

Dependence of modulational instability growth rate on the wave number, amplitude of the solitary wave, and the non-perturbed temperature of relativistic electron-positron plasma

Ebrahim Heidari*, Hamid Reza Vanaie

Department of Sciences, Bushehr Branch, Islamic Azad University, Bushehr, Iran

Received: 11.06.2019 Final revised: 01.11.2019 Accepted: 28.12.2019

DOI: 10.22055/jrmbms.2020.15332

Abstract

In this study, the modulational instability growth rate of solitary waves due to the interaction of high-intensity laser with relativistic electron-positron plasma is investigated. The relativistic factor and the density of plasma particles are derived analytically as a function of the scalar and vector potentials, plasma temperature, plasma fluid velocity and soliton velocity. Using this factor, the governing equation of vertical component of electromagnetic wave is derived. The dispersion relation of the system is obtained and the variations of the modulational instability growth rate are investigated numerically. It is shown that the modulational instability depends on the wave number and the amplitude of the solitary wave and the unperturbed plasma temperature. Moreover, it is observed that depending on the relative velocity of the plasma fluid and the solitary wave, modulational instability shows opposing behaviors.

Keywords: Modulational instability, Instability growth, Relativistic plasma, Electron-positron plasma

* Corresponding Author: ehphysics75@iaubushehr.ac.ir



وابستگی آهنگ رشد ناپایداری مدولاسیونی به عدد موج، دامنه موج سالتاری و دمای تعادلی پلاسمای الکترون-پوزیترون نسبتی

ابراهیم حیدری*، حمیدرضا ونایی

گروه علوم پایه، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران

دریافت: 1398/03/21 ویرایش نهائی: 1398/08/10 پذیرش: 1398/10/07

DOI: 10.22055/jrmb.2020.15332

چکیده

در این تحقیق، ناپایداری مدولاسیونی امواج سالتاری ناشی از اندرکنش لیزر پرشدت با یک پلاسمای الکترون-پوزیترون نسبتی مورد بررسی قرار گرفته است. فاکتور نسبتی و چگالی ذرات پلاسمای به صورت تابعی از پتانسیل‌های نرده‌ای و برداری، دمای پلاسمای، سرعت سیال پلاسمای و سرعت سولیتون و به روش تحلیلی به دست آمده و با بهره‌گیری از آن معادله حاکم بر مؤلفه عمودی موج الکترومغناطیسی استخراج شده است. رابطه پاشندگی مربوط به سیستم مورد بررسی به دست آمده و با بهره‌گیری از کارهای عددی به بررسی تغییرات نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی پرداخته‌ایم. نشان داده‌ایم که ناپایداری مدولاسیونی به عدد موج و دامنه موج سالتاری و دمای تعادلی پلاسمای وابسته است. همچنین خواهیم دید که بسته به سرعت نسبی سیال پلاسمای و موج سالتاری، ناپایداری مدولاسیونی رفتارهای متضادی از خود نشان می‌دهد.

کلیدواژگان: ناپایداری مدولاسیونی، رشد ناپایداری، پلاسمای نسبتی، پلاسمای الکترون-پوزیترون

مقدمه

الکترومغناطیسی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون یکی از انواع گوناگون پدیده‌های رخ داده در نتیجه اندرکنش‌های غیرخطی لیزر با پلاسمای مورد نظر است. مطالعات زیادی در خصوص انتشار این امواج در پلاسماهای الکترون-یون، الکترون-پوزیترون و حتی الکترون-یون-پوزیترون صورت گرفته است. در برخی از این بررسی‌ها، دمای ذرات تشکیل دهنده پلاسمای صفر در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر پلاسمای سرد در نظر گرفته شده و در نتیجه نقش دمای پلاسمای در تشکیل این امواج در محاسبات ارائه شده لحاظ نشده است. در برخی دیگر از مقالات نه تنها پلاسمای داغ فرض شده است بلکه نشان داده می‌شود که دما نقش ویژه‌مقداری را بازی می‌کند [12]. همچنین پلاسمای مورد نظر

اندرکنش‌های غیرخطی بین تابش‌های الکترومغناطیسی با شدت بالا و پلاسمای الکترون-پوزیترون از اهمیت بالایی در مطالعه فیزیک پلاسمای برخوردار بوده و به همین دلیل توجه و علاقه زیادی را در سال‌های اخیر به خود معطوف ساخته است [1-5]. دلیل این امر به تشکیل پلاسمای الکترون-پوزیترون در نواحی قطبی تپنده [6]، در جهان اولیه [7] و شلیک‌های اشعه گامای کیهانی بر می‌گردد [8]. پلاسماهای الکترون-پوزیترون همچنین در اثر اندرکنش پالس‌های لیزر پر قدرت تراوات و پتاوات با ماده تولید می‌شوند [9-11]. تشکیل و انتشار امواج سالتاری

*نویسنده مسئول: ehphysics75@iaubushehr.ac.ir

معادلات اساسی

در ابتدا قصد داریم تا معادله موج حاکم بر مؤلفه عرضی (عمودی) امواج الکترومغناطیسی را به دست آوریم. به همین منظور کار را با معادلات تعادل اندازه حرکت و پیوستگی آغاز می کنیم. این معادلات به ترتیب عبارتند از [12]

$$(\gamma_\alpha w_\alpha + e \sigma_\alpha \phi - VP_{\alpha x})_\xi = 0 \quad 1$$

و

$$(\gamma_\alpha n_\alpha (v_{\alpha x} - V))_\xi = 0 \quad 2$$

در معادلات بالا ما از تبدیل $\xi = \gamma_V(x - Vt)$ و همچنین $\tau = \gamma_V [t - (V/c^2)x]$ استفاده کرده ایم. نشان دهنده آنالابی ذرات، ϕ پتانسیل الکتروستاتیکی، n چگالی ذرات، v سرعت ذرات پلاسما، V سرعت گروه سولیتون، c سرعت نور در خلاء، $\gamma_V = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ فاکتور نسبیتی مربوط به سرعت سولیتون و α نشان دهنده نوع ذرات (الکترون و پوزیترون) است. علاوه بر این

$$\gamma_\alpha = \sqrt{1 + p_\alpha^2} \quad 3$$

فاکتور نسبیتی لورنتس مرتبط با سرعت سیال پلاسما و زیرنویس ξ نشان دهنده مشتق اول نسبت به ξ است. همچنین \mathbf{P}_α اندازه حرکت تعمیم یافته ذرات پلاسما را نشان می دهد که طبق رابطه $\mathbf{P}_\alpha = \mathbf{p}_\alpha + \sigma_\alpha \mathbf{A}$ به اندازه حرکت جنبشی ذرات $\mathbf{p}_\alpha = \gamma_\alpha w_\alpha v_\alpha$ مربوط می شود. در اینجا، \mathbf{A} نشان دهنده پتانسیل برداری است و σ_α توسط رابطه $\sigma_\alpha = q_\alpha / |e|$ داده می شود که برای الکترون ها و پوزیترون ها به ترتیب برابر با -1 و $+1$ می شود. از ترکیب معادلات بالا و پس از ساده سازی به روابط زیر برای چگالی عددی و فاکتور نسبیتی برای الکترون ها و پوزیترون های پلاسما دست خواهیم یافت

$$n_\alpha = \pm \gamma_0 \frac{w_\alpha (\beta_{x0} - V)}{\sqrt{\Phi_\alpha^2 - \gamma_V^{-2} (w_\alpha^2 + a^2)}} \quad 4$$

می تواند نسبیتی یا غیرنسبیتی باشد بسته به این که سرعت ذرات پلاسما نسبت به سرعت نور در چه محدوده ای قرار داشته باشد. در این مقاله، قصد داریم ناپایداری مدولاسیونی ناشی از اندرکنش های توضیح داده شده در پاراگراف های بالا را مورد بررسی قرار دهیم. به همین دلیل سعی خواهیم کرد تا رابطه پاشندگی مربوطه را به صورت تحلیلی به دست آورده و سپس به صورت عددی به مطالعه تغییرات نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی بپردازیم. جنبه نوآوری این تحقیق به بررسی این تغییرات در دو ناحیه سرعتی بر می گردد. جایی که سرعت سیال پلاسما از سرعت موج سالیتهاری بیشتر یا کمتر باشد. نشان خواهیم داد که نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی در این دو ناحیه رفتارهای متضادی از خود نشان می دهد. برای نشان دادن این موضوع، تغییرات رشد ناپایداری را برای مقادیر مختلف سرعت سیال پلاسما، سرعت سولیتون، دامنه موج، عدد موج و همچنین دمای پلاسما در بی نهایت (دمای تعادلی پلاسما) در دو ناحیه ذکر شده به صورت عددی ارائه خواهیم کرد.

در بخش دوم با بهره گیری از معادلات ماکسول برای میدان های الکتریکی و مغناطیسی، معادله حرکت الکترون ها و پوزیترون ها و همچنین معادله پیوستگی ذرات پلاسما به یک دستگاه معادلات جفت شده برای پتانسیل های برداری و نرده ای دست خواهیم یافت. در بخش سوم و با اعمال تقریب شبه خنثایی رابطه پاشندگی را به صورت تحلیلی استخراج کرده و ارائه خواهیم کرد. همچنین تغییرات نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی را به ازاء پارامترهای گوناگون در دو ناحیه ذکر شده رسم خواهیم کرد. بخش چهارم را به جمع بندی نتایج به دست آمده و نتیجه گیری اختصاص داده ایم.

در معادله 8 به این نکته باید اشاره کنیم که اگر چه تحولات مکانی و زمانی پتانسیل برداری a را در بر می‌گیرد اما در طرف راست آن پتانسیل نرده‌ای ϕ وجود دارد. به همین دلیل در ابتدا سعی خواهیم کرد با اعمال شرط شبه‌ختثایی در معادله 4 پتانسیل نرده‌ای را به صورت تابعی از پتانسیل برداری به دست آوریم. سپس با جای‌گذاری آن در طرف راست معادله 8 به یک معادله شرودینگر غیر خطی تعمیم یافته برای پتانسیل برداری به صورت

$$\nabla^2 a - i \frac{\partial a}{\partial t} - \frac{\chi}{\sqrt{\mu - a^2}} a = 0 \quad 9$$

دست خواهیم یافت. در نهایت نیز این معادله با بهره‌گیری از روش اختلالی و پس از خطی‌سازی، نرخ رشد (میرایی) ناپایداری مدولاسیونی را نتیجه خواهد داد. داریم

$$\Gamma = -i \left\{ k^2 + \chi \left[\mu^{-1/2} + \mu^{-3/2} a_0^2 + \frac{\chi}{\mu - a_0^2} - 2 \sqrt{\frac{k^2 + \chi (\mu^{-1/2} + \mu^{-3/2} a_0^2)}{\mu - a_0^2}} \right] \right\}^{1/2} \quad 10$$

که در آن

$$\chi = \gamma_V \gamma_0 (\beta_0 - V) \frac{\sum_{\alpha} w_{\alpha} \sqrt{\sum_{\alpha} w_{\alpha}^2}}{\sqrt{2 w_e \cdot w_{e^+}}} \quad 11$$

و

$$\mu = \gamma_0^2 w_0^2 (\beta_0 V - 1)^2 - \sum_{\alpha} w_{\alpha}^2 / 2 \quad 12$$

است. در اینجا لازم است این موضوع را یاد آوری کنیم که پلاسما مورد بررسی پلاسماهای الکترون-پوزیترون است. بنابراین، برابری لختی‌های الکترون و پوزیترون ما را مجاز به بهره‌گیری از شرط شبه‌ختثایی می‌کند. علت این امر این است که در یک پلاسما که ذرات تشکیل دهنده آن دارای اینرسی برابر هستند، هیچ دلیل فیزیکی‌ای برای ایجاد عدم تعادل بار وجود نخواهد داشت. به همین دلیل است که در پلاسماهای الکترون-

$$\gamma_{\alpha} = -\frac{\gamma_V^2}{w_{\alpha}} [\Phi_{\alpha} \mp V \times \sqrt{\Phi_{\alpha}^2 - \gamma_V^{-2} (w_{\alpha}^2 + a^2)}] \quad 5$$

که در آن

$$\Phi_{\alpha} = \gamma_V^{-2} \sigma_{\alpha} \phi + \gamma_0 w_0 (\beta_{x0} V - 1) \quad 6$$

است. علامت‌های مثبت و منفی در معادلات 4 و 5 به ترتیب به دو ناحیه $(\beta_{x0} > V)$ ، یعنی جایی که سرعت سیال پلاسما در حالت تعادل از سرعت موج سالیتری بیشتر است و برعکس آن یعنی ناحیه‌ای که موج سولیتون از سیال پلاسما سریعتر حرکت می‌کند $(\beta_{x0} < V)$ ، مربوط می‌شوند. دقیقاً دو ناحیه‌ای که قصد داریم در این مقاله رفتار آهنگ رشد ناپایداری را در آنها بررسی و با هم مقایسه کنیم. از طرفی معادله حاکم بر مؤلفه عرضی پتانسیل برداری به صورت زیر است [4 و 11]

$$a_{\xi\xi} + \omega^2 a = -\sum_{\alpha} \sigma_{\alpha} \gamma_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha\perp} \quad 7$$

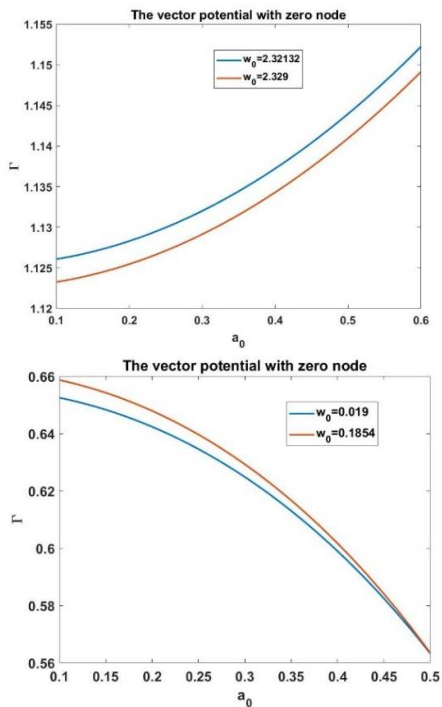
که با جای‌گذاری دو معادله اخیر در آن به شکل زیر در خواهد آمد

$$a_{\xi\xi} + \omega^2 a = \sum_{\alpha} \frac{\gamma_0 (\beta_{x0} - V)}{\sqrt{\Phi_{\alpha}^2 - \gamma_V^{-2} (w_{\alpha}^2 + a^2)}} a \quad 8$$

معادله 8 نقطه شروع ما در بخش بعد برای یافتن رابطه پاشندگی حاکم بر سیستم مورد بررسی است. اندیس‌های 0 در معادلات 4 به بعد نشان دهنده کمیت مورد نظر در حالت تعادلی یا فواصل بسیار دور از مرکز پلاسما است. جایی که پتانسیل برداری به سمت صفر میل می‌کند.

آهنگ رشد ناپایداری مدولاسیونی

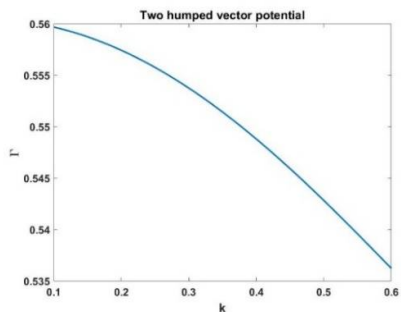
اکنون قصد داریم با بهره‌گیری از معادله 8 و با اعمال شرط شبه‌ختثایی، رابطه پاشندگی غیر خطی حاکم بر دستگاه را به دست آورده و به کمک آن به بررسی آهنگ رشد (افت) ناپایداری مدولاسیونی دست یابیم.



شکل 1. آهنگ رشد به صورت تابعی از دامنه موج برای ناحیه $\beta_0 > V$ با $\beta_0 = 0.8$ و $V = 0.4$ (پنل بالایی) و ناحیه $\beta_0 < V$ با $\beta_0 = 0.7$ و $V = 0.9$ (پنل پایینی)

در ناحیه $\beta_0 < V$ برعکس با افزایش دامنه موج با کاهش Γ روبرو هستیم. به عبارت دیگر در دو ناحیه‌ای که سرعت نسبی سیال پلاسما و موج سالیتهاری علامت‌های جبری متفاوتی دارند، موج سالیتهاری از خود رفتارهای متضادی نشان می‌دهد. نکته دیگر آنکه از شکل 1 به وضوح پیداست این است که به ازاء یک دامنه موج معین، در ناحیه $\beta_0 > V$ با افزایش دمای پلاسما، ناپایداری افت می‌یابد در حالی که در ناحیه ناپایداری با افزایش دمای پلاسما افزایش می‌یابد. در شکل 2 تغییراتی مشابه را این بار برای حالتی که پتانسیل برداری دارای یک ریشه (دو قله) است نشان می‌دهد. مقدار عدد موج در اینجا نیز برابر با $k = 0.1$ در نظر گرفته شده است. روند تغییرات نرخ رشد ناپایداری در این شکل نیز همانند شکل 1 است. در اینجا هم موج

پوزیترون شرط شبه‌خنثایی $n_e = n_p$ امری بدیهی به حساب می‌آید. این مسأله به نوبه خود موجب می‌شود که پاسخ دهی پلاسما در حضور یک میدان الکترومغناطیسی به گونه‌ای باشد که پتانسیل عددی برابر با صفر باشد. در شکل 1 تغییرات آهنگ رشد ناپایداری مدولاسیونی برای دو ناحیه که در آن سرعت سیال پلاسما از سرعت سولیتون بیشتر (پنل بالایی) و کمتر (پنل پایینی) است به نمایش در آمده است. در هر دو پنل تغییرات آهنگ رشد برای حالتی رسم شده است که پتانسیل برداری ریشه‌ای ندارد و یا به عبارت دیگر تنها دارای یک قله است که در $\xi = 0$ رخ می‌دهد. عدد موج برای هر دو پنل یکسان و برابر با $k = 0.1$ است. همه پارامترها و کمیت‌های استفاده شده در این مقاله برای راحتی خواننده بی‌بعد شده‌اند. در اینجا طول، زمان، سرعت، اندازه حرکت، آنتالپی، فشار، پتانسیل‌های عددی و برداری و عدد موج به ترتیب به mc^2/e ، mc^2 ، mc ، c ، ω_p^{-1} ، c/ω_p ، n_0 و mc^2/e بی‌بعد شده‌اند که در آن $\omega_p = (4\pi n_0 e^2 / m_e)^{1/2}$ فرکانس الکترونی پلاسما و n_0 چگالی مختل نشده ذره را نشان می‌دهد. نمودارهای ارائه شده در پنل‌های بالایی و پایینی برای دماهای متفاوتی رسم شده‌اند که در شکل‌ها مقادیر مربوطه آورده شده است. لازم به ذکر است که مقادیر دمایی مربوط به نتایج به دست آمده برای موج سالیتهاری به صورت پتانسیل‌های نرده‌ای و برداری است. به عبارت دیگر این مقادیر دمایی و بقیه دماهای موجود در گراف‌های ارائه شده همگی ویژه مقادیر مربوط به امواج سالیتهاری هستند که البته ترسیم این امواج موضوع و هدف ما در این مقاله نبوده است. در ناحیه $\beta_0 > V$ با افزایش دامنه موج همان‌طور که در شکل 1 پیداست نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی افزایش می‌یابد.

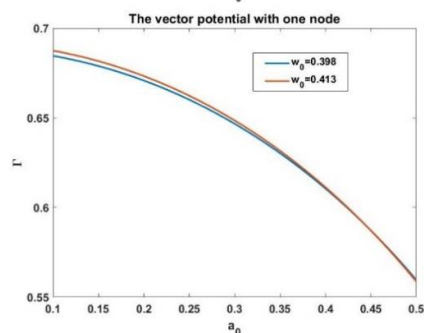
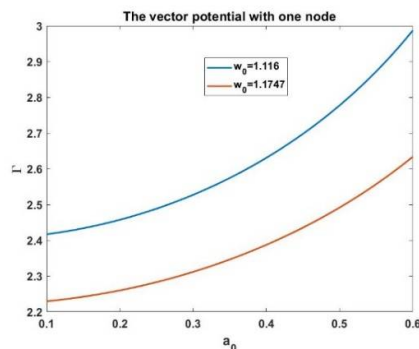


شکل 3. آهنگ رشد به صورت تابعی از عدد موج برای ناحیه $\beta_0 > V$ با $w_0 = 1.116$ و $\beta_0 = 0.8$ و $V = 0.4$ (پنل بالایی) و ناحیه $\beta_0 < V$ با $w_0 = 0.398$ و $V = 0.9$ ، $\beta_0 = 0.7$ (پنل پایینی) برای پتانسیل برداری دو کوهانه.

پنل بالایی در دمای $w_0 = 1.116$ و پنل پایینی در دمای $w_0 = 0.398$ گرفته شده است. هر دو گراف ارائه شده در این شکل مربوط به حالتی است که پتانسیل برداری دارای دو قله است.

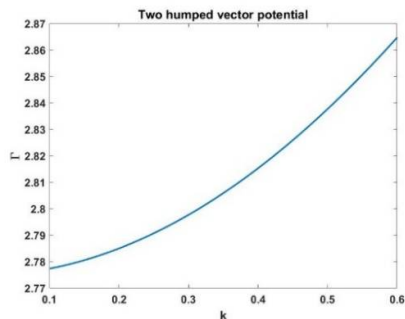
بد نیست به این نکته اشاره کنیم که پروفایل پتانسیل برداری در حالتی که تنها یک ریشه دارد متقارن است. به عبارت دیگر شکل موج سولیتون مربوطه نسبت به $\xi = 0$ دارای تقارن است. اما در حالتی که پتانسیل برداری دارای یک ریشه (دو قله) است، یکی این قله‌ها کمینه و دیگری بیشینه بوده به گونه‌ای که پروفایل مربوطه نسبت به $\xi = 0$ پاد متقارن می‌باشد. همان گونه که در شکل 3 پیداست، در ناحیه $\beta_0 > V$ ، با افزایش عدد موج، نرخ ناپایداری افزایش می‌یابد در حالی که در ناحیه $\beta_0 < V$ افزایش عدد موج موجب کاهش Γ می‌گردد. در شکل 4 و برای مقایسه بهتر این تغییرات، آهنگ رشد ناپایداری مدولاسیونی برحسب دمای پلاسما رسم شده است. در ناحیه $\beta_0 > V$ ($\beta_0 < V$) طبق انتظار و در توافق کامل با گراف‌های به دست آمده در شکل‌های 1 و 2 با افزایش دما شاهد افزایش (کاهش) نرخ رشد هستیم. همچنین واضح است که در ناحیه $\beta_0 > V$ و در یک دمای معین، نمودارهای مربوط به دامنه‌های موج بزرگتر در بالای نمودارهای با a_0

سالیتهاری واکنش‌های متضادی نسبت به تغییر ایجاد شده در دمای پلاسما و دامنه موج نشان می‌دهد.



شکل 2. آهنگ رشد به صورت تابعی از دامنه موج برای مقادیر مشابه شکل 1 برای حالتی که پروفایل پتانسیل برداری دارای یک ریشه است.

تغییرات نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی با عدد موج در شکل 3 نمایش داده شده است. در این شکل مقدار انتخابی برای دامنه موج برابر با $a_0 = 0.5$ است. هر یک از پنل‌ها برای یک دمای معین رسم شده‌اند.



بحث و نتیجه گیری

با استفاده از معادلات حرکت و پیوستگی مربوط به الکترون‌ها و پوزیترون‌های پلاسما، چگالی عددی و فاکتور نسبی لورنتس را به دست آوردیم. سپس، معادله حاکم بر مؤلفه عمودی (عرضی) موج الکترومغناطیسی را استخراج کردیم. در نهایت با استفاده از تقریب شبه خنثایت، پتانسیل نرده‌ای را به صورت تابعی از پتانسیل برداری به دست آورده و تغییرات نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی را به ازاء پارامترهای مختلفی از جمله دمای پلاسما، دامنه و عدد موج سالیتری بررسی کردیم. نشان داده شد که در ناحیه‌ای که سرعت سیال پلاسما از سرعت موج سالیتری بیشتر (کمتر) است، با افزایش دامنه و عدد موج، آهنگ رشد ناپایداری مدولاسیونی افزایش (کاهش) می‌یابد. همچنین دیده شد که در ناحیه $\beta_0 > V$ ، افزایش دمای پلاسما موجب کاهش رشد ناپایداری می‌شود در حالی که در ناحیه $\beta_0 < V$ ، نرخ رشد ناپایداری مدولاسیونی با افزایش دمای الکترون‌ها و پوزیترون‌های پلاسما افزایش می‌یابد.

سپاس‌گزاری

نویسندگان مقاله از حمایت‌های صورت گرفته از این مقاله توسط دانشگاه آزاد اسلامی واحد بوشهر قدردانی می‌نمایند.

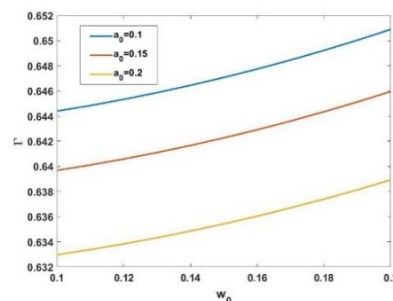
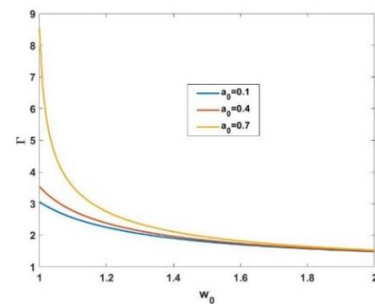
مرجع‌ها

[1] T. Tatsuno, V.I. Berezhiani, S.M. Mahajan, Vortex Solitons: Mass, energy, and angular momentum bunching in relativistic electron-positron plasmas, *Physical Review E* **63** (2001) 1-7.

<https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.63.046403>

[2] M. Lontano, S. Bulanov, J. Koga, One-dimensional electromagnetic solitons in a hot electron-positron plasma, *Physics of Plasmas* **8** (2001) 5113-5120.

کوچکتر قرار می‌گیرند در حالی که در ناحیه $\beta_0 < V$ ، همان‌گونه که انتظار هم می‌رود رفتاری متضاد را شاهد هستیم.



شکل 4. آهنگ رشد به صورت تابعی از دمای تعادلی پلاسما با $k = 0.5$ در ناحیه‌ای که سرعت سیال پلاسما از سرعت سولیتون بیشتر است (پنل بالایی) و برعکس (پنل پایینی).

اگر چه بررسی و مطالعه تغییرات رفتار موج سالیتری برای پارامترهای مختلف موجود در مسأله از اهداف این مقاله نبوده و به طور مستقیم در این مقاله مورد بررسی قرار نگرفته است، اما لازم است به این موضوع اشاره کنیم که نتایج متضاد به دست آمده در اینجا برای دو ناحیه سرعتی، در توافق کامل با نتایج مربوط به خود موج سالیتری در این نواحی است. به طوری که دامنه پتانسیل برداری موج سالیتری نیز در دو ناحیه $\beta_0 > V$ و $\beta_0 < V$ رفتارهای متضادی را از خود نشان می‌دهد. به عنوان نمونه، در حالی که در یک ناحیه، با افزایش دمای پلاسما بیشینه دامنه پتانسیل برداری افزایش می‌یابد در ناحیه دیگر با کاهش دامنه روبرو خواهیم بود [12].

- [8] T. Piran, Gamma-ray bursts and the fireball model, *Physics Reports* **314** (1999) 575-667.
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1999PhR...314..575P/abstract>
- [9] P.K. Shukla, M. Marklund, B. Eliasson, Nonlinear dynamics of intense laser pulses in a pair plasma, *Physics Letters A* **324** (2004) 193-197.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0375960104003093>
- [10] E.P. Liang, S.C. Wilks, M. Tabak, Pair Production by Ultraintense Lasers, *Physical Review Letters* **81** (1998) 4887-4890.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.4887>
- [11] C. Gahn, G.D. Tsakiris, G. Pretzler, K. J. Witte, Generating positrons with femtosecond-laser pulses, *Applied Physics Letters* **77** (2000) 2662-2664.
[https://portal.research.lu.se/portal/en/publications/generating-positrons-with-femtosecondlaser-pulses\(271d6c98-3bde-4429-91fd-23f4f7cdc4a7\)/export.html](https://portal.research.lu.se/portal/en/publications/generating-positrons-with-femtosecondlaser-pulses(271d6c98-3bde-4429-91fd-23f4f7cdc4a7)/export.html)
- [12] E. Heidari, L. Rajaei, M. Aslaninejad, Role of plasma velocity on symmetric and antisymmetric solutions of moving solitons for electron-positron plasma, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **61** (2019) 1-13.
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019PPCF...61f5020H/abstract>
- [3] N.C. Lee, Electromagnetic solitons in fully relativistic electron-positron plasmas with finite temperature, *Physics of Plasmas* **18** (2011) 062310, 1-5.
<https://doi.org/10.1063/1.3603309>
- [4] E. Heidari, M. Aslaninejad, H. Eshraghi, L. Rajaei, Standing electromagnetic solitons in hot ultra-relativistic electron-positron plasmas. *Physics of Plasmas* **21** (2014) 032305, PP: 1-7.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.4868729>
- [5] J. Borhanian, Modulational instability of nonlinear electromagnetic waves in plasma Bragg grating, *Journal of Research on Many-body Systems* **9** (2019) 7-19.
http://jrmb.scu.ac.ir/article_14582_en.html
- [6] M.A. Ruderman, P.G. Sutherland, Theory of pulsars: polar gaps, sparks, and coherent microwave radiation. *Astrophysical Journal* **196** (1975) 51-72.
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1975ApJ...196...51R/abstract>
- [7] C.W. Misner, K.S. Thorn, J.A. Wheeler, *Gravitation*, W.H. Freeman and Company, Can Francisco, (1973).
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/asna.19752960110>