

الگوی تحلیلی ارتعاشات صوتی تیر کشسان رایلی با استفاده از توابع گرین

روح‌الله طالبی توتی^{*}، رضا احمدی^۲، محسن عشقی‌ثانی^۱

۱. گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲. گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور

چکیده

انگیزه این مقاله، بررسی تحلیلی ارتعاشات صوتی یک تیر کشسان رایلی است که در یک میدان جریان صوتی غوطه‌ور می‌باشد. برای استخراج معادلات لرزشی تیر از نظریه تیر رایلی و برای یافتن پاسخ لرزشی و انتشار امواج صوتی از تیر، از توابع گرین استفاده شده است. ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر رایلی تحت یک بار متمرکز هماهنگ استخراج شده و سپس به حل فشار صوتی در پیرامون تیر پرداخته شده است. حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش تیر و انتشار صوتی بایستی به صورت جفت شده صورت گیرد. بدین منظور ابتدا توابع گرین مجزا برای هر یک از معادلات دیفرانسیل به دست آمده و سپس با ترکیب این دو تابع، یک تابع پاسخ جفت شده برای حل مسئله استخراج گردیده است. در ادامه با اعمال شرایط مرزی در فصل مشترک تیر و سیال، پاسخ ارتعاشات صوتی تیر به دست آمده است. به منظور ارزیابی روند تحلیل و صحت‌گذاری بر آن‌ها، نتایج حاصله با نتایج سایر محققان مقایسه شده و تطابق مناسبی بین نتایج مشاهده گردید. همچنین اثرات سرعت سیال و شبه‌سنج‌های مؤثر بر روی میدان صوتی مورد بررسی قرار گرفته است.

کلیدواژه‌ها: تیر رایلی، انتشار امواج، ارتعاشات صوتی، تابع گرین.

۱. مقدمه

پیچیده هستند، پرداخته‌اند که در ادامه به تعدادی از این فعالیت اشاره شده است [۲]. سان، به بررسی تحلیلی ارتعاشات و انتشار امواج صوتی از یک تیر غیریکنواخت پرداخته است. در این پژوهش، تیر به عنوان پنلی با عرض نامحدود و طول محدود در نظر گرفته شده و از بارگذاری سیال بر روی سازه صرف‌نظر گردید [۳]. چنگ، یک روش سامانمند مبتنی بر فن‌های بهینه‌سازی برای تعیین محل جاذب یا جرم متمرکز موردنیاز برای کاهش سطح ارتعاش، تراز فشار صوتی و توان تابش صوتی از یک سازه با بارگذاری سیال را مورد مطالعه قرار داده است. نتایج نشان می‌دهد که پاسخ جابه‌جایی، ترز فشار صوتی و قدرت تابش صوتی کل را می‌توان با وجود جاذب و یا جرم متمرکز در یک ترتیب بهینه، کنترل کرد و یا کاهش داد [۴]. چنگ و چوئی به بررسی پاسخ صوتی تیرهای نامحدود با تکیه‌گاه‌های فیزیکی با نظریه تیموشنکو پرداخته است. هدف اصلی از این پژوهش، بررسی اثر تکیه‌گاه فیزیکی بر پاسخ صوتی تیر با بارگذاری سیال تحت بار خطی هماهنگ بوده است [۵]. تسوجی و همکاران به الگوسازی عنصر محدود و عنصر مرزی برای انتقال موج صوتی در سیال با جریان متوسط

تیرها به عنوان یکی از انواع اصلی سازه‌ها کاربردهای فراوانی در زمینه‌های مختلف مهندسی مانند هوافضا، هسته‌ای، دریایی، الکترونیک، عمران، حمل‌ونقل و صنایع دارند. این سازه‌ها معمولاً در معرض تحریک‌های دینامیکی خارجی مختلفی مانند زلزله، ضربه انفجار، شوک، بارهای متحرک و غیره قرار می‌گیرند. علاوه بر ناپایداری سازه بر اثر تحریک‌های خارجی، میدان صوتی منتشر شده توسط تیرها در محیط سیال مسئله دیگری است که مورد توجه محققین و پژوهشگران قرار دارد. تحلیل ارتعاشات صوتی این الگوها به طراحان و مهندسان این امکان را می‌دهد که اولاً طراحی بهینه انجام شود و ثانیاً از تشدیدهای آسیب‌زننده به سازه‌ها و نیز طراحی سازه‌های ناکارآمد جلوگیری شود [۱]. در سالیان اخیر، بسیاری از پژوهش‌های نظری بر روی انتشار امواج صوتی از تیر، صفحه و پوسته متمرکز شده‌اند و به تدوین معادلات حاکم و شرایط مرزی آن سازه‌ها حتی زمانی که معادلات

* نویسنده پاسخگو: rtalebi@iust.ac.ir

تغییر شکل برشی مرتبه سوم و نظریه سه-بعدی کشسانی محاسبه نمودند. آن‌ها با استفاده از روش فضای حالت و به‌کارگیری ماتریس انتقال به الگوسازی افت تراکسیل صدا پرداختند [۱۱-۱۲]. دانشجو و همکاران، بر پایه نظریه سه-بعدی کشسانی و با استفاده از روش تجزیه هلمهولتز افت تراکسیل صدا از پوسته استوانه‌ای همسانگرد (ایزوتروپیک) جدار ضخیم را محاسبه نمودند [۱۳]. تنگ و ژو ارتعاشات صوتی یک تیر کشسان مستغرق در جریان با سرعت کم را بررسی نمودند. در این پژوهش ابتدا به حل معادله دیفرانسیل حاکم بر تیر اویلر برنولی تحت بار متمرکز پرداخته و سپس فشار صدا اطراف تیر به‌دست آمده است [۱۴].

با بررسی کارهای گذشته مشاهده می‌شود که مطالعات اندکی در رابطه با الگوسازی ارتعاشات صوتی سازه‌های مستغرق با در نظر گرفتن سرعت سیال وجود دارد و اکثر تحقیقاتی که سرعت سیال را در نظر گرفته‌اند، بیش‌تر به تابش صدا در مجراها پرداخته‌اند. بنابراین در این مقاله قصد داریم یک الگوی تحلیلی ارتعاشی صوتی برای یک تیر رایلی مستغرق در یک میدان جریان صوتی ارائه دهیم. در اینجا از روش حل توابع گرین استفاده شده است. مزیت اصلی این روش عدم نیاز به تغییرات زیاد در حل، در اثر تغییر شرایط تعریف مسئله از جمله شرایط مرزی یا بارگذاری است.

۲. تعریف مسئله

الگوی ارتعاشی و انتشار امواج صوتی برای یک تیر کشسان رایلی به طول L و تکیه‌گاه دو انتهای مفصل در شکل ۱ نشان داده شده است. سیالی که تیر در آن شناور است با سرعت V از روی تیر عبور می‌کند. برای استخراج معادلات از دستگاه مختصات کارترین (x, y, z) استفاده شده است مبدأ آن نقطه O بوده و محور z بر راستای عمود بر محور طولی تیر منطبق می‌باشد. مطابق شکل ۱ ملاحظه می‌شود که بار هماهنگ عرضی $F \cdot e^{-j\omega t}$ در نقطه $x = x_0$ به تیر اعمال شده است و فشار صدا $P(x, 0)$ توسط میدان صوتی القاشده به سطح تیر اعمال می‌گردد. برای شروع فقط فضای نیمه بالایی تیر در نظر گرفته شده است.

پرداختند. آن‌ها یک‌بار در مختصات اصلی و سپس با تغییر متغیر، معادلات حاکم برای موج در جریان سیال را به معادله هلمهولتز تبدیل و مسئله را حل کرده‌اند [۶]. بوچرون و همکاران به حل تحلیلی انتشار چند جهتی امواج صوتی در مجرای دایره‌ای با نیم‌رخ (پروفیل) جریان سیال آرام پرداخته‌اند. در این پژوهش، یک راه‌حل تحلیلی برای انتشار امواج صوتی در مجراهای (کانال‌های) دایره‌ای در حضور جریان درون مجرا (کانال) به‌دست آمده و اثر برش در انتشار امواج صوتی چندبعدی مورد بحث قرار گرفته است [۷]. تنگ و وو، الگوسازی ارتعاشی صوتی تیر یکنواخت مستغرق در سیال ساکن تراکم‌پذیر را با استفاده از توابع گرین در میدان کشسان و صوتی انجام دادند. در این رویکرد، فشار صدا بر روی سطح تیر با استفاده از دو معادله انتگرالی که توابع هسته آن، ترکیب دو تابع گرین متقارن با یکدیگر هستند، الگوسازی شده است. نتایج عددی به‌وضوح نشان می‌دهند که دقت این الگو برای تیر مستغرق در آب در مقایسه با هوا، در دامنه بسامدی بالا کاهش می‌یابد. هم‌چنین دقت این الگو برای بسامدهای تحریک نزدیک به بسامد طبیعی سامانه جفت‌شده، کاهش می‌یابد [۸]. چوی و ووهاوس به بررسی تابش صدا از تحریک نقطه‌ای سازه‌ها و مقایسه صفحه صداگیر (بافل) مستطیلی و پوسته کروی بسته پرداخته‌اند. تابش صدا از سازه‌ها می‌تواند به‌صورت ترم‌هایی از تابش مودال و ضرایب مودال بیان شود. در این پژوهش سهم مشارکت این دو ویژگی مودال، برای تابش تحریک نیروی نقطه‌ای بررسی شده است. آن‌ها تابش صدا از کره را با استفاده از تابع گرین در مختصات کروی به‌دست آورده‌اند [۹]. کیو و همکاران به تحلیل ارتعاش صوتی پوسته کره-استوانه-کره تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های حلقه و استرینگر پرداخته‌اند؛ آن‌ها سهم مشارکت حالت‌های مختلف موج پیرامونی در پاسخ به ارتعاش، قدرت صدا و هدایت فشار صدا اشباع شده برای پوسته‌های جفت‌شده محصور توسط نور یا سیالات سنگین بررسی کرده‌اند. در این مطالعه اثرات حلقه‌ها و استرینگرها بر روی پاسخ ارتعاشی و صوتی بیان شده است [۱۰]. شجاعی‌فرد و همکاران و طالبی توتی و همکاران، افت تراکسیل صدا در پوسته‌های استوانه‌ای درست‌گرد را با استفاده از نظریه

$$G_1(x, x_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\rho \left[AL - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 I \right]} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_1}{L}\right)}{\omega_n^2 - \omega_n^2} \quad (3)$$

که ω_n بیان کننده n -امین بسامد طبیعی تیر مذکور است.

۳-۳. پاسخ ارتعاش عرضی تیر رایلی

پاسخ ارتعاش عرضی تیر به صورت $u(x, t) = u(x)e^{-j\omega t}$ فرض شده و با استفاده از انتگرال تابع گرین این چنین بیان می شود:

$$u(x) = \int_0^L G_1(x|x_1) P(x_1, \cdot) dx_1 + \bar{u}(x) \quad (4)$$

که $\bar{u}(x)$ پاسخ تیر فقط تحت تحریک مکانیکی است و برابر است با:

$$\bar{u}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2F_n}{\rho \left[AL - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 I \right]} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}{\omega_n^2 - \omega_n^2} \quad (5)$$

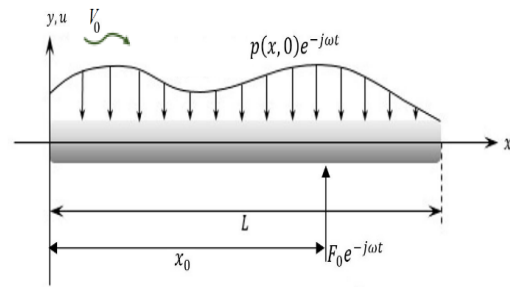
۳-۴. معادله موج در محیط سیال با سرعت متوسط

در اینجا انتشار موج صوتی در یک محیط با سرعت جریان یکنواخت و ثابت در نظر گرفته شده است. این محیط همگن و بدون اتلاف فرض شده اند. هم چنین میدان صوتی در سیال های تراکم پذیر را می توان با توابع انتقال یافته هلمهولتز مطابق زیر فرمول بندی نمود [۸]:

$$\nabla^2 P + k^2 P + j\alpha k (M \cdot \nabla P) - (M \cdot \nabla)(M \cdot \nabla P) = 0 \quad (6)$$

که $k = \frac{\omega}{c}$ و $M = \frac{v}{c}$ به ترتیب عدد موج و عدد ماخ و c سرعت صدا در سیال می باشند. در تجزیه و تحلیل الگوی مذکور، فرض می شود که سیال در جهت x حرکت می کند، لذا معادله ۶ را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\nabla^2 P + k^2 P + j\alpha k M \frac{\partial P}{\partial x} - M^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$



شکل ۱ طرحواره تیر رایلی دو سر مفصل مستغرق در یک سیال متحرک.

۳. تشریح الگوی تحلیلی

۳-۱. معادله ارتعاشی حاکم بر تیر رایلی

تیر استفاده شده در این مقاله، تیر کشسان رایلی است. در تیر رایلی برخلاف تیر اویلر برنولی، اینرسی دورانی در نظر گرفته می شود و تنها از جابه جایی و تغییر شکل برشی صرف نظر می گردد. شکل ۱ طرحواره یک تیر رایلی را نشان می دهد که با توجه به بارگذاری خارجی اعمالی بر آن می توان معادله ارتعاشی آن را براساس نظریه کلاسیک رایلی به صورت زیر بیان نمود [۱]:

$$EJ \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} - \rho_s I \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho_s A \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

که در این معادله $u(x, t)$ پاسخ ارتعاشی عرضی تیر و δ تابع دلتا دیراک است. $\rho_s I$ ، $\rho_s A$ و EI به ترتیب جرم در واحد طول، سختی دورانی^۱ و سختی خمشی^۲ تیر می باشند. برای چنین تیری با تکیه گاه دوسر مفصل، بسامد طبیعی به صورت زیر محاسبه می گردد [۱]:

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho \left[A - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 I \right]}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

۳-۲. تابع گرین تیر رایلی

با توجه به فرم توابع گرین برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر تیر ۱، مشخص است که شکل حالت با شرایط تکیه گاهی مفصلی ساده به فرم $\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ هست. در نتیجه تابع گرین معادله تیر کشسان رایلی به صورت زیر به دست می آید [۱۵]:

¹ Rotational rigidity

² Flexural rigidity

۳-۵. معادله موج در مختصات جدید

در اینجا سرعت حرکت سیال بسیار کم تر از سرعت صدا ($M \ll 1$) فرض شده است. لذا با بسط عملگر ∇ می توان معادله ۷ را به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$\left(\sqrt{1-M^2} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{jKM}{\sqrt{1-M^2}} \right) P + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{K^2}{1-M^2} P = 0 \quad (8)$$

برای حل تحلیلی دقیق معادله بالا، به کمک انتقال پراوتل گلاورت^۱، از یک سامانه مختصات جدید بهره برده ایم [۸]:

$$\begin{cases} x' = \frac{x}{\sqrt{1-M^2}} \\ y' = y \end{cases} \quad (9)$$

با استفاده از تغییر متغیر بالا معادله ۸ را به کمک مختصات انتقال یافته بازنویسی می کنیم:

$$\nabla'^2 P'(x', y') + k'^2 P'(x', y') = 0 \quad (10)$$

که $k' = \frac{k}{\sqrt{1-M^2}}$ و $P(x', y') = P'(x', y') e^{-jk'Mx'}$ است. به وضوح مشخص است که معادله ۱۰ همان معادله استاندارد هلمهولتز در مختصات جدید است [۱۴].

۳-۶. شرایط مرزی میدان صوتی

به دلیل برابر بودن سرعت ذرات محیط صوتی در مرز تیر با سرعت تیر در راستای عمودی، معادله زیر بایستی در مرز تیر و سیال برقرار باشد [۱۲]:

$$-\nabla P(x, y, t) = \rho_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_s \cdot \nabla \right) V(x, y, t) \quad (11)$$

که ρ_f چگالی سیال و V_s بردار سرعت سیال است. $V(x, y, t)$ نشان دهنده اختلاف سرعت در موقعیت های مختلف در میدان سیال است. اگر دو طرف معادله ۱۱ را در بردار عمود بر سطح تیر و در جهت خارج \vec{n} ضرب نقطه ای نماییم، شرایط مرزی در سطح تیر S به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial n} \Big|_S = \rho_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_s \cdot \nabla \right) \dot{u}(x, t) \quad (12)$$

که $\dot{u}(x, t)$ بیان کننده سرعت ارتعاشی عرضی تیر (در جهت y) است. نقطه بالای نماد این تابع نشان دهنده مشتق نسبت به زمان است. با جای گذاری

$u(x, t) = u(x) e^{-j\omega t}$ و حذف جمله زمان، معادله ۱۲ به فرم زیر بازنویسی می شود:

$$\frac{\partial P(x, y)}{\partial n} \Big|_S = -\rho_f \omega^2 u(x) - j\rho_f \omega v_s \frac{\partial u(x)}{\partial x} \quad (13)$$

هم چنین به کمک رابطه ۹، معادله بالا در سامانه مختصات جدید به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\frac{\partial P(x', y')}{\partial n'} \Big|_S = \quad (14)$$

$$-\rho_f \omega^2 u(x') - j\rho_f \omega v_s \frac{1}{\sqrt{1-M^2}} \frac{\partial u(x')}{\partial x'}$$

که n برابر n' است.

۳-۷. بازنویسی معادلات در مختصات جدید

در سامانه مختصات جدید پاسخ عرضی تیر دو سر مفصل، معادله ۴ را می توان بدین گونه بازنویسی نمود:

$$u(x') = \int_{-L}^L G_1(x'|x'_1) P'(x'_1, 0) e^{-jk'Mx'_1} dx'_1 + \bar{u}(x') \quad (15)$$

که $L' = \frac{L}{\sqrt{1-M^2}}$ است. تابع گرین نشان داده شده در معادله بالا به مختصات جدید انتقال یافته و این گونه بازنویسی می شود:

$$G_1(x'|x'_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x'}{L'}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'_1}{L'}\right)}{\rho \left(AL' - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 I \right) \omega^2 - \omega_n^2} \quad (16)$$

بدین ترتیب مشتق $\frac{\partial u(x')}{\partial x'}$ به طور مستقیم قابل محاسبه است.

ملاحظه می گردد با اعمال بار هماهنگ F در محل $x = x_1$ پاسخ ارتعاشی تیر در سامانه مختصات جدید به دست خواهد آمد.

$$\bar{u}(x') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n \sin\left(\frac{n\pi x'}{L'}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_1}{L'}\right)}{\rho \left(AL' - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 I \right) \omega^2 - \omega_n^2} \quad (17)$$

¹ Prandtl-Glauert transformation

که $\bar{P}'(x', 0)$ فشار صدای ناشی از تحریک مکانیکی به تنهایی بر روی سطح تیر می‌باشد و از رابطه ۲۲ به دست می‌آید. این آشکار است که معادله ۲۱ نشان دهنده معادله انتگرالی دیکوپله شده بوده که یک تابع فشار صدا نامشخص، سطح تیر را تحت فشار قرار می‌دهد. این معادلات در توابع انتگرالی فردهلم مرتبه دو^۲ دسته‌بندی شده و قرار می‌گیرند [۱۷].

(۲۲)

$$\begin{aligned} \bar{P}'(x', 0) = & \\ & -2 \int_0^L G_r(x', x_1') \rho_f \omega^r e^{jk' M x_1'} F_{x_1'} G_1(x_1', x_1') dx_1' \\ & -2 \int_0^L G_r(x', x_1') \frac{j \rho_f \omega v_r}{\sqrt{1-M^r}} e^{jk' M x_1'} F_{x_1'} \frac{\partial G_1(x_1', x_1')}{\partial x_1'} dx_1' \end{aligned}$$

با توجه به ترم‌های ناهمگن، معادلات انتگرالی بالا را می‌توان با روش گسسته‌سازی به صورت عددی حل کرد. انتشار امواج صوتی از تیر کشسان برای به دست آوردن پاسخ ارتعاشی تیر با استفاده از معادلات انتگرال مرزی هلمهولتز فرمول‌بندی شده و این‌گونه بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} P'(x', y') = & \\ & 2 \int_0^L \left[\rho_f \omega^r u(x_1') + \frac{j \rho_f \omega v_r}{\sqrt{1-M^r}} \frac{\partial u(x_1')}{\partial x_1'} \right] \\ & \times e^{jk' M x_1'} \frac{j}{\varphi} H^{(1)} \left(k' \sqrt{(x' - x_1')^2 + y'^2} \right) dx_1' \end{aligned} \quad (23)$$

پس از به دست آوردن میدان صوتی در مختصات جدید، می‌توان میدان‌های صوتی در مختصات اصلی را با تبدیل معکوس به دست آورد.

۴. حل عددی

ابتدا تیر رایلی مذکور با تکیه‌گاه دو سر مفصل به $n-1$ قسمت با گام h تقسیم می‌شود. زمانی که معادلات انتگرالی در n نقاط انتخابی برقرار باشند، یک مجموعه معادلات خطی، فرمول‌بندی شده و به صورت عددی حل خواهند شد. فشار صدا بر روی سطح تیر در نقاط انتخابی این‌گونه به دست می‌آید.

$$P'(x_i', 0) = 2h \sum_{j=1}^n G_{r1}(x_i', x_j') P'(x_j', 0) + \bar{P}'(x_i', 0) \quad (24)$$

که $x_1' = \frac{x_1}{\sqrt{1-M^r}}$ است. هم‌چنین نیروی هماهنگ

تحریک که در مختصات اصلی به صورت $F_1 \delta(x-x_1)$ بیان می‌شود، با انتقال به مختصات جدید به صورت زیر در خواهد آمد:

$$F_{x_1'} = \frac{F_1}{\sqrt{1-M^r}} \quad (18)$$

۳-۸. محاسبه میدان صوتی

با در نظر گرفتن شرایط مرزی بالا و استفاده از تعریف انتگرال گرین برای حل معادله دیفرانسیل هلمهولتز (رابطه ۱۰) در مختصات جدید، فشار صدا بر روی سطح تیر به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$P'(x', 0) = 2 \int_0^L G_r(x', x_1') \quad (19)$$

$$\left[\rho_f \omega^r u(x_1') + \frac{j \rho_f \omega v_r}{\sqrt{1-M^r}} \frac{\partial u(x_1')}{\partial x_1'} \right] e^{-jk' M x_1'} dx_1'$$

که $G_r(x'|x_1')$ تابع گرین معادله استاندارد هلمهولتز است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۶].

$$G_r(x'|x_1') = \frac{j}{\varphi} H^{(1)}(k'|x' - x_1') \quad (20)$$

که $H^{(1)}$ تابع هنکل نوع اول مرتبه صفر است. معادله تابع گرین نشان داده شده در معادله ۲۰، تابع گرین فضای آزاد برای معادلات هلمهولتز است، به این معنی که تا این زمان شرایط مرزی در نظر گرفته نشده است. از سوی دیگر میدان صوتی نیمه بالایی را در این مطالعه بررسی می‌نماییم، لذا با توجه به معادله هلمهولتز با در نظر گرفتن شرایط مرزی نیومن^۱، ترم $G_r(x'|x_1')$ تابع گرین نیمه بالایی فضا است که نقطه منبع آن بر روی تیر قرار دارد. حال این معادله انتگرالی برای حل بایستی جداسازی شود. با ترکیب معادلات ۱۵ و ۱۹ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} P'(x', 0) = & \\ & 2 \int_0^L G_r(x', x_1') \rho_f \omega^r e^{jk' M x_1'} \int_0^L G_1(x_1', x_1') e^{jk' M x_1'} P'(x_1', 0) dx_1' dx_1' \\ & -2 \int_0^L G_r(x', x_1') \frac{j \rho_f \omega v_r}{\sqrt{1-M^r}} e^{jk' M x_1'} \int_0^L \frac{\partial G_1(x_1', x_1')}{\partial x_1'} e^{jk' M x_1'} P'(x_1', 0) dx_1' dx_1' \\ & + \bar{P}'(x', 0) \end{aligned} \quad (21)$$

² Fredholm integral equations of the second kind

¹ Neumann boundary condition

جدول ۱ مشخصات هندسی و فیزیکی الگو مورد مطالعه.

مشخصات تیر با تکیه‌گاه دو سر مفصل	
طول	$L = 1 \text{ m}$
مساحت	$A = 0.005 \text{ m}^2$
چگالی	$\rho_s = 2700 \text{ kg / m}^3$
مدول یانگ	$E = 69 \times 10^9 \text{ pa}$
ممان اینرسی	$I = 1.0417 \times 10^6 \text{ m}^4$
مشخصات محیط سیال	
هوا	$\rho_f = 1.21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $C_f = 343 \text{ m / s}$
مشخصات تحریک مکانیکی	
نیرو	$F = 100 \text{ N}$
محل اعمال نیرو	$x_c = 0.5 \text{ m}$

در جدول ۲، مقادیر فشار میدان صوتی مربوط به یک تیر فولادی با طول ۱ متر و سفتی خمشی $6 \times 10^4 \text{ N.m}^2$ مستغرق در هوا با نتایج موجود در منبع [۱۴] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تطابق مطلوبی بین نتایج وجود دارد. قابل ذکر است که اختلاف ناچیز موجود بین نتایج نیز به دلیل وجود خطاهای ناشی از محاسبات عددی است.

جدول ۲ مقایسه نتایج کار حاضر با منبع [۱۴].

خطا (درصد)	تراز فشار صدا (دسی‌بل)		نقاط منتخب اطراف تیر	
	منبع [۱۴]	کار حاضر	y	
			x	y
۰.۶۱	۸۰	۸۰.۴۹	۵.۲۷	-۷.۳۷
۳.۷۱	۷۴	۷۶.۷۵	۸.۰۵	-۵.۹۹
۱.۹۰	۸۴	۸۵.۶۰	۰.۹۱	-۳.۵۹
۱.۹۴	۸۲	۸۳.۵۹	۸.۰۵	-۱.۸۷
۱.۸۳	۸۶	۸۷.۵۸	۶.۴۱	-۰.۷۳
۱.۱۲	۹۲	۹۳.۰۳	۳.۷۶	۱.۴۸
۲.۲۱	۸۶	۸۷.۹۰	۴.۷۷	۳.۸۷
۳.۳۳	۷۲	۶۹.۵۹	۰.۶۴	۵.۶۶
۱.۱۹	۸۰	۸۰.۹۵	۵.۶۴	۶.۳۶
۱.۸۱	۷۶	۷۷.۳۷	۶.۷۸	۸.۹۲

که تابع $G_{r_1}(x'_i, x'_j)$ با استفاده از ویژگی ترکیب توابع گرین به دست آمده و بدین صورت بیان می‌گردند.

$$G_{r_1}(x'_i, x'_j) = - \int_{x'_i}^{x'_j} G_r(x'_i, x') e^{jk'x'} dx' \quad (25)$$

$$\left[\rho_f \omega^2 G_r(x'_i, x'_j) + \frac{j\rho_f \omega v_c}{\sqrt{1-M^2}} \frac{\partial G_r(x'_i, x'_j)}{\partial x'} \right] e^{-jk'Mx'_j} dx'$$

در نظر داشته باشید که عبارت $\bar{P}'(x'_i, 0)$ به‌طور مستقیم می‌تواند از معادله ۲۲ نوشته شود. معادله ۲۴ می‌تواند در فرم ماتریسی بدین گونه بازنویسی گردد.

$$\{P'\} = \{\bar{P}'\} + 2h [G_{r_1}] \{P'\} \quad (26)$$

که $[G_{r_1}]_{ij} = G_{r_1}(x'_i, x'_j)$ می‌باشد. با حل معادله ۲۶ بر حسب $\{P'\}$ خواهیم داشت:

$$\{P'\} = [[I] - 2h [G_{r_1}]]^{-1} \{\bar{P}'\} \quad (27)$$

که $[I]$ ماتریس واحد است. بدین ترتیب فشار صدا بر روی سطح تیر در نقاط انتخابی به دست می‌آید. پاسخ ارتعاشی و مشتقات مربوط به تیر نیز در این نقاط به دست خواهند آمد. در نتیجه، انتشار صدا از روی سطح تیر از معادله ۲۳ محاسبه خواهد شد.

برای افزایش دقت محاسبات عددی از روش سیمپسون با دقت بالا استفاده شد. قابل ذکر است که کلیه محاسبات مذکور با استفاده از کد نویسی در نرم‌افزار متلب صورت گرفته است.

۵. درستی سنجی و نتایج عددی

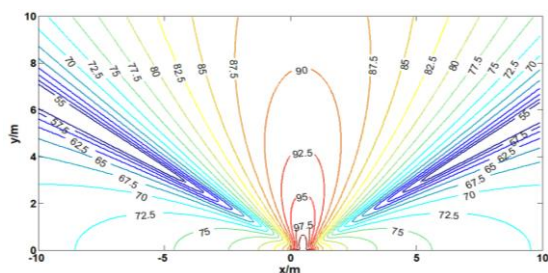
در جدول ۱، مشخصات هندسی و فیزیکی الگوی مورد مطالعه آورده شده است.

لازم به ذکر است که در محاسبات عددی، ۱۰ حالت ابتدایی تیر در نظر گرفته شده و تیر نیز به ۱۰۰ قسمت هم‌اندازه تقسیم گردیده است. تراز فشار صدا برای ارزیابی انتشار میدان صدا استفاده شده و فشار صدای مرجع برابر ۲۰ میکرو پاسکال است. به منظور صحت‌سنجی حل عددی،

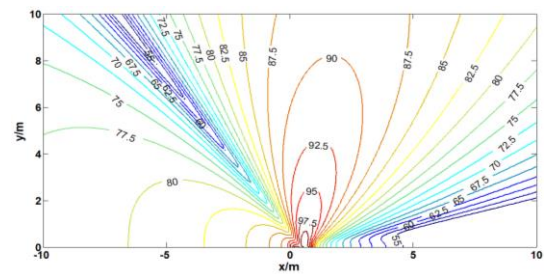
با حذف جمله $-\rho_s I \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2}$ از معادله ۱، معادلات

طبق منبع [۱۴] برای حالت خاص تیر اوپلر برنولی، به دست خواهند آمد.

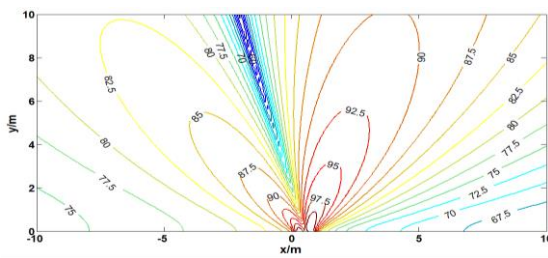
میدان فشار صدا برای سیال ساکن در بسامد ۳۰۰۰ رادیان بر ثانیه در شکل ۳-الف رسم شده است. در این نمودار مطابق انتظار میدان فشار صدا در طول محور x و حول نقطه تحریک مکانیکی متقارن بوده و قله هر دو نمودار دقیقاً بر روی خط $x = 0.5$ واقع شده است. از این نمودارها به خوبی منبع انتشار صدا قابل تشخیص بوده و میدان صوتی ایجاد شده در فضای اطراف تیر الگوی انتشار صدا ناشی از ارتعاش تیر را به وضوح نمایش می دهد. با مقایسه نمودار میدان فشار صدا شکل ۳-الف با همین نمودار در شکل ۲ مشخص می شود که تمام نقاط در نمودار مربوط به تیر رایلی دارای فشار بیش تری هستند. دلیل این امر به استفاده از نظریه تیر رایلی که نظریه دقیق تری نسبت به نظریه تیر اویلر برنولی است، مربوط می گردد.



(الف)



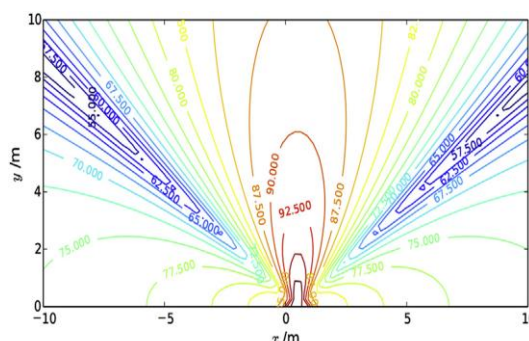
(ب)



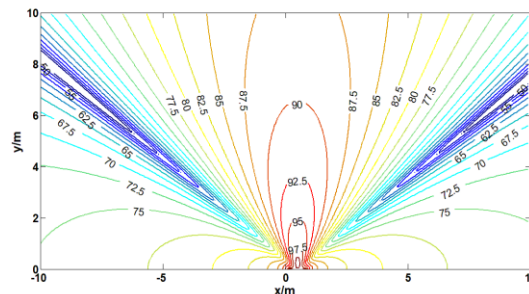
(ج)

شکل ۳ میدان فشار صدا (دسی بل) تیر کشسان رایلی بسامد $\omega = 3000 \text{ rad/s}$ در مایه های مختلف؛ (الف) مایه $M = 0$ ، (ب) مایه $M = 0.2$ ، (ج) مایه $M = 0.4$.

در شکل ۲ میدان صوتی منتشر شده از تیر اویلر برنولی غوطه ور در هوای ساکن برای بسامد تحریک ۳۰۰۰ رادیان بر ثانیه نمایش داده شده و به منظور درستی سنجی با نمودار منبع [۱۴] مقایسه شده است. مشاهده می گردد که به دلیل ساکن بودن سیال (هوا) توزیع صدا در راستای منفی و مثبت x متقارن می باشد و نمودارها دارای تطابق کامل هستند. حال پس از درستی سنجی بر روی حل عددی الگوی تحلیلی ارائه شده در این مقاله، نتایج حاصل از بررسی میدان صوتی اطراف تیر رایلی غوطه ور در جریان سیال ساکن و متحرک ارائه می شود.



(الف)

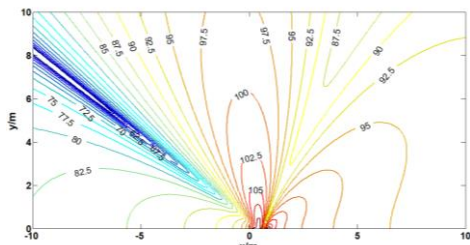


(ب)

شکل ۲ میدان فشار صدا (دسی بل) تیر کشسان اویلر برنولی در مایه $M = 0$ و بسامد تحریک $\omega = 3000 \text{ rad/s}$ ؛ (الف) منبع [۱۴]، (ب) پژوهش حاضر.

در شکل های ۳ الی ۵ نمودار میدان صوتی اطراف تیر رایلی برای سیال با مایه صفر، ۰.۲ و ۰.۴ و بسامد زاویه ای تحریک ۲۰۰۰، ۳۰۰۰ و ۴۰۰۰ رادیان بر ثانیه رسم شده اند. همان طور که ملاحظه می شود بررسی این نمودارها تأثیر میزان سرعت سیال، بسامد زاویه ای تحریک و موقعیت نقطه تحریک را به خوبی نشان می دهند.

از بسامد ۳۰۰۰ که پیش از این بررسی شد، بیش تر است. در این شکل توزیع یکنواخت تر میدان صوتی مشاهده می شود. با مقایسه شکل ۵-الف و شکل ۳-الف تأثیر بسامد بر روی میدان صوتی تیر غوطه‌ور در هوای ساکن به خوبی قابل درک است.



شکل ۴ میدان فشار صدا (دسی بل) تیر کشسان رایلی در ماخ $M = 0.4$ و بسامد $\omega = 3000 \text{ rad/s}$ در نقطه تحریک $x_c = 0.3$.

در شکل ۵-ب میدان صوتی اطراف تیر رایلی در هوا با ماخ ۰٫۴ و بسامد ۲۰۰۰ هرتز رسم شده است. در این نمودار فشردگی بیش تری در قسمت منفی محور x دیده می شود ولی میانگین فشار صدا در قسمت مثبت نمودار بیش تر است. در مقایسه با شکل ۳-ب قله ایجاد شده در میدان صوتی، جابه جایی کم تر و میانگین فشار صدا بیش تر است. هم چنین توزیع میدان صوتی یکنواخت تر است. با افزایش سرعت همان گونه که در ۵-ج رسم شده است، جابه جایی بیش تر قله فشار صدا نسبت به ۵-ب مشاهده می شود. برای بررسی تأثیر بسامد بر میدان صوتی کافی است نمودار بسامد ۲۰۰۰ هرتز در شکل ۵-ج با نمودار بسامد ۳۰۰۰ هرتز در شکل ۳-ج مقایسه شوند. ملاحظه می شود که نمودار مربوط به بسامد پایین تر، میدان صوتی میانگین بیش تری دارد ولی دارای یک قله فشار صدا است. شکل ۶ میدان صوتی ناشی از ارتعاش تیر رایلی در هوا با سرعت ۰٫۴ ماخ، بسامد ۲۰۰۰ هرتز و با اعمال بار مکانیکی در نقطه $x_c = 0.3$ را نشان می دهد. ملاحظه می شود که میدان فشار در سمت راست نمودار دارای فشردگی بیش تری است. تراز فشار صدا در مقایسه با شکل ۴ افزایش یافته و شاهد میدان صوتی یکنواخت تری با مقادیر بیش تر هستیم. تفاوت های این شکل با شکل ۵-ج به دلیل تأثیر نقطه اثر نیروی متمرکز بر شکل حالت مؤثر بر ارتعاشات و دامنه ارتعاشی تیر است.

یکی از دلایل استفاده از نظریه های پیچیده در حل مسائل مربوط به تیرها بالا بردن دقت حل در مسائل است که در این مقاله نیز مورد توجه قرار گرفته است.

میدان فشار صوتی برای تیر رایلی غوطه‌ور در سیال هوای متحرک با سرعت ۰٫۲ ماخ و بسامد ۳۰۰۰ هرتز در شکل ۳-ب رسم شده است. قله میدان صوتی در این نمودارها در جهت حرکت سیال جابه جاشده است و نمودار فشار صوتی در قسمت منفی محور x فشردگی بیشتری نسبت به قسمت مثبت محور x دارد، که مربوط به اثر داپلر در انتشار امواج است.

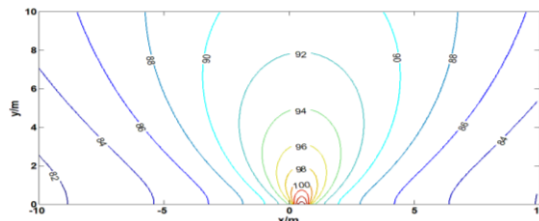
با رسم خطوط هم فشار در فشارها یکسانی در نمودارهای شکل ۳ و مقایسه آن ها، تأثیر سرعت سیال بر میدان صوتی ایجاد شده را به خوبی نشان می دهد.

با افزایش عدد ماخ به ۰٫۴ در بسامد ۳۰۰۰ همان طور که در شکل ۳-ج نشان داده شده است، خطوط میدان فشار صدا تمایل بیش تری به جابه جایی به سمت جهت مثبت محور x یعنی جهت حرکت سیال از خود نشان می دهند. از نمودار این شکل تمایل جابه جایی به خوبی قابل رؤیت است. میدان فشار صدا در قسمت مثبت محور x متراکم تر شده و برعکس در بخش منفی نمودار، تراکم کم تری ملاحظه می گردد. به طور کلی موج صوتی انتقال یافته، در جهت منفی x قله های جدیدی از دامنه صدا را شکل می دهد. با مقایسه شکل ۳-ب با ۳-ج افزایش تراز فشار صدا (اس پی ال)^۱ در اکثر نقاط رخ می دهد و به طور کلی میدان صوتی دارای توزیع یکنواخت تری است.

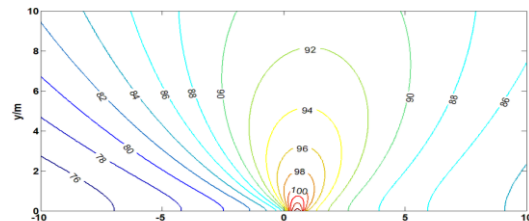
میدان صوتی اطراف تیر در هوا با عدد ماخ ۰٫۴ و بسامد ۳۰۰۰ هرتز با اعمال بار در مکان $\frac{x_c}{L} = 0.3$ در شکل ۴ رسم شده است. میزان فشار صدا در این حالت در مقایسه با شکل ۳-ج که نقطه اعمال بار مکانیکی در نقطه $\frac{x_c}{L} = 0.5$ است، بیش تر است که دلیل آن، نقطه اعمال بار و تغییر در شکل حالت غالب در ارتعاشات و دامنه ارتعاشی تیر است. میدان صوتی اطراف برای تیر رایلی مستغرق در سیال ساکن و بسامد ۲۰۰۰ در شکل ۵-الف رسم شده است. میدان فشار صدا مطابق انتظار متقارن بوده و میانگین فشار صدا برای سیال ساکن، در این بسامد

^۱ SPL; Sound Pressure Level

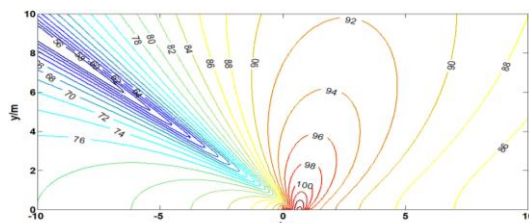
برای جریان سیال متحرک با ماخ 0.2 در بسامد 4000 هرتز جابه‌جایی قله میدان صوتی اطراف تیر در جهت حرکت سیال قابل پیش‌بینی است که با توجه به نمودار رسم‌شده در شکل ۷-ب این مسئله به خوبی قابل مشاهده است. در مقایسه با نمودارهای رسم‌شده برای بسامدهای زاویه‌ای 2000 و 3000 هرتز در شکل‌های ۳-ب و ۵-ب فشردگی بیش‌تری مشاهده می‌شود و قله موج نیز جابه‌جایی بیش‌تری دارد. مطابق مشاهدات با افزایش بسامد تأثیر سرعت سیال بر میدان صوتی بیش‌تر می‌شود. در شکل ۷-ج نمودار میدان صوتی برای تیر رایلی غوطه‌ور در جریان سیال با ماخ 0.4 و بسامد 4000 هرتز ترسیم شده است. چنانچه پیش‌تر نیز بیان شد در بسامد بالا تأثیر سرعت جریان بر میدان صوتی بیش‌تر بوده و این مورد را با مقایسه این شکل با شکل‌های ۳-ج و ۵-ج می‌توان دریافت.



(الف)



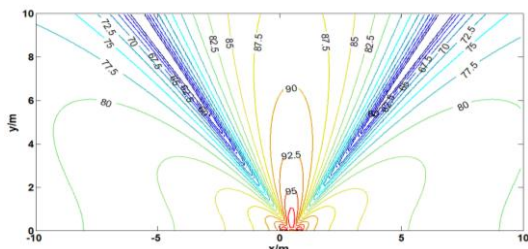
(ب)



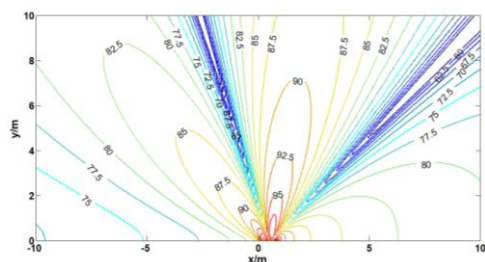
(ج)

شکل ۵ میدان فشار صدا (دسی‌بل) تیر کشسان رایلی بسامد $\omega = 2000 \text{ rad/s}$ در ماخ‌های مختلف؛ (الف) ماخ $M = 0$ ، (ب) ماخ $M = 0.2$ ، (ج) ماخ $M = 0.4$.

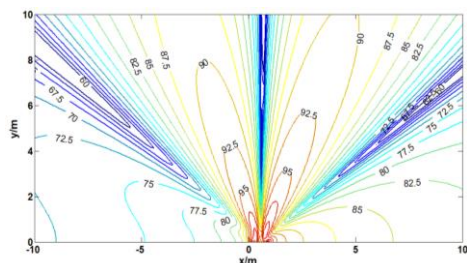
میدان صوتی برای تیر در هوای ساکن با بسامد 4000 رادیان بر ثانیه در شکل ۷-الف رسم شده است. مطابق انتظار، همانند شکل ۳-الف و ۵-الف شاهد تقارن پیرامون خط $x = 0.5$ که نقطه اعمال بار مکانیکی متمرکز است، هستیم. ولی نمودار در این حالت، فشردگی بیش‌تری نسبت به سایر حالت‌ها مشاهده می‌شود. لذا تأثیر افزایش بسامد بر میدان فشار صوتی منتشرشده در سیال ساکن به خوبی مشخص است.



(الف)

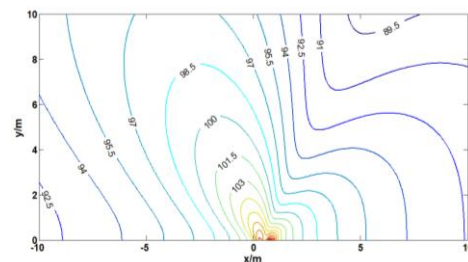


(ب)



(ج)

شکل ۷ میدان فشار صدا (دسی‌بل) تیر کشسان رایلی بسامد $\omega = 4000 \text{ rad/s}$ در ماخ‌های مختلف؛ (الف) ماخ $M = 0$ ، (ب) ماخ $M = 0.2$ ، (ج) ماخ $M = 0.4$.

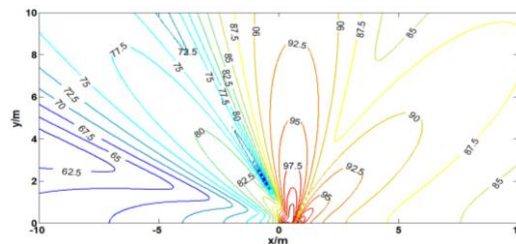


شکل ۶ میدان فشار صدا (دسی‌بل) تیر کشسان رایلی در ماخ $M = 0.4$ و بسامد $\omega = 2000 \text{ rad/s}$ در نقطه تحریک $x = 0.3$.

۶. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک الگوی تحلیلی ارتعاشی صوتی برای یک تیر رایلی با شرایط تکیه‌گاهی دوسر مفصل مستغرق در یک سیال توسعه داده شد. برای این کار میدان صوتی منتشرشده از این تیر که تحت اثر یک‌بار متمرکز و در معرض یک جریان فروصدا با سرعت متوسط بوده، با استفاده از توابع گرین الگو گردید. با تغییر متغیر مناسب و انتقال مختصات، معادلات حاکم و شرایط مرزی متناظر با میدان صوتی و تیر به شکل مشابه معادلات در سیال ایستا تبدیل شدند. در نهایت با استفاده از روش‌های عددی و توسط کدنویسی در نرم‌افزار متلب، معادلات انتگرالی دیکوپله‌شده حل شدند. به‌طور خلاصه نتایج زیر استخراج گردید:

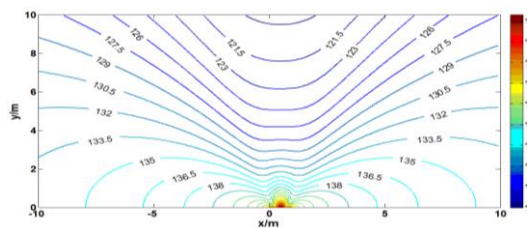
- استفاده از نظریه رایلی برای استخراج معادلات حاکم تیر در مقایسه با نظریه تیر اویلر برنولی باعث افزایش دقت نتایج می‌گردد.
- در حالتی که سیال اطراف تیر ساکن است، شاهد تقارن در میدان فشار صدای اطراف تیر وجود دارد.
- در جریان سیال با ماخ متوسط شاهد جابه‌جایی میدان صوتی در جهت حرکت سیال بوده و اثر داپلر مشاهده می‌شود.
- در بسامدهای پایین‌تر تحریک، شاهد توزیع یکنواخت‌تر و حداقل فشار صدا بیشتری هستیم.
- تأثیر سرعت جریان سیال در بسامدهای پایین‌تر کم‌تر است.
- انتشار موج‌های صوتی به‌تدریج در بالادست جریان، فشرده و در پایین‌دست جریان، منبسط می‌شود. هم‌چنین با افزایش عدد ماخ قله‌های جدیدی در بالادست جریان ایجاد می‌شوند.
- در بسامدهای بالا سرعت جریان سیال تأثیر بسیار بیش‌تری بر میدان صوتی دارد که با مشاهده نمودارهای میدان صوتی در بسامد ۴۰۰۰ رادیان بر ثانیه این امر به‌خوبی مشخص گردید.
- مقدار دامنه فشار صوتی در آب بیش‌تر از هوا است، زیرا سرعت صوت در آب بیش‌تر بوده و امواج صوتی در آب به مسافت طولانی‌تری منتقل می‌شود.



شکل ۸ میدان فشار صدا (دسی‌بل) تیر کشسان رایلی در ماخ $M = 0.4$ و بسامد $\omega = 4000 \text{ rad/s}$ در نقطه تحریک $x_c = 0.3$.

میدان صوتی برای تیر کشسان رایلی در جریان هوا با سرعت 0.4 ماخ، بسامد ۴۰۰۰ هرتز و نقطه اعمال بار مکانیکی متمرکز $x_c = 0.3$ در شکل ۸ ترسیم شده است. مشاهده می‌گردد که میدان فشار صدا در بخش منفی محور x فشرده‌تر بوده ولی میانگین مقدار فشار صدا در بخش مثبت نمودار بیش‌تر است. مطابق آنچه پیش‌تر بیان شد با مقایسه شکل مذکور با شکل‌های ۴ و ۶ اثرات افزایش بسامد بر میدان صوتی و با مقایسه با شکل ۷-ج تأثیر محل اعمال بار مکانیکی قابل مشاهده است.

در انتها به‌منظور بررسی تأثیر نوع سیال، مطابق شکل ۹ نمودار میدان صوتی اطراف تیر رایلی در آب ساکن در بسامد ۳۰۰۰ هرتز ترسیم شده است. لازم به ذکر است به دلیل متقارن بودن میدان حول خط $y = 0$ ، بخش مربوط به منفی محور ترسیم نشده است. از مقایسه این نمودار با شکل ۳-الف مقدار و دامنه فشار صدای بیش‌تری در مورد میدان صوتی در آب ایجاد می‌شود زیرا سرعت صدا در آب بیش‌تر است و صدا در آب به مسافت طولانی‌تری منتقل می‌شود. هم‌چنین قله فشار صدا در آب در نزدیکی تیر قابل رؤیت بوده و با فاصله گرفتن از تیر این قله دیده نمی‌شود، زیرا آب سیال چگال‌تری نسبت به هوا است. اما مطابق انتظار شاهد میدان صوتی متقارن نسبت به نقطه اعمال بار مکانیکی بر تیر هستیم.



شکل ۹ میدان فشار صدا (دسی‌بل) تیر کشسان رایلی مستغرق در آب در ماخ $M = 0$ و بسامد $\omega = 3000 \text{ rad/s}$.

- [11] M.H. Shojaeefard, R. Talebitooti, R. Ahmadi, M.R. Gheibi, "Sound Transmission Across Orthotropic Cylindrical Shells Using Third-order Shear Deformation Theory," *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 11, pp. 2039-2072, 2014.
- [12] R. Talebitooti, R. Ahmadi, M.H. Shojaeefard, "Three-Dimensional Wave Propagation on Orthotropic Cylindrical Shells With Arbitrary Thickness Considering State Space Method," *Composite Structures*, vol. 132, pp. 237-254, 2015.
- [13] K. Daneshjou, R. Talebitooti, A. Tarkashvand, "Analysis of Sound Transmission Loss Through Thick-Walled Cylindrical Shell Using Three-Dimensional Elasticity Theory," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 106, pp. 286-296, 2016.
- [14] H.B. Tang, B.G. Xu, "Vibroacoustic modeling of an elastic beam in low subsonic flows with mean velocities," *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 66, pp. 322-330, 2017.
- [15] K.D. Cole, "Heat Conduction Using Green's Function," CRC Press, 2011.
- [16] M. O'Neil, L. Greengard, A. Pataki, "On the efficient representation of the half space impedance Green's function for the Helmholtz equation," *Wave Motion*, vol. 51, pp. 1-13, 2014.
- [17] C. Corduneanu, "Integral Equations and Applications," Cambridge University Press, 1991.
- قله فشار صوتی در آب در نزدیکی تیر قابل رؤیت بوده و با فاصله گرفتن از تیر این قله دیده نمی‌شود، زیرا آب سیال چگال تری نسبت به هوا است.
- ۷. فهرست منابع**
- [1] G. Bordiga, L. Cabras, D. Bigoni, A. Piccolroaz, "Free and forced wave propagation in a Rayleigh-beam grid: Flat bands, Dirac cones, and vibration localization vs isotropization," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 161, pp. 64-81, 2019.
- [2] A. Nilsson, S. Baro, E. Pianab, "Vibro-acoustic properties of sandwich structures," *Applied Acoustics*, vol. 139, pp. 259-266, 2018.
- [3] J.Q. Sun, "Vibration and sound radiation of non-uniform beams," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 185, no. 5, pp. 827-843, 1995.
- [4] C.C. Cheng, "Vibroacoustic response reduction of a fluid-loaded beam using unequally spaced absorbers," *The Journal of the Acoustics Society of America*, vol. 101, no.5, pp. 30-62, 1997.
- [5] C.C. Cheng, C.M. Chui, "Sound radiation from periodically spring-supported beams under the action of a convected uniform harmonic loading," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 226, pp. 83-99, 1999.
- [6] T. Tsuji, T. Tsuchiya, Y. Kagawak, "Finite element and boundary element modelling for the acoustic wave transmission in mean flow medium," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 255, pp. 849-866, 2002.
- [7] R. Boucheron, H. Bailliet, J.C. Valiere, "Analytical solution of multimodal acoustic propagation in circular ducts with laminar mean flow profile," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 292, pp. 504-518, 2006.
- [8] H.B. Tang, C.J. Wu, "Vibroacoustic analysis for a uniform beam using composite Green function method," *Applied Acoustics*, vol. 68, no.11-12, pp. 1386-1399, 2007.
- [9] W. Choi, J. Woodhouse, "Sound radiation from point-excited structures: comparison of plate and sphere," *J. Sound Vib.*, vol. 331, pp. 2156-2172, 2012.
- [10] Y. Qu, H. Hua, G. Meng, "Vibro-acoustic analysis of coupled spherical cylindrical-spherical shells stiffened by ring and stringer reinforcements," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 355, pp. 345-359, 2015.

Analytical vibroacoustic modeling of an elastic Rayleigh beam using Green's function

R. Talebitooti^{*1}, R. Ahmadi², M. Eshghi Sani¹

1. Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

2. Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University

Abstract

The purpose of this article is to provide an analytical model of the vibroacoustic for an elastic beam submerged in low subsonic flows with mean velocities. In general, vibroacoustic modeling refers to the combined effects of sound propagation and mechanical vibration of the structure. Sound radiations from submerged structures are coupled with physical phenomena because the sound pressures acting on structure surfaces and the dynamic responses of structures will impact each other. The Rayleigh Theory has been used to derive the beam vibration equations, and Green's functions are used to find the response of vibrations and the propagation of sound waves from the elastic beam. Initially, we solve the differential equation governing the Rayleigh beam under harmonic load. Then, the sound wave propagation equation around the beam is solved. The solution of the vibration and sound propagation differential equations must be done in the form of couplings so that at first distinct Green's function is obtained for each of the differential equations, and then by combining these two Green's functions, a coupled response function is found to solve the problem. Further, the vibroacoustic response of the beam was obtained by applying the boundary conditions at the interface between the beam and the fluid. In order to evaluate the process of analysis and validation, the results are compared with the results of other researchers and a good match between the results is observed; then, the effects of fluid velocity and useful parameters on the sound field have been investigated.

Keywords: Rayleigh beam, Wave propagation, Vibroacoustic, Green's function.

pp. 29-39 (In Persian)

* Corresponding author E-mail: rtalebi@iust.ac.ir