



## ارزیابی معادلات توزیع سرعت در جریان‌های دارای بار رسوبی معلق

سعید خدادوست سیوکی<sup>۱\*</sup> - محمود نعمتی<sup>۲</sup> - رضا استخر<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۹/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۲/۰۲

### چکیده

برآورد دقیق سرعت در آبراهه‌های حاوی بارهای رسوبی اهمیت زیادی دارد، به دلیل این که توزیع عمقی سرعت یکی از پارامترهای مورد نیاز برای برآورد دبی رسوبات است. تاکنون روابط زیادی برای برآورد توزیع عمقی سرعت در مجاری روباز توسط محققان مختلف توسعه یافته است. در این تحقیق، ضمن تحلیل و بررسی کامل این معادلات، با استفاده از مهم‌ترین شاخص‌های آماری ارائه شده، معادله بهینه از میان معادلاتی مانند توزیع توانی، توزیع لگاریتمی، توزیع لگاریتمی اصلاح شده، توزیع ویک، توزیع لگاریتمی-ویک اصلاح شده و توزیع سهموی مورد بررسی انتخاب شده است. به منظور صحت‌سنجی هر یک از معادلات از معتبرترین داده‌های آزمایشگاهی مربوط به ونونی (۱۶)، اینشتین (۹) و ونگ و کیان (۱۹) استفاده شده است. نتایج نشان داد که توزیع لگاریتمی تنها قادر به برآورد دقیق سرعت در ناحیه داخلی است. همچنین با مقایسه توزیع‌های معرفی شده با داده‌های آزمایشگاهی و بر اساس شاخص‌های آماری مشخص شد که توزیع ویک مقادیر سرعت را در هر دو ناحیه داخلی و خارجی با دقت قابل قبولی برآورد می‌کند و استفاده از این معادله در محاسبات مربوط به دبی بار معلق توصیه می‌شود. از سوی دیگر توزیع سهموی کم‌دقت‌ترین معادله بوده و استفاده از آن خطای زیادی در محاسبات ایجاد خواهد کرد.

واژه‌های کلیدی: توزیع سرعت، دبی بار معلق، غلظت رسوبات

### مقدمه

در حال حاضر، محققان از توزیع لگاریتمی یا روابط ارائه شده برای آب صاف استفاده می‌کنند (۱). اما در شرایطی که جریان دارای بار رسوبی معلق یا جریان غلیظ باشد، بسته به میزان دبی و سرعت جریان، غلظت و قطر ذرات رسوبی، توان حمل جریان و نیز اصطکاک داخلی ذرات آب و رسوب متفاوت خواهد بود. بنابراین وجود رسوبات معلق می‌تواند بر مشخصات هیدرولیکی جریان شامل توزیع سرعت و مقاومت در مقابل جریان تأثیر بگذارد و این مشخصات را با شرایط آب صاف متفاوت سازد (۴). به طور کلی دو دیدگاه در مورد توزیع سرعت جریان‌های حاوی رسوبات معلق وجود دارد. دیدگاه اول بیان می‌کند که توزیع لگاریتمی در جریان‌های حاوی رسوبات معلق نیز کاربردی است و ضریب ثابت ون کارمن با افزایش غلظت رسوبات کاهش می‌یابد (دیدگاه کارمن). محققانی همچون ونونی، اینشتین و شن و الاتا و آیین از این ایده حمایت کردند. دیدگاه دیگر این است که ثابت ون کارمن با افزایش غلظت رسوبات کاهش نمی‌یابد و توزیع سرعت در ناحیه اصلی جریان از قانون لگاریتمی منحرف می‌شود. محققانی همچون گلمن و پارکر از این ایده حمایت کردند.

مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهند که تمام پروفیل‌های سرعت در یک جریان برشی متلاطم (مانند جریان در مجاری روباز و تحت فشار)، بر روی یک مرز صاف به دو ناحیه تقسیم می‌شوند.

محاسبه توزیع عمقی در آبراهه‌ها و کانال‌های حاوی بار رسوبی اهمیت زیادی دارد. به دلیل اینکه یکی از پارامترهای مورد نیاز در برآورد دبی رسوبات معلق، توزیع عمقی سرعت است. رابطه عمومی برای محاسبه دبی بار معلق به صورت زیر است:

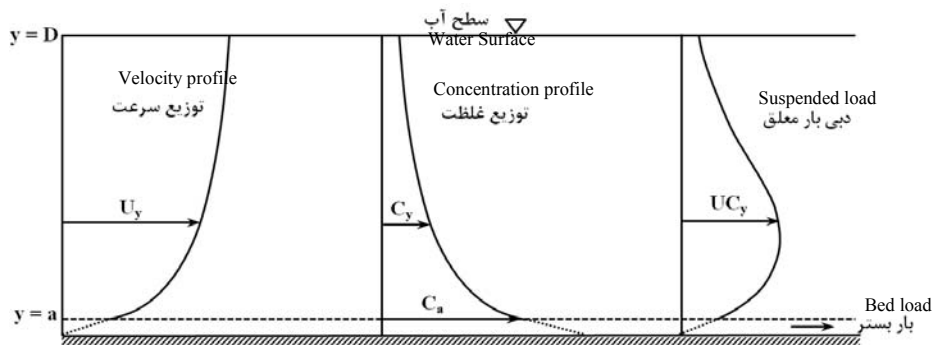
$$q_s = \int_a^D UC dy \quad (1)$$

در این رابطه،  $q_s$  دبی رسوبات معلق،  $a$  ارتفاعی از بستر کانال که از آن ارتفاع به بعد، رسوبات به صورت معلق حرکت می‌کنند (شکل ۱)،  $D$  عمق جریان،  $U$  سرعت جریان در فاصله  $y$  در بالای بستر و  $C$  غلظت رسوبات در این نقطه است. با توجه به این رابطه، آگاهی از توزیع عمقی سرعت در محاسبه دبی بار معلق جریان اهمیت زیادی دارد.

۱ و ۲- دانشجویان دکتری عمران آب، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

\*- نویسنده مسئول: (Email: saeed.khodadoust@yahoo.com)

۳- دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، دانشگاه تهران



شکل ۱- منحنی توزیع سرعت، توزیع غلظت و دبی رسوبات معلق (۱)  
Figure 1- Velocity distribution, sediment distribution, and sediment discharge

تحلیل آماری معرفی خواهد شد.

اولین معادله، قانون توانی توزیع سرعت برای جریان‌های یکنواخت در کانال‌های عریض (قانون توان یک‌هفتم) است که به صورت زیر بیان می‌شود (۱۵):

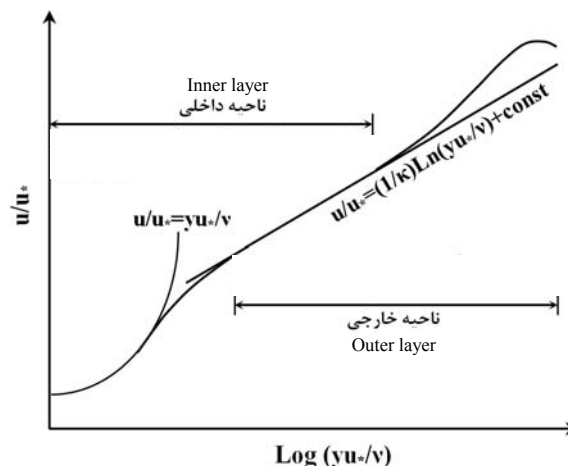
$$\frac{u}{u_{max}} = \left(\frac{y}{h}\right)^{1/m} \quad (2)$$

در این رابطه،  $u$  سرعت جریان در ارتفاع  $y$ ،  $u_{max}$  سرعت حداکثر که به طور معمول در سطح آزاد آب یا کمی پایین‌تر از آن رخ می‌دهد،  $h$  عمق جریان و  $m$  ضریب ثابت است که به طور معمول برابر با ۷ در نظر گرفته می‌شود.

معروف‌ترین رابطه ارائه شده برای برآورد توزیع سرعت، توزیع لگاریتمی است که اولین بار به وسیله ون کارمن معرفی شد. این توزیع به صورت زیر است:

ناحیه داخلی که آشفتگی به طور مستقیم به وسیله بستر تحت تاثیر قرار می‌گیرد و ناحیه بیرونی که جریان فقط به طور غیر مستقیم به وسیله بستر و توسط تنش برشی تحت تاثیر قرار می‌گیرد. ناحیه داخلی خود به سه ناحیه زیرلایه آرام، لایه میانی و لایه همپوشان تقسیم می‌شود. از آنجایی که تغییرات از ناحیه داخلی به ناحیه خارجی تدریجی است، ناحیه همپوشان قسمتی از ناحیه بیرونی نیز محسوب می‌شود. بنابراین ناحیه خارجی از دو ناحیه همپوشان و ناحیه برخاستگی (ناحیه جریان‌های حلقوی یا ویک) تشکیل می‌شود. در شکل ۲ تقسیم‌بندی این نواحی نشان داده شده است (۳).

تاکنون مطالعات زیادی به صورت عددی و آزمایشگاهی در زمینه توزیع سرعت جریان آب صاف و زلال انجام شده است و روابط مختلفی نیز برای این منظور ارائه شده است. در این تحقیق، ابتدا معتبرترین روابط ارائه شده معرفی می‌شوند و پس از بررسی این روابط و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، بهترین رابطه با استفاده از



شکل ۲- نیمرخ توزیع سرعت در کانال‌های باز  
Figure 2- Velocity distribution in open channels

در نواحی نزدیک به لبه لایه مرزی این توزیع از داده‌های آزمایشگاهی فاصله می‌گیرد. با این وجود این رابطه به تقریب در تمام لایه مرزی صفحه تخت متلاطم به کار می‌رود و به دلیل این که شکل توزیع سرعت را به مقدار تنش برشی موضعی مرتبط می‌کند، بسیار مفید است.

یانگ و همکاران (۲۱) با تحلیل معادلات ناویر استوکس رینولدز<sup>۲</sup> و با فرض توزیع سهموی برای لزجت گردابی، توزیع لگاریتمی را اصلاح کردند. آنها به نوعی اثر ابعاد کانال را در توزیع سرعت لحاظ کردند. توزیع لگاریتمی اصلاح شده آنها به صورت زیر است:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + \alpha \ln\left(1 - \frac{y}{h}\right) \right] \quad (5)$$

$$\alpha = 1.3 \exp\left(-\frac{b}{2h}\right) \quad (6)$$

در این رابطه،  $b$  عرض کانال است. به ازای  $\alpha=0$ ، معادله بالا همان توزیع لگاریتمی خواهد بود.

کولز (۸) با بررسی توزیع سرعت باد در یک جریان دوبعدی و اضافه کردن تابعی به نام تابع ویک<sup>۳</sup> به توزیع لگاریتمی سرعت، رابطه زیر را برای برآورد سرعت در هر دو ناحیه داخلی و خارجی توسعه داد. این توزیع به قانون ویک معروف است و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + 2\Pi \sin^2\left(\frac{\pi y}{2h}\right) \right] \quad (7)$$

در این رابطه،  $\Pi$  ضریب کولز یا ضریب ویک است که بر اساس توصیه گو و ژولین (۱۱)، بهتر است با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی برآورد شود، به دلیل اینکه هیچ رابطه معتبری برای محاسبه آن وجود ندارد. از جمله خصوصیات این توزیع این است که فقط در بخش مرکزی کاربردی بوده و در جریان‌هایی که سرعت حداکثر زیر سطح آب رخ می‌دهد، معتبر نیست. در کانال‌های با  $b/h < 5$  به دلیل تنش برشی قوی در نزدیکی جدار و وقوع جریان‌های ثانویه، سرعت حداکثر اغلب زیر سطح آب رخ می‌دهد و در این مورد قانون لگاریتمی و قانون ویک قادر به برآورد دقیق سرعت در نزدیک سطح آزاد در ناحیه خارجی نیستند.

در جریان‌های سه‌بعدی در کانال‌های باز، با وجود جریان‌های ثانویه و در نتیجه وقوع سرعت حداکثر در زیر سطح آب، قانون ویک قادر به برآورد سرعت نیست. با اضافه کردن تابع ویک به قانون لگاریتمی اصلاح شده، معادله زیر ارائه شده است (توزیع لگاریتمی اصلاح شده - ویک):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + C_1 \quad (3)$$

در این رابطه،  $u$  سرعت در عمق  $y$ ،  $u_*$  سرعت برشی،  $\kappa$  ثابت ون کارمن (برای آب صاف برابر ۰/۴۱ است)،  $y_0$  عمقی است که در آن سرعت صفر رخ می‌دهد. در صورت معلوم بودن سرعت حداکثر جریان، توزیع لگاریتمی به صورت زیر نیز نوشته می‌شود:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_{max}}{u_*} + \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad \text{for } y \leq \delta \quad (4)$$

در این رابطه،  $\delta$  ارتفاعی است که در آنجا سرعت حداکثر،  $u_{max}$  رخ می‌دهد. ساده بودن این رابطه و همچنین کم بودن تعداد متغیرهای موجود در آن، از مزایای این توزیع محسوب می‌شود. به همین دلیل بیشتر روابط انتقال رسوبات بر مبنای توزیع لگاریتمی سرعت توسعه یافته‌اند. قانون لگاریتمی برای کل ناحیه داخلی به جز نزدیک بستر کانال معتبر است، اما در ناحیه خارجی از داده‌های آزمایشگاهی منحرف می‌شود. ونونی (۱۶)، اینشتین و شن (۹)، ونونی و نومیکوس (۱۷) و الاتا و آیین (۱۰) به طور آزمایشگاهی نشان دادند که قانون لگاریتمی در کل جریان معتبر است و ادعا کردند که مقدار ثابت ون کارمن با افزایش غلظت رسوبات کاهش می‌یابد. کُلمن (۷) نشان داد که غلظت رسوبات بر مقدار ثابت ون کارمن در ناحیه نزدیک بستر تأثیر نمی‌گذارد. پارکر و کُلمن (۱۳) و کیوفی و گالرانو (۶) از ایده کُلمن حمایت کردند. بنابراین می‌توان این طور نتیجه‌گیری کرد که قانون لگاریتمی در ناحیه داخلی با مقدار ۰/۴ قابل کاربرد است و زمانی که قانون لگاریتمی به ناحیه خارجی بسط داده شود، مقدار ثابت ون کارمن با تعلیق رسوبات کاهش می‌یابد. این نشان می‌دهد که تعلیق رسوبات اثر معناداری بر توزیع سرعت در ناحیه خارجی می‌گذارد. در این مقاله، با در نظر گرفتن مقدار ثابت ون کارمن برابر با ۰/۴ در سراسر عمق جریان، توزیع سرعت تحلیل شده است.

از معایب این توزیع می‌توان به خطای زیاد در برآورد مقادیر سرعت در ناحیه خارجی ( $y/h > 0.2$ ) اشاره کرد، به طوری که در این ناحیه توزیع لگاریتمی به طور قابل توجهی از داده‌های آزمایشگاهی منحرف می‌شود. این انحراف همیشه با اصلاح ثابت ون کارمن یا افزودن ثابت اضافی به قانون لگاریتمی اصلاح نمی‌شود. ونونی ادعا کرد که در کانال‌های عریض ( $b/h > 5$ ) و در خط مرکزی کانال سرعت حداکثر در سطح آب رخ می‌دهد و قانون لگاریتمی می‌تواند در سراسر عمق جریان استفاده شود. اما در کانال‌های باریک ( $b/h < 5$ ) سرعت حداکثر به طور معمول زیر سطح آب اتفاق می‌افتد<sup>۱</sup> و توزیع لگاریتمی فقط در ناحیه داخلی کاربردی خواهد بود.

این توزیع در نواحی بسیار نزدیک به جدار معتبر نیست. همچنین

2 - Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS)

۳ - ویک به جریان‌های حلقوی گفته می‌شود که به طور معمول در ناحیه خارجی رخ می‌دهند.

1 - Dip-Phenomenon

زمانی که سرعت حداکثر در سطح آب رخ دهد،  $\eta=0.5$  است و این مقدار در صورت وقوع سرعت حداکثر در زیر سطح آب کاهش می‌یابد. آنها همچنین نشان دادند که در مرز نواحی داخلی و خارجی، هر دو قانون لگاریتمی و سهموی معتبر هستند و مقدار سرعت در این نقطه منحصر بفرد است.

### مواد و روش‌ها

در این تحقیق به منظور بررسی دقت و صحت هر یک از معادلات و در نتیجه تعیین معادله بهینه از میان معادلاتی مانند توزیع توانی، توزیع لگاریتمی، توزیع لگاریتمی اصلاح شده، توزیع ویک، توزیع لگاریتمی اصلاح شده- ویک، توزیع لگاریتمی- ویک اصلاح شده و توزیع سهموی مورد بررسی انتخاب شده است. در جدول ۱ فهرست معادله‌ها همراه با مرجع مربوط به هر یک آمده است. از معتبرترین داده‌های آزمایشگاهی مربوط به اینشتین (۹)، ونونی (۱۷) و ونگ و کیان (۱۹) استفاده شده است. این داده‌های آزمایشگاهی معتبرترین داده‌های موجود بوده که اغلب محققان از این داده‌ها برای ارزیابی معادلات خود استفاده کرده‌اند. دلیل استفاده از سه سری داده آزمایشگاهی مختلف، واسنجی معادلات با تغییر شرایط آزمایشگاهی مختلف از قبیل تغییر در قطر و جرم مخصوص رسوبات، عرض و عمق جریان و محدوده غلظت رسوبات است. شرایط آزمایش‌های هر یک از این محققان در جدول (۲) به طور خلاصه آورده شده است.

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) + 2\Pi \sin^2\left(\frac{\pi y}{2h}\right) + \alpha \ln\left(1 - \frac{y}{h}\right) \right] \quad (8)$$

گو و ژولین (۱۱) قانون ویک را به صورت زیر اصلاح کردند که به توزیع لگاریتمی- ویک اصلاح شده معروف است:

$$\frac{u}{u_*} = \left[ \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{yu_*}{\nu}\right) + B \right] + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) - \frac{1}{3\kappa} \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (9)$$

کولگان (۱۲) در مقاله خود توزیع سهموی را معرفی کرد و خاطر نشان کرد که این توزیع ابتدا به وسیله بازین و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی پیشنهاد شده است. توزیع سهموی به صورت زیر است:

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = C \left( 1 - \frac{\eta}{\eta_{\text{dip}}} \right)^2 \quad (10)$$

در این رابطه،  $C$  یک ثابت عددی است که با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی تعیین می‌شود،  $\eta$  عمق بدون بعد از بستر  $(y/h)$ ،  $\eta_{\text{dip}} = y_{\max}/h$  که  $y_{\max}$  عمقی است که در آنجا حداکثر سرعت،  $u_{\max}$  رخ می‌دهد. این توزیع در سراسر عمق جریان در کانال‌های باریک ( $b/h \leq 5$ ) و در بخش مرکزی ناحیه خارجی جریان کاربردی است. ودولا و راثو (۱۸) به این نتیجه رسیدند که نقطه‌ای که از آنجا به بعد قانون سهموی کاربردی است، برای جریان‌های حاوی رسوبات معلق در محدوده  $\eta=0.2$  تا  $\eta=0.3$  قرار دارد و نشان دادند که پارامتر  $C$  بستگی به این نقطه تقاطع دارد. سارما و همکاران (۱۴) محدودیت‌ها و ناحیه اعتبار قانون سهموی را بررسی کردند. آن‌ها از بررسی‌های آزمایشگاهی ادعا کردند که حداکثر مقدار نقطه تقاطع،

جدول ۱- خلاصه و جزئیات معادله‌های بررسی شده در این تحقیق

Table 1- Details of equations in this area

Eq No.	شماره معادله	مرجع مربوطه reference	ردیف row	نام محقق researcher
2		Schlikhting (15) اشلیختینگ	1	توزیع توانی Power law
3		Von-karman (-) ون کارمن	2	توزیع لگاریتمی Log law
4		Yang et al (21) یانگ و همکاران	3	توزیع لگاریتمی اصلاح شده modified-Log law
7		Cols (8) کولز	4	توزیع ویک wake law
8		Cols (8) کولز	5	توزیع لگاریتمی اصلاح شده- ویک modified-Log-wake law
9		Gue & Julien (9) گو و ژولین	6	توزیع لگاریتمی- ویک اصلاح شده modified-wake Log law
10		Kolegan (9) کولگان	7	توزیع سهموی Parabolic law

جدول ۲- شرایط آزمایشگاهی داده‌های مورد استفاده

Table 2- Experimental conditions of data used

نام محققان Researcher	نحوه نام‌گذاری آزمایش‌ها Symbol	عرض فلوم Width (m)	$D_{50}$ (mm)	جرم مخصوص رسوبات Sediment density
Einstien (9) اینشتین	SQ	0.307	0.24, 0.94, 1.3	2.65
Vanoni (17) ونونی	RUN	0.85	0.1, 0.133	2.65
Wang & Qian (19) ونگ و کیان	SF	0.3	0.15, 0.266	1.052, 2.65

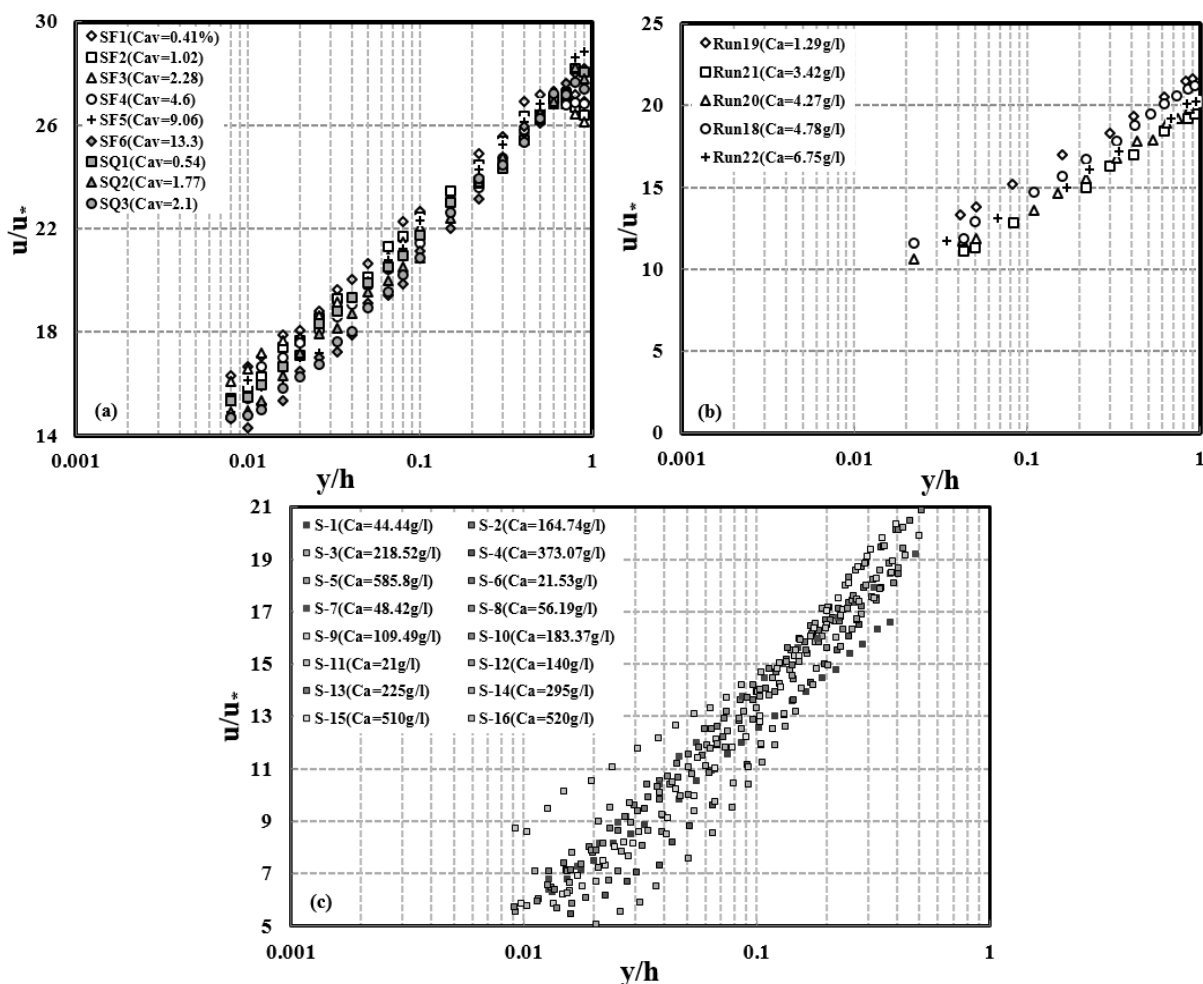
$$R^2 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (O_i^t - \bar{O}_i)(P_i^t - \bar{P}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_i^t - \bar{O}_i)^2 \sum_{i=1}^n (P_i^t - \bar{P}_i)^2}} \right]^2 \quad (13)$$

در این روابط،  $P_i$  مقادیر محاسبه شده،  $O_i$  مقادیر اندازه‌گیری شده،  $n$  تعداد نمونه‌های برداشت شده و  $\bar{O}$  مقدار متوسط اندازه‌گیری شده هستند. مقادیر مثبت و منفی شاخص AE به ترتیب نشان‌دهنده برآورد بیشتر و کمتر از مقدار واقعی است و هرچه مقدار این شاخص کمتر باشد، بیانگر اطمینان‌پذیری معادله است. مقدار RMSE همواره مثبت است و با نزدیک شدن آن به صفر عملکرد رابطه مورد بررسی افزایش می‌یابد. مقدار RMSE خطای برآورد شده را در کل منحنی بیان می‌کند.

به منظور تعیین بهترین معادله، از مهمترین شاخص‌های آماری نظیر خطای متوسط<sup>۱</sup> (AE)، ریشه دوم میانگین مجذور خطاها<sup>۲</sup> (RMSE) و ضریب تعیین ( $R^2$ ) استفاده شده است، که برای محاسبه هر یک از این شاخص‌ها از روابط زیر استفاده شده است:

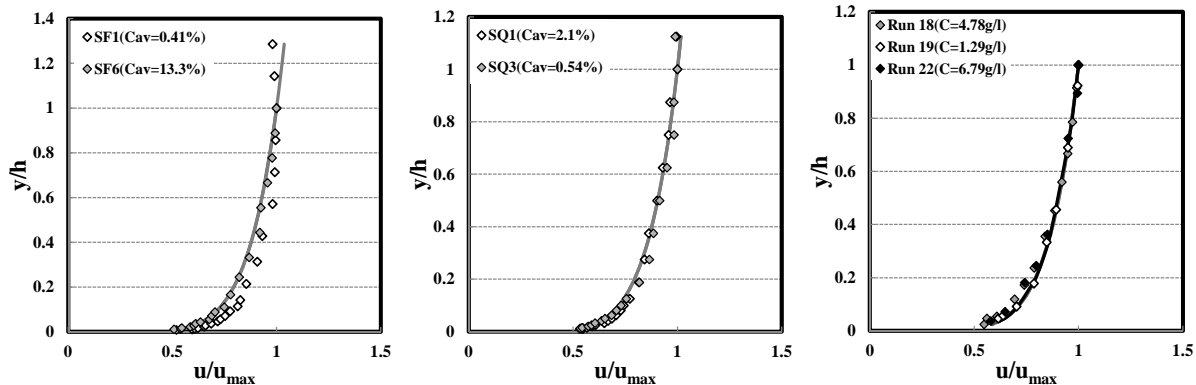
$$AE = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)}{n} \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{n}} \quad (12)$$



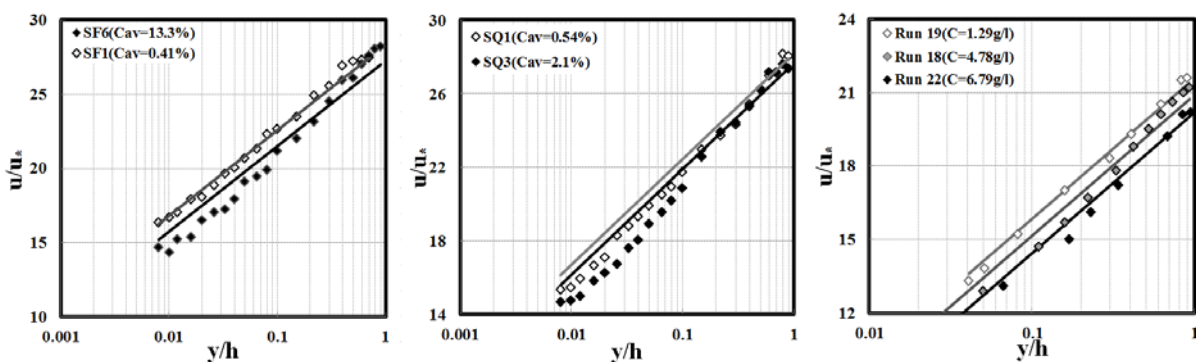
شکل ۳- مقادیر  $u/u^*$  در مقابل  $y/h$  به ازای غلظت‌های مختلف، (a) داده‌های ونگ و کیان (b) داده‌های اینشتین (c) داده‌های اینشتین  
 Figure 3-  $u/u^*$  vs.  $y/h$  for different concentrations (a) Wang and Qian's Data (b) Vanoni's data and (c) Einstein's data

- 1- Average Error
- 2- Root Mean Square Error



شکل ۴- توزیع توانی در مقابل داده‌های آزمایشگاهی

Figure 4- Power law vs. experimental data



شکل ۵- توزیع لگاریتمی در مقابل داده‌های آزمایشگاهی

Figure 5- Log law vs. experimental data

خارجی است.

## نتایج و بحث

در شکل ۶ توزیع لگاریتمی اصلاح شده (معادله ۴) با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است. این توزیع نیز همانند توزیع لگاریتمی عمل می‌کند. با توجه به این که در توزیع لگاریتمی اصلاح شده اثر ابعاد کانال بر توزیع سرعت در نظر گرفته شده است، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که ابعاد کانال بر نتایج اثری ندارد و در کانال‌های عریض و باریک، میزان کاهش سرعت با افزایش غلظت رسوبات به یک اندازه است.

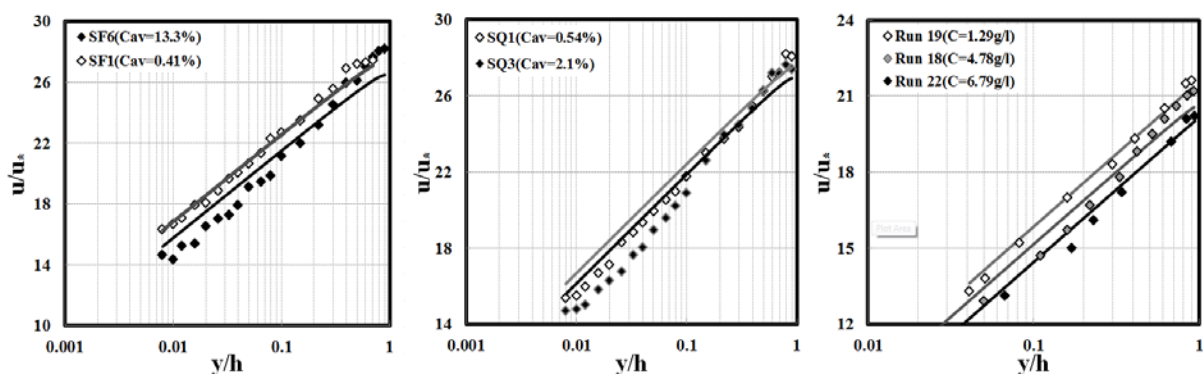
مقایسه توزیع ویک (معادله ۷) با داده‌های آزمایشگاهی در شکل ۷ نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که به ازای غلظت کم رسوب، توزیع ویک به خوبی مقادیر سرعت را برآورد می‌کند و با افزایش غلظت، این توزیع از داده‌های آزمایشگاهی منحرف می‌شود. همچنین این توزیع مقادیر سرعت در نواحی داخلی و خارجی به خوبی برآورد می‌کند.

همچنین در شکل‌های ۸ و ۹ مقادیر محاسبه شده به وسیله توزیع لگاریتمی اصلاح شده- ویک (معادله ۸) و توزیع لگاریتمی- ویک اصلاح شده (معادله ۹) با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند.

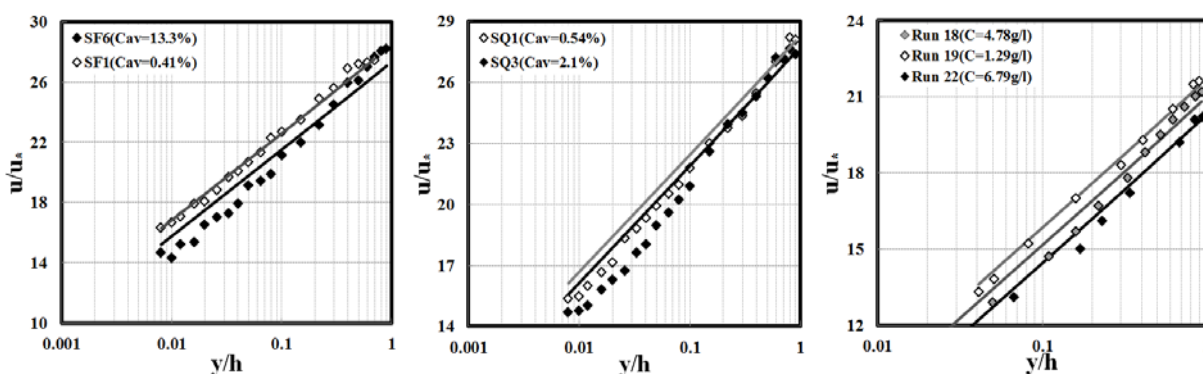
در نمودارهای شکل ۳ مقادیر  $u/u^*$  در مقابل  $y/h$  در مقیاس نیمه‌لگاریتمی رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش غلظت رسوبات معلق، مقدار  $u/u^*$  و در نتیجه سرعت جریان کاهش می‌یابد. در ادامه تمامی معادلات توسعه یافته برای برآورد توزیع سرعت با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند و در نهایت بهترین معادله، که توزیع سرعت جریان حاوی رسوبات معلق را با دقت بیشتری برآورد می‌کند، انتخاب خواهد شد.

در نمودارهای شکل ۴ مقادیر آزمایشگاهی و محاسبه شده به وسیله قانون توانی توزیع سرعت، معادله ۲، با هم مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش غلظت رسوبات، از میزان سرعت در ناحیه داخلی کاسته می‌شود و همچنین در اغلب موارد توزیع توانی به خوبی قادر به برآورد توزیع سرعت در هر دو ناحیه داخلی و خارجی است.

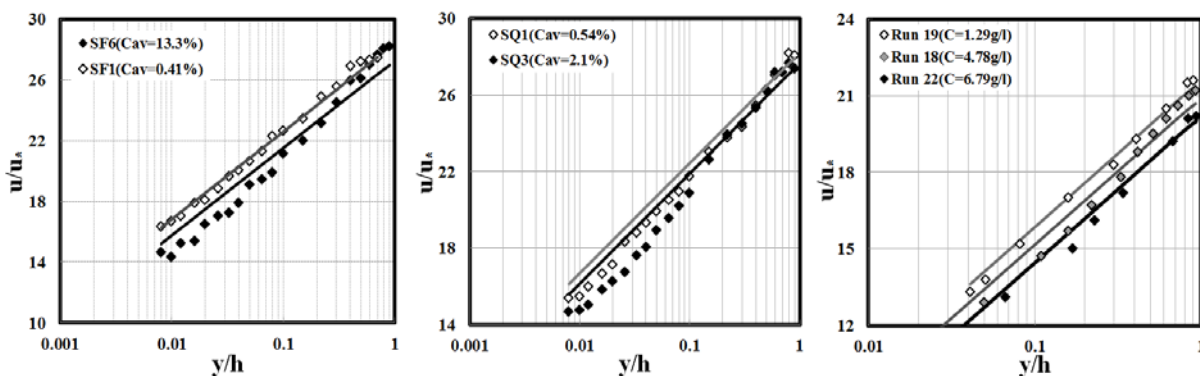
در شکل ۵ توزیع لگاریتمی سرعت (خطوط ممتد) به همراه داده‌های آزمایشگاهی رسم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که حضور رسوبات معلق سبب انحراف توزیع لگاریتمی از داده‌های آزمایشگاهی می‌شود. میزان تغییرات در ناحیه داخلی بیشتر از ناحیه



شکل ۶- توزیع لگاریتمی اصلاح شده در مقابل داده‌های آزمایشگاهی  
Figure 6- Modified log. law vs. experimental data



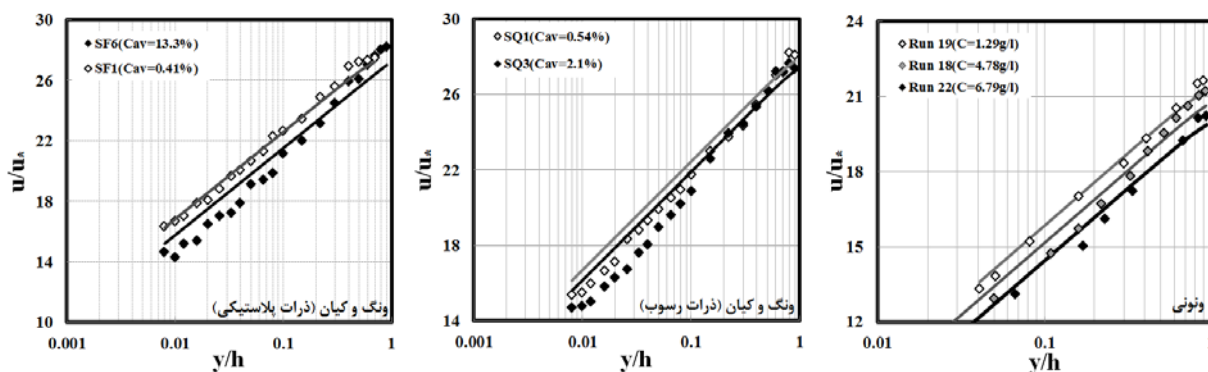
شکل ۷- توزیع ویک در مقابل داده‌های آزمایشگاهی  
Figure 7- Wake law vs. experimental data



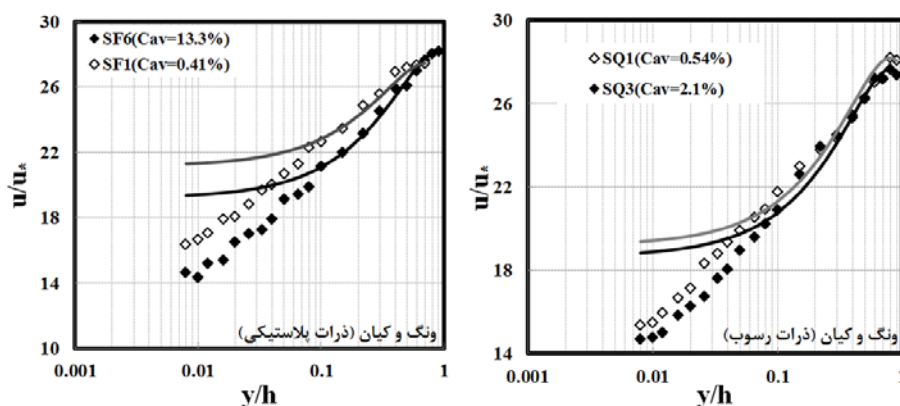
شکل ۸- توزیع لگاریتمی اصلاح شده- ویک در مقابل داده‌های آزمایشگاهی  
Figure 8- Modified log-wake law vs. experimental data

رسوبات معلق، شاخص‌های آماری برای هر یک از معادلات امتیاز محاسبه شد. مقادیر این پارامترها در جدول ۳ ارائه شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، برای کلیه شاخص‌های آماری که مبنای ارزیابی قرار گرفتند، توزیع ویک نسبت به سایر معادلات برتری نسبی دارد.

در شکل ۱۰ مقادیر محاسبه شده سرعت به وسیله توزیع سهموی (معادله ۱۰) در مقابل مقادیر آزمایشگاهی رسم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، این توزیع فقط قادر به برآورد مقادیر سرعت در ناحیه خارجی است و در ناحیه داخلی به طور قابل توجهی از داده‌های آزمایشگاهی منحرف می‌شود. به منظور تعیین بهترین معادله توزیع سرعت در جریان حاوی



شکل ۹- توزیع لگاریتمی-ویک اصلاح شده در مقابل داده‌های آزمایشگاهی  
Figure 9- Log-modified wake law vs. experimental data



شکل ۱۰- توزیع سهموی در مقابل داده‌های آزمایشگاهی  
Figure 10- Parabolic law vs. experimental data

جدول ۳- نتایج ارزیابی معادلات مختلف با استفاده از پارامترهای آماری

Table 3- Results of evaluation of the equations using statistical indices

داده های آزمایشگاهی Experimental data	پارامترهای آماري indices	توزیع لگاریتمی Log law	توزیع لگاریتمی اصلاح شده Mod-Log law	توزیع ویک wake law	توزیع لگاریتمی- ویک اصلاح شده Log-mod wake law	توزیع لگاریتمی اصلاح شده-ویک Mod Log wake law	توزیع سهموی Parab. law
ونونی (۱۹۴۶) Vanoni (1946)	AE	0.268	0.271	0.26	0.299	0.99	-
	RMSE	0.353	0.355	0.349	0.382	0.355	-
	R <sup>2</sup>	0.99	0.99	0.991	0.988	0.274	-
ونگ و کیان ذرات پلاستیکی (۱۹۸۹ و ۱۹۹۲) Wang & Qian (1992, 1989)	AE	0.95	1.025	0.94	0.951	0.956	1.58
	RMSE	1.03	1.12	1.016	1.02	1.034	2.33
	R <sup>2</sup>	0.99	988/0	0.991	0.991	0.99	0.929
ونگ و کیان ذرات رسوب (۱۹۸۹ و ۱۹۹۲) Wang & Qian (1992, 1989)	AE	0.911	968/0	0.905	0.924	0.908	1.356
	RMSE	0.83	107/1	1.077	1.087	1.08	1.975
	R <sup>2</sup>	0.993	992/0	0.993	0.993	0.993	0.927

داخلی و خارجی) به خوبی برآورد می‌کند.

از سوی دیگر توزیع سهموی کم دقت‌ترین معادله بوده و استفاده از آن توصیه نمی‌شود. البته گفتنی است که توزیع سهموی فقط برای ناحیه خارجی و زمانی که سرعت حداکثر در زیر سطح آب رخ می‌دهد، کاربرد دارد. توزیع ویک مقادیر سرعت را در کل عمق جریان (نواحی



## نتیجه گیری کلی

معادلات دارد به طوری که در غلظت‌های کم، این توزیع بر داده‌های آزمایشگاهی منطبق بوده و با افزایش غلظت، میزان انحراف از داده‌ها نسبت به معادلات دیگر کمتر است. بنابراین توصیه می‌شود که در محاسبه دبی بار معلق از این معادله استفاده شود. بر اساس نتایج تحلیل آماری، توزیع سهموی به عنوان کم دقت‌ترین معادله شناخته شد. گفتنی است این معادله تنها قادر به برآورد مقدار سرعت در ناحیه خارجی جریان است. همچنین نتایج نشان داد با توجه به فرض اغلب محققان، در نظر گرفتن مقدار  $k=0.4$  خطای قابل توجهی در محاسبه‌ی توزیع سرعت جریان دارای رسوبات معلق ایجاد نمی‌کند.

در این تحقیق، معتبرترین معادلات توسعه یافته برای محاسبه توزیع سرعت در جریان‌های دارای رسوبات معلق در کانال‌های باز بررسی شد. از جمله معادلات بررسی شده، توزیع توانی، توزیع لگاریتمی، توزیع لگاریتمی اصلاح شده، توزیع ویک (wake)، توزیع لگاریتمی اصلاح شده - ویک، توزیع لگاریتمی - ویک اصلاح شده و توزیع سهموی بودند. برای واسنجی هر یک از این معادلات، از معتبرترین داده‌های آزمایشگاهی استفاده شد. سپس با استفاده از چندین شاخص آماری، بهترین معادله از میان این معادله‌ها انتخاب گردید. نتایج نشان داد که توزیع ویک بیشترین دقت را در میان

## منابع

- 1- Omid M.H, Nasrabadi M. 2012. Seimentation Engineering, University of Tehran Press (translation in Persian language).
- 2- Hosseini S.A., Shamsaie A. 2003. Effects of suspended sediments in flow on the constant coefficient of logarithmic velocity profile. First National Congress on Civil Engineering. Sharif University of Technology.
- 3- Farsadzadeh D., Hoseinzadeh dalir A., Ghorbani M.A., Samadianfard S. 2010. Estimation of the velocity distribution in the open channels with a smooth bed using entropy concept and genetic algorithm. Journal of Soil and Water. 21, No. 3 (in Persian with English abstract).
- 4- Nasrabadi M. 2010. Effect of suspended sediment concentration on characteristics of hydraulic jump in the open channels. Master's thesis in water structures. Department of Irrigation and Reclamation Engineering. Tehran University.
- 5- Chow V.T. 1959. Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill Book Company, New York.
- 6- Cioffi F., and Gallerano F. 1991. Velocity and concentration profiles of solid particles in a channel with movable and erodible bed. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 129, no. 3, p. 387-401.
- 7- Coleman N.L. 1986. Effects of suspended sediment on the open-channel velocity distribution, Water Resources Research, vol. 22, no. 10, p. 1377-1384.
- 8- Coles D. 1956. The law of the wake in the turbulent boundary layer. J. Fluid Mechanics, Vol.1, p. 191-226.
- 9- Einstein H.A., and Chien N. 1955. Effects of heavy sediment concentration near the bed on velocity and sediment distribution, U. S. Army Corps of Engineers, Missouri River Division Rep. No. 8.
- 10- Elata C., and Ippen A.T. 1961. The dynamics of open channel flow with suspensions of neutrally buoyant particles. Technical Report No.45, Hydrodynamics Lab, MIT.
- 11- Guo J, and Julien P.Y. 2008. Application of the Modified Log-Wake Law in Open-Channels. University of Nebraska- Lincoln, Civil Engineering Faculty Publications.
- 12- Keulegan G.H 1938. Laws of turbulent flow in open channels, J. Res., Nat. Bureau of Standards, vol. 21, p. 707-741.
- 13- Parker G., and Coleman N.L. 1986. Simple model of sediment-laden flows, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 112, no. 5, p. 356-375.
- 14- Sarma K.V.N., Prasad B.V.R., and Sarma A.K. 2000. Detailed Study of Binary Law for Open Channels, Journal Hydraulic Engineering, vol. 126, no. 3, p. 210-214.
- 15- Schlichting H. 1979. Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, New York.
- 16- Vanoni V.A., 1946. Transportation of suspended sediment by water, Trans. ASCE, Vol. 111, p. 67-133.
- 17- Vanoni V.A., and Nomicos G.N. 1960. Resistance properties in sediment laden streams, Trans., ASCE, vol. 125, pp. 1140-1175.
- 18- Vedula S., and Rao A.R. 1985. Bed Shear from Velocity Profiles: A New Approach. Journal Hydraulic Engineering, vol. 111, no. 1, p. 131-143.
- 19- Wang X, and Qian N. 1989. Turbulence Characteristics of sediment-laden flow. J. Hydr. eng., Vol. 115, No.6, p. 781-799.
- 20- Wang Z., and Larsen P. 1992. Turbulent Structure of Water and Clay suspensions with Bed Load. J. Hydr. eng., Vol. 120, No.5, p. 577-601.
- 21- Yang S.Q., Tan S.K., and Lim S.Y. 2004, Velocity distribution and dip-phenomenon in smooth uniform open channel flows, J. Hydraulic Engineering, Vol. 130(12), p. 1179-1186.



## Investigation of the Velocity Distribution in Sediment-Laden Flow

S. Khodadoust Siuki<sup>1\*</sup> - M. Nemati<sup>2</sup> - R. Estakhr<sup>3</sup>

Received: 16-12-2013

Accepted: 22-04-2015

**Introduction:** For a velocity profile in turbulent flows, the flow conditions in the vicinity of the wall are described by logarithmic law of the wall. However, it has been extensively verified that the log-law does not apply in the outer region of the boundary layer. For example, in free surface flows, the law of the wall holds only for 20 percent of the flow depth from the wall. Coles (1956) conducted an important advancement and argued that away from the wall, the deviations of the profiles of measured velocity from those obtained from the law of the wall could be explained by another universal law, called the wake-law. Combining both laws (wall and wake), a complete approximation to the time-averaged velocity profile in turbulent flows is then feasible (White, 1991). On the other hand, the fundamental problem of characterizing the mean velocity profile in sediment-laden flows remains unresolved. While existence models have been developed to estimate velocity profile, but there is a lack of generalization in the sediment-laden flows. For several decades, it has been controversial about the effects of suspended sediment on hydraulic characteristics of the flow, including flow resistance and velocity distribution. Fig. 1 shows the variations of velocity distribution due to introduction of the suspended sediment. As it is seen in this Figure, the suspended sediment moves faster than the water in the inner layer; on the other hands, there is a velocity-lag due to the introduction of sediment into the outer layer. Accurate estimate of the rate of sediment loads is important in sediment-laden flow. Because velocity distribution is one of the required parameters to estimate the sediment discharge. Until now, many equations have been introduced by many researchers for estimating the velocity distribution in open channels. Generally, there are two different views about the velocity distribution in sediment-laden flows. The first view suggests that the log-law is also applied in the sediment-laden flows and von Karman constantly decreases with increasing sediment concentration. Such researchers as Vanoni (1946), Einstein and Chen (1955), Elata and Ippen (1961) supported this idea. Another view is that von Karman constantly does not decrease with increasing sediment concentration and velocity distribution deviates from the main region of the flow. Because of these contradictions about the effects of suspended sediments on characteristics of the flow and given the existence of several developed models, this question may be raised whether which one is markedly superior to the others or what model gives accurate results in the sediment-laden flow. No attempt was made to make an exhaustive comparison of the models with available experimental data. The present study evaluates and discusses the performance of seven models, by comparing these with experimental data selected from four sources. Then these equations will be assessed using the experimental data, and the best model will be introduced by means of statistical analysis.

**Materials and Methods:** In this paper, the velocity distribution of sediment-laden flow has been investigated. Such equations as Log-law, modified log-law, wake-law, modified log-wake, log-modified wake, and parabolic law have been studied. The accuracy of each equation has been assessed by using statistical analysis. The mean average error (MAE) is a quantity used to measure how close predictions are to the eventual outcomes. The root-mean-square error (RMSE) is a frequently used measure of the differences between value predicted by a model or an estimator and the values actually observed. Determination coefficient (R<sup>2</sup>) is a number that indicates how well data fit a statistical model. Experiment data related to Wang and Qian (1989), Vanoni (1946), and Coleman (1981) have been used to test the proposed models. In most data sets, the width-depth ratios are less than 5, i.e., the maximum velocity occurs below the water surface. Thus, the boundary layer thickness is defined as the distance from the bed to the maximum velocity position, where the velocity gradient is zero.

**Results and Discussion:** The accuracy of each equation has been assessed using some statistical indices. The results showed that the log-wake velocity distribution in both the inner and outer regions estimated the velocity values with reasonable accuracy (with a relative error of 5%). It is recommended that this equation is used to calculate the suspended sediment discharge. On the other hand, parabolic-law doesn't have a good accuracy and it will cause large errors (with a relative error up to about 15%). In addition logarithmic distributions are only able to estimate accurately the velocity in the inner region. It was also found that in sediment-laden flows, in the

1,2- PhD Students, Department of Technical and Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran

(\* - Corresponding Author Email: saeed.khodadoust@yahoo.com)

3- MSc Graduated University of Tehran

region where  $y/h \geq 0.2$ , the effect of sediment concentration can be neglected as the sediment concentration becomes very low. Therefore, it is more reasonable to look for an equation having acceptable accuracy in the inner layer.

**Keywords:** Log-law, Suspended Sediment Concentration, Suspended Sediment Discharge, Wake-law