

EXTENDED ABSTRACT

Comparison of univariate and bivariate regional frequency analysis of drought (case study: Part of semi-Arid climate of Fars Province)

V.Ghafari¹, H. Sedghi², R.A.Sharifan^{3*} and S.M.J.Nazemosadat⁴

- 1- Department of Agricultural Systems Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
- 2 - Department of Agricultural Systems Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
- 3* - Corresponding Author, Department of Water Resources Engineering, Shiraz Branch, Islamic Azad University, Shiraz, Iran (*rafshinus@yahoo.com*).
- 4- Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture Shiraz University, Shiraz, Iran.

Received: 18 May 2018

Revised: 12 October 2018

Accepted: 16 October 2018

Keywords: Linear moments, Copula function, Return period.

DOI: 10.22055/jise.2018.25815.1766.

Introduction

Drought is one of the most complex and destructive climatic phenomena, which can be perceived as the least understood natural disaster (Kao and Govindaraju, 2010). The most important and challenging characteristics of drought are frequency and return period (Bazrafshan et al., 2014; and Zhang et al. 2015). This complexity is derived from the interdependence of drought characteristics that make the univariate frequency analysis inefficient (Mirakbari et al., 2012). Therefore, instead of using traditional univariate analysis, a better approach is to derive the joint distribution of drought variables (Mishra and Singh 2010). Furthermore, insufficient data at the stations and the existence of ungagged areas necessitate regional analysis. Regional frequency analysis, on the one hand, provides the possibility of analysis for ungagged regions, and, on the other hand, provides better and more comprehensive information for meteorological stations using a combination of points and regional data. The main objective of this research is regional bivariate drought analysis in the semi-arid climate of Fars Province, Iran. In this regard, the index variable based on linear moments is one of the most advanced methods (Núñez ez et al., 2011).

Methodology

Located in the south of Iran, Fars Province has 42 rain gauge stations with different recorded periods (1974–2014). In the current research, the data of 14 rain gauge stations located in the center and northeast of the province were selected. These 14 stations have period length records of more than 30 years up to a maximum of 47 years. Drought events are analyzed via the Standardized Precipitation Index and run theory. For regional frequency analysis, the index drought procedure coupled with the L-moments method is employed and the bivariate distribution of drought is estimated through the copulas for a homogeneous region. The Linear moment method is used for fitting appropriate regional distribution to a non-dimensional variable. One-parameter Archimedean copula functions are used due to the simplicity of structure and being symmetrical.

Results and Discussion

In the study area, the value of the heterogeneity index for variables of duration and severity of drought was 0.69 and 0.70, respectively. Therefore, all 14 stations were non-discordant and the study area was homogeneous. The second stage in the regional frequency analysis is the determination of univariate marginal distributions of severity and duration. Gamma and exponential distributions were confirmed at a 95% confidence level for duration and severity, respectively, and their parameters were derived. The copula functions parameter can be estimated using the semi-parametric method. According to the results, Clayton function is not acceptable for drought events series. In contrast, Gumbel and Frank functions with p-values of 0.2 and 0.43, respectively, are acceptable. Using the results in Table (1), Gumbel copula function with the maximum values of AIC, BIC and log-likelihood function was selected as the most suitable copula function, which is in agreement with the findings of Zhang et al., 2015. To construct the empirical copula, first, the variables of non-dimensional duration and severity should be ranked based on their observed values. Then, empirical CDFs are created based on the ranks. Thereafter, the empirical CDFs are used to evaluate the empirical copula.

Table 1. Goodness of fit statistics of copula functions and values of calculated error (RMSE) of theoretical functions

| Copula | RMSE | Log-likelihood | BIC | AIC |
|---------|-------|----------------|---------|----------|
| Clayton | 0.033 | 318.93 | -631.3 | -635.86 |
| Gumbel | 0.022 | 587.92 | -1116.3 | -1169.32 |
| Frank | 0.023 | 577.43 | -1148.3 | -1148.33 |

Fig. (1) shows the contour plots of marginal density functions for the Gumbel copula. Each contour is correspondent to one pair of variables. The considered method estimates the bivariate quantile as combinations that constitute the quantile curve for a given risk level p.

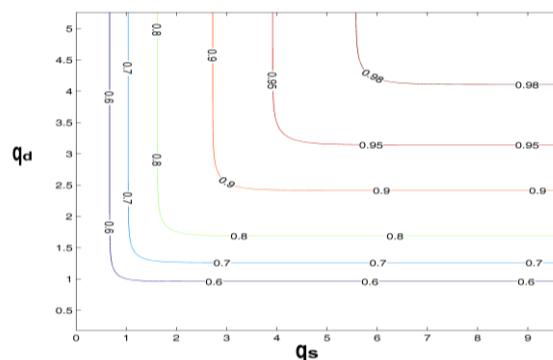


Fig. 1- The joint probability of non-dimensional drought severity and duration q_s and q_d for a given risk level p

The values of dimensionless drought severity and duration for the univariate return periods of 2, 5, 10, 20, 50 and 100 years have been separately calculated. Afterward, for the corresponding estimated values of the drought severity and duration of each univariate return period, the joint return period has been calculated in both modes of TAND ($D \geq d$ and $S \geq s$) and TOR ($D \geq d$ or $S \geq s$). Comparing the results shows that the return periods calculated from univariate marginal distributions are always less than T $D \geq d$ and $S \geq s$ and greater than T $D \geq d$ or $S \geq s$. Generally, T $D \geq d$ or $S \geq s$ has fewer return periods than T $D \geq d$ and $S \geq s$ ($D \geq d$ and $S \geq s$) for a given severity and duration.

For instance, return period of $D \geq d$ and $S \geq s$ is evaluated as 195 years for duration and severity exceeding 5.42 and 8.95, respectively. Nevertheless, the return period of these values is estimated as 100 years from univariate frequency analysis and the joint return period of $D \geq d$ or $S \geq s$ is about 67 years.

Conclusions

Drought analysis was implemented for the semi-arid climate of Fars Province, where wide areas face water challenges due to frequent drought events. Copula approach was employed to assess the joint behavior of duration and severity for historical droughts defined by standardized precipitation index (SPI). In this study, bivariate frequency analysis was performed regionally using linear moment method. Based on Bayesian and maximum likelihood criteria as well as root square error, Gumbel copula function was selected as the most suitable function, similar to the results of the studies of Zhang et al. 2015 and Tosunoglu and Can 2016. Based on Gumbel copula function, the bivariate probabilistic properties of droughts such as joint probabilities and bivariate return periods are also investigated to demonstrate comprehensive drought assessments. The results also indicate that the return periods calculated from univariate marginal distributions are always less than $T(D \geq d \text{ and } S \geq s)$ and greater than $T(D \geq d \text{ or } S \geq s)$.

Acknowledgment

The authors would like to thank the Regional Water Company of Fars for providing the Data and information needed for this research.

References

- 1- Bazrafshan, J., Hejabi, S. and Rahimi, J., 2014. Drought monitoring using the multivariate standardized precipitation index (MSPI). *Water Resources Management*, 28(4), pp.1045-1060.
- 2- Kao, S.C. and Govindaraju, R.S., 2010. A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology*, 380(1-2), pp.121-134.
- 3- Mirakbari, M. and Ganji, A., 2012. A bivariate analysis of meteorological drought duration and severity (case study: Kermnashah province). *Iran Water Research Journal*, 6(11), pp.17-25.
- 4- Mishra, A.K. and Singh, V.P., 2010. A review of drought concepts. *Journal of Hydrology*, 391(1-2), pp.202-216.
- 5- Núñez, J.H., Verbist, K., Wallis, J.R., Schaefer, M.G., Morales, L. and Cornelis, W.M., 2011. Regional frequency analysis for mapping drought events in north-central Chile. *Journal of Hydrology*, 405(3-4), pp.352-366.
- 6- Tosunoglu, F. and Can, I., 2016. Application of copulas for regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts in Turkey. *Natural Hazards*, 82(3), pp.1457-1477.
- 7- Zhang, Q., Qi, T., Singh, V.P., Chen, Y.D. and Xiao, M., 2015. Regional frequency analysis of droughts in China: a multivariate perspective. *Water Resources Management*, 29(6), pp.1767-1787.



مقایسه تحلیل فراوانی منطقه‌ای تک متغیره و دو متغیره مشخصه‌های خشک‌سالی (مطالعه موردی: بخشی از اقلیم نیمه‌خشک در استان فارس)

وحید غفوری^۱، حسین صدقی^۲، رضا افشین شریفان^{۳*} و محمد جعفر ناظم السادات^۴

- ۱- دانشجوی دکتری، دانشکده علوم کشاورزی و صنایع غذایی، گروه مهندسی سیستم‌های کشاورزی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران.
- ۲- استاد، دانشکده علوم کشاورزی و صنایع غذایی، گروه مهندسی سیستم‌های کشاورزی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران.
- ۳- نویسنده مسئول، استادیار گروه علوم و مهندسی آب، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران. rafshinus@yahoo.com
- ۴- استاد، دانشکده بخش مهندسی آب، دانشکده کشاورزی شیراز.

پذیرش: ۱۳۹۷/۷/۲۴

بازنگری: ۱۳۹۷/۷/۲۰

دریافت: ۱۳۹۷/۲/۲۸

چکیده

تحلیل خشک‌سالی با توجه به تأثیرات قابل ملاحظه بر کشاورزی و منابع آب، از اهمیت زیادی برخوردار است. با توجه به همبستگی معنی‌دار مشخصه‌های خشک‌سالی هواشناسی با یکدیگر و وجود مناطق فاقد آمار، در این تحقیق یک تحلیل فراوانی منطقه‌ای دو متغیره در محدوده نیمه‌خشک استان فارس ارائه شده است. هدف اصلی این تحلیل آشکارسازی تأثیر وابستگی مشخصه‌های خشک‌سالی بر فراوانی وقوع و دوره بازگشت آن‌ها است. به منظور تحلیل فراوانی منطقه‌ای از روش خشک‌سالی شاخص در ترکیب با روش گشتاورهای خطی استفاده گردیده و توزیع دو متغیره خصوصیات خشک‌سالی برای مناطق همگن از طریق توابع مفصل تخمین زده شده است. نتایج نشان داد تابع گامبل مناسب‌ترین مفصل به منظور نشان دادن توزیع دو متغیره خشک‌سالی در این منطقه می‌باشد. مقایسه دوره بازگشت یک متغیره و دو متغیره مشخصه‌های منطقه‌ای خشک‌سالی نیز نشان می‌دهد، مقادیر شدت و مدت بدون بارش برای دوره بازگشت ۱۰۰ ساله در حالت یک متغیره معادل ۸/۹۵ و ۵/۴۲ بوده و براساس توزیع دو متغیره، همین مقادیر در حالت ($D \geq 5/42$ and $S \geq 8/95$) دارای دوره بازگشت ۱۹۵ سال و در شرایط ($D \geq 5/42$ or $S \geq 8/95$) دوره بازگشتی معادل ۶۷ سال دارند.

کلید واژه‌ها: گشتاور خطی، تابع مفصل، دوره بازگشت.

مقدمه

توجه به مدت آن‌ها استخراج و مورد تحلیل فراوانی قرار می‌گیرد. بنابراین احتمال وقوع متغیر مدت نقشی در محاسبات نخواهد داشت و نمی‌توان اطمینان داشت که چندک‌های محاسبه شده انعکاس واقعی از رویدادهای طبیعی باشند. در چنین شرایطی استفاده از توزیع هم‌زمان متغیرهای خشک‌سالی و تحلیل فراوانی دو یا چند متغیره مناسب‌تر به نظر می‌رسد. تحلیل فراوانی دو متغیره غالباً با استفاده از توابع دو متغیره کلاسیک مانند نرمال، لاگ-نرمال، گاما و توزیع‌حدی قابل انجام است (Genest and Favre, 2007). اما بایستی توجه کرد که کاربرد این توابع با محدودیت‌هایی مانند لزوم یکسان بودن توزیع حاشیه‌ای متغیرها، لزوم پیروی متغیرها از توزیع خاص و وجود میزان ارتباط معین بین متغیرها روبه‌رو است. به‌علاوه معمولاً تعداد پارامترهای این توزیع‌ها زیاد و برازش آن‌ها بر مشاهدات نیازمند روش‌های پیچیده می‌باشد (Grimaldi et al., 2011). در این رابطه در سال‌های اخیر توابع مفصل مورد توجه محققین قرار

در حال حاضر خشک‌سالی پیچیده‌ترین پدیده اقلیمی تأثیرگذار بر جامعه و محیط زیست بوده (Janáček, 1994) و به‌عنوان یکی از زیان‌بارترین بلایای طبیعی در نظر گرفته می‌شود (Kao and Govindaraju, 2010). مشخصه‌های مهم خشک‌سالی شامل زمان شروع و پایان، شدت، مدت، فراوانی وقوع و دوره بازگشت می‌شود (Wilhite et al., 2005). در این میان دو خصوصیت آخر پیچیده‌تر از سایرین هستند. این پیچیدگی از وابستگی معنی‌دار خصوصیات خشک‌سالی به یکدیگر، تغییرات مکانی آن‌ها در سطح منطقه، کمبود آمار در ایستگاه‌های اندازه‌گیری و وجود مناطق فاقد آمار سرچشمه می‌گیرد. وابستگی مشخصه‌های خشک‌سالی به یکدیگر استفاده از تحلیل فراوانی یک متغیره را با چالش‌هایی روبه‌رو می‌سازد (Mirakbari et al., 2010). به‌طوری‌که در تحلیل یک متغیره معمولاً مشخصه‌ی مدت به‌صورت کاذب در نظر گرفته شده و شدت خشک‌سالی‌ها بدون

قرار می‌گیرد (Aissia et al., 2015). برای تحلیل منطقه‌ای روش‌های گوناگونی مانند رگرسیون چندمتغیره، هیبرید و متغیر شاخص پیشنهاد شده است. که اغلب این روش‌ها منبعث از تحلیل فراوانی سیلاب می‌باشند. روش متغیر شاخص مبتنی بر روش گشتاور خطی یکی از پیشرفته‌ترین روش‌هایی است که در تحلیل فراوانی خشک‌سالی به کار می‌رود (Núñez et al., 2011). هدف اصلی این تحقیق مقایسه تحلیل فراوانی یک‌متغیره و دومتغیره ی مشخصه‌های منطقه ای خشک‌سالی در منطقه نیمه‌خشک استان فارس و آشکارسازی تاثیر وابستگی مشخصه‌ها بر دوره بازگشت آن‌ها است.

مواد روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

استان فارس از $27^{\circ} 2'$ تا $29^{\circ} 2'$ طول شرقی و $50^{\circ} 42'$ تا $55^{\circ} 36'$ عرض شمالی گسترش یافته است. وسعت استان بیش از ۱۲۲ هزار کیلومتر مربع است که ۷/۵ درصد از مساحت کشور را تشکیل می‌دهد. این استان در زمینه مسائل آب خصوصاً آب زراعی از مناطقی است که وضعیت آن از متوسط وضعیت کشور وخیم‌تر و نگران‌کننده‌تر است. دلایل زیر صحت این سخن را تایید می‌کند:

۱- متوسط بارندگی استان فارس کمتر از یک سوم متوسط بارندگی دنیا می‌باشد (۳۰۰ میلی‌متر در مقابل ۸۶۰ میلی‌متر).
۲- میزان تبخیر در استان فارس حدود سه برابر متوسط تبخیر دنیاست. ۳-۸۰ درصد از منابع آب زراعی استان از منابع زیرزمینی تامین می‌شود. در حالی که این رقم در کل کشور حدود ۵۲ درصد و در دنیا کمتر از نصف این مقدار است. ۴- اکثر قریب به اتفاق دشت‌های حاصل‌خیز استان با بیابان منفی در سفره‌های آب زیرزمینی مواجه هستند. ۵- از حدود ۶۴ محدوده مطالعاتی آب‌های زیرزمینی ۵۶ محدوده با افت مستمر سطح سفره گزارش شده است (Anonymous, 2016).

در استان فارس ۴۲ ایستگاه باران‌سنجی با طول آماری متفاوت از سال‌های (۱۳۹۳-۱۳۴۷) موجود می‌باشد. در این تحقیق داده‌های ۱۴ ایستگاه باران‌سنجی در محدوده مرکز و شمال شرق براساس نقشه پهنه‌بندی اقلیمی به روش Domarten انتخاب گردیده است. هم‌چنین داده‌های گمشده، کیفیت داده‌ها و ایستایی سری‌زمانی مشاهدات در ۱۴ ایستگاه نیز مورد بررسی قرار گرفته است. موقعیت استان فارس در ایران، پراکنش ایستگاه در سطح استان فارس و نقشه هم اقلیم استان فارس در شکل (۱) نشان داده شده است.

گرفته است (Genest and Favre, 2007). توابع مفصل در سال ۱۹۵۹ توسط Sklar معرفی شد. در واقع توابع مفصل قادر به ساخت توزیع‌های توام از متغیرهای وابسته دارای توزیع حاشیه‌ای متفاوت می‌باشد (Sklar, 1959). Salari et al. (2014) برای بیان همبستگی سه‌متغیره دبی اوج، حجم و تداوم سیلاب در ایستگاه هیدرومتری اهواز از توابع مفصل استفاده نمودند. Shafaei et al. (2016) وابستگی میان ویژگی‌های مهم رویدادهای بارش شامل عمق بارش، حداکثر بارش، مدت خشک و مرطوب با استفاده از توابع مفصل بررسی نمودند. از توابع مفصل به‌منظور تحلیل وقایع خشک‌سالی نیز استفاده گردیده است (Huang et al., 2015). توابع مفصل در دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم‌بندی می‌شوند. برتری توابع مفصل پارامتریک در استفاده از پارامتر بوده است زیرا برازش توابع مفصل با داده‌های ورودی به کمک تخمین این پارامترها امکان‌پذیر می‌باشد. نکته‌ای که برای توابع مفصل ناپارامتریک محدودیت به حساب می‌آید (Grimaldi et al., 2011). به دلیل سهولت ساختار و نقش یکسان متغیرها در توزیع هم‌زمان آن‌ها (متقارن) در این مطالعه از توابع تک پارامتری مفصل ارضمیدسی استفاده گردیده است. تمامی توابع موجود در این خانواده محدوده دامنه همبستگی از منفی تا مثبت را پوشش نمی‌دهند. انتخاب نوع تابع بستگی به محدوده سطح وابستگی دارد. به طوری که تابع Ali-Mikhail-Haq تنها برای سطح وابستگی ضعیف و برخلاف آن توابع Frank و Clayton برای سطح وابستگی منفی و مثبت مناسب بوده و تابع Gumbel تنها سطح وابستگی مثبت را پوشش می‌دهد. در این تحقیق از توابع Gumbel، Clayton و Frank استفاده گردیده است.

همان‌گونه که قبلاً هم اشاره شد، عامل مهم دیگری که تعیین فراوانی وقوع و دوره بازگشت خشک‌سالی را پیچیده می‌سازد، کمبود آمار در محل ایستگاه‌ها و وجود مناطق فاقد آمار است که فرآیند تحلیل منطقه‌ای را ضروری می‌سازد. معمولاً برآورد احتمال وقوع وقایع حدی براساس برون‌یابی داده‌های مشاهداتی صورت می‌گیرد و هرچه این داده‌ها بیشتر باشد صحت برآورد بیشتر است (Grimaldi et al., 2011). برآورد حاصل از نمونه‌های کوچک می‌توانند برآورد نامعقول یا غیر واقعی را در پی داشته باشد. در عمل در اغلب مناطق داده‌ها محدود بوده و در بعضی موارد نیز برای یک مکان معین مورد علاقه داده در دسترس نیست. با منطقه‌ای کردن تحلیل فراوانی از یک طرف امکان تحلیل برای مناطق فاقد آمار فراهم می‌شود و از طرف دیگر با استفاده توام از داده‌های خود مکان و داده‌های ناحیه‌ای اطلاعات بهتر و کامل‌تری برای نقاط دارای اندازه‌گیری در اختیار

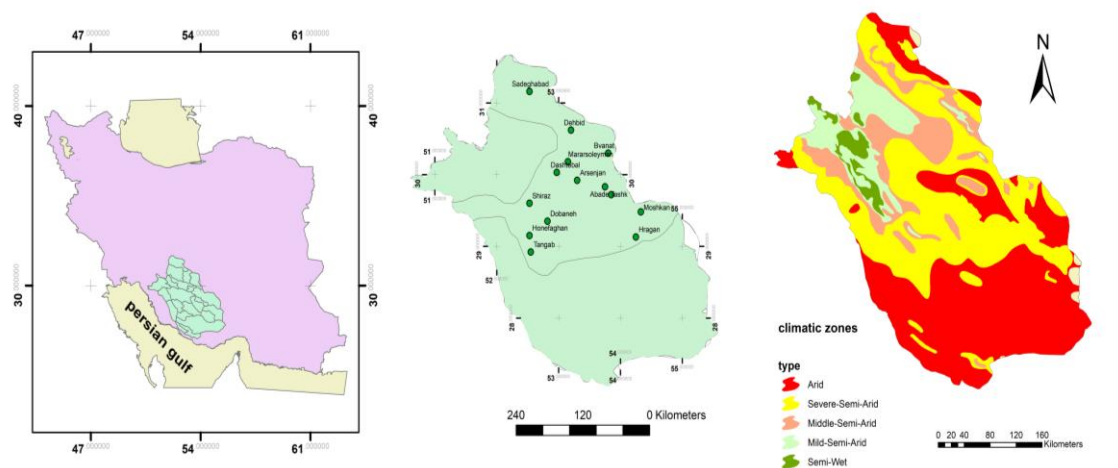


Fig. 1- Location of Fars Province in Iran, distribution of stations in Fars Province and climate map of Fars Province

شکل ۱- موقعیت استان فارس در ایران، پراکنش ایستگاه در سطح استان فارس و نقشه هم‌اقلیم استان فارس

محاسبه گردید. نرم‌افزار فوق حاصل طرح تحقیقاتی " طراحی سیستم پایش خشک‌سالی استان تهران" معاونت پژوهش و مطالعات پایه شرکت سهامی مدیریت منابع آب ایران می‌باشد.

روش گشتاور خطی

روش گشتاور خطی ابزاری مفید به‌منظور تحلیل منطقه‌ای متغیرهای هیدرولوژی می‌باشد. روش گشتاور خطی مبتنی بر این فرض است که متغیر در نقاط مختلف یک منطقه همگن به جز پارامتر مقیاس، توزیع یکسان دارد. براساس این فرضیه مقادیر بدون بعد متغیر نسبت به پارامتر مقیاس در سرتاسر منطقه همگن توزیع یکسانی دارند. برای برآزش توزیع آماری بر متغیر بی‌بعدشده از روش گشتاور خطی استفاده می‌شود. تحلیل گشتاور خطی براساس گشتاور وزنی (B_r) بنا نهاده شده است (Greenwood et al. 1979). گشتاور وزنی احتمالاتی (B_r) به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$B_r = E\{X[F(X)]^r\} \quad (2)$$

که در اینجا $F(X)$ تابع توزیع تجمعی متغیر X و $X(F)$ تابع تجمعی معکوس برای X در احتمال F تعریف می‌گردد و مقادیر r برابر با اعداد صحیح یک، دو، سه و چهار است. در صورتی که $r=0$ باشد مقدار (B_r) برابر با میانگین توزیع $\mu = E(X)$ خواهد بود. Hosking (1990) نسبت گشتاورها نمونه‌ها را به‌صورت روابط (۳) و (۴) تعریف نمود.

$$\tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3)$$

$$\tau_r = \frac{\lambda_r}{\lambda_1} \quad (4)$$

$$r \geq 3$$

شاخص بارش استاندارد

McKee et al. (1993) روش شاخص بارش استاندارد را به‌منظور پایش خشک‌سالی توسعه دادند. محاسبه این شاخص براساس سری زمانی بلندمدت بارش و برای یک مقیاس مشخص ($3, 6, 9, 12$) می‌باشد. اولین مرحله در محاسبه این شاخص برآزش سری‌های بلندمدت بارش به توزیع احتمالی می‌باشد. زمانی که توزیع احتمالاتی مشخص گردید توزیع احتمالاتی تجمعی بارش محاسبه و با استفاده از روش انتقال معکوس به توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک تبدیل می‌گردد. جزییات محاسبه شاخص SPI در مطالعات Guttman (1993) ارایه شده است. مشخصه‌های خشک‌سالی براساس تئوری Run (تعیین آستانه خشک‌سالی) تعیین گردیده است. مقادیر مثبت و منفی شاخص SPI به‌ترتیب نشان‌دهنده شرایط خشک و تر می‌باشد. براساس مطالعات McKee et al. (1993) واقعه خشک‌سالی به دوره‌ای گفته می‌شود که در این دوره شاخص SPI به‌صورت مداوم منفی باشد. مجموع مقادیر شاخص بارش استاندارد منفی به‌عنوان شدت خشک‌سالی تعریف می‌گردد شدت خشک‌سالی برابر است با

$$S = -\sum_{i=1}^D SPI_i \quad (1)$$

در رابطه (۱) S: شدت خشک‌سالی و D: مدت خشک‌سالی برحسب ماه می‌باشد.

هم‌چنین فاصله زمانی بین دو واقعه خشک‌سالی با $E(L)$ نشان داده می‌شود. در این مطالعه از مقیاس شش ماهه به‌منظور محاسبه شاخص بارش استاندارد استفاده گردید. شاخص SPI شش ماهه روند بارش فصلی تا میان‌مدت را نشان می‌دهد. شاخص SPI شش‌ماهه می‌تواند در نمایش تمایز بارش بین فصول بسیار مؤثر باشد (Svoboda, et al., 2012). در این تحقیق با استفاده از نسخه دوم نرم‌افزار DIP تحت سیستم عامل ویندوز شاخص SPI

$$V = \frac{\sum n_i (LCv_i - \overline{LCv})^2}{\sum n_i} \quad (7)$$

که در رابطه (۷) n_i تعداد نمونه در ایستگاه i ، LCv_i و \overline{LCv} به ترتیب مقدار شاخص پراکندگی در ایستگاه i و میانگین منطقه‌ای LCv هستند. اگر از H به عنوان سطح معنی‌داری استفاده گردد، بنابراین معیار برای رد فرض همگنی در سطح معنی‌داری ده درصد (با فرض توزیع نرمال برای V) $H=1$ خواهد بود (Mirakbari et al., 2010). بنابراین از معیار $H \leq 1$ می‌توان به منظور پذیرش همگنی منطقه استفاده نمود. در این مطالعه هر دو معیار ناهمجوری و همگنی برای مشخصه‌های خشک‌سالی، شدت و مدت مورد استفاده قرار گرفته است.

Hosking و Wallis (1993) یک معیار نیکویی برازش براساس \bar{t}_r ، متوسط ناحیه کشیدگی خطی نمونه ارایه کردند که بیشتر برای توزیع‌های سه پارامتری به کار می‌رود زیرا تمام توزیع‌های سه پارامتری برازش داده‌شده به داده‌ها در نمودار LC_s در مقابل LC_x دارای τ_3 مشابه هستند. کیفیت برازش به وسیله اختلاف بین متوسط ناحیه‌ای \bar{t}_4 و مقدار τ_4^{DIST} مربوط به توزیع برازش داده‌شده می‌تواند مورد قضاوت قرار گیرد. آماره Z^{DIST} به صورت رابطه (۸) مشخص می‌شود:

$$Z^{DIST} = (\bar{t}_4 - \tau_4^{DIST}) / \sigma_4 \quad (8)$$

که معیاری برای برای نیکویی برازش می‌باشد و در آن σ_4 انحراف معیار استاندارد \bar{t}_4 است. مقدار σ_4 را می‌توان با شبیه‌سازی بعد از برازش دادن یک توزیع کاپا به مشاهدات به دست آورد (Hosking and Wallis, 1988). برازش را می‌توان مناسب و صحیح اعلام کرد اگر Z^{DIST} به اندازه کافی به صفر نزدیک باشد. معیار معقول و مناسب برای این کار این است که $|Z^{DIST}| \leq 1.64$ باشد. بعد از این که یک یا چند توزیع برای برازش داده‌ها انتخاب شد پارامترهای آن‌ها بایستی برآورد شوند. پارامترهای برآوردشده برای محاسبه چندک‌های مربوط به دوره بازگشت مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند و یا برعکس برای محاسبه دوره برگشت شدت خشک‌سالی با بزرگی معین استفاده می‌شود این کار با استفاده از تابع توزیع انجام می‌گیرد که در آن پارامترهای توزیع با مقادیر برآورد شده آن‌ها جایگزین شده و رابطه بین دوره بازگشت و احتمال عدم تجاوز به صورت $F = 1 - \frac{1}{T}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه برای انجام تحلیل منطقه از نسخه ۲,۱۵,۳ زبان برنامه نویسی R و محیط نرم‌افزاری مربوط به آن استفاده شده است. در این راه از بسته‌های ImomRFA نسخه ۲,۱۵,۰ که برای استفاده در محیط نرم‌افزاری به نگارش درآمده‌اند، بهره گرفته شده است.

در رابطه (۴) τ شاخص پراکندگی (LCv)، τ_3 شاخص چولگی (LCs) و τ_4 شاخص کشیدگی (LCK) می‌باشد. برای برازش توزیع آماری مناسب به متغیر بی‌بعد از روش گشتاور خطی استفاده می‌شود. با استفاده از رابطه و نمودار تغییرات نسبت گشتاورها می‌توان تابع مناسب را برازش داد زیرا برای هر توزیع دلخواه رابطه مشخصی بین نسبت گشتاورها برقرار است و در نهایت با استفاده از میانگین‌گیری وزنی گشتاورها توزیع منطقه‌ای برازش داده می‌شود.

براساس مطالعات Hosking (1990) تحلیل فراوانی منطقه‌ای با استفاده از گشتاورهای خطی طی سه مرحله (۱- تعیین شاخص ناهمجوری و همگنی منطقه، ۲- انتخاب توزیع فراوانی و ۳- تخمین پارامترهای توزیع فراوانی) انجام می‌پذیرد.

تعیین همگنی منطقه

اولین مرحله در تحلیل منطقه‌ای فراوانی تعیین همگنی منطقه می‌باشد برای دستیابی به این هدف منطقه مطالعاتی به عنوان یک منطقه هواشناسی همگن در نظر گرفته شده و خلاف این فرضیه براساس دو آزمون ناهمجوری (D) و (H) بررسی می‌گردد. آزمون ناهمجوری به منظور تعیین ایستگاه‌هایی که نسبت گشتاور خطی آن‌ها با سایر ایستگاه‌ها متفاوت است، محاسبه می‌گردد. ایستگاه ناهمجور ایستگاهی است که یا داده‌های آن پرت است یا باید از منطقه مورد نظر حذف گردد. شاخص ناهمجوری برای ایستگاه i برابر است با:

$$D_i = \frac{1}{3} [(u_i - \bar{u})^T (u_i - \bar{u}) S^{-1}] \quad (5)$$

در اینجا u_i یک ماتریس برداری شامل گشتاور سه گانه خطی (LCv ، LCs و LCK) برای ایستگاه i و S ماتریس کواریانس نسبت‌های گشتاور خطی تمام ایستگاه‌ها می‌باشد. براساس نتایج مطالعات Hosking و Wallis (1993) در این گام هدف تشخیص ایستگاه‌هایی از یک مجموعه بوده که به صورت فاحشی با گروهی از ایستگاه‌های مجاور، ناسازگار هستند. در صورتی که $D_i \geq 3$ آن ایستگاه نسبت به سایر ایستگاه‌ها ناهمجور می‌باشد. همچنین آن‌ها پیشنهاد نمودند ایستگاه‌های که مقادیر D_i در آن‌ها حداکثر است از لحاظ ناهمجوری نسبت به سایر ایستگاه‌ها مورد بررسی قرار گیرد. معیار دوم به منظور تعیین همگنی منطقه است که توسط Hosking و Wallis (1993) به صورت رابطه (۶) ارایه گردید:

$$H = \frac{(V - \mu_V)}{\sigma_V} \quad (6)$$

که در این جا σ_V و μ_V به ترتیب مقادیر شبیه‌سازی شده انحراف معیار و میانگین به وسیله توزیع کاپا و V واریانس شاخص پراکندگی است. V به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

توابع مفصل

مفصل توابعی هستند که تابع توزیع‌های چندمتغیره را به حاشیه‌های های تک متغیره آن‌ها متصل می‌کنند (Sklar, 1959). اگر $F_{X,Y}(X,Y)$ یک تابع توزیع دو متغیره با تابع توزیع $F_X(X)$ و $F_Y(Y)$ یک تابع مفصل باشد، واحدی به نام C وجود دارد که:

$$F_{X,Y} = C[F_X(X), F_Y(Y)] \quad (9)$$

با فرض این‌که توابع حاشیه‌ای پیوسته و دارای توابع چگالی $f_x(x)$ و $f_y(y)$ باشد، در این حالت تابع احتمالاتی مفصل آن برابر خواهد بود با:

$$f_{X,Y} = c[F_X(X), F_Y(Y)]f_X(x).f_Y(y) \quad (10)$$

که در اینجا c تابع چگالی C ، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$C(u, v) = \frac{\partial^2 c(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (11)$$

که در رابطه (۱۱) u و v به ترتیب برابر با $F_X(X)$ و $F_Y(Y)$ می‌باشد. جزییات بیشتر در خصوص توابع مفصل در مطالعه Schweizer و Sklar (1983) قابل دسترسی می‌باشد. مطالعات پیشین برتری توابع مفصل در تحلیل فراوانی دو متغیره را ثابت می‌کند (Grimaldi et al., 2011). در این مطالعه به منظور توسعه توزیع احتمالاتی دو متغیره از خانواده توابع مفصلی ارشمیدسی استفاده گردیده است. علت استفاده ساده بودن ساختار توابع، جامعیت استفاده در مطالعات پیشین و محدوده وابستگی مجاز می‌باشد (Zhang et al., 2012)، (Xiong et al., 2014). در این مطالعه از سه خانواده توابع مفصل ارشمیدسی شامل خانواده Gumbel، Clayton و Frank از خانواده توابع مفصلی ارشمیدسی در مطالعات خشک‌سالی به منظور تحلیل فراوانی دو متغیره استفاده گردیده است (Shiau and Modarres, 2009).

به منظور برازش توابع مذکور به داده‌های مورد نظر ابتدا برآورد پارامتر صورت می‌گیرد. روش‌های مختلفی برای برآورد پارامتر توابع مفصل وجود دارد. در این تحقیق روش نیمه پارامتری برای

تخمین پارامتر توابع مفصل مورد استفاده قرار گرفته است. در تخمین نیمه پارامتری از رابطه بین تابع مولد هر مفصل و ضریب همبستگی کندال استفاده می‌شود (Genest and Rivest, 1993). مهم‌ترین مرحله در مدل‌سازی توابع مفصل انتخاب تابع مفصل برتر با استفاده از روش نکویی برازش می‌باشد (Aissia et al., 2015). Genest et al. (2009) مطالعات جامعی در خصوص آزمون‌های مختلف نکویی برازش انجام و در نهایت روش پارامتریک خود راه‌انداز را پیشنهاد نمود که به صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود که به آماره Cramer-von Mises (S_n) شهرت دارد:

$$S_n = \int n \{C_n(u, v) - C_{\theta_n}(u, v)\}^2 dC_n(u, v) \quad (12)$$

که در این رابطه C_n تابع مفصل تجربی که براساس n داده مشاهداتی محاسبه می‌گردد و C_{θ_n} تخمینی از تابع C با فرض اینکه $C \in C_0$ می‌باشد. در این رابطه تخمین C_{θ_n} براساس روش روش نیمه پارامتری انجام پذیرفته است.

بر اساس مطالعه‌های Zhang et al. (2015)، نسبت میانگین‌های گشتاور خطی را می‌توان از ضریب همبستگی کندال منطقه‌ای (τ_R) برای برازش توابع مفصل در سطح منطقه همگن بین دوره خشک‌سالی و شدت خشک‌سالی در یک منطقه مشخص بر اساس میانگین وزنی ضریب همبستگی کندال برای هر ایستگاه با طول سری خشک‌سالی به عنوان وزن به صورت زیر بیان نمود:

$$\tau_R = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} n_i \tau_i}{\sum_{i=1}^{N_c} n_i} \quad (13)$$

در این جا N_c نشان‌دهنده تعداد ایستگاه‌های موجود در منطقه همگن، n_i مجموع وقایع خشک‌سالی در ایستگاه i و τ_R برابر است با همبستگی کندال بین شدت خشک‌سالی و مدت آن در هر ایستگاه i . برای سه تابع ارشمیدسی مشخصه‌های آن‌ها از جمله تابع مولد، پارامتر و ضریب همبستگی کندال در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول ۱- پارامتر، تابع مولد و ضریب همبستگی سه تابع ارشمیدسی کلایتون، فرانک و گامبل

Table 1- Parameter, generating function and correlation coefficient of three Archimedean Clayton, Frank and Gumbel functions

| Family | Kendall coefficient | Parameter | Generating function |
|-----------------|--|------------------|---|
| Clayton | $\theta/(\theta+2)$ | $\theta \geq -1$ | $(t^{-\theta} - 1) / \theta$ |
| Frank | $1 - 4/\theta + 4D^*_1(\theta) / \theta$ | $\theta \in R$ | $-\log\left(\frac{e^{-\theta} - 1}{e^{-\theta} - 1}\right)$ |
| Gumbel-Hougaard | $1 - 1/\theta$ | $\theta \geq 1$ | $ \text{Log}(t) ^\theta$ |

$$D^*_1(\theta) = \int_0^1 (x/\theta)/(e^x - 1) dx$$

در رابطه (۱۵) نماد C تابع مفصل، $q(X)$ و $q(Y)$ توزیع فراوانی منطقه‌ای حاشیه‌ای برای متغیرهای تصادفی X و Y می‌باشد.

دوره بازگشت

براساس مطالعات Shen و Shiau (2001) دوره بازگشت تک‌متغیره شدت و مدت خشک‌سالی براساس رابطه (۱۶) و (۱۷) محاسبه می‌گردد.

$$T_D = \frac{E(L)}{1 - F_D(d)} \quad (16)$$

$$T_S = \frac{E(L)}{1 - F_S(s)} \quad (17)$$

که در این روابط $F_D(d)$ و $F_S(s)$ به ترتیب توزیع‌های تجمعی شدت و مدت خشک‌سالی، T_D و T_S دوره بازگشت مورد انتظار دوره و شدت خشک‌سالی بزرگ‌تر یا مساوی یک مقدار مشخص را نشان می‌دهد و $E(L)$ میانگین فاصله زمانی بین وقایع خشک‌سالی است. دوره بازگشت پدیده‌ای مانند خشک‌سالی به‌عنوان معیاری برای طراحی سیستم‌های منابع آب به‌کار می‌رود. شدت و مدت خشک‌سالی هیدرولوژیک فاکتور مهمی در طراحی سیستم‌های منابع آب می‌باشند. دوره بازگشت خشک‌سالی تابعی از میانگین فاصله زمانی بین وقایع خشک‌سالی است که آن را با $E(L)$ نمایش می‌دهند. با توجه به این‌که مشخصه‌های خشک‌سالی، متغیرهای وابسته تصادفی می‌باشد، بنابراین تخمین دوره بازگشت هم‌زمان آنها به‌منظور مدیریت و ارزیابی خشک‌سالی در هر منطقه مفید می‌باشد. با استفاده از توابع مفصل می‌توان دوره بازگشت هم‌زمان را به‌دست‌آورد. دوره بازگشت شدت و مدت خشک‌سالی هم‌زمان در دو حالت تعریف می‌گردد: الف: دوره بازگشت برای $D \geq d$ and $S \geq s$ ب: دوره بازگشت برای $D \geq d$ or $S \geq s$ که براساس این دو حالت دوره بازگشت هم‌زمان وقایع خشک‌سالی براساس توابع مفصل به ترتیب T'_{DS} و T_{DS} به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$T_{DS} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))} \quad (18)$$

$$T'_{DS} = \frac{E(L)}{1 - C(F_D(d), F_S(s))} \quad (19)$$

که در این روابط $F_D(d)$ و $F_S(s)$ به ترتیب توزیع‌های تجمعی شدت و مدت خشک‌سالی، $E(L)$ میانگین فاصله زمانی بین وقایع خشک‌سالی و $C(F_D(d), F_S(s))$ تابع مفصل توزیع‌های حاشیه‌ای شدت و مدت خشک‌سالی می‌باشد.

روش خشک‌سالی شاخص

براساس پروسه سیلاب شاخص، سیلاب با دوره بازگشت T در یک ایستگاه را می‌توان به وسیله دو جزء تعریف نمود: الف: سیلاب شاخص μ_q ب: فاکتور بی‌بعد منحنی رشد q_T که توصیف‌کننده ارتباط بین سیلاب بی‌بعد و دوره بازگشت می‌باشد (Grimaldi et al., 2011). اگر روش سیلاب شاخص به‌عنوان طرح منطقه‌ای انتخاب گردد و تخمین چندک سیلاب در هر ایستگاه مد نظر باشد آن‌گاه باستی ابتدا سیلاب شاخص (μ_q) تخمین گردد و سپس چندک منطقه‌ای (q_T) محاسبه شده و در نهایت مدل منطقه‌ای صحت‌سنجی گردد. می‌توان روش سیلاب شاخص را برای سایر وقایع هیدرولوژی حدی از جمله خشک‌سالی توسعه داد (Zhang et al., 2015). فرضیه کلیدی این روش این است که توزیع خشک‌سالی‌ها در مکان‌های مختلف یک منطقه مشابه هستند به جز برای پارامتر مقیاس یا خشک‌سالی شاخص که انعکاس‌دهنده خواص خشک‌سالی در هر منطقه می‌باشد (Hosking and Wallis, 1993).

برای منطقه‌ای دارای N ایستگاه که ایستگاه i دارای طول آماری n_i و داده‌های مشاهده شده x_{ij} ، $j=1, \dots, n_i$ است، $x_i(F)$ که $0 < F < 1$ را تابع چندک توزیع فراوانی در ایستگاه i در نظر بگیرید. برای یک منطقه همگن مطابق رابطه (۱۴) خواهیم داشت:

$$x_i(F) = \mu_i q(F) \quad (14)$$

که در آن μ_i عامل مقیاس وابسته به ایستگاه یا خشک‌سالی شاخص است. $q(F)$ به‌عنوان منحنی فراوانی منطقه‌ای شناخته می‌شود و در مراجع به‌عنوان متغیر بی‌بعد نام‌گذاری شده است. براساس مطالعات Zhang et al. (2015) می‌توان روش سیلاب شاخص را برای حالت دو متغیره بسط داد. در این مطالعه با توجه به این‌که متغیرهای شدت و مدت هم‌زمان ویژگی‌های رژیم خشک‌سالی را توصیف می‌کنند بنابراین معادله‌های بالا بایستی برای حالات دو متغیره توسعه داده شود. فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی و توزیع حاشیه‌ای آن‌ها به ترتیب F_X و F_Y ، چندک فراوانی مرتبط با آن‌ها به ترتیب $x(F_X)$ و $y(F_Y)$ و تابع مفصل به‌منظور توصیف توزیع مفصل متغیرهای تصادفی X و Y تابع F_{XY} باشد در این حالت چندک فراوانی در ایستگاه i برابر است با:

$$\begin{aligned} x_i(F_X) &= \mu_{i,X} q_X(F_X) \\ y_i(F_Y) &= \mu_{i,Y} q_Y(F_Y) \\ \nabla_{XY}^i(x, y) &= C(F_X^i(x), F_Y^i(y)) \end{aligned} \quad (15)$$

نتایج و بحث

تحلیل فراوانی منطقه‌ای

ابتدا آزمون‌های پیش نیاز از جمله بررسی داده‌های گمشده، تحلیل روند سری داده‌ها و تصادفی بودن برای ۱۴ ایستگاه (سری زمانی داده‌های بارندگی) انجام پذیرفت. نتایج نشان داد داده‌های بارندگی تصادفی بوده و هیچ‌گونه روند معنی‌داری در داده‌ها وجود ندارد. پس از آن با استفاده از نرم‌افزار DIP شاخص خشک‌سالی SPI در مقیاس شش ماهه محاسبه و با استفاده از تئوری Run مشخصه‌های خشک‌سالی (شدت و مدت) استخراج گردید. در منطقه مطالعاتی ۶۸۴ واقعه خشک‌سالی (SPI کمتر از صفر) اتفاق افتاده است که بیشترین شدت خشک‌سالی برابر با ۳۱/۰۱ با مدت ۲۴ ماه مربوط به ایستگاه دشتبال می باشد.

آزمون ناهم‌جواری و همگنی

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، در مناطق مرکزی و شمال‌شرقی استان فارس براساس تقسیم‌بندی اقلیم Dommartin بوده که ۱۴ ایستگاه باران‌سنجی در محدوده نیمه‌خشک قرار دارند. به‌منظور تحلیل منطقه‌ای بایستی ناهم‌جواری بین هر ایستگاه و همگنی منطقه مورد بررسی قرار گیرد. مقادیر D_i در تمامی ایستگاه‌ها برای متغیر شدت و مدت خشک‌سالی کوچک‌تر از سه می‌باشد. براساس توصیه Hosking و Wallis (1993) در صورتی که شاخص همگنی $H \leq 1$ باشد، منطقه به‌عنوان "همگن"، در صورتی که $1 \leq H \leq 2$ به‌عنوان "احتمالاً ناهمگن" و چنانچه $H \geq 2$ منطقه به‌عنوان "قطعاً ناهمگن" شناخته می‌شود. در منطقه مورد مطالعه مقدار شاخص همگنی برای متغیر مدت و شدت خشک‌سالی به‌ترتیب برابر با ۰/۶۹ و ۰/۷- گردید. بنابراین کلیه ۱۴ ایستگاه هم‌جواری بوده و کل منطقه مطالعاتی نیز همگن می‌باشد. پس از تعیین منطقه همگن دومین مرحله در تحلیل فراوانی منطقه‌ای تعیین توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره می‌باشد. در این مطالعه به‌منظور تخمین پارامترهای توزیع حاشیه‌ای از روش گشتاور خطی استفاده گردید. در این روش توزیع‌های حاشیه‌ای مقدار حدی تعمیم‌یافته، لجستیک تعمیم‌یافته، پارتو تعمیم‌یافته توزیع نرمال، نرمال لگاریتمی سه پارامتری، توزیع پیرسون (۳) بر داده‌ها بی‌بعد برازش داده شده و به‌منظور نیکویی برازش برای توزیع‌های سه پارامتره براساس توصیه Hosking و Wallis (1993)، از آمار Z استفاده گردید. نتایج نکویی برازش در جدول نشان (۲) داده شده است. در صورتی که آماره $|Z| \leq 1.64$ ، توزیع برای تحلیل منطقه‌ای مناسب است. در این تحقیق داده‌های شدت و مدت هر ایستگاه به‌منظور بی‌بعدسازی بر میانگین ایستگاه تقسیم شده است. براساس نتایج جدول (۲) تنها توزیع پیرسون (۳) جهت برازش به داده‌های شدت خشک‌سالی بی‌بعد مناسب می‌باشد و هیچ یک از توزیع‌های سه‌متغیره برای برازش به متغیر مدت خشک‌سالی مناسب نبوده است. Zelenhasić و Salvai (1987) و

Mathier et al. (1992) و Shiau (2006) نشان دادند در صورتی که مدت و شدت خشک‌سالی متغیرهای تصادفی و پیوسته باشند توزیع حاشیه‌ای آن‌ها برای متغیر مدت توزیع نمایی و متغیر شدت توزیع گاما می‌باشد. با توجه به این‌که ویژگی‌های آماری وقایع خشک‌سالی واحد است، آزمون نکویی برازش براساس توزیع‌های نمایی و گاما انجام پذیرفت. آزمون آماره Z براساس مطالعه های Zhang et al. (2015) تنها برای توزیع‌های سه‌متغیره مناسب می‌باشد بنابراین به‌منظور نکویی برازش توزیع‌های نمایی و گاما از آزمون کولموگروف اسمیرنوف استفاده گردید و نتایج آن در جدول (۳) ارائه گردیده است. براساس جدول (۳) نکویی برازش توزیع‌های گاما و نمایی در سطح اعتماد ۹۵ درصد از طریق آزمون (K-S) مورد تأیید قرار گرفت. میانگین مقادیر p-value آماره (K-S) برای مشخصه‌های شدت و مدت به‌ترتیب برابر با ۰/۸۶ و ۰/۴۵ می‌باشد. بنابراین توزیع‌های گاما و نمایی به‌عنوان توزیع‌های حاشیه‌ای منطقه‌ای متغیرهای شدت و مدت معرفی گردیده و پارامترهای آن‌ها در جدول (۴) ارائه گردیده است. برازش منحنی فراوانی منطقه‌ای مفصل تابع مفصل و پارامترهای آن چالش اصلی می‌باشد. با استفاده از روش نیمه‌پارامتری رابطه (۱۵) می‌توان پارامتر تابع مفصل را تخمین زد. در این مطالعه به‌منظور انتخاب تابع مفصل برتر از تابع ارائه‌شده توسط Cramer رابطه شماره (۲) ارائه شده در مطالعات Genest et al. (2009) استفاده گردیده است. براساس نتایج جدول (۵) همان‌طور که مشاهده می‌گردد تابع Clayton برازش مناسبی برای سری وقایع خشک‌سالی ندارد. برخلاف آن توابع Gumbel و Frank با مقادیر p-value به‌ترتیب ۰/۲ و ۰/۴۳ برازش قابل قبولی بر داده‌ها دارد. برای انتخاب بهترین مدل علاوه بر استفاده از روش Cramer، Genest et al. (2009) از معیارهای مختلف دیگری نیز استفاده گردید. معیارهای مورد استفاده عبارتند از معیار آکاییک، معیار اطلاعاتی بیزین و مقدار تابع درست‌نمایی لگاریتمی. تابعی که میزان قدر مطلق مقادیر آکاییک، معیار اطلاعاتی بیزین و تابع درست‌نمایی لگاریتمی برای آن بیشترین مقدار باشد به‌عنوان مناسب‌ترین تابع برای مدل‌سازی چند متغیره شدت و مدت خشک‌سالی انتخاب می‌شود. با توجه به نتایج مندرج در جدول (۶) مشخص می‌شود تابع مفصل Gumbel با دارا بودن بیشترین مقدار آکاییک، معیار اطلاعاتی بیزین و تابع درست‌نمایی لگاریتمی به‌عنوان مناسب‌ترین تابع مفصل انتخاب گردید که در توافق با یافته‌ی Zhang et al. (2015) است. از طرف دیگر صحت‌سنجی نتایج برازش تابع مفصل انتخابی از طریق مقایسه با مفصل تجربی صورت گرفت. تابع مفصل تجربی با روش ترسیم موقعیت تعمیم‌یافته به حالت دومتغیره و با توجه به داده‌های مشاهداتی محاسبه شده است. مدل‌های مفصل با مفصل تجربی محاسبه‌شده از طریق محاسبه مقدار مجذور میانگین مربع خطا (RMSE) در جدول (۶) نشان داده شده است. با مقایسه نتایج مشخص می‌شود که مدل Gumbel نسبت به دیگر مدل‌ها خطای

منحنی تابع مفصل Gumbel که در نرم افزار متلب رسم گردیده است در شکل (۲) نشان داده شده است

کمتری داشته که این خود تأییدی بر نتایج حاصل از انتخاب مدل مفصل براساس معیارهای آکاییک، معیار اطلاعاتی بیزین و تابع درست‌نمایی نمایی لگاریتمی خواهد بود. براساس نتایج فوق الذکر

جدول ۲- نتایج آزمون آماره (Z) برای داده‌های مدت و شدت خشک‌سالی

Table 2- The results of (Z) statistic test for drought duration and severity data

| Distribution | Z_d | Z_s |
|--------------------|-------|-------|
| Gen. logistic | 13.3 | 7.02 |
| Gen. extreme value | 1.71 | 6.51 |
| Gen. normal | 9.7 | 4.59 |
| Pearson type III | 6.94 | 1.32* |
| Gen. Pareto | 6.99 | 4.19 |

Accepted distribution*

جدول ۳- نتایج آزمون K-S (p-value) برای متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی

Table 3- The results of K-S test (p value) for severity and duration variables of drought

| Severity | Duration | % of goodness of fit** |
|----------|----------|------------------------|
| 0.86 | 0.45 | 100 |

%.*of accepted stations

جدول ۴- پارامترهای توزیع‌های منطقه‌ای منتخب متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی بی‌بعد

Table 4- Selected regional distribution parameters for on-dimensional severity and duration variables of drought

| Duration (exponential) | Severity (Gamma) |
|---------------------------|---------------------|
| $\xi = 0.048$ | $\alpha = 0.46$ |
| $\alpha = 0.95$ | $\beta = 2.15$ |

جدول ۵- نتایج نکویی برازش با استفاده از توابع کارمر

Table 5- The results of goodness of fit using Cramer function

| Copula | parameter | τ_R | Rate | p value (mean) |
|---------|-----------|----------|------|-------------------|
| Clayton | 7.34 | 0.786 | 8 | 0.024 |
| Gumbel | 4.67 | 0.786 | 100 | 0.2 |
| Frank | 16.86 | 0.786 | 100 | 0.43 |

جدول ۶- آماره‌های نکویی برازش توابع مفصل و میزان خطای محاسبه‌شده (RMSE) توابع تئوریک در

مقایسه با مفصل تجربی

Table 6- Goodness-of-fit statistics of copula functions and values of calculated error (RMSE) of theoretical functions

| Copula | RMSE | Log-likelihood | BIC | AIC |
|---------|-------|----------------|---------|----------|
| Clayton | 0.033 | 318.93 | -631.3 | -635.86 |
| Gumbel | 0.022 | 587.92 | -1116.3 | -1169.32 |
| Frank | 0.023 | 577.43 | -1148.3 | -1148.33 |

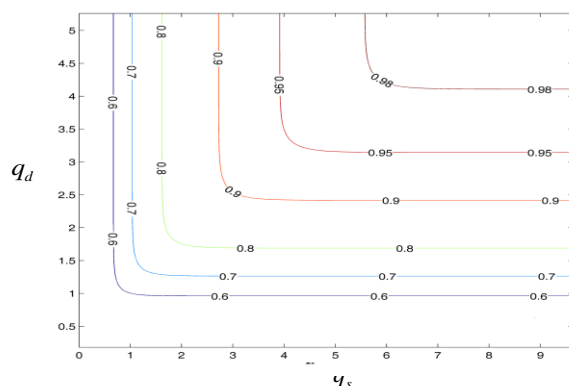


Fig 2- The joint probability of non-dimensional drought severity and duration for a given risk level p
 شکل ۲- احتمال وقوع هم‌زمان شدت و مدت خشک‌سالی (بی‌بعد) برای یک سطح احتمال مشخص (p)

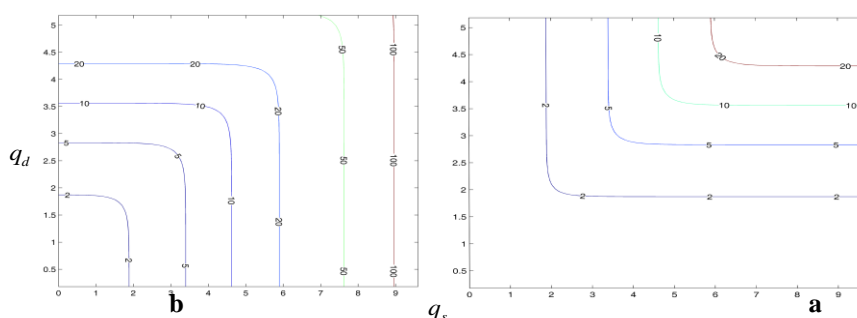


Fig ۳- Joint return period of drought severity and duration (a): $(D \geq d \text{ and } S \geq s)$, (b): $(D \geq \text{or } S \geq s)$
 شکل ۳- دوره بازگشت هم‌زمان شدت و مدت خشک‌سالی (a): $(D \geq d \text{ and } S \geq s)$; (b): $(D \geq \text{or } S \geq s)$

جدول ۷- مقادیر مدت و شدت بی‌بعد خشک‌سالی تک‌متغیره در دوره بازگشت های ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰

Table 7- Values of non-dimensional severity and duration of univariate drought in return periods of ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰

| Return period | Duration | Severity |
|---------------|----------|----------|
| 2 | 1.7 | 1.88 |
| 5 | 2.57 | 3.39 |
| 10 | 3.23 | 4.62 |
| 20 | 3.89 | 5.89 |
| 50 | 4.76 | 7.62 |
| 100 | 5.42 | 8.95 |

جدول ۸- مقادیر شدت و مدت بی‌بعد خشک‌سالی در دوره بازگشت‌های دو متغیره

Table 8- bivariate return periods of various duration and severity

| Severity | Duration | $D \geq d \text{ and } S \geq s$ | $D \geq \text{or } S \geq s$ |
|----------|----------|----------------------------------|------------------------------|
| 1.88 | 1.7 | 2.4 | 1.67 |
| 3.39 | 2.57 | 7.57 | 3.73 |
| 4.62 | 3.23 | 12.36 | 8.39 |
| 5.89 | 3.89 | 24.72 | 16.76 |
| 7.62 | 4.76 | 75.75 | 37.31 |
| 8.95 | 5.42 | 195 | 67 |

دوره بازگشت

میانگین فاصله زمانی بین خشک‌سالی‌ها براساس داده‌های مشاهده‌ای و فرض تبعیت طول دوره خشک‌سالی از تابع توزیع هندسی در منطقه، معادل ۴/۰۳ ماه به‌دست‌آمد. سپس با استفاده از تابع مفصل Gumbel (مناسب‌ترین برازش) و روابط (۱۸) و (۱۹) اقدام به محاسبه دوره بازگشت هم‌زمان شدت و مدت بی‌بعد خشک‌سالی در دو حالت and و or گردید. از آن‌جایی که ترکیب‌های مختلفی از متغیرهای وابسته شدت و مدت امکان وقوع هم‌زمان دارند بنابراین از خطوط کانتور به‌منظور نمایش دوره بازگشت متناظر استفاده گردید. در شکل (۳) نتایج ارایه گردیده است. برای مثال با فرض $q_s = 3$ و $q_d = 3$ دوره بازگشت $T_{DS} = 6$ سال و دوره بازگشت $T'_{DS} = 3$ سال خواهد بود.

مقادیر شدت و مدت بدون بعد برای دوره‌های بازگشت یک متغیره ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سال نیز به‌طور جداگانه و با استفاده از روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه و در جدول (۷) درج گردیده است. کل وقایع خشک‌سالی و ترسالی در منطقه همگن برابر با ۶۹۲۴ واقعه بوده که از این تعداد ۳۱۲۲ واقعه خشک‌سالی بوده و مقدار $E(L) = 4.03$ به‌دست آمده است. در نهایت به‌ازا مقادیر شدت و مدت بدون بعد محاسبه شده در هر دوره بازگشت تک‌متغیره (جدول ۷)، دوره بازگشت هم‌زمان در دو حالت $(D \geq dandS \geq s)$ و $(D \geq dorS \geq s)$ نیز محاسبه و نتایج در جدول (۸) نشان داده شده است. با مقایسه نتایج جدول‌های ۷ و ۸، مشاهده می‌گردد مقادیر دوره بازگشت محاسبه شده بر اساس توزیع حاشیه‌ای تک‌متغیره همواره کمتر از دوره بازگشت هم‌زمان در حالت and و بیشتر از دوره بازگشت هم‌زمان در حالت or است. به‌عنوان نمونه دوره بازگشت هم‌زمان در حالت $(D \geq dandS \geq s)$ معادل ۷۶ سال برای تداوم و شدت ۴،۷۶ و ۷،۶۲ تعیین شده است. با این وجود دوره بازگشت این مقادیر در حالت تک‌متغیره معادل ۵۰ سال و در حالت هم‌زمان or معادل ۳۸ سال می‌باشد. تفاوت دوره بازگشت

در حالت تک متغیره و دومتغیره بیانگر نقش متغیر دوم در احتمال وقوع است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، نتایج تحلیل فراوانی یک‌متغیره و دومتغیره‌ی مشخصه‌های منطقه‌ای خشک‌سالی در ناحیه نیمه‌خشک استان فارس ارایه گردید و تاثیر وابستگی مشخصه‌ها بر دوره بازگشت آن‌ها آشکار گردید. توزیع‌های حاشیه‌ای شدت و مدت بدون بعد خشک‌سالی به‌ترتیب گاما و نمایی انتخاب گردید که در توافق با یافته‌های Zhang et al. (2015) می‌باشد. به‌منظور به هم پیوستن توابع توزیع حاشیه و ایجاد یک تابع توزیع پیوسته، مفصل Gumbel به‌عنوان مناسب‌ترین انتخاب گردید. سپس با استفاده از آن نمودار دوره بازگشت هم‌زمان شدت و مدت خشک‌سالی در دو حالت $D \geq dorS \geq s$ و $D \geq dandS \geq s$ رسم گردید. مقایسه دوره بازگشت یک‌متغیره و دومتغیره مشخصه‌های منطقه‌ای خشک‌سالی نیز نشان داد، مقادیر شدت و مدت بدون بعد برای دوره بازگشت ۱۰۰ ساله در حالت یک‌متغیره معادل ۸/۹۵ و ۵/۴۲ بوده و بر اساس توزیع دو متغیره، همین مقادیر در حالت $(D \geq 5/42 \text{ and } S \geq 8/95)$ دارای دوره بازگشت ۱۹۵ سال و در شرایط $(D \geq 5/42 \text{ or } S \geq 8/95)$ دوره بازگشتی معادل ۶۷ سال دارند. احتمال وقوع هم‌زمان دو مشخصه کمتر از وقوع یکی از آن‌ها است که این همان مفهوم حالت and و or می‌باشد. این تفاوت بارز تأثیر مستقیمی روی برنامه‌ریزی و مدیریت تخصیص منابع آب و تحلیل ریسک دارد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از شرکت آب منطقه‌ای استان فارس که داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز را در اختیار این مطالعه قرار داده است کمال تشکر را دارد.

References

- 1- Aissia, M Ben., Chebana, F., Ouarda, T.B., Bruneau, P. and Barbet, M., 2015. Bivariate index-flood model: case study in Québec, Canada. *Hydrological Sciences Journal*, 60(2), pp.247-268.
- 2- Anonymous, 2016. Study center for Fars, Report of studies on groundwater levels for Fars regions. *Technical Rep pp.69*. (In Persian).
- 3- Genest, C. and Favre, A.C., 2007. Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), pp.347-368.
- 4- Genest, C., Rémillard, B. and Beaudoin, D., 2009. Goodness-of-fit tests for copulas: a review and a power study. *Mathematics And Economics*, 44(2), pp.199-213.
- 5- Genest, C. and Rivest, L.P., 1993. Statistical inference procedures for bivariate archimedean copulas.

- Journal of The American Statistical Association*, 88(423), pp.1034-1043.
- 6- Greenwood, J.A., Landwehr, J.M., Matalas, N.C. and Wallis, J.R., 1979. Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water Resources Research*, 15(5), pp.1049-1054.
 - 7- Grimaldi, S., Kao, S.C., Castellarin, A., Papalexiou, S.M., Viglione, A., Laio, F., Aksoy, H. and Gedikli, A., 2011. Treatise on Water Science, chap. Statistical hydrology, 479–517.
 - 8- Guttman, N.B., 1993. The use of L-moments in the determination of regional precipitation climates. *Journal of Climate*, 6(12), pp.2309-2325.
 - 9- Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R., 1988. The effect of intersite dependence on regional flood frequency analysis. *Water Resources Research*, 24(4), pp.588-600.
 - 10- Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R., 1993. Some statistics useful in regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 29(2), pp.271-281.
 - 11- Hosking, J.R., 1990. L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of The Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 52(1), pp.105-124.
 - 12- Huang, S., Huang, Q., Chang, J., Chen, Y., Xing, L. and Xie, Y., 2015. Copulas-based drought evolution characteristics and risk evaluation in a typical arid and semi-arid region. *Water Resources Management*, 29(5), pp.1489-1503.
 - 13- Janáček, J., 1994. Wilhite, DA: drought assessment, management and planning: Theory and case studies. *Biologia Plantarum*, 36(4), pp.628-628.
 - 14- Kao, S.C. and Govindaraju, R.S., 2010. A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology*, 380(1-2), pp.121-134.
 - 15- Mathier, L., Perreault, L., Bobée, B. and Ashkar, F., 1992. The use of geometric and gamma-related distributions for frequency analysis of water deficit. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 6(4), pp.239-254.
 - 16- McKee, T.B., Doesken, N.J. and Kleist, J., 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. *The 8th Conference on Applied Climatology*. Boston, MA: American Meteorological Society.
 - 17- Mirakbari, M., Ganji, A. and Fallah, S.R., 2010. Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(12), pp.985-1000.
 - 18- Núñez, J.H., Verbist, K., Wallis, J.R., Schaefer, M.G., Morales, L. and Cornelis, W.M., 2011. Regional frequency analysis for mapping drought events in north-central Chile. *Journal of Hydrology*, 405(3-4), pp.352-366.
 - 19- Salari, M., Akhond Ali, A., Adib, A. and Daneshkhah, A., 2014. Bivariate flood frequency analysis using the copula functions. *Journal of Irrigation Science and Engineering*, 37(4), pp. 29-38. (In Persian).
 - 20- Schweizer, B. and Sklar, A., 1983 *Probabilistic metric spaces*. Elsevier North Holland. New York.
 - 21- Shafaei, M., Fakheri, A., Dinpashoh, Y. and Mirabbasi, R., 2016. Modeling rainfall event characteristics using D-vine copulas. *Journal of Water and Soil Conservation*, 6(2), pp. 45-58. (In Persian).

- 22-Shiau, J.T. and Modarres, R., 2009. Copula-based drought severity-duration-frequency analysis in Iran. *Meteorological Applications*, 16(4), pp.481-489.
- 23-Shiau, J.T. and Shen, H.W., 2001. Recurrence analysis of hydrologic droughts of differing severity. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 127(1), pp.30-40.
- 24-Shiau, J.T., 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management*, 20(5), pp.795-815.
- 25-Sklar, M., 1959. *Fonctions de Répartition À N Dimensions Et Leurs Marges*. Université Paris
- 26-Svoboda, M., Hayes, M. and Wood, D., 2012. Standardized precipitation index user guide. *Technical Rep.No. 1090*
- 27-Wilhite, D.A., Hayes, m.j., and Knutson, cl. 2005. Drought preparedness planning: building institutional capacity. *Drought and water crises: Science, Technology, And Management*, 22(1), pp.93-135.
- 28-Xiong, L., Yu, K.X. and Gottschalk, L., 2014. Estimation of the distribution of annual runoff from climatic variables using copulas. *Water Resources Research*, 50(9), pp.7134-7152.
- 29-Zelenhasić, E. and Salvai, A., 1987. A method of streamflow drought analysis. *Water Resources Research*, 23(1), pp.156-168.
- 30-Zhang, Q., Xiao, M., Singh, V.P. and Li, J., 2012. Regionalization and spatial changing properties of droughts across the Pearl river basin, China. *Journal of Hydrology*, 472, pp.355-366.
- 31-Zhang, Q., Qi, T., Singh, V.P., Chen, Y.D. and Xiao, M., 2015. Regional frequency analysis of droughts in China: a multivariate perspective. *Water Resources Management*, 29(6), pp.1767-1787.