوک ضعیف‌تری) را نسبت به ایرفویل بهینه‌ی لزوج نشان می‌دهد. مجموع نتایج فوق در جدول ۱ ارائه شده است. چنان‌که ملاحظه می‌شود روش بهینه‌سازی حاضر توانسته نسبت ضریب لیفت به ضریب درگ در جریان غیرلزوج را از حدود ۳۶ برای ایرفویل اولیه به حدود ۲۸۴ در ایرفویل نهایی افزایش دهد که یک بهبود قابل توجه به حساب می‌آید. ولی مقدار  $\frac{C_L}{C_D}$  همین ایرفویل در صورت قرارگرفتن در جریان لزوج به مقدار حدوداً ۳۱ کاهش می‌یابد که این مقدار حتی کم‌تر از تابع هدف مربوط به ایرفویل RAE ۲۸۲۲ اولیه در جریان لزوج با مقدار ۳۴ می‌شود. بنابراین می‌توان اذعان کرد که ایرفویل بهینه‌ی به دست آمده از حل جریان غیرلزوج نمی‌تواند هندسه‌ی مناسب برای شرایط جریان واقعی در محدوده‌ی



الف) شبکه ایرفویل اولیه؛



ب) شبکه ایرفویل بهینه؛



شکل ۱۸. نتایج بهینه‌سازی جریان لزوج.

در این حالت نیز، فرایند بیشتر بر کم‌تر کردن ضریب درگ تمرکز داشته است. دنبال کردن این رویه به وسیله‌ی فرایند بهینه‌سازی در هر دو جریان نشان از تأثیر شدید ضریب درگ در مقدار تابع هدف تعیین‌شده برای ایرفویل‌های گذر صوتی دارد.

### ۳.۵ رفتار واقعی ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج

بعد از یافتن ایرفویل‌های بهینه با استفاده از حل‌گرهای جریان غیرلزوج و لزوج، امکان کاهش زمان محاسباتی از طریق استفاده از حل‌گر غیرلزوج مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای این کار ابتدا رفتار ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج در جریان واقعی (لزوج) بررسی می‌شود. در شکل ۱۵ توزیع ضریب فشار سطحی روی ایرفویل بهینه‌ی لزوج و ایرفویل بهینه‌ی غیرلزوج در جریان لزوج مقایسه شده است. با مقایسه‌ی ضرایب فشار مشخص می‌شود که ایرفویل غیرلزوج ضریب لیفت به مراتب کم‌تری نسبت به ایرفویل بهینه‌ی لزوج در شرایط واقعی تولید می‌کند. در مقابل این ایرفویل توانسته با ضعیف کردن قدرت شوک کاهش میزان ضریب درگ را به نحو موفقیت‌آمیزی افزایش دهد.



جدول ۱. نتایج بهینه‌سازی آئرو دینامیکی.

$\frac{c_f}{c_D}$	ضریب لیفت	ضریب درگ کل	ضریب درگ اصطکاکی	ضریب درگ فشاری	ایرفویل	جریان
۳۶٫۸۵	۱٫۰۲	۰٫۰۲۷۹	۰٫۰	۰٫۰۲۷۹	RAE ۲۸۲۲	
۲۸۴٫۳۱	۰٫۵۴	۰٫۰۰۱۹	۰٫۰	۰٫۰۰۱۹	بهینه‌ی به دست آمده غیر لزج	
۳۴٫۰۳	۰٫۷۷۴	۰٫۰۲۲۷	۰٫۰۰۶۳	۰٫۰۱۶۴	RAE ۲۸۲۲	
۵۳٫۲۲	۰٫۷۵	۰٫۰۱۴۴	۰٫۰۰۶۹	۰٫۰۰۷۵	بهینه‌ی به دست آمده لزج	لزج
۳۱٫۷۳	۰٫۳۷	۰٫۰۱۱۶	۰٫۰۰۷۱	۰٫۰۰۴۵	بهینه‌ی به دست آمده غیر لزج	بهینه‌ی به دست آمده غیر لزج

رفتار جریان لزج به جریان غیرلزج نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین برای کاهش زمان محاسباتی، بررسی این امکان که از حل‌گر غیرلزج با معادلات ساده‌تر به جای حل‌گر لزج استفاده شود امری مهم تلقی می‌شود. در این تحقیق بعد از بهینه‌سازی ایرفویل با استفاده جداگانه از حل‌گر اوپلر و ناویر - استوکس و به دست آوردن ایرفویل بهینه، عملکرد آئرو دینامیکی آنها در جریان لزج مورد مقایسه قرار گرفت. با توجه به نتایج به دست آمده مشخص شد که عملکرد آئرو دینامیکی ایرفویل غیرلزج حدود ۴٪ پایین‌تر از ایرفویل لزج در شرایط یکسان است. بنابراین نمی‌توان از معادلات اوپلر برای یافتن ایرفویل بهینه در جریان واقعی استفاده کرد. همچنین در این تحقیق از روش فنر پیچشی به همراه فنر خطی به منظور تضمین صحت عملیات حرکت شبکه حول ایرفویل‌های جدید با موفقیت استفاده شد.

سرعت‌های گذر صوتی باشد. در مقابل ایرفویل به دست آمده از حل جریان لزج قادر است نسبت ضریب لیفت به درگ را تا حدود ۵۳ یعنی ۵۵ درصد بالاتر از ایرفویل اولیه افزایش دهد. لازم به ذکر است که زمان محاسباتی لازم برای یافتن ایرفویل بهینه‌ی لزج با استفاده از رایانه‌ی معرفی شده در ابتدای این فصل حدود ۳۱ ساعت و زمان مشابه برای دست‌یابی به ایرفویل بهینه‌ی غیرلزج حدود ۱۰ ساعت است.

## ۶. نتیجه‌گیری

فرایند بهینه‌سازی آئرو دینامیکی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و حل‌گر عددی جریان بسیار زمان‌بر است. در جریان گذر صوتی به علت بالا بودن عدد رینولدز،

## پانوشتها

1. evolutionary algorithms
2. genetic algorithm
3. parsec
4. shape function

## منابع (References)

1. Anderson, W. K. and Bonhaus, D. L. "Airfoil design on unstructured grids for turbulent flows", *In AIAA Journal*, **37**, pp. 185-191 (1999).
2. Baysal, O. and Eleshaky, M. E. "Aerodynamic design optimization using sensitivity analysis and computational fluid dynamics", *In AIAA Journal*, **30**, pp. 718-725 (1992).
3. Hälmäinen, J. P., Mäkinen, R. A. Tarvainen, P. and "Evolutionary shape optimization in CFD with industrial applications", *Proceedings of ECCOMAS Conference*, pp. 11-14 (2000).
4. Golberg, D. E. "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning", *Machine Learning*, **3**, p. 102 (1989).
5. Anderson, W.K. and Venkatakrisnan, V. "Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation", *Computers & Fluids*, **28**, pp. 443-480 (1997).
6. Fouladi, N. and Jahangirian, A. "An algorithm based on neural networks generalization power for genetic algorithm speed up convergence in aerodynamics optimum Designing", *Journal of Mechanical Engineering Sharif University of Technology*, **40**, pp.101-107 (2007).
7. Poole, J., Allen, C. B. and Rendall, T. C. "Aerofoil inviscid drag minimization by constrained global optimization", in 11th World Congress on Computational Mechanics, Barcelona, Spain (2014).
8. Fusi, F., Quaranta, G., Guardone, A. and et al. "Drag minimization of an isolated airfoil in transonic inviscid flow by means of genetic algorithms", in 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, p. 1722 (2015).
9. Koo, D. and Zingg, D. W. "Progress in aerodynamic shape optimization based on the reynolds-averaged navier-stokes equations", in 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, p. 1292 (2016).

10. Segee, M., Schetz, J. A. and Kapania, R. K. "Transonic aerodynamics analysis for multidisciplinary design optimization applications", in *34th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, p. 4039 (2016).
11. Xin, P., Dawei, L., Jixiang, S. and et al. "Airfoil aerodynamic optimization based on an improved genetic algorithm", in *Intelligent Systems Design and Engineering Applications (ISDEA), Fifth International Conference*, pp. 133-137 (2014).
12. Timnak, N. and Jahangirian, A. "Multi-point optimization of transonic airfoils using an enhanced genetic algorithm", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, **232**, pp.1347-1360 (2017).
13. Singh, K. P., Newman, J. C. and Baysal, O. "Dynamic unstructured method for flows past multiple objects in relative motion", In *AIAA Journal*, **33**, pp. 641-649 (1995).
14. Samareh, J. A. "Application of quaternions for mesh deformation", NASA/TM-211646 .
15. Nakahashi, K. and Deiwert, G. S. "Self-adaptive-grid method with application to airfoil flow", In *AIAA Journal*, **25**, pp. 513-520 (1987).
16. Burg, C. O. "A robust unstructured grid movement strategy using three-dimensional torsional springs", In *34th AIAA Fluid Dynamics and Exhibit*, p.2529 (2004).
17. Spranger, K. and Ventikos, Y. "Which spring is the best? comparison of methods for virtual stenting", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **61**, pp. 1998-2010 (2014).
18. nemati, m. and Jahangirian, A. "A grid movement method for optimization of intelligent air foils", Amirkabir University of Technology (2016).
19. Sobieczky, H. "Parametric airfoils and wings", In *Recent Development of Aerodynamic Design Methodologies*, Springer, **68**, pp. 71-87 (1999).
20. Shahrokhi, A. and Jahangirian, A. "Airfoil shape parameterization for optimum navier-stokes design with genetic algorithm", *Aerospace Science and Technology*, **11**, pp. 443-450 (2007).
21. Jahangirian, A. and Johnston, L. "Automatic generation of adaptive unstructured grids for visous flow applications", In *5th International Conference on numerical grid generation on CFD*, Mississippi State Univ (1996).
22. Jahangirian, A. and Hadidoolabi, M. "Unstructured moving grids for implicit calculation of unsteady compressible viscous flows", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **47**, pp. 1107-1113 (2005).
23. Jameson, A. "Time dependent calculations using multi-grid with applications to unsteady flows past airfoils and wings", In *10th AIAA Computetional Fluid Dynamics Conference*, p.1596 (1991).
24. Tropea, C., Jakirlic, S., Heinemann, H.-J. and et al. "New results in numerical and experimental fluid mechanics", *Contributions to the 15th STAB/DGLR Symposium Darmstadt*, Germany 2006, **96** (2007).
25. Deb, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, John Wiley & Sons, **16**, pp.403-449 (2001).
26. Ebrahimi, M. and Jahangirian, A. "Aerodynamic optimization of airfoils using adaptive parameterization and genetic algorithm", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **162**, pp. 257-271 (2014).
27. Jahangirian, A. and Shahrokhi, A. "Inverse design of transonic airfoils using genetic algorithm and a newparametric shape method", *Inverse Problems in Science and Engineering*, **17**, pp. 681-699 (2009).