

**EXTENDED ABSTRACT**

**Application of Multivariate Approach in the Analysis of Hydrological Phenomena (Case Study: Flood in Boustan Dam Watershed of Golestan Province)**

Z. Afsharypour<sup>1</sup>, A. Bahremand<sup>2</sup> and M. Abdolhosseini<sup>3\*</sup>

- 1- MSc Graduated of Watershed Management, Department of Watershed Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources.
- 2- Associate Prof., Department of Watershed Management, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources.
- 3\* - Corresponding author, Assistant Prof., Department of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources. (*abd.phd@gmail.com*).

Received: 21 October 2017

Revised: 2 June 2018

Accepted: 9 June 2018

**Keywords:** Bivariate Frequency Analysis, Bivariate Return Period, Flood, Copula.

**DOI:** 10.22055/jise.2018.23804.1698.

**Introduction**

Peak, volume, and duration are the main characteristics of a flood. Therefore, in designing hydraulic structures, the frequency analysis of flood should be done considering the multivariate point of view in order to decrease the flood damage. Since the interaction of dependent variables is not considered in the univariate frequency analysis, it can lead to underestimating or overestimating the magnitude of a certain event. Copula is a powerful tool, which has the capability and efficiency required for concurrent analysis of behavior of the variables and the correlation among them. This research emphasizes the necessity of bivariate analysis of flood in designing the hydrological structures and decreasing the flood damage. Therefore, copula functions were used for bivariate frequency analysis of flood (discharge and volume).

**Methodology**

For the purpose of flood frequency analysis, two daily time-series of discharge and volume were extracted based on the annual maximum as the measure of extremeness. In the meantime, 40 years recorded runoff data in Tamer hydrometric station, located in the upstream of Boustan dam, were used. To obtain flood frequency analysis, copula functions were used as the best tool for multivariate analysis. Copula can show the dependency structure between variables in the best way (Sklar, 1959). In this research, the most important functions of copula, including the three families of Archimedean, elliptical, and extreme value were employed. Accordingly, the stages of selecting the most appropriate type of copula are as follows:

- 1- Conducting parameter estimation and goodness of fit test to select the most appropriate marginal distribution and determine the design quantile for different return periods based on the L-moment method.
- 2- Assessing the initial dependency of data using the dependency assessment criteria of Kendall's tau and Spearman's rho that provides useful information on the initial selection of copula.

- 3- Estimating the parameters of the desired copula function using inverse Kendall’s tau, inverse Spearman’s rho and maximum pseudo likelihood methods.
- 4- Performing goodness of fit test to select the most appropriate type of copula function. This stage is the most important part of the multivariate frequency analysis, which is in two forms of numerical and graphic goodness of fit. Numerical tests used in this research are: (1) Coefficients method to compute the value of  $p$  for the statistic of Cramer-von Mises ( $S_n$ ) and (2) Akaike Information Criterion (AIC) and Bayesian Information Criterion (BIC). The lower values of  $S_n$ , AIC, and BIC will show a better fit of the copula on the data, if the value of  $p$  ( $p$  value) is greater than 0.05. Two methods of Monte Carlo simulation were used to delineate the graphical diagram and diagram of the empirical copula.
- 5- Determining the bivariate return periods and design quantile for joint return periods of  $T_{X,Y}^A$  and  $T_{X,Y}^V$ , which were used in this research (Abdolhosseini, 2012; Requena et al., 2013).

**Results and Discussion**

Considering the results of numerical and graphic goodness of fit test, the best fitted copula function on the extreme series of discharge and volume are Frank and t-EV copulas, respectively. Also, the quantile values related to the return periods of 100, 200, 500, and 1000 year were determined independently for both extreme series of discharge and volume. Considering the values of discharge and volume related to the univariate return periods as the threshold limit, bivariate return periods corresponding to these values were determined for both data series using the selected copula. Furthermore, the quantile values of discharge and volume for bivariate return periods were estimated for both series considering the dependency between variables, and the results were presented in Table (1).

**Table 1- Quantile values of different return periods**

Volume extreme criterion		Discharge extreme criterion		Volume quantile (mcm)	Discharge quantile (m <sup>3</sup> /s)	Univariate return period
$T_{X,Y}^V$	$T_{X,Y}^A$	$T_{X,Y}^V$	$T_{X,Y}^A$			
82	126	54	635	38	272	100
164	254	104	2347	50	332	200
412	635	254	13927	72	418	500
824	1270	504	100000	93	486	1000

Results of Table (1) indicate that the values of return periods in the case of “ $T_{X,Y}^V$ ” for both extreme series of discharge and volume are less than the return period in the univariate case. Also, the return period values in the case of “ $T_{X,Y}^A$ ” are more than the return period values in the univariate case. Therefore, coefficient of confidence in the “ $T_{X,Y}^V$ ” case will be more than the univariate case in designing the structures and management of flood control. Designing the structure based on the return period of “ $T_{X,Y}^A$ ” case has a higher risk rather than the univariate return period, but it will be economically more cost effective. This indicates the considerable difference between univariate analysis and multivariate analysis. Also, considering the difference in the results of extreme discharge and volume, it can be concluded that type of the extreme variable can have a considerable effect on the implementation of a project regarding its aim. This means that when the aim of building a construction is controlling the flood (reservoir design), the extreme volume measure can be used; besides, to design the length of the crown of the dam overflow, extreme discharge measure can be considered, which is in agreement with the results of Requena et al. (2013).

## Conclusions

In addition to the peak discharge, flood volume is important in preventing the flood hazards and designing the hydraulic structures. Therefore, flood frequency analysis should be multivariate. Copula functions have a higher accuracy and efficiency than the multivariate distribution functions. Copula functions connect the desired variables and different return periods, and their quantile can be estimated by copula. Therefore, multivariate flood frequency analysis through copula functions provides results based on the extreme discharge and volume measures, which can play a crucial role in improving the design of the dam dimensions and management of flood control.

## Acknowledgment

The results of this paper have been extracted from the master's dissertation entitled "Application of copula functions in determination of the design flood for hydrological design of dam reservoir based on two-dimensional distribution based return periods (Case study: Bustan dam basin)", and thus the support provided by Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources is appreciated. The authors of the article also express their gratitude to the reviewers and the editor of the Journal of Irrigation Science and Engineering.

## References

- 1- Abdolhosseini, M., 2012. *Application of Copula in Multivariate Frequency Analysis of Low-Flows and Assessment of Copula-Based Regression for Analysis of Non-Independent Variables*. PhD Dissertation. Department of Water Engineering Isfahan University of Technology. (In Persian).
- 2- Requena, A., Mediero, I. and Garrote, L., 2013. A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: accounting for reservoir routing in risk estimation. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17(8), pp. 3023-3038.
- 3- Sklar, A., 1959. *Fonction de répartition à n dimensions et leurs marges*. [*Distribution functions, dimensions and margins*]. Publications of the Institute of Statistics, University of Paris, Paris, pp. 229-231. (In French).



© 2020 by the authors. Licensee SCU, Ahvaz, Iran. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



## استفاده از رویکرد چندمتغیره در تحلیل پدیده‌های هیدرولوژیک (مطالعه موردی: پدیده سیلاب در حوزه آبخیز سد بوستان، استان گلستان)

زینب افشاری پور<sup>۱</sup>، عبدالرضا بهره مند<sup>۲</sup> و محمد عبدالحسینی<sup>۳\*</sup>

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه آبخیزداری، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

۲- دانشیار گروه آبخیزداری، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

۳- نویسنده مسئول، استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان abd.phd@gmail.com

پذیرش: ۱۳۹۷/۳/۱۹

بازنگری: ۱۳۹۷/۳/۱۲

دریافت: ۱۳۹۶/۷/۲۹

### چکیده

عدم لحاظ شدن اثر توأم متغیرهای وابسته در تحلیل فراوانی یک رویداد منجر به کم تخمینی یا بیش تخمینی خطر ناشی از رویداد می‌گردد. بنابراین باید در طراحی سازه‌های هیدرولیکی و مدیریت کنترل سیلاب، تحلیل به صورت چندمتغیره صورت گیرد. در این تحقیق به منظور انجام تحلیل فراوانی سیل، دو سری زمانی حداکثر سالانه یکی بر مبنای دبی و دیگری بر مبنای حجم به عنوان معیارهای حدی بودن در مقیاس زمانی روزانه استخراج گردید. بدین منظور یک سری ۴۰ ساله از داده‌های رواناب ثبت شده در ایستگاه هیدرومتری تمر در بالادست سد بوستان مورد استفاده قرار گرفت. هم‌چنین از توابع مفصل به عنوان بهترین ابزار در تحلیل فراوانی چندمتغیره استفاده شد. نتایج نشان داد که مفصل فرانک و t-EV برازش بهتری به ترتیب برای سری‌های دبی و حجم داشتند. سپس براساس تابع مفصل منتخب، برای هر دو سری دبی و حجم، دوره بازگشت‌های دومتغیره، محاسبه گردید و مقادیر دوره بازگشت به دست آمده از توابع مفصل منتخب با دوره بازگشت یکمتغیره مورد مقایسه قرار گرفت. برای رویدادی با مقادیر دبی و حجم به ترتیب برابر  $272 m^3/s$  و  $38 MCM$  در دوره بازگشت ۱۰۰ سال در سری معیار حدی دبی، دوره بازگشت برای حالت توأم «و» ۶۳۵ سال و برای حالت توأم «یا» ۵۴ سال به دست آمد. در نتیجه می‌توان گفت تحلیل چندمتغیره با استفاده از توابع مفصل به واسطه در نظر گرفتن وابستگی بین متغیرها، نسبت به تحلیل یکمتغیره جامع‌تر بوده و عملکرد بهتری دارد.

**کلید واژه‌ها:** تحلیل فراوانی دومتغیره، دوره بازگشت دومتغیره، سیلاب، مفصل.

### مقدمه

یکمتغیره و براساس دبی اوج می‌باشد. با اینکه تحلیل فراوانی سیل بر اساس دبی اوج برای یک دوره بازگشت مشخص به کار گرفته می‌شود، اما روش خیلی دقیقی نیست و نمی‌تواند ارزیابی کاملی از احتمال وقوع واقعی داشته باشد. معمولاً قوانین و روش‌هایی برای طراحی سد بر اساس دوره بازگشت تصویب می‌کنند که در این میان فرانسه دوره بازگشت ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰۰ سال با توجه به توپولوژی سد، اسپانیا دوره بازگشت ۵۰۰ تا ۱۰۰۰۰ سال با توجه به توپولوژی سد و میزان آسیب‌پذیری و اثریش دوره بازگشت ۵۰۰۰ سال را استفاده می‌کنند (Requena et al., 2013). با این حال آن‌ها مشخص نمی‌کنند که این دوره بازگشت براساس دبی اوج، حجم و یا کل هیدروگراف است. علاوه بر این اگر تنها دوره بازگشت یکمتغیره از دبی اوج یا حجم در تحلیل در نظر گرفته شود، باعث دست کم گرفتن یا دست بالا گرفتن خطر مربوط به یک رویداد خاص می‌شود (De Michele et al., 2005). بر این اساس لازم خواهد بود تا تحلیل یکمتغیره دبی اوج سیل به تحلیل چندمتغیره تعمیم داده شده و سایر ویژگی‌ها نیز به همراه دبی اوج برای دوره بازگشت معین برآورد گردد (Mediero et al., 2010). تحلیل فراوانی سیل به صورت چندمتغیره با استفاده از دو روش توزیع‌های آماری

سیلاب سالانه خسارات مالی و جانی بسیاری را در نقاط مختلف دنیا ایجاد می‌کند که همین موضوع پیش‌بینی و کنترل آن را ضروری نموده است. با توجه به اینکه حفاظت کامل در برابر خطر سیلاب امکان‌پذیر نیست، اعمال سیاست‌های جدید، به منظور کاهش آثار تخریبی آن ضروری است. به منظور پیشگیری از خسارات ناشی از وقوع سیلاب، می‌بایست احتمال وقوع و بزرگی سیلاب‌های مهم را برآورد نمود و با بکارگیری روش‌های مناسب و تاسیسات خاص، اثرات سیلاب را کنترل کرد (Mahdavi, 2011). پدیده‌های هیدرولوژیکی از جمله سیلاب دارای چندین متغیر هستند که وقوع آن‌ها به صورت تصادفی می‌باشد. بنابراین برای تحلیل این پدیده‌ها لازم است که از علم آمار و احتمالات استفاده شود. موضوع ارزیابی سیل طرح مدت‌ها است که مورد بحث علمی قرار گرفته است. تعیین دوره بازگشت سیل طراحی به طبیعت پروژه و پیامدهای سیلاب بستگی دارد و براساس معیارهای اقتصادی، تلفات انسانی و عوامل هیدرولوژیکی انجام می‌شود. رایج‌ترین روش برای تعیین سیل طرح استفاده از تحلیل فراوانی سیلاب، به خصوص تحلیل به صورت

برخی از تحقیقات انجام شده در زمینه سیلاب پرداخته می‌شود. برخی از پژوهشگران از توابع مفصل ارشمیدسی مانند فرانک (Frank) (Favre et al., 2004) و کلایتون (Clayton) (Shiau et al., 2006) برای توصیف ساختار وابستگی بین پارامترهای حجم و دبی اوج استفاده کردند. Grimaldi و Serinaldi (2006) با معرفی خانواده مفصل نامتقارن، تحلیل فراوانی چندمتغیره سیلاب با استفاده از مفصل نامتقارن را تشریح نمودند. Requena et al. (2013) از توابع مفصل برای بدست آوردن توزیع مشترک دومتغیره دبی اوج و حجم به منظور تحلیل دوره بازگشت‌های دومتغیره در مخزن سانتیلانا (Santillana) در اسپانیا استفاده کردند. De Michele et al. (2005) با استفاده از تابع مفصل گامبل (Gumbel)، زوج مقادیر دبی و حجم تولید کردند تا حداکثر تراز سطح آب را با استفاده از هیدروگراف تولید شده در زیر تاج سد بررسی کنند. Klein et al. (2010) روشی را برای طبقه‌بندی خطرهای هیدرولوژیکی معرفی کردند. آن‌ها با برآورد احتمال وقوع دبی اوج و حجم با توابع مفصل، حداکثر تراز سطح آب در سد را تخمین زدند و به صورت گرافیکی رابطه بین مقدار دوره بازگشت اولیه و سطح تراز آب را برای هر واقعه سیل تحلیل کردند. در این تحقیق به ضرورت تحلیل دومتغیره سیل که از مخرب‌ترین بلایای طبیعی است، برای طراحی سازه‌های هیدرولوژیکی و کاهش خسارات ناشی از سیل پرداخته شده است. برای این منظور از توابع مفصل جهت تحلیل فراوانی دومتغیره سیل (دبی و حجم) در یک مطالعه موردی با استفاده از دبی‌های ورودی به سد بوستان استفاده شده است.

### مواد و روش‌ها

**منطقه مورد مطالعه** حوزه آبخیز سد بوستان یکی از مهم‌ترین حوزه‌های سیل‌خیز استان گلستان است. این حوزه در شرق استان گلستان قرار داشته و از نظر جغرافیایی بین عرض‌های  $37^{\circ}25'$  تا  $37^{\circ}47'$  شمالی و طول‌های  $55^{\circ}26'$  تا  $56^{\circ}4'$  شرقی واقع شده است. مساحت حوزه مورد مطالعه  $1578/77$  کیلومتر مربع، طول آبراهه اصلی  $88$  کیلومتر و دارای دامنه ارتفاع  $100$  الی  $2100$  متر می‌باشد. برای انجام این تحقیق از  $40$  سال (۱۳۹۲-۱۳۵۳) داده‌های رواناب ثبت شده در ایستگاه هیدرومتری تمر، واقع در بالادست سد بوستان استفاده شد که موقعیت آن در ایران و استان گلستان در شکل (۱) ارائه شده است. تحلیل فراوانی سیلاب در مقیاس زمانی روزانه و بر اساس سری حداکثر سالانه انجام شد که دو سری شامل: ۱- معیار حدی دبی؛ در این حالت برای هر سال یک واقعه سیل با توجه به معیار حدی دبی انتخاب شده و دو مؤلفه‌ی دبی اوج و حجم سیل متناظر با آن استخراج گردید. ۲- معیار حدی حجم؛ در این حالت برای هر سال، یک واقعه سیل با توجه به اینکه معیار حدی حجم باشد انتخاب شد و دو مؤلفه‌ی حجم ماکزیمم و دبی سیل متناظر با آن استخراج گردید.

چندمتغیره کلاسیک و توابع مفصل انجام می‌شود. تحلیل فراوانی سیل با استفاده از توزیع‌های آماری کلاسیک دارای محدودیت‌های جدی از جمله، استفاده از توزیع حاشیه‌ای یکسان برای دو متغیر مورد نظر (دبی اوج و حجم) می‌باشد. به این معنی که با استفاده از این روش‌ها نمی‌توان دو متغیر وابسته که از توزیع‌های مختلف (مثلاً یکی نرمال و دیگری ویول) پیروی می‌کنند را مدل‌سازی نمود. افزایش تعداد متغیرها در این نوع از توزیع‌ها بر پیچیدگی محاسبات ریاضی می‌افزاید تا جایی که جداسازی رفتار حاشیه‌ای و توأم متغیرها را دشوار خواهد ساخت. هم‌چنین در روش‌های چندمتغیره کلاسیک باید وابستگی بین متغیرها به صورت خطی باشد. بنابراین اشکالاتی به وجود می‌آید که نمی‌تواند با ساختار وابستگی بین متغیرها مطابقت داشته باشد. اما استفاده از توابع مفصل راهکار مناسبی برای رفع این محدودیت‌ها می‌باشد. به طور کلی وجود ویژگی‌های زیر در توابع مفصل استفاده از آن‌ها را به روشی مؤثر در تحلیل وقایع هیدرولوژیکی تبدیل کرده است (Abdolhosseini, 2012): ۱- توانایی در مدل‌سازی متغیرهایی با رفتار غیر نرمال، ۲- عدم نیاز به فرض استقلال آماری به عنوان پیش‌نیاز، ۳- حفظ روش‌های تحلیل یک‌متغیره‌ی موجود به دلیل عملکرد موازی توابع مفصل، ۴- وجود چالش‌های ریاضی کمتر در این روش نسبت به روش‌های آماری چندمتغیره‌ی موجود، ۵- تسهیل تولید بردارهای مصنوعی با توزیع حاشیه‌ای و ساختار وابستگی مشخص.

بر این اساس انتظار می‌رود تا توابع مفصل به تدریج در آینده نقش مهم‌تری در مطالعات هیدرولوژی داشته باشند. Sklar (1959) در پاسخ به پرسش مطرح شده توسط فرچت (Frechet) نظریه مفصل را معرفی کرده و تئوری اولیه‌ی آن را که اکنون به نام خودش خوانده می‌شود اثبات نمود (Abdolhosseini, 2012). سپس این توابع در تحقیقات فراوانی از علم آمار و احتمالات مورد استفاده قرار گرفتند. در دهه هشتاد میلادی استفاده کاربردی از این توابع در علم اقتصاد و محاسبات مالی شروع شد (Bahremand et al., 2015). اما استفاده از این توابع در علم هیدرولوژی و منابع آب نسبتاً جدید است. این توابع برای اولین بار توسط Salvadori و De Michele (2003) در تحلیل بارندگی مورد استفاده قرار گرفتند و سپس در زمینه‌های دیگری مانند تحلیل خشکسالی (Shiau et al., 2007) و تحلیل فراوانی سیلاب (Favre et al., 2004) به کار گرفته شدند. مروری بر کاربرد این توابع در هیدرولوژی آماری توسط Bahremand et al. (2015) انجام شد. ایشان به بررسی و شناخت الگوریتم‌های محاسباتی، پارامترها و شکل توزیع توابع مفصل پرکاربرد ارشمیدسی و جایگاه آنها در هیدرولوژی استوکاستیک (Stochastic) پرداختند. از آنجاکه در سال‌های اخیر تحقیقات متعددی بر روی کاربرد این توابع در هیدرولوژی انجام شده است و این مطالعه مجال بررسی همه این منابع را ندارد، در ادامه به بررسی

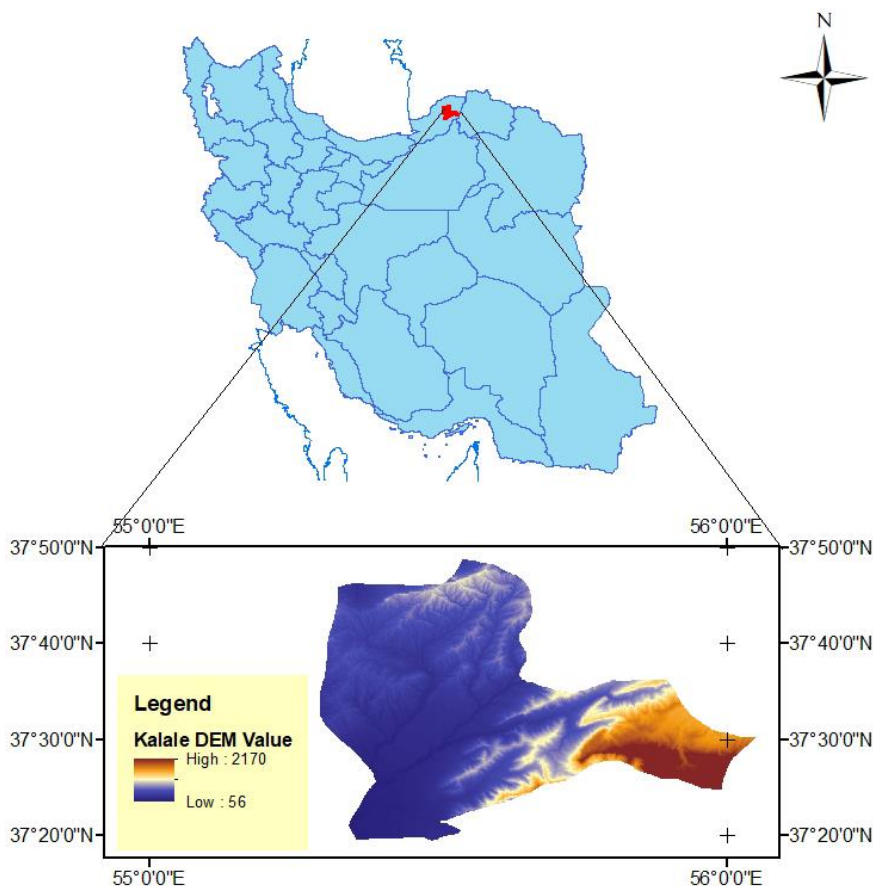


Fig. 1- The study area

شکل ۱- موقعیت منطقه مورد مطالعه

در این تحقیق از مهم‌ترین توابع مفصل سه خانواده ارشمیدسی، بیضوی و مقادیر حدی استفاده شده است که به شرح زیر می‌باشند:

- خانواده ارشمیدسی (Archimedean): مفصل ارشمیدسی دسته‌ای از مدل‌های متنوع را هم از نظر ماهیت و هم قدرت ارتباط بین متغیرها ارائه می‌کند. این توابع به راحتی ساخته شده و خصوصیات مناسبی دارند که باعث می‌شود در تحلیل‌های هیدرولوژیک کاربرد زیادی داشته باشند (Nelsen, 2006). مهم‌ترین توابع این خانواده که در این تحقیق هم مورد استفاده قرار گرفته‌اند شامل مفصل‌های فرانک (Frank)، کلایتون (Clayton) و گامبل-هوگارد (Gumbel - Hougaard) است.
- خانواده بیضوی (Elliptical): در این نوع از مفصل‌ها، تمامی توزیع‌های حاشیه‌ای دارای توزیع بیضوی بوده و نیز به صورت بیضوی توزیع می‌شوند. یک مفصل منحصر بفرد مربوط به توزیع بیضوی، مفصل بیضوی نامیده می‌شود (Salvadori and De Michele, 2007) که مفصل‌های تی و نرمال را شامل می‌شود.
- خانواده مقادیر حدی (Extreme Value): مفصل مقادیر حدی در زمینه‌های مختلفی چون سرمایه‌گذاری، بیمه، علوم محیطی و

### توابع مفصل

توابع مفصل، ابزار مناسبی در مدل‌سازی همبستگی متغیرهای تصادفی وابسته می‌باشند. فرض کنید  $H$  یک تابع توزیع توأم با توابع توزیع حاشیه‌ای  $F$  و  $G$  باشد، در این صورت تابع مفصل  $C$  وجود دارد به طوری که برای هر  $x, y \in R$   $H(x, y) = C(F(x), G(y))$ ، اگر  $F$  و  $G$  پیوسته باشند، آنگاه  $C$  یکتاست در غیر این صورت  $C$  به طور یکتا بر روی  $RangeF \times RangeG$  تعیین می‌شود. برعکس اگر  $C$  تابع مفصل باشد و  $F$  و  $G$  توابع توزیع حاشیه‌ای باشند در این صورت تابع  $H$  که در عبارت بالا تعریف شد یک تابع توزیع توأم با توزیع‌های حاشیه‌ای  $F$  و  $G$  است. بنابراین تابع مفصل  $C$ ، مربوط به تابع توزیع توأم  $H$  را می‌توان به صورت  $C(u, v) = H(F^{-1}(u), G^{-1}(v))$  بدست آورد (Joe, 1997).

### انواع توابع مفصل

برای شناسایی تابع مفصل به بهترین وجه با توجه به مشاهدات لازم است چند خانواده از این توابع وجود داشته باشد. مفصلی مناسب است که به بهترین شکل ساختار وابستگی بین متغیرها را نشان دهد.

خطا، نمودار مقادیر احتمال (P-P) و نمودار مقادیر کوانتایل (Q-Q) می‌باشد (Abdolhosseini, 2012). از گام سوم تا پنجم، مربوط به انتخاب تابع مفصل می‌باشد. گام سوم که ارزیابی اولیه وابستگی بین داده‌ها با استفاده از معیارهای همبستگی تاو کندال و رتو اسپیرمن است می‌تواند اطلاعات مفیدی را در انتخاب اولیه خانواده مفصل مناسب در اختیار گذارد. در گام چهارم، پارامتر مربوط به تابع مفصل با استفاده از هر کدام از روش‌های عکس تاو کندال (Kendall's tau)، عکس رتو اسپیرمن (Spearman's rho) و روش حداکثر شبه‌درست‌نمایی (Maximum pseudo-likelihood) برآورد می‌شود. این روش‌ها مبتنی بر رتبه هستند که در آنها، تخمین پارامتر تابع مفصل به طور مستقل از تابع توزیع حاشیه‌ای انجام می‌شود چرا که اگر توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرها به‌درستی انتخاب نشده باشد ارب شدید در تخمین پارامتر تابع مفصل ایجاد می‌شود (Cherubini et al., 2004). مهم‌ترین بخش تحلیل فراوانی چندمتغیره، انتخاب بهترین نوع مفصل با استفاده از آزمون‌های نیکویی برازش عددی و گرافیکی (گام پنجم) است. از جمله آزمون‌های عددی مورد استفاده در این تحقیق عبارت است از:

۱- روش ضرایب در محاسبه مقدار  $P$  برای آماره کرامر-ون مایسس ( $S_n$ ): استفاده از این روش به جای استفاده از روش بوتسترپ پارامتری در محاسبه مقدار  $P$ ، باعث کاهش زمان انجام محاسبات می‌شود و از دقت و کارایی بالایی برخوردار می‌باشد و به‌صورت زیر ارائه می‌گردد (Kojadinovich and Yan, 2009):

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left\{ c_n \left( \frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) - C_{\theta_n} \left( \frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\}^2 \quad (1)$$

که در آن  $C_n$  مفصل تجربی،  $C_{\theta_n}$  تخمینی از تابع مفصل  $C$  و  $\theta_n$  تخمینی از  $\theta$  با استفاده از روش‌های تخمین پارامتر می‌باشد.

۲- معیار اطلاعات آکائیک (AIC) و معیار اطلاعات بیزی (BIC): معیار اطلاعات آکائیک و معیار اطلاعات بیزی به عنوان معیار نیکویی برازش توابع مفصل بر داده‌های مشاهداتی مورد استفاده قرار گرفته‌اند و با استفاده از روابط زیر تعیین می‌شوند (Akaike, 1974):

$$AIC = N \log(MSE) + 2(p) \quad (2)$$

$$BIC = [N \log(MSE) + (p) \times \log(N)] \quad (3)$$

که  $P$  تعداد پارامترهای برازش داده شده،  $MSE$  میانگین مربعات خطا و  $N$  تعداد مشاهدات است. از شبیه‌سازی مونت کارلو (Monte Carlo) برای ایجاد ابزار گرافیکی استفاده می‌شود. در این روش، ۱۰,۰۰۰ نمونه تصادفی با توجه به مفصل مورد نظر تولید می‌شود و سپس به همراه داده‌های مشاهداتی بر روی یک نمودار ترسیم

پیشامدهای توأم حدی نقش به‌سزایی دارند. به‌عنوان مثال سیل زمانی رخ می‌دهد که سطح آب ساکن و موج از حدی تجاوز کند. بنابراین برآورد احتمال وقوع سیل نیازمند معلوم بودن توزیع توأم در نقاط حداکثری است. توابع این خانواده مشتمل بر هاسلر-ریس (Husler-Reiss)، گالامبوس (Galambos) و t-EV است. مفصل تی، دسته‌ای از مفصل‌های بیضوی است اما Demarta و McNeil (2005) دریافتند که این نوع مفصل‌ها دارای قدرت انطباق با مقادیر حدی هم می‌باشند. بنابراین مفصل t-EV را برای این خانواده معرفی کردند (لازم به ذکر است که مفصل گامبل-هوگارد، جزء این دسته از توابع مفصل نیز محسوب می‌شود).

### انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

انتخاب تابع مفصل مناسب شامل دو مرحله، انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی برای متغیرهای حاشیه‌ای و انتخاب بهترین تابع مفصل از میان خانواده‌های موجود می‌شود. بر همین اساس در این تحقیق مراحل انتخاب مناسب‌ترین نوع مفصل معرفی می‌شود که به شرح زیر است:

- ۱- تخمین پارامتر توابع توزیع حاشیه‌ای
- ۲- آزمون نیکویی برازش جهت انتخاب مناسب‌ترین توزیع حاشیه‌ای و تعیین کوانتایل طراحی برای دوره بازگشت‌های مختلف براساس توزیع منتخب
- ۳- ارزیابی وابستگی داده‌ها با استفاده از معیارهای سنجش وابستگی
- ۴- تخمین پارامتر توابع مفصل مورد نظر
- ۵- آزمون نیکویی برازش برای انتخاب مناسب‌ترین نوع تابع
- ۶- تعیین دوره بازگشت‌های دومتغیره و کوانتایل طراحی

گام اول و دوم مربوط به انتخاب توزیع حاشیه‌ای برای هر کدام از متغیرهای دبی و حجم است. برای اینکه تغییرات یک متغیر تصادفی به درستی توسط توزیع مورد نظر بیان شود، باید تخمین پارامتر توزیع به خوبی انجام شود و تنها در این صورت است که می‌توان کوانتایل‌های مورد نظر را با استفاده از مدل برازش داده شده تعیین نمود. در این تحقیق از روش گشتاورهای خطی برای تخمین پارامتر توابع توزیع و انتخاب مناسب‌ترین توزیع استفاده شده است. گشتاورهای خطی ترکیبات خطی از آماره‌های ترتیبی هستند که به داده‌های پرت حساس نبوده و برای نمونه‌های کوچک از داده‌های مشاهداتی، ناریب هستند. لذا کاربرد آنها برای تحلیل فراوانی مناسب است (Hosking and Wallis, 1993). آزمون نیکویی برازش نیز به دو صورت عددی و گرافیکی انجام می‌شود که از تلفیق این دو روش می‌توان بهترین تابع برازش یافته بر هر کدام از متغیرها را تعیین نمود. آزمون‌های عددی شامل ضریب نش-سانکلیف، معیار اطلاعات آکائیک و مقدار  $P$  آزمون کلموگروف - اسمیرنوف و ابزارهای گرافیکی شامل نمودار تابع توزیع تجربی، نمودار مقادیر

## نتایج و بحث

با توجه به نتایج حاصل از تخمین پارامتر و آزمون نیکویی برازش به دو صورت عددی و گرافیکی، بهترین نوع توزیع برازش داده شده بر هر کدام از متغیرهای دبی و حجم در سری‌های مربوطه تعیین گردید که نتایج حاصل از نیکویی برازش آن‌ها در جدول (۱) آورده شده است. با توجه به جدول (۱) هر چه مقدار  $P$  آزمون کلموگروف-اسمرینف ( $KS$ ) و ضریب نش-ساتکلیف ( $NS$ ) به یک نزدیکتر باشد و همچنین معیار اطلاعات آکائیک از مقدار کمتری برخوردار باشد، آن توزیع برازش بهتری را بر داده‌های مورد نظر دارد. با توجه به جدول (۲) بین دو متغیر دبی و حجم در هر دو سری معیار حدی دبی و معیار حدی حجم مقدار همبستگی با توجه به معیارهای تاو کندال و رتو اسپیرمن نزدیک به یک می‌باشد که این امر نشان‌دهنده وابستگی زیاد بین متغیرهای دبی و حجم است. بر این اساس می‌توان گفت که مفصل مناسب برای هر دو سری می‌تواند از خانواده ارشمیدسی یا مقادیر حدی باشد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد برای انجام آزمون نیکویی برازش به صورت عددی از آماره کرامر-ون مایسس ( $S_n$ )، معیار اطلاعات آکائیک، معیار اطلاعات بیزی و مقدار  $P$  متناظر با آماره  $S_n$  استفاده شد. هر چقدر مقدار آماره  $S_n$ ، معیار آکائیک و معیار بیزی کمتر باشد در صورتی که مقدار  $P$  بالای  $0.05$  باشد، نشان‌دهنده برازش بهتر آن مفصل بر داده‌های مورد نظر می‌باشد که نتایج حاصل از تخمین پارامتر و آزمون نیکویی برازش در جداول (۳) و (۴) آورده شده است.

می‌گردد. روش دیگر استفاده از نمودار مفصل تجربی است. در این روش مقادیر مربوط به مفصل تجربی و مقادیر مربوط به مفصل مورد نظر بر روی یک نمودار رسم می‌شود. بعد از انتخاب بهترین مفصل می‌توان دوره بازگشت‌های دومتغیره و مقادیر کوانتایل طراحی را با استفاده از مفصل منتخب برآورد نمود. در این تحقیق از دوره بازگشت توأم  $T_{X,Y}^A$  که به آن دوره بازگشت «و» می‌گویند و دوره بازگشت توأم  $T_{X,Y}^V$  که به آن دوره بازگشت «یا» می‌گویند استفاده شده است که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$T_{X,Y}^A = \frac{\mu}{P(X>x \wedge Y>y)} = \frac{\mu}{1-F(x)-G(y)+C(F(x),G(y))} \quad (4)$$

$$T_{X,Y}^V = \frac{\mu}{P(X>x \vee Y>y)} = \frac{\mu}{1-C(F(x),G(y))} \quad (5)$$

در این روابط،  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی،  $x$  و  $y$  مقادیر حد آستانه برای دو متغیر حاشیه‌ای،  $F(x)$  و  $G(y)$  مقادیر توزیع حاشیه‌ای،  $C(F(x), G(y))$  مفصل منتخب و  $\mu$  به معنی فاصله زمانی بین دو رویداد است که برای رویدادهای حداکثر سالانه برابر یک است (Requena et al, 2013).

لازم به ذکر است که تمامی مراحل مربوط به انتخاب نوع مفصل و تعیین دوره بازگشت‌های یک‌متغیره و دومتغیره با استفاده از برنامه‌نویسی در محیط  $R$  انجام شده است.

جدول ۱- نتایج آزمون نیکویی برازش توابع توزیع حاشیه‌ای منتخب

Table 1- The results of goodness of fit test of selected marginal distribution functions

Extreme Criteria	Marginal Variable	P-value of KS test	NS coefficient	AIC	Selected Distribution
	Peak Discharge	0.92	0.96	3.80	Weibull (3P)
	Volume	0.90	0.94	7.61	Log-Normal (3P)
	Peak Discharge	0.95	0.97	9.52	GEV
	Volume	0.89	0.95	5.41	Log-Normal (3P)

جدول ۲- مقادیر همبستگی بین پارامترهای دبی و حجم

Table 2- The correlation values between discharge and volume parameters

Correlation statistic	Discharge extreme criteria	Volume extreme criteria
Kendal's tau ( $\tau_k$ )	0.8094	0.6923
Spearman's rho ( $\rho_s$ )	0.9328	0.8260



جدول ۳- مقادیر نیکویی برازش سری‌های دبی و حجم (معیار حدی دبی)

**Table 3- The goodness of fit values of peak discharge and volume series (discharge extreme criterion)**

Copula Function	Estimated parameter of copula function			Goodness of fit test value			
	Inverse $\tau_k$	Inverse $\rho_s$	Maximum pseudo-likelihood	AIC	BIC	S <sub>n</sub>	P-value
Gumbel	5.2702	4.5984	3.9670	-65.6078	-63.9189	0.0374	0.0234
Frank	19.2827	15.4590	18.6153	<u>-81.4115</u>	<u>-79.7226</u>	<u>0.0160</u>	<u>0.1663</u>
Clayton	8.5405	7.3569	5.4707	-75.7356	-74.0467	0.0468	0.0434
Galambos	4.5609	3.8692	3.2511	-63.9470	-62.2581	0.0377	0.0404
Husler-Reiss	5.5401	4.6841	2.7823	-49.3030	-47.6141	0.0884	0.0164
t-EV	0.9864	0.9821	0.9824	-72.1323	-70.4434	0.0248	0.2442
Normal	0.9559	0.9386	0.9160	-65.5259	-63.8371	0.0401	0.0474
t	0.9559	0.9386	0.9455	-81.1169	-79.4281	0.0230	0.0434

جدول ۴- مقادیر نیکویی برازش سری‌های دبی و حجم ماکزیمم (معیار حدی حجم)

**Table 4- The goodness of fit values of discharge and maximum volume series (volume extreme criterion)**

Copula Function	Estimated parameter of copula function			Goodness of fit test value			
	Inverse $\tau_k$	Inverse $\rho_s$	Maximum pseudo-likelihood	AIC	BIC	S <sub>n</sub>	P-value
Gumbel	3.25	2.7795	3.3691	-55.448	-53.7591	0.0247	0.1453
Frank	11.0681	8.6857	11.2150	-49.2606	-47.5717	0.03152	0.0694
Clayton	4.5	3.5999	1.9408	-24.4481	-22.7592	0.1607	-0.0005
Galambos	2.5398	2.0619	2.6603	-54.4104	-52.7215	0.0248	0.1723
Husler-Reiss	3.2453	2.6728	2.8744	-48.3288	-46.64	0.0365	0.0704
t-EV	0.9604	0.9442	0.9680	<u>-57.6294</u>	<u>-55.9405</u>	<u>0.0217</u>	<u>0.5049</u>
Normal	0.8854	0.8383	0.8235	-38.4286	-36.7397	0.0589	0.0104
t	0.8854	0.8383	0.8843	-54.9535	-53.2646	0.0335	0.0444

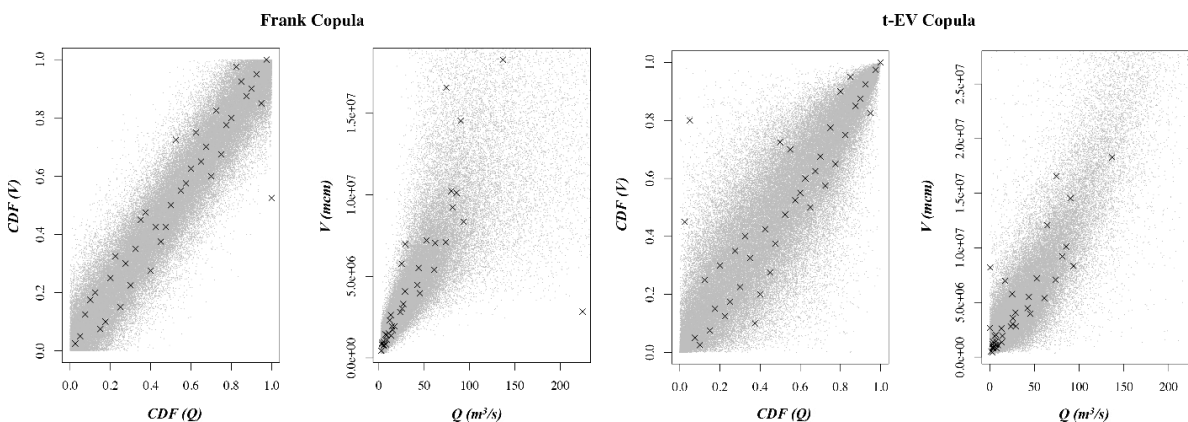


Fig. 2- The graph of simulated values for t-EV copula (right) and Frank copula (left)

شکل ۲- نمودار مقادیر شبیه‌سازی مربوط به مفصل t-EV (سمت راست) و فرانک (سمت چپ)

تجربی داشته باشند. با تحلیل نمودارها و مقادیر آماره به دست آمده از آزمون‌های نیکویی برازش، مناسب‌ترین تابع مفصل برای سری معیار حدی دبی، مفصل فرانک و برای سری معیار حدی حجم، مفصل  $t$ -EV است. بعد از انتخاب تابع مفصل مناسب برای هر دو سری، مقادیر کوانتایل مربوط به دوره بازگشت‌های مختلف برای متغیرهای دبی و حجم به صورت مستقل برای هر دو سری معیار حدی حجم و دبی تعیین شد. در این تحقیق با در نظر گرفتن مقادیر دبی و حجم مربوط به دوره بازگشت‌های یک‌متغیره به عنوان حد آستانه، دوره بازگشت‌های دومتغیره متناظر با این مقادیر با توجه به مفصل منتخب برای هر دو سری تعیین گردید که در جدول (۵) آورده شده است. نمودارهای دوره بازگشت دومتغیره «یا» و «و» نیز برای هر دو سری معیار حدی دبی و حجم در شکل‌های (۴) و (۵) ارائه شده است که با توجه به آنها، امکان قرائت مقادیر مختلف متغیرهای دبی و حجم در دوره بازگشت‌های مختلف فراهم شده است. به علاوه، اثر اوج گرفتن ناگهانی رویه‌ها به صورت نزدیک شدن خطوط دوره بازگشت در دوره بازگشت‌های بالاتر دیده می‌شود.

با توجه به آزمون نیکویی برازش عددی، مفصل فرانک برای سری معیار حدی دبی و مفصل  $t$ -EV برای سری معیار حدی حجم برازش بهتری را نشان داده است. اما تأیید نهایی انتخاب مناسب‌ترین نوع مفصل با استفاده از ابزارهای گرافیکی صورت می‌گیرد. برای جلوگیری از ارائه حجم زیاد تصاویر، در اینجا به ارائه نمودارهای مربوط به شبیه‌سازی مونت کارلو و نمودار مفصل تجربی مربوط به مفصل فرانک سری معیار حدی دبی و مفصل  $t$ -EV مربوط به سری معیار حدی حجم بسنده می‌شود. همانطور که در شکل (۲) مشاهده می‌گردد، نقاط  $\times$  نشان‌دهنده داده‌های مشاهداتی و هاله ابرمانند، نشان‌دهنده نقاط شبیه‌سازی شده است. همچنین مقادیر احتمال تجمعی تجربی داده‌ها به همراه مقادیر احتمال تجمعی  $10,000$  نقطه شبیه‌سازی شده به روش مونت کارلو با مفصل‌های منتخب بر روی نمودار ترسیم شده‌اند که در سمت چپ این شکل‌ها آورده شده است. در شکل (۳) که مربوط به مفصل تجربی است، نزدیک‌تر بودن نقاط به خط  $1:1$  (درجه  $45$ ) باشند نشان‌دهنده برازش بهتر آن مفصل بر داده‌ها خواهد بود. بر این اساس مفصلی مناسب است که مقادیر آن کمترین اختلاف را با مقادیر حاصل از مفصل

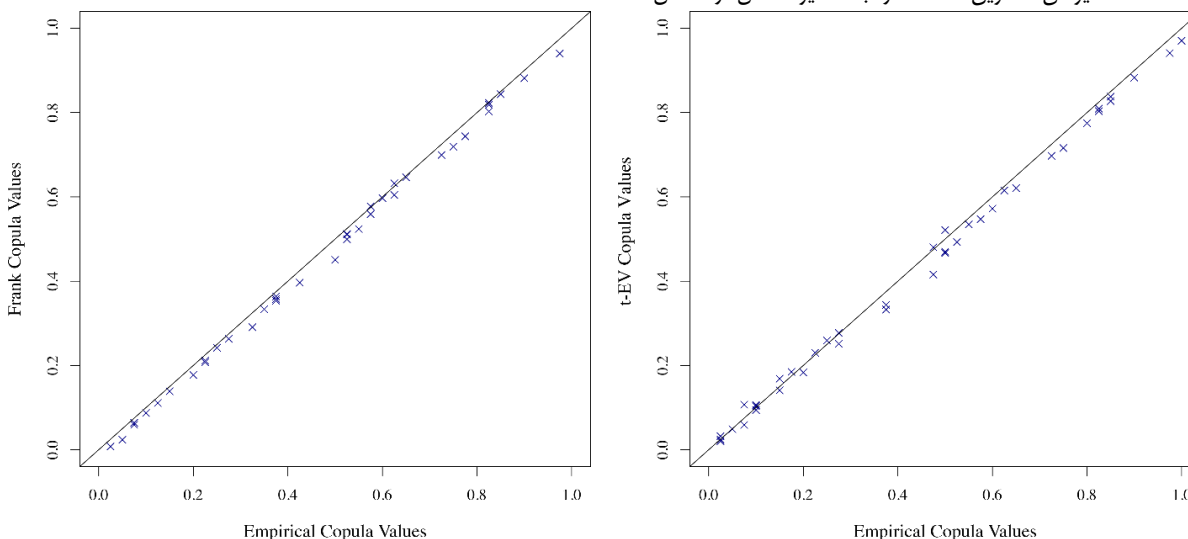


Fig. 3- The graph of simulated values for  $t$ -EV copula (right) and Frank copula (left)

شکل ۳- نمودار مقایسه مفصل تجربی با مفصل‌های  $t$ -EV (سمت راست) و فرانک (سمت چپ)

جدول ۵- مقادیر دوره بازگشت‌های مختلف و مقادیر کوانتایل مربوط به آنها

Table 4- The goodness of fit values of discharge and maximum volume series (volume extreme criterion)

Univariate Return Period	Discharge quantile value ( $m^3/s$ )	Volume quantile value (MCM)	Discharge extreme criterion (Frank copula)		Volume extreme criterion ( $t$ -EV copula)	
			and	or	and	or
100	272	38	635	54	126	82
200	332	50	2347	104	254	164
500	418	72	13927	254	635	412
1000	486	93	100000	504	1270	824

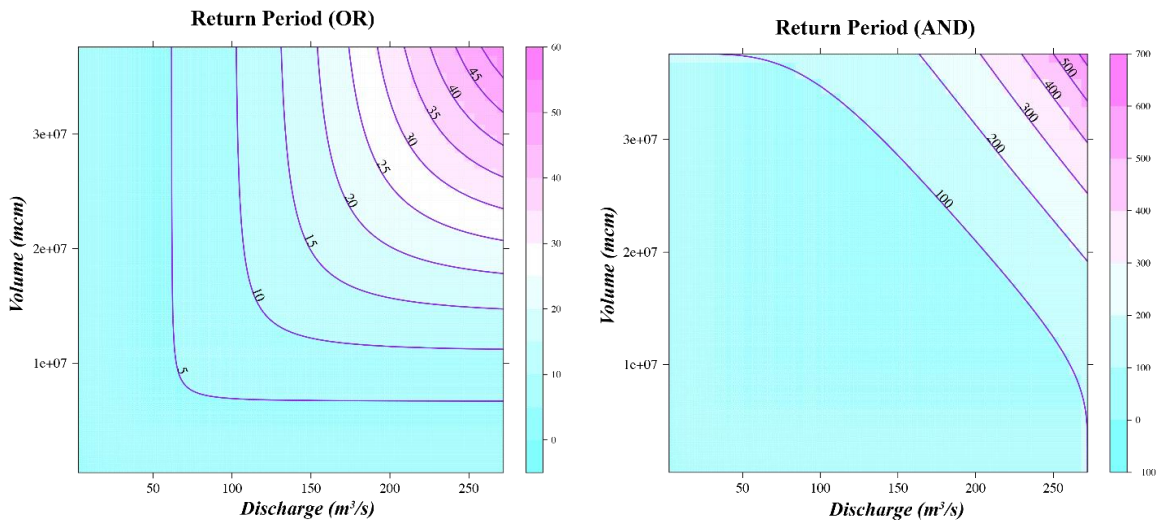


Fig. 4- Contour plot of the "and" case (right) and the "or" case (left) return periods of Frank copula (discharge extreme criterion)

شکل ۴- نمودار کنتوری دوره بازگشت حالت «و» (سمت راست) و حالت «یا» (سمت چپ) مفصل فرانک (معیار حدی دبی)

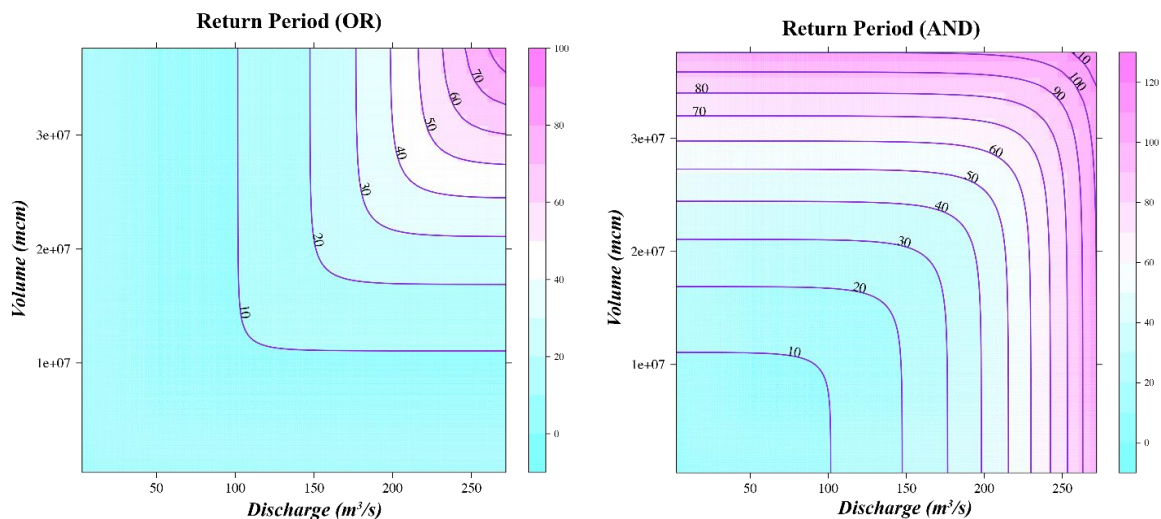


Fig. 5- Contour plot of the "and" case (right) and the "or" case (left) return periods of t-EV copula (volume extreme criterion)

شکل ۵- نمودار کنتوری دوره بازگشت حالت «و» (سمت راست) و حالت «یا» (سمت چپ) مفصل t-EV (معیار حدی حجم)

آستانه هستند، احتمال وقوعشان افزایش یافته و متناظر با آن، دوره بازگشت نسبت به حالت یک‌متغیره کاهش می‌یابد. این بدان معنی است که در حالت «یا» برای رسیدن به دوره بازگشت یک‌متغیره، مقادیر کوانتایل متغیرها بالاتر از مقادیر کوانتایل یک‌متغیره خواهد شد. بنابراین ضریب اطمینان در حالت «یا» در طراحی سازه‌ها و مدیریت کنترل سیلاب بیشتر از حالت یک‌متغیره خواهد شد. برعکس، در حالت «و» باید هر دو متغیر دبی و حجم به طور

نتایج حاصل از جدول (۵) نشان می‌دهد که در هر دو سری معیار حدی دبی و حجم، مقادیر دوره بازگشت در حالت «یا» کمتر از دوره بازگشت در حالت یک‌متغیره است. همچنین مقادیر دوره بازگشت در حالت «و» بیشتر از مقادیر دوره بازگشت در حالت یک‌متغیره است. در حالت «یا» اگر یکی از متغیرهای دبی و حجم بیشتر از حد آستانه مورد نظر باشد به‌عنوان واقعه خطرناک در نظر گرفته می‌شود. بنابراین تعداد وقایعی که در حالت «یا» بالاتر از حد

۳۸ برای دوره بازگشت یک‌متغیره ۱۰۰ سال، در سری معیار حدی دبی در حالت توأم «یا» براساس مفصل فرانک برابر ۵۴ سال و در حالت توأم «و» برابر ۶۳۵ سال می‌باشد و در سری معیار حدی حجم براساس مفصل  $t-EV$  در حالت توأم «یا» برابر ۸۲ سال و در حالت توأم «و» برابر ۱۲۶ سال می‌باشد. این امر نشان‌دهنده این است که علاوه بر تفاوت بین تحلیل یک‌متغیره و چندمتغیره براساس توابع مفصل، نوع معیار حدی بودن هم در انتخاب نوع تابع مفصل و به دنبال آن نتایج حاصله هم تأثیر بسزایی دارد که با نتایج Requena et al. (2013) همخوانی دارد. از این رو تحلیل فراوانی سیل به‌صورت چندمتغیره و با استفاده از توابع مفصل، براساس اینکه معیار حدی دبی یا حجم باشد نتایج را ارائه می‌کند که می‌تواند در بهبود طراحی ابعاد سد (مخزن و طول تاج سرریز) نقش بسزایی داشته باشد. همچنین با توجه به هدف طراحی سد می‌توان دوره بازگشت‌های دو‌متغیره حالت «یا» و «و» را بکار برد به این صورت که وقتی خسارات پایین‌دست سد نسبت به هزینه ساخت سد در الویت باشد می‌توان از دوره بازگشت «یا» که ضریب اطمینان بالاتری نسبت به حالت یک‌متغیره دارد استفاده نمود. اما اگر هزینه ساخت سد در الویت باشد می‌توان از دوره بازگشت «و» که از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه‌تر از حالت یک‌متغیره است استفاده نمود. با توجه به اینکه با استفاده از توابع مفصل می‌توان وابستگی بین متغیرها را مدل کرد، استفاده از این توابع برای انجام تحلیل فراوانی چندمتغیره برای تعیین سیلاب طرح توصیه می‌شود. همچنین استفاده از دو معیار حدی دبی و حجم، با در نظر گرفتن وابستگی متقابل بین این دو سری می‌تواند در اجرای یک طراحی مناسب هم از لحاظ امنیت و هم از لحاظ هزینه کمک شایانی نماید. از این رو تحلیل چندمتغیره براساس توابع مفصل می‌تواند تحلیلی جامع‌تر و مطمئن‌تر را ارائه نماید.

### سپاسگزاری

نتایج ارائه شده در این مقاله برپایه دستاوردهای پایان‌نامه کارشناسی ارشد تحت عنوان «کاربرد توابع کوپولادر تعیین سیل طرح به منظور طراحی هیدرولوژیک مخزن سد براساس دوره بازگشت‌های مبتنی بر توزیع‌های دو متغیره (مطالعه موردی:خوزه آبخیز سد بوستان)» می‌باشد که بدین‌وسیله از حمایت‌های به عمل آمده توسط دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان تشکر می‌گردد. همچنین نویسندگان مقاله مراتب تشکر خود را از داوران گرامی و ویراستار محترم مجله علوم و مهندسی آبیاری اعلام می‌دارند.

همزمان از حد آستانه بیشتر باشند که احتمال رخداد چنین وقایعی کمتر بوده و این امر باعث می‌شود تا دوره بازگشت در حالت «و» بیشتر از دوره بازگشت یک‌متغیره شود. بنابراین در حالت «و» مقادیر کوانتایل متغیرها کمتر از مقادیر کوانتایل یک‌متغیره خواهد شد. در نتیجه طراحی یک سازه براساس این دوره بازگشت دارای درجه ریسک بالاتری نسبت به دوره بازگشت یک‌متغیره است ولی از لحاظ اقتصادی به صرفه‌تر خواهد بود. هم‌چنین با توجه به تفاوتی که در نتایج حاصل از معیار حدی حجم و دبی وجود دارد می‌توان به این نتیجه رسید که نوع حدی بودن متغیرها هم می‌تواند تأثیر به‌سزایی در اجرای یک پروژه با توجه به هدف آن داشته باشد. وقتی هدف از احداث سازه، کنترل حجم سیلاب بوده و طراحی مخزن مد نظر باشد می‌توان سری مربوط به معیار حدی حجم را بکار برد و جهت طراحی طول تاج سرریز سد هم می‌توان معیار حدی دبی را در نظر گرفت. لذا با در نظر گرفتن هر دو سری شامل دو متغیر مهم دبی و حجم وابسته بهم می‌توان طراحی امن و مقرون به صرفه‌ای داشت که این امر، استفاده از تحلیل فراوانی چندمتغیره به جای تحلیل یک‌متغیره را برای بدست آوردن سیل طرح الزامی می‌کند و با توجه به وابستگی این متغیرها به هم، استفاده از توابع مفصل الزامی خواهد بود.

### نتیجه‌گیری

برآورد دقیق سیل در طراحی سازه‌های هیدرولیکی و مدیریت خطر سیل لازم است. هر چند تعیین مقدار دبی اوج در یک دوره بازگشت خاص سهم بزرگی در برآورد سیل دارد اما دبی اوج به تنهایی، اطلاعات محدودی از واقعه سیل ارائه می‌دهد. برای پیشگیری از خطرات سیل و طراحی سازه‌های هیدرولیکی، داشتن حجم هم مهم است لذا باید تحلیل فراوانی سیل به‌صورت چندمتغیره باشد. توابع مفصل به واسطه داشتن مزایایی از جمله: (۱) متغیرهای مورد مطالعه را به هم متصل می‌کند؛ (۲) به‌وسیله تابع مفصل مناسب، می‌توان دوره بازگشت‌های مختلف و مقادیر کوانتایل طراحی را برآورد نمود؛ (۳) هر متغیر می‌تواند رفتاری مستقل یا مشترک با دیگر متغیرها داشته باشد؛ (۴) وجود چالش‌های ریاضی کمتر در این روش نسبت به روش‌های چندمتغیره کلاسیک؛ از دقت بالاتری نسبت به توابع چندمتغیره کلاسیک برخوردارند. با توجه به نتایج حاصل از این تحقیق برای سری معیار حدی دبی مفصل فرانک از خانواده ارشمیدسی برآزش بهتری دارد و برای سری معیار حدی حجم مفصل  $t-EV$  از خانواده مقادیر حدی برآزش بهتری دارد. سپس دوره بازگشت‌های دو‌متغیره حالت «یا» و «و» براساس مفصل منتخب برآورد گردید که نشان‌دهنده تفاوت قابل ملاحظه تحلیل یک‌متغیره با تحلیل دو‌متغیره می‌باشد. به طور مثال در هر دو سری، رخداد واقعه‌ای با مقادیر دبی و حجم به ترتیب برابر  $272 m^3/s$  و  $MCM$

## References

- 1- Abdolhosseini, M., 2012. *Application of Copula in Multivariate Frequency Analysis of Low-Flows and Assessment of Copula-Based Regression for Analysis of Non-Independent Variables*. PhD Dissertation. Department of Water Engineering Isfahan University of Technology. (In Persian).
- 2- Akaike, H., 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), pp. 716-722.
- 3- Bahremand, A., Alvandi, E., Bahrami, M., Dashti Marvili, M., Heravi, H., Khosravi, Gh.R., Kornejady, A., Samadi Arghini, H., Tajiki M. and Teimouri M., 2015. Copula functions and their application in stochastic hydrology. *Journal of Conservation and Utilization of Natural Resources*, 4(2), 1-20. (In Persian).
- 4- Cherubini, U., Luciano, E. and Vecchiato, W., 2004, *Copula Methods in Finance*. John Wiley & Sons Ltd, England.
- 5- De Michele, C., Salvadori, G., Canossi, M., Petaccia, A. and Rosso, R., 2005. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway. *ASCE. Journal of Hydrologic Engineering*, 10(1), pp. 50-57.
- 6- De Michele, C. and Salvadori, G., 2003. A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting copulas. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 108(D2), pp. 1-11.
- 7- Demarta, S. and McNeil, A.J., 2005. The t copula and related copulas. *International Statistical Review*, 73(1), pp. 111-129.
- 8- Favre, A.C., ElAdlouni, S., Perreault, L., Thiemonge, N. and Bobee, B., 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resource Research*, 40(1), W01101, pp. 1-12.
- 9- Grimaldi, S. and Serinaldi, F., 2006. Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis. *Advances in Water Resources*, 29(8), pp. 1155-1167.
- 10- Hosking, J.R.M., and Wallis, J.R., 1993. Some statistical useful in regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 29(2), pp. 271-281.
- 11- Joe, H., 1997. *Multivariate models and dependence concepts*. Chapman and Hall, London.
- 12- Klein, B., Pahlow, M., Hundecha, Y. and Schumann, A., 2010. Probability analysis of hydrological loads for the design of flood control systems using copulas. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(5), pp. 360-369.
- 13- Kojadinovich, I. and Yan, J. 2009. *Package 'copula'*. Version 0.9-7, May 28, 2010. Available in: <http://cran.r-project.org/web/packages/copula/coupla.pdf>.
- 14- Mahdavi, M., 2011. *Applied Hydrology (Vol. 2)*. University of Tehran press, Tehran. Iran. (In Persian).
- 15- Mediero, L., Jimenez-Alvarez, A. and Garrote, L., 2010. Design flood hydrograph from the relationship between flood peak and volume. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14(12). pp. 2495-2505.
- 17- Nelsen, R., 2006. *An introduction to copulas*. Springer, New York, second edition. Lecture notes in statistics.
- 18- Requena, A., Mediero, I. and Garrote, L., 2013. A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: accounting for reservoir routing in risk estimation. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17(8), pp. 3023-3038.

- 19- Salvadori, G. and De Michele C., 2007. On the use of copulas in hydrology: Theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), pp. 369-380.
- 21- Shiau, J., Feng, T. and Nadarajah, S., 2007. Assessment of hydrological droughts for the Yellow River, China, using copulas. *Hydrological Processes*, 21(16), pp. 2157-2163.
- 22- Shiau, J., Wang, H. and Tsai, C., 2006. Bivariate frequency analysis of flood using COPULAS1. *Jawra Journal of the American Water Resources Association*, 42(6), pp. 1549-1564.
- 23- Sklar, A., 1959. *Fonction de répartition à n dimensions et leurs marges*. [Distribution functions, dimensions and margins]. Publications of the Institute of Statistics, University of Paris, Paris, pp. 229-231. (In French).