

# بررسی تحلیلی اثر شدت عدم تعادل حرارتی محلی در فوم‌های متخلخل

Original Article

آرمین عبدالله‌پور (کارشناس ارشد)

جواد امینیان\* (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی

مطالعه‌ی جریان سیال و انتقال حرارت درون فوم‌های متخلخل با استفاده از دو مدل تعادل حرارتی محلی ( $LTE$ ) و عدم تعادل حرارتی محلی ( $LTNE$ ) صورت می‌گیرد. در این نوشتار با تعریف انحراف ناسبت بین دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  شرایطی که در آن اثر  $LTNE$  قابل توجه است تعیین شده است. در واقع با استفاده از این تحلیل کاربر می‌تواند با توجه به خواص هندسی فوم مورد نظر - مانند تخلخل، چگالی حفرات و هدایت حرارتی فوم - و شرایط عملیاتی مانند سرعت و هدایت حرارتی سیال، مدل مناسب برای انتقال حرارت در فوم را انتخاب کند. نتایج نشان می‌دهد که اثر  $LTNE$  در تخلخل و چگالی حفرات پایین و هدایت حرارتی بالای فوم (فوم‌های فلزی نسبت به سرامیکی) و در سرعت‌ها و هدایت حرارتی پایین سیال بیشتر اهمیت دارد. همچنین، در میان پارامترهای مذکور، اثر «هدایت حرارتی فوم» بر شدت عدم تعادل حرارتی محلی بیشینه است.

واژگان کلیدی: فوم متخلخل، عملکرد حرارتی، حل تحلیلی، تعادل حرارتی محلی، شدت عدم تعادل حرارتی محلی.

## ۱. مقدمه

در حالی که در مدل  $LTNE$  دو فاز سیال و جامد به طور جداگانه بررسی و بین آنها یک اختلاف دمای محلی در نظر گرفته می‌شود. هنگامی که تولید حرارت قابل توجهی در هریک از فازها (جامد یا مایع) رخ دهد - مثلاً هنگامی که انتقال حرارت اصلی به وسیله‌ی تولید حرارت در یک فاز باشد و انتقال حرارت از طریق سطح محدود کننده‌ی محیط متخلخل کم‌تر قابل توجه باشد آنگاه حجم محلی (محدود و کوچک) از جامد و مایع وجود خواهد داشت که از تعادل حرارت محلی دور خواهند بود. همچنین زمانی که فازهای جامد و سیال ظرفیت‌های گرمایی و ضریب رسانایی گرمایی بسیار متفاوتی داشته باشند، نرخ محلی تغییر دما برای دو فاز برابر نخواهد بود.<sup>[۶]</sup> در مدل  $LTNE$ ، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی سیال - جامد ( $h_{sf}$ ) برای نشان دادن انتقال حرارت محلی بین دو فاز استفاده می‌شود. همچنین، معادلات انرژی فاز جامد و فاز مایع به وسیله‌ی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی بین دو فاز کوپل می‌شوند. درحالی که در مدل  $LTE$  از یک معادله‌ی انرژی استفاده می‌شود. بنابراین، به کار بردن مدل  $LTNE$  به دلیل نیاز داشتن به اطلاعاتی در مورد ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی، که معمولاً از طریق انجام آزمایش محاسبه می‌شود، پیچیده‌تر است؛ به همین دلیل بعضی از محققین از مدل  $LTE$  برای بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی در محیط متخلخل استفاده می‌کنند. در سال ۲۰۰۳ انتقال حرارت جابه‌جایی دائم کاملاً توسعه یافته و آرام در یک لوله‌ی استوانه‌ی پر شده با ماده‌ی متخلخل تحت شرط مرزی فلاکس حرارتی ثابت و فرض تعادل حرارتی محلی توسط محققان بررسی شده است.<sup>[۷]</sup> همچنین در سال ۲۰۰۴ جریان و انتقال حرارت در اشکال مختلف

مواد متخلخل را می‌توان به دو گونه‌ی محیط متخلخل طبیعی و محیط متخلخل ساخت انسان تقسیم کرد. محیط متخلخل ساخته شده توسط بشر شامل فوم‌های کامپوزیتی، کربنی و فوم‌های فلزی و سرامیکی تخلخل بالا است.<sup>[۱]</sup> فوم‌ها به دلیل تخلخل بالا و ساختار سلولی سه‌بعدی به هم پیوسته، در بسیاری از کاربردهای صنعتی سودمند خواص جذابی دارند. از جمله کاربردهای مهندسی فوم‌های سلول باز (سرامیکی و فلزی) می‌توان به راکتورها و ستون‌ها و مبدل‌های حرارتی اشاره کرد؛ فوم‌های تخلخل بالا به دلیل داشتن فضای خالی زیاد برای عبور سیال، افت فشار کمی ایجاد می‌کنند که کاربرد آن را در مبدل‌های حرارتی مناسب می‌کند.<sup>[۲]</sup> دلیل این استفاده، بالا بودن سطح مخصوص (بین ۵۰۰ تا  $۱۰۰۰\text{ m}^{-۱}$ ) و در نتیجه افزایش سطح انتقال حرارت با استفاده از فوم‌های سلول باز است.<sup>[۳]</sup> همچنین ایجاد مسیری پر پیچ و خم برای سیال‌کاری به وسیله‌ی ساختار جامد فوم باعث افزایش میزان اختلاط و افزایش زمان اقامت سیال در محیط و در نتیجه بهبود انتقال حرارت می‌شود. فوم‌ها معمولاً دارای چگالی منافذ بین ۱۰ تا  $۱۰۰\text{ ppi}$  و میزان تخلخل معمول بین ۷۵ تا ۹۵ درصد هستند.<sup>[۴]</sup> در بررسی و مطالعه‌ی جریان سیال و انتقال حرارت درون فوم‌های متخلخل، دو مدل اولیه کاربرد گسترده‌ی داشته است: تعادل حرارتی محلی ( $LTE$ ) و عدم تعادل حرارتی محلی ( $LTNE$ ).<sup>[۵]</sup> در مدل  $LTE$ ، اختلاف دمای محلی بین فاز سیال و جامد صفر فرض می‌شود،

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۹/۱، اصلاحیه ۱۳۹۷/۵/۲۲، پذیرش ۱۳۹۷/۶/۷.

DOI:10.24200/J40.2018.10832.1451

$$k_{eff} = 0.51 \left( 1 + \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{(1-\varepsilon)}{k_s} \right) + 0.49(\varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s) \quad (1)$$

$$k_{se} = k_{eff}|_{k_f = 0} \quad (2)$$

$$k_{fe} = k_{eff}|_{k_s = 0} \quad (3)$$

• مساحت سطح مخصوص ( $a_{sf}$ )

همان‌طور که اشاره شد فوم‌ها به دلیل افزایش قابل توجه سطح انتقال حرارت بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. به همین دلیل سطح مخصوص از مهم‌ترین خواص ساختاری فوم و پارامتری مهم در بررسی حرکت، انتقال حرارت و جرم در فوم‌ها است.<sup>[17]</sup> سطح مخصوص فوم‌ها روابط متعددی وجود دارد. از جمله رابطه‌ی ۴:<sup>[15]</sup>

$$a_{sf} = 3\pi d_s \left( 1 - e^{-((1-\varepsilon)/\sigma_f^2)} \right) / (0.59 d_p)^2 \quad (4)$$

• ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی ( $h_{sf}$ )

از جمله پارامترهای مهم دیگر در مطالعه‌ی انتقال حرارت در فوم‌ها، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی است؛ که چنان‌که اشاره شد برای در نظر گرفتن اختلاف دمای محلی بین فاز سیال و جامد و در نتیجه محاسبه‌ی میزان انتقال حرارت جابه‌جایی محلی بین دو فاز در نظر گرفته می‌شود. از این رو این پارامتر برای توسعه و به‌کارگرفتن مدل  $LTNE$  در بررسی انتقال حرارت فوم‌ها پارامتری اساسی است که به‌صورت آزمایشگاهی اندازه‌گیری می‌شود. روش اندازه‌گیری ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی در بررسی‌های موجود<sup>[18]</sup> توضیح داده شده است. برای ارائه‌ی مدلی به‌منظور محاسبه‌ی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی تحقیقات مختلفی صورت گرفته است.<sup>[19-26]</sup> مثلاً رابطه‌ی ۵ توسط دیتریخ<sup>[27]</sup> ارائه و در نوشتار حاضر از آن استفاده شده است:

$$Nu_{sf} = \frac{h_{sf} d_h}{k_f} = 0.57 C_{Re} C_{geo} Re_d^{1/2} Pr^{1/2} \quad (5)$$

$$Re_d = \frac{u d_h}{\nu_f}, d_h = 4 \frac{\varepsilon}{a_{sf}}$$

که در آن پارامترهای  $C_{Re}$  و  $C_{geo}$  چنین تعریف شده است:

$$C_{Re} = \left( \frac{Re + 1}{Re + 1000} \right)^{0.25}; C_{Re} < 1$$

$$C_{geo} = \left( \frac{d_h/l}{(d_h/l)_{mean}} \right)^{1/5}; l = d_{strut} + d_{window}$$

که به ترتیب با در نظر گرفتن اثر سرعت ظاهری سیال (در عدد رینولدز) و ویژگی‌های ابعادی فوم (در قطر یال، قطر پنجره و قطر هیدرولیک)، تفاوت‌های هندسی فوم‌های مختلف را در محاسبه‌ی  $h_{sf}$  لحاظ می‌کنند. رابطه‌ی ۵ برای محاسبه‌ی  $h_{sf}$  جریان هوا بر روی فوم‌های آلومینا ( $Al_2O_3$ )، مولیت (Mullite) و سیلیکون کاربید (OBSiC) مورد بررسی قرار گرفته که خطایی در محدوده‌ی ۷ تا ۳۰ درصد در فوم‌های مختلف برای آن گزارش شده است.<sup>[27]</sup> با توجه به این که رابطه‌ی ۵ یک رابطه‌ی نیمه تجربی است و ثوابت آن از برازش اطلاعات آزمایشگاهی به دست آمده‌اند، دلایل نظری و فیزیکی دقیقی بر مبنای فرضیات مشخص برای آن ارائه نشده است. هرچند محققین مربوطه مدعی شده‌اند که به دلیل توسعه‌ی رابطه‌ی ۵ بر اساس اعداد بدون بعد، می‌توان از آن برای محاسبه‌ی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی در انواع فوم‌های سرامیکی با دقت مذکور استفاده کرد.

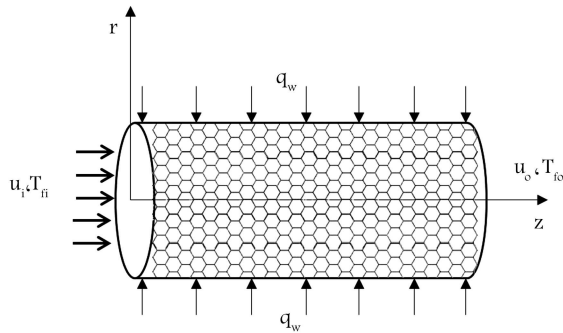
کانال پر شده با محیط متخلخل آنالیز شده است.<sup>[8]</sup> محققان معادلات حاکم را با فرض تعادل حرارتی محلی و شرط مرزی دمایی ثابت در دیواره حل کردند. در مطالعه‌ی دیگر<sup>[9]</sup> انتقال حرارت در جریان بین دو صفحه‌ی موازی و لوله‌ی استوانه‌یی پر شده با مواد متخلخل بررسی شده است. آنها در مطالعه‌ی خود رسانایی محوری و فرض تعادل حرارتی محلی را در نظر گرفتند. محققین دیگری هم از مدل  $LTNE$  در مطالعه‌ی خود استفاده کرده‌اند. انتقال حرارت در کانالی که از دو صفحه‌ی موازی تشکیل شده و کاملاً با فوم فلزی پر شده مورد بررسی قرار گرفته است<sup>[10]</sup> که در حل تحلیلی آن از معادله‌ی مومنوم داریسی - برینکمن و دو معادله‌ی انرژی (مدل  $LTNE$ ) استفاده کردند. در مدل کامل‌تری که از انتقال حرارت بین دو صفحه‌ی موازی پر شده با فوم متخلخل ارائه شده<sup>[11]</sup> علاوه بر فرض عدم تعادل حرارتی محلی، اثر تخلخل متغیر و تولید انرژی نیز در نظر گرفته شده است.

محققین ضمن مطالعه‌ی انتقال حرارت جابه‌جایی جریان گاز در یک میکروتیوب استوانه‌یی متخلخل<sup>[12]</sup> شرط فلاکس حرارتی ثابت در دیواره را به عنوان شرط مرزی دما، و شرط لغزش در دیواره را به عنوان شرط مرزی سرعت به کار گرفتند و اثر عدد نادسن را بر سرعت، دما، افت فشار و انتقال حرارت بررسی کردند. همان‌طور که اشاره شد زمانی که اختلاف بین ضریب رسانایی گرمایی فاز سیال و جامد زیاد باشد - مانند فوم‌های فلزی - مدل  $LTE$  مدل دقیقی برای بررسی انتقال حرارت نخواهد بود.<sup>[13]</sup> در مطالعات بعدی<sup>[14]</sup> با ارائه‌ی یک نمودار خطا برای مدل‌های  $LTNE$  و  $LTE$  گفته شد زمانی که نسبت رسانایی گرمایی مؤثر سیال به جامد کوچک شود خطای استفاده از مدل تک‌معادله‌یی ( $LTE$ ) افزایش می‌یابد و بنابراین مدل تک‌معادله‌یی دیگر معتبر نخواهد بود. در مطالعه‌ی دیگر<sup>[15]</sup> محققین اشاره داشته‌اند که مدل تک‌معادله‌یی زمانی معتبر است که اختلاف دمای محلی بین فاز سیال و جامد، جزئی و کوچک باشد که این حالت برای کاربردهایی مانند مبدل‌های حرارتی که اختلاف زیادی میان ضریب رسانایی گرمایی جامد و سیال وجود دارد، برقرار نیست. به همین دلیل آنها از مدل دو معادله‌یی برای مطالعه‌ی عملکرد انتقال حرارت لوله‌ی پر شده از فوم فلزی استفاده کردند.

در نوشتار حاضر به مطالعه‌ی اثر پارامترهای مختلف مانند میزان تخلخل ( $ppi$ )، نسبت ضریب رسانایی گرمایی مؤثر دو فاز، تأثیر سرعت و قطر لوله بر انحراف دو روش  $LTNE$  و  $LTE$  از هم خواهیم پرداخت. برای این منظور ابتدا به بررسی انتقال حرارت به صورت تحلیلی، با حل معادلات انرژی و مومنوم در یک لوله‌ی پر شده با فوم به دو روش  $LTNE$  و  $LTE$  خواهیم پرداخت و سپس با معرفی معیار انحراف نسبی بین دو روش، اثر پارامترهای گوناگون را بر این انحراف بررسی خواهیم کرد. سپس پارامترهای مورد نیاز برای آنالیز و بررسی انتقال حرارت در فوم‌های متخلخل را معرفی می‌کنیم.

• ضریب رسانایی گرمایی مؤثر ( $k_{eff}$ )

انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل به وسیله‌ی ضریب رسانایی گرمایی مؤثر توصیف می‌شود. در واقع ضریب رسانایی گرمایی مؤثر فوم را می‌توان به عنوان برهم‌نهی از ضریب رسانایی گرمایی جامد و ضریب رسانایی گرمایی سیال و میزان تخلخل فوم معرفی کرد. روابط مختلفی که بر اساس هندسه و ساختار فوم<sup>[16]</sup> و بعضی دیگر به‌صورت آزمایشگاهی به دست آمده‌اند برای محاسبه‌ی ضریب رسانایی گرمایی مؤثر ارائه شده است. در این مطالعه از رابطه‌ی ۱ برای محاسبه‌ی ضریب رسانایی گرمایی مؤثر استفاده می‌شود:<sup>[16]</sup>



شکل ۱. شماتیک یک لوله‌ی مدور پر شده با فوم.

معادله‌ی انرژی فاز سیال:

$$k_{fe} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) = \rho c_p u \frac{\partial T_f}{\partial z} \quad (9)$$

معادله‌ی انرژی فاز جامد:

$$k_{se} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) - h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) = 0 \quad (10)$$

شرایط مرزی سرعت:

$$\begin{aligned} r = 0 \quad \frac{du}{dr} &= 0 & \text{شرط تقارن} \\ r = r_o \quad u &= 0 & \text{شرط عدم لغزش} \end{aligned} \quad (11)$$

شرایط مرزی دما:

$$\begin{aligned} r = 0 \quad \frac{\partial T_s}{\partial r} &= \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 & \text{شرط تقارن} \\ r = r_o \quad \begin{cases} T_s \cong T_f \cong T_w \\ k_{se} \frac{\partial T_s}{\partial r} + k_{fe} \frac{\partial T_f}{\partial r} = q_w \end{cases} & [12] \end{aligned} \quad (12)$$

## ۲.۲. بی بعدسازی

در این قسمت برای ساده‌سازی حل معادلات مومنتوم و انرژی به همراه شرایط مرزی مربوطه متغیرهای بی بعد زیر را معرفی می‌کنیم تا به وسیله‌ی آنها معادلات را بی بعد کنیم:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{z}{r_o}, R = \frac{r}{r_o}, U = \frac{u}{u_m}, \theta_s = \frac{(T_s - T_w) k_{se} r_o}{q_w r_o}, \\ \theta_f &= \frac{(T_f - T_w) k_{se} r_o}{q_w r_o}, \theta_{f,b} = \frac{(T_{f,b} - T_w) k_{se} r_o}{q_w r_o}, \kappa = \frac{k_{fe}}{k_{se}}, \\ P &= \frac{K}{\mu_f u_m} \frac{dp}{dz}, Da = \frac{K}{r_o^2}, \omega = \sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}}, \\ Bi &= \frac{h_{sf} a_{sf} r_o}{k_{se}}, \delta = \sqrt{\frac{Bi(1 + \kappa)}{\kappa}}, \alpha = \frac{k_{se}}{\rho c_p u_m r_o} \end{aligned}$$

با استفاده از متغیرهای بی بعد تعریف شده، معادله‌ی مومنتوم ۸ و معادلات انرژی فاز سیال و جامد ۹ و ۱۰ به همراه شرایط مرزی مربوطه‌ی ۱۱ و ۱۲ را می‌توان به صورت بی بعد شده نوشت:

معادله‌ی مومنتوم بی بعد شده:

$$R^2 \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + R \frac{\partial U}{\partial R} - (\omega R)^2 (U + P) = 0 \quad (13)$$

## • نفوذپذیری (K)

نفوذپذیری یکی دیگر از پارامترهای مورد نیاز در معادله‌ی مومنتوم برای محیط متخلخل است. روابط مختلفی برای محاسبه‌ی نفوذپذیری در فوم‌ها ارائه شده که از آن جمله می‌توان به رابطه‌ی ۶ [۲۸] و رابطه‌ی ۷ [۲۹] اشاره کرد.

$$K = 0.000073(1 - \varepsilon)^{-0.222} (d_f/d_p)^{-1.11} d_p^2 \quad (6)$$

$$K = \left( \frac{1}{K_i} + \frac{1}{b} \right)^{-1} \quad b = \frac{d_h^2}{32} \quad K_i = \frac{\varepsilon^3}{4a_{sf}^2} \quad (7)$$

ارائه‌ی روابطی ساده و کاربردی برای به دست آوردن عدد ناسلت و در نتیجه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم برای همه‌ی محدوده‌های میزان تخلخل و  $pp_i$ های مختلف، عدد دارسی و تمام مقادیر هدایت حرارتی سیال و جامد، از اهداف کار حاضر است. در واقع با داشتن ویژگی‌های فوم به کار برده شده در لوله می‌توان به راحتی مقدار عدد ناسلت را بدون توجه به محدوده پارامترها محاسبه کرد. روابط مربوط به دماهای دو فاز سیال و جامد و عدد ناسلت با استفاده از هر دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  ارائه شده است. همچنین، در تحقیق حاضر با توجه به این که عدد ناسلت لوله‌ی پر شده از فوم در حالت  $LTNE$  تابعی از ۵ پارامتر میزان تخلخل،  $pp_i$ ، نسبت هدایت حرارتی مؤثر سیال به جامد، اندازه لوله و سرعت است، تحلیلی کامل برای اثر پارامترهای مذکور بر دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  و انحراف دو مدل از هم برای نشان دادن اثر شدت  $LTNE$  ارائه شده است. در واقع با استفاده از تحلیل ارائه شده و با توجه به شرایط عملیاتی و ویژگی‌های فوم مورد استفاده، کاربر می‌تواند با دید باز نسبت به انتخاب مدل‌های  $LTNE$  و  $LTE$  برای تحلیل انتقال حرارت فوم متخلخل اقدام کند. در ادامه به حل تحلیلی معادلات مومنتوم و انرژی می‌پردازیم.

## ۲. حل تحلیلی

### ۲.۱. معادلات حاکم و مدل‌سازی ریاضی

در این قسمت یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در یک لوله‌ی کاملاً پر شده از فوم با استفاده از دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  ارائه می‌شود. شماتیک مساله که یک لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم است که به همراه مختصات استوانه‌ی  $(r, z)$  در شکل ۱ نشان داده شده است. شعاع لوله  $r_o$  و یک شار حرارتی ثابت به دیواره لوله وارد شده است. در این بررسی فرض شده است که جریان دائم، غیرقابل تراکم، همچنین از نظر هیدرولیکی و گرمایی کاملاً توسعه یافته باشد  $(\frac{\partial T_w}{\partial z} = \frac{\partial T_s}{\partial z} = \frac{\partial T_f}{\partial z} = const)$  و از انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و تشعشعی صرف نظر شده است. انتقال حرارت محوری فرض می‌شود که قابل اغماض باشد و تمام خواص ترموفیزیکی جامد و مایع مستقل از دما فرض می‌شوند. بر اساس فرضیات بالا معادلات حاکم در مختصات استوانه که شامل معادلات انرژی برای فازهای جامد و سیال به همراه معادله‌ی مومنتوم دارسی - برینکمن است عبارت خواهد بود از:

معادله‌ی مومنتوم (دارسی - برینکمن):

$$\frac{\mu_f}{\varepsilon} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) - \frac{\mu_f}{K} u - \frac{dp}{dz} = 0 \quad (8)$$

معادله‌ی ۲۲ معادله‌ی کوشی - اولیور ناهمگن برای متغیر  $(\theta_s + \kappa\theta_f)$  است که جواب آن با اعمال شرایط مرزی دما به دست می‌آید:

$$\theta_s + \kappa\theta_f = P \left[ \frac{1}{2} (1 - R^2) + \frac{2}{\omega^2} \left( \frac{I_0(\omega R)}{I_0(\omega)} - 1 \right) \right] \quad (23)$$

و بدین ترتیب با به دست آوردن  $\theta_s$  برحسب  $\theta_f$  و جایگزینی  $\theta_s$  در معادله‌ی انرژی سیال (معادله‌ی ۲۱) و مرتب‌سازی رابطه برحسب  $\theta_f$  خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta_f}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\theta_f}{dR} - \delta^2 \theta_f = -\frac{P}{\kappa} \left[ Bi \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{\omega^2} \right) + 2 - \frac{Bi}{2} R^2 - 2 \left( \frac{\omega^2 - Bi}{\omega^2} \right) \frac{I_0(\omega R)}{I_0(\omega)} \right] \quad (24)$$

معادله‌ی ۲۴ یک معادله‌ی بسط اصلاح شده‌ی غیرهمگن مرتبه صفر است. در نتیجه جواب آن چنین خواهد بود:

$$\theta_f = a_1 I_0(\delta R) + a_2 I_0(\omega R) + a_3 R^2 + a_4 \quad (25)$$

با اعمال شرایط مرزی دما،  $\frac{\partial \theta_s}{\partial R} = \frac{\partial \theta_f}{\partial R} = 0$  در  $R = 0$  و  $\theta_s = \theta_f = 0$  در  $R = 1$  ضرایب معادله‌ی ۲۵ عبارت خواهد بود از:

$$a_1 = -\frac{a_2 I_0(\omega) + a_3 + a_4}{I_0(\delta)}$$

$$a_2 = \frac{2P(\omega^2 - Bi)}{\omega^2 I_0(\omega) [\kappa\omega^2 - Bi(\kappa + 1)]}$$

$$a_3 = -\frac{P}{2(\kappa + 1)}$$

$$a_4 = -\frac{2P\kappa}{Bi(\kappa + 1)^2} + \frac{P[2 + Bi(\frac{1}{2} - \frac{2}{\omega^2})]}{Bi(\kappa + 1)}$$

در نتیجه دمای بی‌بعد جامد  $\theta_s$  مطابق معادله‌ی ۲۳ برابر خواهد بود با:

$$\theta_s = -\left( \frac{P}{2} + \kappa a_3 \right) R^2 + \left( \frac{2P}{\omega^2 I_0(\omega)} - \kappa a_2 \right) I_0(\omega R) - \kappa a_1 I_0(\delta R) - \left( \frac{2P}{\omega^2} - \frac{P}{2} + \kappa a_4 \right) \quad (26)$$

در ادامه با استفاده از تعریف دمای بی‌بعد متوسط بالک سیال و به دست آوردن رابطه‌ی برای آن در یک لوله‌ی فوم متخلخل، به تعریف عدد ناسلت لوله‌ی فوم متخلخل می‌پردازیم. دمای بی‌بعد بالک سیال با جایگذاری معادلات سرعت و دمای سیال بی‌بعد، معادلات ۱۷ و ۲۵، در تعریف کلی آن به دست می‌آید:

$$\theta_{f,b} = \frac{(T_{f,b} - T_w)}{\frac{q_w r_o}{k_{se}}} = 2 \int_0^1 U \theta_f R dR \quad (27)$$

معادله‌ی ۲۷ شامل پنج انتگرال بسط اصلاح شده است که باید آنها را محاسبه کرد. طی محاسبه‌ی این انتگرال‌ها، [۲۰] برای دمای بی‌بعد متوسط بالک سیال خواهیم داشت:

$$\theta_{f,b,LTNE} = r_1 [I_0^2(\omega) - I_0^2(\delta)] + r_2 [\delta I_1(\delta) I_0(\omega) - \omega I_0(\delta) I_1(\omega)] + r_3 [(\omega^2 + 4) I_1(\omega) - 2\omega I_0(\omega)] + r_4 I_1(\omega) + r_5 I_1(\delta) + r_6 \quad (28)$$

با شرایط مرزی  $\frac{\partial U}{\partial R} = 0$  در  $R = 0$  و  $U = 0$  در  $R = 1$  معادلات انرژی بی‌بعد شده:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \right) - Bi(\theta_s - \theta_f) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\kappa}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right) + Bi(\theta_s - \theta_f) = \frac{U}{\alpha} \frac{\partial \theta_f}{\partial Z} \quad (15)$$

با شرایط مرزی  $\frac{\partial \theta_s}{\partial R} = \frac{\partial \theta_f}{\partial R} = 0$  در  $R = 0$  و  $\theta_s = \theta_f = 0$  در  $R = 1$

### ۳.۲. حل معادلات حاکم

#### ۱.۳.۲. حل معادله‌ی مومنتوم

معادله‌ی مومنتوم بی‌بعد شده‌ی ۱۳، معادله‌ی بسط اصلاح شده‌ی غیرهمگن مرتبه صفر است که جواب آن چنین است:

$$U = c_1 I_0(\omega R) + c_2 K_0(\omega R) + c_3 \quad (16)$$

و در آن  $I_0$  و  $K_0$  به ترتیب توابع بسط اصلاح شده مرتبه‌ی صفر نوع اول و دوم است. با اعمال شرایط مرزی سرعت، سرعت بی‌بعد مطابق رابطه‌ی ۱۷ خواهد بود:

$$U = P \left[ \frac{I_0(\omega R)}{I_0(\omega)} - 1 \right] \quad (17)$$

از معادله‌ی مفهوم سرعت متوسط رابطه‌ی ۱  $\frac{1}{A} \int U dA = 1$  برقرار است و برای ضریب  $P$  خواهیم داشت:

$$P = \frac{I_0(\omega)}{\frac{2}{\omega} I_1(\omega) - I_0(\omega)} \quad (18)$$

#### ۲.۳.۲. حل معادلات انرژی با استفاده از مدل LTNE

در این قسمت معادلات انرژی برای به دست آوردن توزیع دمای بی‌بعد سیال و جامد حل خواهند شد. ابتدا با جمع دو معادله‌ی ۹ و ۱۰ و سپس انتگرال‌گیری در مقطع لوله خواهیم داشت:

$$\frac{\partial T_f}{\partial z} = \frac{2q_w}{\rho c_p u_m r_o}$$

که بی‌بعد شده آن عبارت است از:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial Z} = \frac{2k_{se}}{\rho c_p u_m r_o} = 2\alpha \quad (19)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۱۹، در معادله‌ی بی‌بعد شده انرژی سیال (رابطه‌ی ۱۵)، شکل بی‌بعد معادلات انرژی تبدیل می‌شود به:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \right) - Bi(\theta_s - \theta_f) = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\kappa}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right) + Bi(\theta_s - \theta_f) = 2U \quad (21)$$

برای دی کوپل کردن معادلات انرژی سیال و جامد، معادلات ۲۰ و ۲۱ را با هم جمع کرده و  $U$  را از رابطه‌ی ۱۷ جایگزین می‌کنیم:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial}{\partial R} (\theta_s + \kappa\theta_f) \right) = 2P \left[ \frac{I_0(\omega R)}{I_0(\omega)} - 1 \right] \quad (22)$$

که در آن ضرایب  $r_1$  تا  $r_6$  به ترتیب عبارتند از:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{Pa_\tau}{I_s(\omega)}, r_2 = \frac{2Pa_1}{(\delta^2 - \omega^2)I_s(\omega)} \\ r_3 &= \frac{2Pa_\tau}{\omega^2 I_s(\omega)}, r_4 = 2P \left( \frac{a_\tau}{\omega I_s(\omega)} - \frac{a_\tau}{\omega} \right) \\ r_5 &= -\frac{2Pa_1}{\delta}, r_6 = -P \left( a_\tau + \frac{a_\tau}{\gamma} \right) \end{aligned}$$

در نتیجه دمای بی بعد مطابق رابطه ۳۳ به دست می آید:

$$\begin{aligned} \theta_{LTE} &= \frac{-P}{2(1+\kappa)}(R^\tau - 1) \\ &+ \frac{2P}{\omega^2(1+\kappa)} \left( \frac{I_s(\omega R)}{I_s(\omega)} - 1 \right) \end{aligned} \quad (33)$$

برای دمای بالک بی بعد مشابه مدل  $LTNE$  برای مدل  $LTE$  هم خواهیم داشت:

$$\theta_{f,b,LTE} = 2 \int_0^1 U \theta_{LTE} R dR \quad (34)$$

با محاسبه ی انتگرال های بسط اصلاح شده، دمای بی بعد بالک سیال، حاصل از روش  $LTE$  عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} \theta_{f,b,LTE} &= \frac{4P^\tau}{(1+\kappa)} (c_1 [I_s^\tau(\omega) - I_s^\tau(\omega)] \\ &+ c_2 [(\omega^\tau + 4)I_s(\omega) - 2\omega I_s(\omega)] + c_3 I_1(\omega) + c_4 \end{aligned} \quad (35)$$

که در آن ضرایب  $C_1$  تا  $C_4$  عبارت است از:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{2(\omega I_s(\omega))^\tau}, c_2 = \frac{-1}{4\omega^\tau I_s(\omega)} \\ c_3 &= -\frac{1}{\omega I_s(\omega)} \left( \frac{2}{\omega^2} - \frac{1}{4} \right), c_4 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{8} \right) \end{aligned}$$

در نهایت با جایگذاری دمای بی بعد بالک سیال مربوط به مدل  $LTE$ ، معادله ی ۳۵، می توان عدد ناسلت کلی یک لوله ی پر شده با فوم را با استفاده از این مدل محاسبه کرد:

$$Nu_{O,LTE} = \frac{h_O 2r_o}{k_f} = -\frac{2k_{se}}{k_f \theta_{f,b,LTE}} \quad (36)$$

### ۴.۳.۲. انحراف نسبی دو مدل $LTNE$ و $LTE$

برای مقایسه ی نتایج حاصل از مدل  $LTNE$  و  $LTE$  و نشان دادن اثر شدت  $LTNE$  انحراف نسبی ناسلت را مطابق معادله ی ۳۷ تعریف می کنیم:

$$Dev_{Nu} = \left( \frac{Nu_{O,LTE} - Nu_{O,LTNE}}{Nu_{O,LTNE}} \right) \times 100 \quad (37)$$

### ۳. اعتبارسنجی

برای اعتبارسنجی حل تحلیلی صورت گرفته برای لوله ی پر شده از فوم متخلخل و رابطه ی ارائه شده برای عدد ناسلت کلی لوله، از تحقیقات انجام شده قبلی<sup>[۱۲]</sup> استفاده شده است. در جدول ۱، مقدار عدد ناسلت حاصل از دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  گزارش شده<sup>[۱۲]</sup> و به دست آمده از حل تحلیلی حاضر ارائه شده است. چنانکه مشاهده می شود تطابق دقیقی بین عدد ناسلت مدل  $LTE$  و  $LTNE$  مرجع<sup>[۱۲]</sup> و حل تحلیلی کار حاضر وجود دارد. همچنین مقدار عدد ناسلت حاصل از مدل  $LTNE$  برای عدد دارسی بی نهایت برابر ۴/۳۶۳ و برای عدد دارسی صفر برابر ۷/۹۰۸ است. مقدار عدد ناسلت حاصل از مدل  $LTE$  در دارسی بی نهایت برابر ۴/۳۶۳ (جریان پویله،  $Nu = 4/36$ ) و برای عدد دارسی صفر مقدار ۷/۹۱۱ (جریان اسلاگ،  $Nu = 8$ ) است. این مقادیر خلاصه وار در جدول ۲ ارائه شده است.

ضریب انتقال حرارت کلی بر اساس شرط مرزی شار حرارتی ثابت در دیواره ی لوله با استفاده از معادله ی ۲۹ به دست می آید. در نتیجه با جایگذاری معادلات ۲۸ و ۲۹ در تعریف عدد ناسلت،<sup>[۳۱]</sup> عدد ناسلت کلی یک لوله ی کاملاً پر شده با فوم متخلخل با استفاده از مدل عدم تعادل حرارتی محلی مطابق رابطه ی ۳۰ خواهد بود:

$$h_O = \frac{q_w}{(T_w - T_{f,b})} = -\frac{k_{se}}{r_o \theta_{f,b}} \quad (29)$$

$$Nu_{O,LTNE} = \frac{h_O 2r_o}{k_f} = \frac{q_w 2r_o}{k_f (T_w - T_{f,b})} = -\frac{2k_{se}}{k_f \theta_{f,b,LTNE}} \quad (30)$$

بنابراین:

$$Nu_{O,LTNE} = f(\varepsilon, ppi, \kappa, r_o, u)$$

### ۳.۳.۲. حل معادلات انرژی با استفاده از مدل $LTE$

در ادامه به بررسی مدل تعادل حرارتی محلی ( $LTE$ ) برای انتقال حرارت در لوله ی پر شده از فوم متخلخل می پردازیم. این مدل را مدل تک معادله یی نیز می نامند. در این مدل فرض می شود که دمای محلی سیال و جامد برابر باشد و در نتیجه از اختلاف دمای محلی جامد - سیال صرف نظر می شود. در حالی که، چنانکه مشاهده شد، این اختلاف در مدل  $LTNE$  لحاظ می شود. در واقع این مدل یک حالت ایده آل است. با میل کردن عدد  $Bi$  به سمت بی نهایت، جواب های مدل  $LTNE$  به مدل  $LTE$  میل خواهد کرد. در مدل  $LTE$  از یک معادله ی انرژی استفاده می شود و این معادله ی را می توان از جمع دو معادله ی انرژی ۲۰ و ۲۱، و فرض برابر بودن دماهای سیال و جامد  $\theta_s = \theta_f$  به دست آورد:

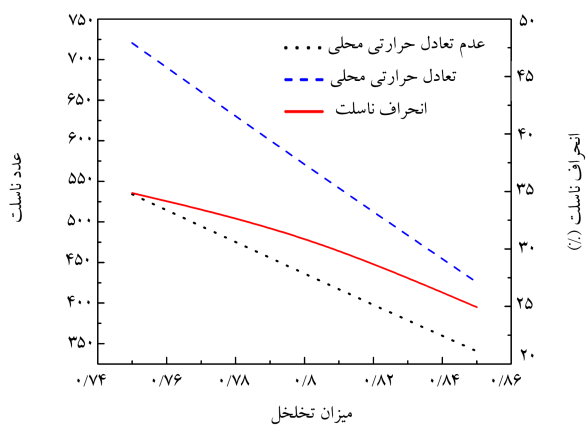
$$(1+\kappa) \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) = 2U \quad (31)$$

با شرایط مرزی  $\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0$  در  $R = 0$  و  $\theta = 0$  در  $R = 1$ . معادله ی ۳۱ یک معادله ی دیفرانسیلی کوشی - اویلر ناهمگن است که جواب آن عبارت است از:

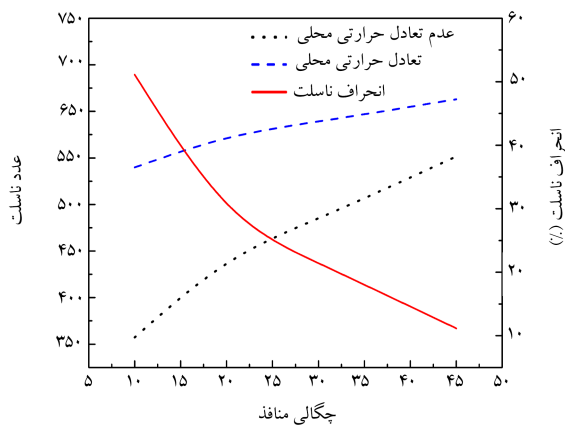
$$\theta = d_1 \frac{R^\tau}{\gamma} + d_2 I_s(\omega R) + d_3 \quad (32)$$

و در نتیجه با اعمال شرایط مرزی، در معادله ی ۳۲، ضرایب معادله ی ۳۲ عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{-P}{(1+\kappa)}, d_2 = \frac{2P}{\omega^2 I_s(\omega)(1+\kappa)}, \\ d_3 &= \frac{P(\omega^\tau - 4)}{2\omega^\tau(1+\kappa)} \end{aligned}$$



شکل ۲. اثر میزان تخلخل بر انتقال حرارت با استفاده از دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$ .



شکل ۳. اثر تعداد حفرات در یک اینچ  $(ppi)$  بر انتقال حرارت با استفاده از دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$ .

برابر گرفتن دماهای سیال و جامد، صرف نظر می‌شود و به این دلیل نتایج انتقال حرارت حاصل از این مدل بالاتر خواهد بود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش میزان تخلخل، مقدار انحراف بین دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  کاهش می‌یابد. دلیل این رفتار را می‌توان چنین بیان کرد که با افزایش میزان تخلخل، میزان فاکتور تروایی یا نفوذ پذیری ( $K$ ) افزایش یافته و در نتیجه مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی کاهش می‌یابد و نتایج دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  به هم نزدیک می‌شوند.

#### ۲.۱.۴. اثر تعداد حفرات در یک اینچ $(ppi)$

در شکل ۳ اثر چگالی منافذ  $(ppi)$  بر انتقال حرارت لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش چگالی حفرات  $(ppi)$  در یک مقدار تخلخل ثابت، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. در یک تخلخل ثابت با افزایش  $ppi$ ، کاهش سایز حفره‌ها و کاهش قطر یال‌ها را به همراه خواهد داشت که این باعث افزایش چگالی سطح تماس خواهد شد و انتقال حرارت را بهبود می‌بخشد. این روند را در هر دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  مشاهده می‌کنیم؛ چنان‌که می‌بینیم روند تغییرات ناسلت در مدل  $LTE$  بر اساس  $ppi$  نسبت به مدل  $LTNE$  کم‌تر حساس است. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش چگالی حفره‌ها  $(ppi)$ ، مقدار انحراف بین دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  کاهش می‌یابد؛ دلیل آن کاهش سهم مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی،  $1/h_{sf}a_{sf}$ ، در مقاومت حرارتی کل است و در نتیجه، نتایج دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  به هم نزدیک می‌شوند.

جدول ۱. عدد ناسلت لوله‌ی کاملاً پر شده از فوم، حاصل از حل تحلیلی و مرجع [۱۲].

پارامترها	مرجع [۱۲]	تحقیق حاضر
$\omega = 1, \kappa = 1$	$Nu_{LTE} = 4/415$	$Nu_{LTE} = 4/415$
$Bi = 10$	$Nu_{LTNE} = 3/607$	$Nu_{LTNE} = 3/604$
$Bi = 100$	$Nu_{LTNE} = 4/194$	$Nu_{LTNE} = 4/294$
$Bi = 1000$	$Nu_{LTNE} = 4/413$	$Nu_{LTNE} = 4/414$
$Bi = 100000$	$Nu_{LTNE} = 4/415$	$Nu_{LTNE} = 4/415$

جدول ۲. مقدار عدد ناسلت حاصل از حل تحلیلی در دو حالت حدی عدد دارسی.

$Da$	$Nu_{LTNE}$	$Nu_{LTE}$
$Da = \infty$	۴,۳۶۲	۴,۳۶۳
$Da = 0$	۷,۹۰۸	۷,۹۱۱

## ۴. نتایج و بحث

با توجه به بررسی تحلیلی انتقال حرارت در بخش دوم و به دست آوردن روابطی برای محاسبه‌ی عدد ناسلت کلی یک لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم با استفاده از دو مدل تعادل حرارتی محلی ( $LTE$ ) و عدم تعادل حرارتی محلی ( $LTNE$ ) و تعریف انحراف بین این دو روش، در این بخش به بررسی و بحث در مورد اثر پارامترهای مختلف بر انتقال حرارت در یک لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم با استفاده از دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  خواهیم پرداخت. همچنین بررسی انحراف این دو مدل از هم و تأثیر پارامترها بر این انحراف را مورد توجه قرار می‌دهیم. این پارامترها شامل پارامترهای هندسی فوم مانند میزان تخلخل  $(\varepsilon)$ ، چگالی منافذ  $(ppi)$ ، پارامتر فیزیکی فوم یعنی ضریب رسانایی گرمایی فاز جامد  $(k_s)$ ، نسبت ضریب رسانایی مؤثر سیال به جامد  $(\kappa = k_{fe}/k_{se})$ ، شعاع لوله  $(r_0)$  و در نهایت سرعت  $(u)$  (عدد رینولدز،  $Re$ ) خواهد بود.

### ۱.۴. اثر پارامترها بر انتقال حرارت

#### ۱.۱.۴. اثر میزان تخلخل

در شکل ۲ اثر میزان تخلخل  $(\varepsilon)$  بر انتقال حرارت لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود با کاهش میزان تخلخل در یک چگالی حفرات ثابت  $(ppi)$ ، عدد ناسلت افزایش می‌یابد. با کاهش میزان تخلخل قطر یال‌ها و همچنین ضریب هدایت حرارتی مؤثر جامد افزایش می‌یابد. در واقع با کاهش تخلخل مقاومت حرارتی هدایتی در فوم کاهش می‌یابد و انتقال حرارت بهبود می‌یابد. با افزایش میزان تخلخل، سهم رسانش گرمایی فوم تضعیف شده و انتقال حرارت کاهش می‌یابد. این روند را در هر دو حالت  $LTE$  و  $LTNE$  مشاهده می‌کنیم. در کل نمودارها، نتایج انتقال حرارت با استفاده از مدل  $LTE$  همواره از نتایج مدل  $LTNE$  بالاتر است. در هر دو مدل مقاومت حرارتی تماسی بین دیواره‌ی کانال و فوم وجود دارد. در مدل  $LTE$  به دلیل صرف نظر کردن از اختلاف دمای محلی بین جامد و سیال، مقاومت حرارتی فوم مقاومت حرارتی اصلی است. در حالی که در مدل  $LTNE$  علاوه بر مقاومت تماسی سه مقاومت حرارتی اصلی وجود دارد: مقاومت رسانایی گرمایی جامد، مقاومت رسانایی گرمایی سیال و مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی. در مدل  $LTE$  از مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی در سطح تماس بین جامد و سیال، به دلیل

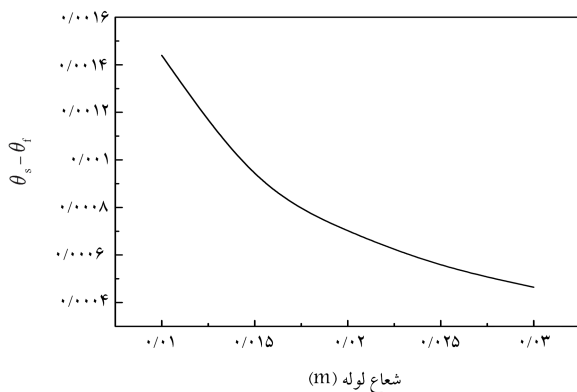
عدد ناسلت در هر دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  کاهش می‌یابد. در مقادیر بسیار کوچک ( $\kappa$ )، مقاومت حرارتی اصلی همان هدایت حرارتی در یال‌های جامد فوم است. در نسبت ( $k_{fe}/k_{se} = 0/003$ ) مقادیر ناسلت حاصل از دو مدل به طور چشمگیری از هم دور می‌شوند. با افزایش نسبت رسانایی‌های حرارتی فاز سیال به جامد (کاهش رسانایی گرمایی فاز جامد) مقدار انحراف بین دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  کم‌تر خواهد شد، چرا که با کاهش این نسبت مقاومت حرارتی ناشی از رسانایی گرمایی قابل چشم‌پوشی خواهد بود و مقاومت حرارتی جابه‌جایی غالب خواهد شد؛ این مقاومت در مدل  $LTE$  لحاظ نمی‌شود و در نتیجه با کاهش این نسبت نتایج دو مدل از هم فاصله می‌گیرند.

#### ۵.۱.۴. اثر شعاع لوله

در شکل ۶ اثر شعاع لوله بر اختلاف دمای فاز جامد و سیال نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود با افزایش شعاع لوله اختلاف دمای بین دو فاز جامد و سیال کاهش می‌یابد. این اثر به دلیل استفاده از شعاع لوله به عنوان طول مشخصه در تعریف عدد بایوت و دارسی ناشی می‌شود. طبق تعریف، عدد بایوت با افزایش شعاع لوله به توان دو افزایش می‌یابد و افزایش این عدد نشان‌دهنده‌ی افزایش انتقال حرارت محلی بین دو فاز جامد و سیال است، به طوری که با میل کردن این عدد به مقدار بی‌نهایت مدل  $LTNE$  به مدل  $LTE$  میل خواهد کرد. همچنین، طبق تعریف با افزایش شعاع لوله عدد دارسی کاهش خواهد یافت. در واقع این افزایش بایوت و کاهش دارسی با شعاع لوله، به دلیل استفاده از شعاع لوله به عنوان طول مشخصه در تعریف این دو عدد است. در نتیجه می‌توان گفت که با افزایش شعاع لوله به دلیل افزایش عدد بایوت و کاهش عدد دارسی میزان اختلاف دمای دو فاز سیال و جامد، شدت عدم تعادل حرارت محلی و در نتیجه مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی به صورت ضمنی یا مصنوعی کاهش می‌یابد و دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$  به سمت هم میل می‌کنند. در شکل ۷ اثر شعاع لوله بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی کلی حاصل از دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش شعاع لوله مقدار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در هر دو مدل کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، هر چه شعاع لوله کاهش یابد اثر  $LTNE$  مشخص‌تر خواهد بود و با افزایش شعاع لوله درصد انحراف ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی کلی لوله کاهش می‌یابد.

#### ۶.۱.۴. اثر سرعت

در شکل ۸ اثر سرعت بر عدد ناسلت به دست آمده از دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  نشان داده شده است. برای جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته در مدل  $LTE$ ، همان‌طور که مشاهده می‌شود عدد ناسلت مستقل از سرعت است. ولی در مدل  $LTNE$ ،



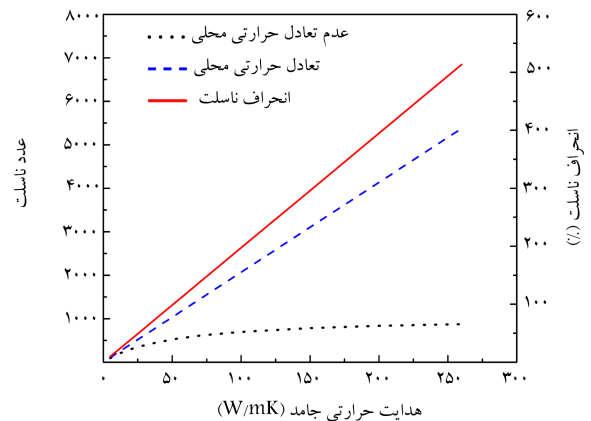
شکل ۶. اثر شعاع لوله بر اختلاف دمای بی بعد فاز جامد و سیال.

#### ۳.۱.۴. اثر رسانایی گرمایی فاز جامد

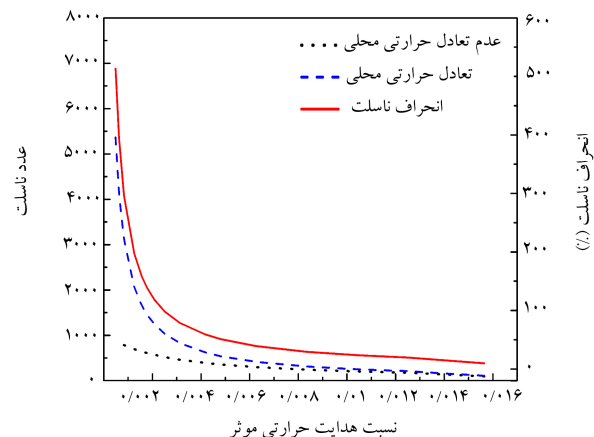
در شکل ۴ اثر رسانایی گرمایی فاز جامد ( $k_s$ ) بر انتقال حرارت لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم نشان می‌دهد. تفاوت بین رسانایی حرارتی فاز جامد و سیال مهم‌ترین کمیت برای اثر  $LTNE$  در فوم‌هاست. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش مقدار هدایت حرارتی جامد ( $k_s$ ) مقدار عدد ناسلت در هر دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  افزایش می‌یابد. میزان افزایش عدد ناسلت در مدل  $LTNE$  ملایم‌تر بوده و در مدل  $LTE$  تغییرات ناسلت بر حسب رسانایی حرارتی جامد خطی است. بهبود انتقال حرارت با افزایش رسانایی حرارتی جامد به کاهش مقاومت رسانایی گرمایی جامد مربوط است. چنان‌که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از مدل  $LTE$  برای فوم‌های فلزی که رسانایی گرمایی بالایی دارند قابل استفاده نخواهد بود و به همین دلیل برای فوم‌های فلزی غالباً از مدل  $LTNE$  استفاده می‌شود. همچنین میزان انحراف دو مدل با افزایش رسانایی حرارتی جامد بیشتر خواهد شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود پارامتر ( $k_s$ ) فوم باعث بیشترین میزان انحراف بین دو مدل می‌شود و با افزایش آن اثر شدت  $LTNE$  آشکارتر خواهد شد.

#### ۴.۱.۴. اثر نسبت ضریب رسانایی مؤثر سیال به جامد

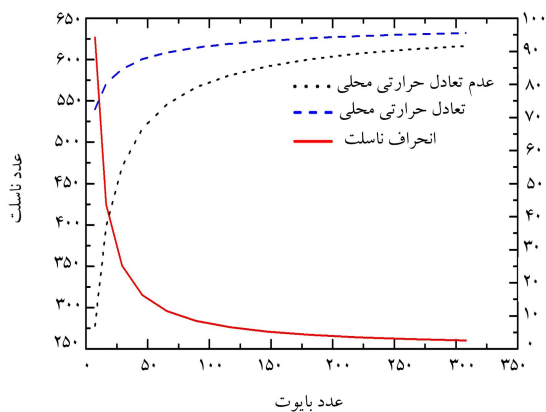
در شکل ۵ اثر نسبت ضریب رسانایی مؤثر فاز سیال به جامد ( $\kappa = k_{fe}/k_{se}$ ) بر انتقال حرارت لوله‌ی کاملاً پر شده با فوم نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود با افزایش نسبت رسانایی حرارتی مؤثر سیال به جامد ( $\kappa = k_{fe}/k_{se}$ )،



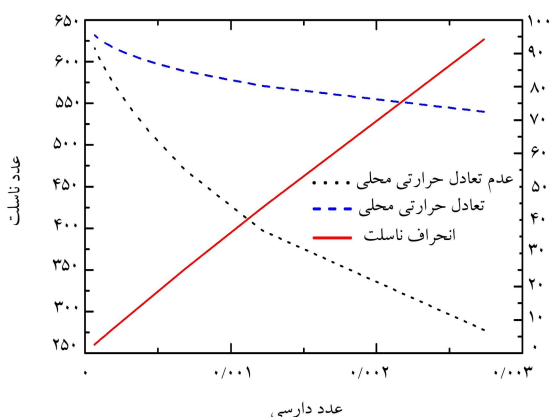
شکل ۴. اثر رسانایی گرمایی فاز جامد بر انتقال حرارت با استفاده از دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$ .



شکل ۵. اثر نسبت ضریب رسانایی مؤثر سیال به جامد بر انتقال حرارت با استفاده از دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$ .



شکل ۹. انحراف ناسلت بر اساس تغییرات عدد بایوت.



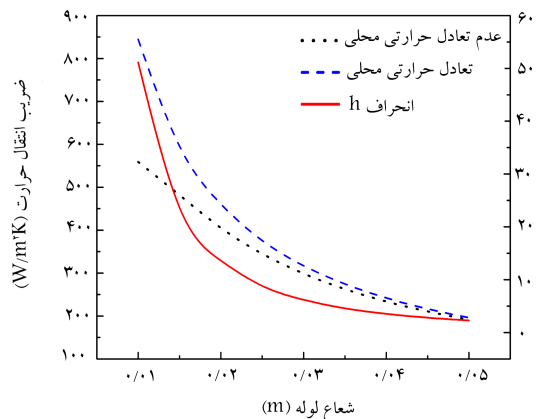
شکل ۱۰. انحراف ناسلت بر اساس تغییرات عدد دارسی.

جدول ۳. شرایط عملیاتی مربوط به محاسبه تغییرات انحراف ناسلت بر اساس اعداد دارسی و بایوت.

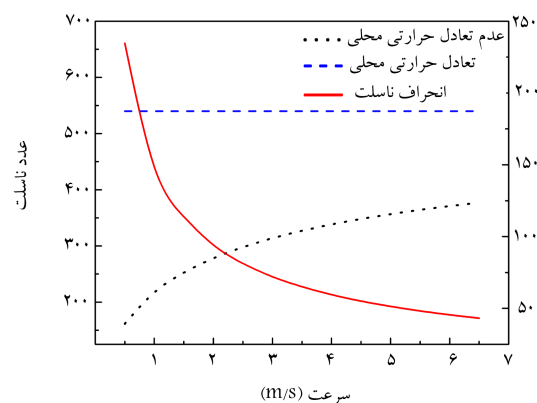
$\varepsilon$	ppi	$d_s(m)$	$d_w(m)$	$u(m.s^{-1})$	$r_o(m)$
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۱
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۱۵
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۲
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۲۵
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۳
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۳۵
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۴
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۴۵
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۵
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۵۵
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۶
۰٫۸	۱۰	۰٫۰۰۱۰۶۳	۰٫۰۰۲۲۵۷	۲	۰٫۰۶۵

۷.۱.۴. محدوده‌ی اعداد بدون بعد

در شکل‌های ۹ و ۱۰، تغییرات انحراف ناسلت در دو فرض تعادل و عدم تعادل حرارتی محلی بر اساس دو عدد بدون بعد بایوت و دارسی نشان داده شده است. کلیه‌ی نمودارهای مذکور برای جریان هوا در فوم سرامیکی آلومینا تحت شرایط عملیاتی نشان داده شده در جدول ۳ رسم شده است. در شکل ۹ مشاهده می‌شود که انحراف ناسلت در اعداد بایوت کوچک‌تر از ۱۰۰ به کم‌تر از ۱٪ می‌رسد و



شکل ۷. اثر شعاع لوله بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی کلی یک لوله‌ی کاملاً پر شده از فوم با استفاده از دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$ .



شکل ۸. اثر سرعت سیال بر انتقال حرارت به دست آمده از دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$ .

تغییر عدد ناسلت از ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی ( $h_{sf}$ ) ناشی می‌شود. بر اساس روابط موجود برای عدد ناسلت محلی ( $Nu_{sf}$ )، که فقط در مدل  $LTNE$  تعریف می‌شود، این عدد که نشان‌دهنده‌ی انتقال حرارت محلی بین دو فاز سیال و جامد است تابعی از عدد رینولدز در سطح حفره فوم و عدد پرانتل است ( $Nu_{sf} = C.Re_{pore}^a.Pr^b$ ). پس با افزایش سرعت سیال عدد رینولدز محلی افزایش یافته و در نتیجه عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد؛ این به معنای بهبود انتقال حرارت محلی بین دو فاز سیال و جامد است و به همین دلیل است که عدد ناسلت کلی در حالت  $LTNE$  با افزایش سرعت (عدد رینولدز) افزایش خواهد یافت. پس در مدل  $LTNE$  افزایش سرعت باعث افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی و در نتیجه بالا رفتن میزان انتقال حرارت بین فاز جامد و سیال می‌شود. این پدیده در ادامه منجر به کاهش مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی ( $1/h_{sf}a_{sf}$ ) در فوم و در نتیجه بهبود انتقال حرارت می‌شود. در حالی که در مدل  $LTE$  دمای فاز سیال و جامد در سطح مشترک برابر در نظر گرفته می‌شود و نیازی به تعریف پارامتر  $h_{sf}$  نیست. در نتیجه افزایش سرعت بر عدد ناسلت مدل  $LTE$  اثرگذار نخواهد بود. این‌گونه تغییرات عدد ناسلت با سرعت در تحقیقات پیشین نیز دیده شده است.<sup>[۳۲،۱۵]</sup> همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سرعت میزان خطا کاهش می‌یابد و نتایج دو مدل به هم نزدیک خواهد شد. در سرعت‌های پایین به دلیل افزایش مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی نتایج دو مدل از هم فاصله می‌گیرد. چنان‌که مشاهده می‌شود در سرعت‌های بالاتر میزان خطای دو روش به زیر ۱۰ درصد می‌رسد.



۵. با افزایش میزان تخلخل، افزایش تعداد حفرات در هر اینچ ( $ppi$ )، کاهش ضریب رسانایی فاز جامد و در نتیجه افزایش نسبت رسانایی مؤثر سیال به جامد، افزایش شعاع لوله و همچنین افزایش سرعت سیال، انحراف ناسلت حاصل از دو روش  $LTE$  و  $LTNE$  کاهش می‌یابد.
۶. برای میزان تخلخل‌های پایین‌تر، اختلاف بیشتر بین رسانایی گرمایی فاز جامد و سیال، شعاع لوله‌ی کوچک‌تر، چگالی حفرات کم‌تر و اعداد رینولدز پایین‌تر، اثر مدل  $LTNE$  معنادارتر و چشمگیرتر خواهد بود.
۷. هدایت حرارتی فوم بیشترین اثر را در شدت عدم تعادل حرارتی محلی دارد.

#### فهرست علائم

- $a_{sf}$ : سطح مخصوص فوم ( $m^{-1}$ )  
 $Bi$ : عدد بایوت محیط متخلخل استوانه‌ای؛  
 $Da$ : عدد دارسی؛  
 $d_s$ : قطر یال فوم ( $m$ )؛  
 $d_w$ : قطر پنجره‌ی فوم ( $m$ )؛  
 $d_h$ : قطر هیدرولیک فوم ( $m$ )؛  
 $d_p$ : قطر حفره‌ی فوم ( $m$ )؛  
 $h$ : ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ( $W m^{-1} K^{-1}$ )؛  
 $h_{sf}$ : ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی سیال - جامد ( $W m^{-1} K^{-1}$ )؛  
 $k$ : ضریب هدایت حرارتی ( $W m^{-1} K^{-1}$ )؛  
 $K$ : نفوذپذیری ( $m^2$ )؛  
 $Nu_{sf}$ : عدد ناسلت محلی سیال - جامد؛  
 $ppi$ : تعداد حفرات فوم در واحد اینچ؛  
 $Re_d$ : عدد رینولدز محلی؛  
 $u$ : سرعت سیال ( $ms^{-1}$ ).  
**علائم یونانی**  
 $\varepsilon$ : میزان تخلخل؛  
 $\theta$ : دمای بی‌بعد؛  
 $\kappa$ : نسبت هدایت‌های حرارتی مؤثر سیال به جامد؛  
 $\nu$ : لزجت سینماتیکی ( $m^2 s^{-1}$ ).  
**زیرنویس‌ها**  
 $eff$ : مؤثر؛  
 $f$ : فاز سیال؛  
 $m$ : مقدار متوسط؛  
 $s$ : فاز جامد؛  
 $Se$ : مؤثر سیال؛  
 $fe$ : مؤثر جامد.

#### منابع (References)

1. Nield, D.A. and Bejan, A., *Convection in Porous Media*, Springer Science & Business Media (2006).
2. Inayat, A., Klumpp, M., Lämmermann, M. and et al.
3. ERG, "Duocel aluminum foam data sheet", ERG Mate-

#### ۵. نتیجه‌گیری

به‌طور کلی نوآوری نوشتار حاضر نسبت به تحقیقات مشابه قبلی را می‌توان در دو مورد دسته‌بندی کرد: ۱. حل گام به گام و دقیق معادلات ۲. بررسی پنج پارامتر کاربردی. مورد اول امکان صحت‌سنجی نتایج را از طریق بررسی جزئیات روش حل ساده معادلات ممتوم و انرژی بر اساس معادلات بسل فراهم می‌کند. مورد دوم امکان انتخاب صحیح روش  $LTE$  یا  $LTNE$  بر اساس پارامترهای کاربردی در انتقال حرارت محیط متخلخل را ایجاد می‌کند.

با توجه به آنالیز پارامتری صورت گرفته در انتقال حرارت جابه‌جایی در فوم‌های متخلخل براساس دو مدل  $LTE$  و  $LTNE$ ، یافته‌های اصلی نوشتار حاضر را می‌توان چنین بیان کرد:

۱. در نوشتار حاضر، تحلیلی کامل درخصوص اثر پنج پارامتر میزان تخلخل، عدد دارسی، چگالی منافذ فوم ( $ppi$ )، قطر لوله و سرعت سیال بر دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  و نیز انحراف دو مدل از هم ارائه شده است. در واقع با توجه به شرایط عملیاتی و ویژگی‌های فوم کاربر می‌تواند با دید باز نسبت به انتخاب مدل‌های  $LTNE$  و  $LTE$  برای تحلیل انتقال حرارت در محیط متخلخل اقدام کند.
۲. میزان انتقال حرارت با استفاده از مدل  $LTE$  همواره بیش از نتایج حاصل از مدل  $LTNE$  است که این به دلیل برابر فرض کردن دماهای محلی فاز سیال و جامد و در نتیجه نادیده گرفتن مقاومت حرارتی جابه‌جایی محلی در مدل  $LTE$  است. برای معلوم کردن میزان اثر مدل  $LTNE$ ، انحراف نسبی عدد ناسلت بین این مدل و مدل  $LTE$  تعریف شد.
۳. کاهش میزان تخلخل، افزایش چگالی حفرات، افزایش ضریب رسانایی گرمایی فاز جامد فوم و در نتیجه کاهش نسبت رسانایی مؤثر سیال به جامد، کاهش شعاع لوله و افزایش سرعت سیال باعث بهبود انتقال حرارت در هر دو مدل  $LTNE$  و  $LTE$  می‌شود.
۴. کاهش نسبت مقاومت حرارتی جامد به سیال، یا کاهش سهم مقاومت انتقال حرارت جابه‌جایی محلی در مقاومت حرارتی کل، اثر  $LTNE$  را تضعیف می‌کند.

- rial and Aerospace, Oakland, (1999).
4. Inayat, A., Freund, H., Zeiser, T. and et al. "Determining the specific surface area of ceramic foams: the tetrakaidehedra model revisited", *Chemical Engineering Science*, **66**(6), pp. 1179-1188 (2011).
  5. Vafai, K., *Handbook of Porous Media*, Crc Press, (2015).
  6. Kaviany, M., *Principle of Heat Transfer in Porous Media*, second ed. Spring-Verlag, New York, (1995).
  7. Hooman, K. and Ranjbar-Kani, A.A. "Forced convection in a fluid-saturated porous-medium tube with isoflux wall", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **30**(7), pp. 1015-1026 (2003).
  8. Haji-Sheikh, A. and Vafai, K. "Analysis of flow and heat transfer in porous media imbedded inside various-shaped ducts", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **47**(8), pp. 1889-1905 (2004).
  9. Minkowycz, W.J. and Haji-Sheikh, A. "Heat transfer in parallel plates and circular porous passages with axial conduction", *International journal of heat and mass transfer*, **49**(13), pp. 2381-2390 (2006).
  10. Xu, H.J., Qu, Z.G. and Tao, W.Q. "Thermal transport analysis in parallel-plate channel filled with open-celled metallic foams", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **38**(7), pp. 868-873 (2011).
  11. Nazari, M. and Kowsary, F. "Analytical solution of nonequilibrium heat conduction in porous medium incorporating a variable porosity model with heat generation", *Journal of Heat Transfer*, **131**(1), pp. 1-4 (2009).
  12. Wang, K., Tavakkoli, F., Wang, S. and et al. "Forced convection gaseous slip flow in a porous circular micro-tube: an exact solution", *International Journal of Thermal Sciences*, **97**, pp. 152-162 (2015).
  13. Xu, H.J. Qu, Z.G. and Tao, W.Q. "Analytical solution of forced convective heat transfer in tubes partially filled with metallic foam using the two-equation model", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **54**(17), pp. 3846-3855 (2011).
  14. Lee, D.Y. and Vafai, K. "Analytical characterization and conceptual assessment of solid and fluid temperature differentials in porous media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **42**, pp. 423-435 (1999).
  15. Lu, W., Zhao, C.Y. and Tassou, S.A. "Thermal analysis on metal-foam filled heat exchangers. part I: Metal-foam filled pipes", *International journal of Heat and Mass Transfer*, **49**(15), pp. 2751-2761 (2006).
  16. Boomsma, K. and Poulikakos, D. "On the effective thermal conductivity of a three-dimensionally structured fluid-saturated metal foam", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **44**(4) pp. 827-836 (2001).
  17. Dietrich, B., Schell, G., Bucharsky, E.C. and et al. "Determination of the thermal properties of ceramic sponges", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53**(1), pp.198-205 (2010).
  18. Grosse, J. and Dietrich, B. "Morphological characterization of ceramic sponges for applications in chemical engineering", *Industrial & engineering chemistry research*, **48**(23), pp. 10395-10401, (2009).
  19. Hwang, J.J. "Measurement of interstitial convective heat transfer and frictional drag for flow across metal foams", *Transactions-American Society Of Mechanical Engineers Journal Of Heat Transfer*, **124**(1), pp. 120-129 (2002).
  20. Giani, L., Groppi, G. and Tronconi, E. "Heat transfer characterization of metallic foams", *Industrial & engineering chemistry research*, **44**(24), pp. 9078-9085 (2005).
  21. Younis, L.B. and Viskanta, R. "Experimental determination of the volumetric heat transfer coefficient between stream of air and ceramic foam", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **36**(6), pp. 1425-1434 (1993).
  22. Calmidi, V.V. and Mahajan, R.L. "Forced convection in high porosity metal foams", *Transactions-American Society Of Mechanical Engineers Journal Of Heat Transfer*, **122**(3), pp. 557-565 (2000).
  23. Schlegel, A. Benz, P. and Buser, S. Wärmeübertragung und Druckabfall in keramischen Schaumstrukturen bei erzwungener Strömung", *Heat and Mass Transfer*, **28**(5), pp. 259-266 (1993).
  24. Decker, S., Durst, F., Trimis, D. and et al. "Thermisch beaufschlagte Porenkörper und deren Durchströmungseigenschaften", *Abchlussbericht DFG Projekt DU*, **101**, pp. 55-1 (2002).
  25. Mancin, S., Zilio, C., Cavallini, A. and et al. "Heat transfer during air flow in aluminum foams", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53**(21), pp. 4976-4984 (2010).
  26. Mancin, S., Zilio, C., Diani, A. and et al. "Air forced convection through metal foams: experimental results and modeling", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **62**, pp. 112-123 (2013).
  27. Dietrich, B. "Heat transfer coefficients for solid ceramic sponges-experimental results and correlation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **61**, pp. 627-637 (2013).
  28. Calmidi, V.V. "Transport phenomena in high porosity fibrous metal foams", Ph.D. thesis, University of Colorado (1998).
  29. Lage, L.J. Krueger, S.P. and Narasimhan, A. "Protocol for measuring permeability and form coefficient of porous media", *Physics of Fluids*, **17**(8), p.088101 (2005).
  30. Rosenheinrich, W. and Jena, E.A.H. "Tables of some indefinite integrals of bessel functions", University of Applied Sciences Germany, (28.04.2016)
  31. Jamarani, A.R. Maerefat, M. and Eshagh Nimvari, M. "Introducing a proper definition of the Nusselt number for fluid flow in a pipe partially filled with porous media", *Modares Mechanical Engineering*, **15**(6), pp. 278-286 (2015) (In Persian).
  32. Xu, H., Gong, L., Huang, S. and Xu, M. "Nonequilibrium heat transfer in metal-foam solar collector with no-slip boundary condition", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **76**, pp. 357-365 (2014).