

**EXTENDED ABSTRACT**

**The Combination of Mathematical and Stochastic Models to Improve the Results of Groundwater Models**

S. Y. Mirzaee<sup>1\*</sup>, R. Amiri<sup>2</sup>, M. Chitsazan<sup>3</sup> and A. Nadri<sup>4</sup>

- 1\* - Corresponding Author, Assistant professor of hydrology, Faculty of Geosciences, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran (*yahyamirzaee@scu.ac.ir*).  
2- MSc of hydrogeology, Faculty of Geosciences, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.  
3- Professor of hydrogeology, Faculty of Geosciences, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.  
4- Assistant professor of hydrology, Faculty of Geosciences, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

Received:

Revised:

Accepted:

**Keyword:** Mathematical and stochastic models, Modflow, Time series, ARIMA model, GMS, Maydavood-Dallan aquifer.

**DOI:** 10.22055/jise.2018.22820.1629.

**Introduction**

Groundwater is one of the most important water supplies for domestic, industrial and agricultural use and it is the only reliable source of water in some areas. These resources have been exploited in many countries in the world. The various consequences of improper management and exploitation of groundwater have caused global concern, especially in developing countries. Due to the non-uniform distribution of precipitation and surface water resources and some advantages of groundwater such as low pollution, constant temperature etc., groundwater is at the center of attention as compared to surface water. Therefore, excessive exploitation of these resources will result in irreversible damage, such as declining groundwater level, discharge of wells and quants. To reduce the damage caused by the loss of aquifers, optimal management of these water resources is required. In order to achieve this goal, the latest scientific and engineering techniques should be used by water specialists. In this regard, the use of groundwater models and simulation techniques is one way to monitor, control and apply different management scenarios on groundwater resources. In groundwater models, it is possible to determine the response of aquifers in various stresses by defining different management scenarios. Therefore, the models can be used as a useful tool for identifying the hydrogeological system, choosing optimal management options and predicting the impact of climate parameters in the water management systems (Wang and Anderson, 1998; Chitsazan and Tavasuli, 1998). Precipitation, as one of the most important parameters in groundwater numerical models, plays a crucial role in water balance calculation. One of the weak points of mathematical models is the use of precipitation values in the calibration period to predict of the future. To solve the problem, time series models are considered as a solution. Among the specific characteristics of stochastic models is their ability to simulate climatic conditions. The most important time series model is the Autoregressive and Moving Average (ARIMA). The combined use of numerical and stochastic models can be effective to reduce forecast errors of numerical models.

**The study area**

Maydavood-Dallan plain is located in the East of Ramhormoz in Khuzestan province. The main outcrops of geological formations are Aghajari and Gachsaran formation. The alluvial of the region made unconfined aquifer in Maydavood\_Dallan plain. Mashin meteorological station observations were used for groundwater and stochastic modeling.

**Materials and methods**

The research method consists of three parts. One: generation, calibration, and validation of the numerical model of the Maydavood-Dallan plain. Two: forecasting of the Maydavood-Dallan precipitation by stochastic models. Three: integration of the numerical and stochastic models.

**Results and discussion**

In order to manage the water resources of the Maydavood-Dallan aquifer, the Modflow model in GMS software was used for model calibration and validation. The model calibration was accomplished during a one-year period from October 2013 to September 2014. The RMSE error index for all model stress periods was estimated at 0.566 m. The calibrated model was verified from October 2014 to March 2015. The results showed that the RMSE error in the validation period is 0.63 meters (Table 1).

**Table 1- Numerical model error parameter values**

<i>RMSE</i>	<i>MAE</i>	<i>ME</i>	
0.566	0.484	-0.045	Calibration
0.643	0.587	-0.16	Validation

For modeling of rainfall, the Box-Jenkins method was used for rainfall data of 34 years obtained from Mashin rain gauge station. For selecting the final stochastic model, regression correlations (R2), mean absolute error (MAE) and root-mean-square error (RMSE) were used. Based on the results, SARIMA (1,0,0) (0,1,1) 12 model was chosen as the best model for forecasting rainfall in the study area (Table 2).

**Table 2- Values of error parameters in fitted statistical models**

<i>Stationary R-squared</i>	<i>R-squared</i>	<i>RMSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MaxAE</i>	<i>Models</i>
0.46	0.39	35.96	21.12	184.29	ARIMA(1,0,0)(0,1,1)
0.87	0.35	41.40	24.90	194.07	ARIMA(0,1,1)(0,1,1)
0.86	0.15	43.44	26.94	213.95	ARIMA(0,0,0)(0,1,1)

To compare the results, the validated mathematical model was run in two precipitation scenarios including classical method and using predicted rainfall data by the stochastic model ARIMA (1,0,0) (0,1,1) for 12 months (From April 2014 to March 2013). The results showed that the combination of mathematical and stochastic models improved the mathematical model and reduced RMSE error to 0.83 which reflects the improvement of the compilation model results.

**Table 3- Numerical model errors after application of precipitation data by stochastic and classical methods**

<i>RMSE</i>	<i>MAE</i>	<i>ME</i>	
0.83	0.667	-0.374	The stochastic model
0.94	0.742	-0.546	The classical methods

---

### Conclusion

According to the results, applying the stochastic model data in Maydavood\_Dallan aquifer numerical models reduced RMSE error of the numerical model from 0.94 to 0.83m. The results of this study showed that combining statistical models and numerical models improved the prediction process of the numerical models.

### Acknowledgements

The authors would like to thank the Vice Chancellor for Research and Technology of Shahid Chamran University of Ahvaz for the financial support as well as the Khuzestan Water and Power Authority for providing basic information for this research.

### References

- 1- Chitsazan, M. and Tavasuli, M., 1998. Study and management of water resources of Mahyar North plain using mathematical model, Thesis, *Shahid Chamran University of Ahvaz*, Iran. 185p. (In Persian).
- 2- Wang, H.F. and Anderson, P., 1998. *Introduction to Groundwater Modeling: Finite Difference and Finite Element Methods*. Academic Press, San Diego.



© 2020 by the authors. Licensee SCU, Ahvaz, Iran. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



## استفاده‌ی تلفیقی از مدل‌های ریاضی و استوکستیک در راستای بهبود نتایج مدل‌های آب زیرزمینی

سید یحیی میرزایی<sup>۱</sup>، رقیه امیری<sup>۲</sup>، منوچهر چیت سازان<sup>۳</sup> و آرش ندری<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup>- نویسنده مسئول، استادیار هیدرولوژی گروه زمین شناسی دانشگاه شهید چمران اهواز yahyamirzaee@scu.ac.ir

<sup>۲</sup>- دانش آموخته هیدروژئولوژی دانشگاه شهید چمران اهواز .

<sup>۳</sup>- استاد هیدروژئولوژی گروه زمین شناسی دانشگاه شهید چمران اهواز.

<sup>۴</sup>- استادیار هیدروژئولوژی گروه زمین شناسی دانشگاه شهید چمران اهواز .

پذیرش: ۱۳۹۷/۳/۲۹

بازنگری: ۱۳۹۷/۳/۲۵

دریافت: ۱۳۹۶/۶/۱۸

### چکیده

مدل‌سازی آب‌زیرزمینی به‌عنوان راه‌کاری برای کنترل و مدیریت منابع آب زیرزمینی می‌باشد. در مدل‌های ریاضی، بارش یکی از پارامترهای اساسی در محاسبات بیلان آب زیرزمینی محسوب می‌گردد. یکی از نقاط ضعف مدل‌های ریاضی استفاده‌ی این مدل‌ها از مقادیر بارش دوره‌ی واسنجی برای پیش‌بینی آینده می‌باشد. در این راستا استفاده‌ی تلفیقی از مدل‌های ریاضی و استوکستیک می‌تواند اقدامی مؤثر در جهت کاهش خطای پیش‌بینی مدل‌های ریاضی باشد. در این مطالعه مدل ریاضی آبخوان میداوود-دالون با استفاده از کد MODFLOW در محیط نرم‌افزار GMS کالیبره و صحت‌سنجی شد. هم‌چنین برای مدل‌سازی بارش منطقه از روش باکس-جنکینز روی داده‌های بارش ۳۴ ساله ایستگاه باران‌سنجی میداوود استفاده گردید. براساس نتایج به‌دست آمده مدل SARIMA(1,0,0)(0,1,1)12 به‌عنوان بهترین مدل برای پیش‌بینی بارش انتخاب شد. به‌منظور بررسی نتایج، مدل ریاضی صحت‌سنجی شده منطقه برای ۱۲ ماه با دو سناریوی بارش شامل روش کلاسیک و روش تلفیقی اجرا گردید. نتایج نشان داد تلفیق مدل‌های ریاضی و استوکستیک باعث بهبود نتایج مدل‌های ریاضی و کاهش خطای RMSE به میزان ۰/۸۳٪ گردید.

**کلید واژه‌ها:** مدل ریاضی و استوکستیک، مادفلو، سری زمانی، پیش‌بینی، مدل اس‌آر‌ایما، آبخوان میداوود-دالون.

### مقدمه

انجام پذیرد. با بررسی دقیق نوسانات سطح آب زیرزمینی می‌توان از آن در برنامه‌ریزی تأمین آب قابل اطمینان و در مدیریت بهینه‌ی منابع آب استفاده کرد. هم‌چنین از مخارج سنگین توسعه و بهره‌برداری این منابع کاست (Izadi et al., 2008). برای نیل به این هدف بایستی جدیدترین روش‌های علمی و مهندسی در دستور کار متخصصین آب قرار گیرد. در این راستا از اواسط قرن بیستم استفاده از مدل‌های آب زیرزمینی و روش‌های شبیه‌سازی به‌عنوان یکی از راه‌های نظارت، کنترل و اعمال سناریوهای مختلف مدیریتی بر منابع آب زیرزمینی آغاز شده است. از آنجایی که در مدل‌های آب زیرزمینی می‌توان با تعریف سناریوهای مختلف مدیریتی، هم‌چنین تغییر در ورودی‌ها و پارامترهای مختلف، واکنش آبخوان به استرس‌های گوناگون را بررسی نمود، لذا می‌توان از این گونه مدل‌ها به‌عنوان ابزاری مفید برای شناسایی سیستم هیدروژئولوژیکی، مشاهده‌ی عکس‌العمل آبخوان نسبت به تغییر تنش‌های وارده و انتخاب گزینه‌های مختلف مدیریتی و نیز پیش‌بینی تأثیر برخی پارامترهای اقلیمی بر آبخوان‌ها استفاده کرد. تجزیه و تحلیل داده‌های بارندگی و تعیین میزان دقیق بارش در مدل‌های آب زیرزمینی خصوصاً مدل‌های ریاضی، به‌عنوان یکی از پارامترهای اصلی در عملکرد و دقت این مدل‌ها می‌باشد. لذا پیش‌بینی پارامترهای اقلیمی و بررسی روند آن‌ها در آینده در مدیریت بهینه‌ی منابع آب زیرزمینی، تأثیر به‌سزایی دارد (Wang

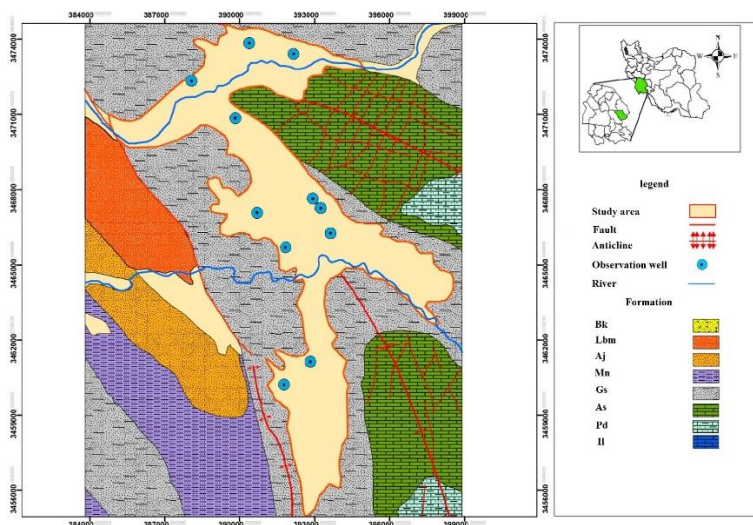
آب زیرزمینی یکی از مهم‌ترین ذخایر آبی برای مصارف خانگی، صنعتی و کشاورزی محسوب می‌شود. در برخی مناطق آب‌های زیرزمینی تنها منبع مطمئن ذخیره‌ی آب به‌شمار می‌آید (Yang et al., 2017). با این وجود این ذخایر در بسیاری از نقاط دنیا بیش از حد مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرند. پیامدهای مختلف ناشی از مدیریت و بهره‌برداری نادرست از آب زیرزمینی باعث ایجاد نگرانی جهانی به‌ویژه در کشورهای در حال توسعه شده است (Konikow and Kendy, 2005). بررسی‌ها نشان می‌دهد به همان نسبت که تقاضا برای آب در کوتاه‌مدت و درازمدت افزایش می‌یابد، فشار روی منابع آب زیرزمینی نیز افزایش می‌یابد (Sethi et al., 2010). به دلیل اثرپذیری منابع آب از بارش و عدم توزیع همگن بارش در کشور توزیع منابع آب سطحی نیز در مناطق مختلف غیریکنواخت می‌باشد. علاوه بر این برخی خصوصیات آب زیرزمینی و محاسن آن نسبت به آب‌های سطحی (مانند آلودگی کمتر، دمای ثابت و غیره) باعث افزایش بهره‌برداری از آن در کشور شده است. بنابراین عدم شناخت صحیح و بهره‌برداری بی‌رویه از این منابع خسارات جبران‌ناپذیری مانند افت شدید و غیرقابل برگشت سطح آب زیرزمینی و کاهش دبی چاه‌ها و قنات را به دنبال خواهد داشت. بدین منظور برای آگاهی از وضعیت منابع آب زیرزمینی و مدیریت بهینه‌ی آن لازم است بررسی دقیقی بر نوسانات سطح آب زیرزمینی

Woessner (1992) با مدل سازی رخساره های هیدروژئولوژیکی روند کلی تغییرات ناهمگنی را در منطقه مشخص نموده و از آن برای مدل سازی جریان آب های زیرزمینی و انتقال استفاده کرده اند. Yidana et al, (2011) با استفاده از کد رایانه ای GMS، یک آبخوان سازند سخت در جنوب شرقی غنا را در شرایط پایدار شبیه سازی کردند. Tavasuli (1998) با استفاده از مدل عناصر محدود آبخوان دشت مهبیار را شبیه سازی نمودند و مقدار هدایت هیدرولیکی و آبدهی ویژه ی آبخوان را بهینه کردند سپس با استفاده از مدل ساخته شده، شیوه های مختلف بهره برداری تلفیقی از آب زیرزمینی و آب انتقالی از زاینده رود به دشت مهبیار را مورد بررسی قرار داده و گزینه ی برتر را انتخاب نمودند. Mahdavi (2011) با استفاده از نرم افزار MODFLOW آبخوان دشت بزمان که یکی از زیرحوزه های هامون-جازموریان است را طی شرایط پایدار و ناپایدار شبیه سازی و دو فاز مدیریتی بهینه ی بهره برداری آب از آبخوان را پیشنهاد نمود. Farhadimanesh (2014) با استفاده از مدل ریاضی تفاضلات محدود دشت سبیلی-سربیشه را شبیه سازی کرد سپس به مدیریت آن پرداخت. Pourhagi et al, (2014) با استفاده از مدل مادفلو به بررسی وضعیت آبخوان نورآباد در شرایط خشک سالی پرداختند. نتایج این تحقیق نشان داد کاهش ۲۰ درصدی برداشت از منابع آب زیرزمینی می تواند باعث کاهش اثر خشک سالی بر آب های زیرزمینی منطقه گردد. کاربرد سری های زمانی در هیدرولوژی از چهار دهه ی پیش آغاز شد و با ارایه ی مدل های باکس و جنکینز به اوج خود رسید (Azizi and Roshan, 2006). Thomas و Fiering (1962) جزء اولین کسانی بودند که از مدل های خودهمبسته در تحلیل جریان های رودخانه بهره جستند. Komornik et al, (2006) به مقایسه و پیش بینی کارایی مدل های هیدرولوژیکی سری های زمانی در جمهوری چک پرداختند که نتایج آن ها کارایی بالای مدل های مذکور در پیش بینی فرایندهای هیدرولوژیکی را بیان کرد. Zakarya et al, (2012) به منظور پیش بینی بارش هفتگی در منطقه ی نیمه خشک سینجار در شمال غرب عراق چهار مدل آریمای مورد بررسی قرار دادند. در نهایت نتایج این تحقیق نشان داد که مدل آریمای می تواند به عنوان یک ابزار مناسب برای پیش بینی بارش استفاده شود. Mirzaee (2005) در پژوهشی با استفاده از مدل های سری زمانی نوسانات پیرومترهای دشت شهرکرد را پیش بینی نمودند. نتایج نشان داد ادامه ی روند کنونی در آبخوان شهرکرد به طور متوسط در طی سال های آینده باعث کاهش سالیانه ۶۹ میلیون مترمکعب از حجم آبخوان خواهد شد. Ghahremani و Gharakhani (2011) مدل های تصادفی سری زمانی MA، AR و ARIMA را برای برآورد تخییر از تحت مورد استفاده قرار دادند. نتایج آن ها نشان داد که مدل سری زمانی ARIMA(1,1,1) عملکرد بسیار بهتری نسبت به سایر مدل های ARIMA دارد. Golabi et al, (2014) دقت مدل های باکس-جنکینز را مورد مقایسه قرار دادند و بارندگی سه ایستگاه منتخب

(Abdolahnejad, 2015; et al., 2000). علی رغم کارایی بسیار بالای مدل های ریاضی در مدیریت بهینه ی منابع آب، این مدل ها در مورد پیش بینی برخی پارامترهای اقلیمی مانند بارش توانایی لازم را ندارند. معمولاً در فرایند پیش بینی مدل های ریاضی، از داده های بارش مربوط به دوره ی واسنجی استفاده می شود. بنابراین پیش بینی حاصل نیز براساس همین ورودی ها صورت می پذیرد. از آن جایی که پارامتر بارش طی زمان متغیر است و در مدل های ریاضی این موضوع مدنظر قرار نگرفته است، بنابراین نمی توان در مورد نتایج مدل و پیش بینی حاصل از آن با اطمینان کامل قضاوت نمود. برای حل این مشکل می توان از مدل های استوکستیک در کنار مدل های ریاضی برای پیش بینی پارامترهای متغیر با زمان (مانند سری های زمانی بارش) استفاده نمود. از خصوصیات بارز مدل های استوکستیک می توان به توانایی آن ها در شبیه سازی شرایط اقلیمی اشاره کرد. ویژگی تصادفی بودن پدیده های اقلیمی و هیدرولوژیکی سبب شده است محققین از مفاهیم سری های زمانی در پیش بینی این متغیرها بهره بگیرند (Miyanabadi and Afshar, 1999). مهم ترین مدل سری زمانی مدل ترکیبی اتورگرسیو و میانگین متحرک (ARIMA) است. این روش ابتدا توسط Box و Jenkins (1976) ارایه شد. آریمای نوعی فرایند تولید داده در سری های زمانی است که در این نظریه فرایند تولید داده به رابطه آماری بین متغیرهای گذشته و حال می پردازد (Zhou et al., 2008). مدل آریمای امکان بررسی دقیق مدل را در هر مرحله (تشخیص، تخمین، درستی تشخیص) فراهم می کند (Chatfield, 1996; Zhang, 2003). یکی از بارزترین خصوصیات مدل آریمای نیاز این مدل به دامنه ی وسیعی از داده ها می باشد. Wei (1990) بیان می کند که حداقل ۵۰ مشاهده نیاز است تا یک مدل آریمای مناسب تهیه شود. با توجه به پیچیدگی مدل آریمای استفاده صحیح از نتایج این مدل نیاز به تبخیر استفاده کننده دارد (Bails and Peppers, 1993). از آن جایی که داده های اقلیمی دارای نوسانات فصلی و یا اثر روند می باشند، در بررسی پارامترهای اقلیمی لازم است اثر خودهمبستگی های داده های اقلیمی مورد ارزیابی قرار گیرد (Jahanbakhsh and Torabi, 2004) که این اثرات به وسیله ی مدل های باکس و جنکینز به خوبی قابل ردیابی هستند (Karamuz and Araghinejad, 2005). مدل های باکس و جنکینز به طور موفقیت آمیزی برای شبیه سازی سری های زمانی هیدرولوژیکی و اقلیمی برای زمان های طولانی به کار می رود (Zhou et al., 2008). سابقه ی مدل سازی ریاضی بسته به تعریفی که از مدل می توان ارایه نمود متفاوت است. اما عمده ی مطالعات در مورد مدل سازی به مفهوم امروزی مربوط به سال های دهه ی ۱۹۵۰ به بعد می باشد. در خلال دهه ی ۱۹۵۰ میلادی سازمان زمین شناسی ایالات متحده یک سیستم آبخوان کامل را با استفاده از مجموعه ای از مقاومت ها و خازن ها و مبتنی بر روش تفاضلات محدود شبیه سازی الکتریکی نمود (Shamsai, 1998). Anderson و

تلفیق مدل‌های ریاضی و استوکستیک در بهبود نتایج پیش‌بینی وضعیت آبخوان‌ها در مدل‌های ریاضی می‌باشد.

(اهواز، آبادان و دزفول) را با استفاده از مدل ARIMA پیش‌بینی نمودند. براساس آن چه گفته شد هدف از این تحقیق بررسی اثر



**Fig. 1- Location of the study area of Maydavood-Dallan aquifer**  
**شکل ۱- موقعیت محدوده‌ی مطالعاتی آبخوان میداود - دالون**

### مدل ریاضی

به‌منظور پیاده‌سازی موفق یک مدل، باید از یک پروتکل مدل‌سازی مناسب استفاده نمود. به‌طور کلی مراحل مدل‌سازی ریاضی شامل مراحل اساسی: تعیین هدف، تهیه مدل مفهومی، انتخاب کد، واسنجی، تحلیل حساسیت و در نهایت پیش‌بینی می‌باشد. عموماً مدل‌سازی آب زیرزمینی با اهداف گوناگونی صورت می‌پذیرد. یکی از پرکاربردترین مصارف مدل‌های ریاضی مدیریت و برنامه ریزی منابع آب می‌باشد که در این تحقیق نیز بر این جنبه استفاده از مدل ریاضی تأکید شده است. پس از تعیین هدف، تهیه مدل مفهومی و درک شرایط حاکم بر آبخوان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مدل مفهومی در واقع نمایش تصویری سیستم جریان آب زیرزمینی است و هدف از تهیه‌ی آن ساده کردن وضعیت پیچیده‌ی طبیعت است. به‌طور کلی می‌توان مراحل تهیه‌ی مدل مفهومی را به شرح زیر خلاصه نمود:

- ۱- مشخص کردن محدوده‌ی شبیه‌سازی و لایه‌های هیدرولوژیکی
- ۲- تقسیم محدوده به ناحیه‌هایی با شرایط مشابه هیدرولوژیکی
- ۳- جمع‌آوری مقادیر خصوصیات هیدرولیکی، هدایت هیدرولیکی و ضریب ذخیره برای هر ناحیه ۴- تعیین شرایط برون مرزی در اطراف محدوده‌ی مدل ۵- تعیین شرایط درون مرزی مانند رودخانه‌ها، چاه‌ها، تغذیه، تبخیر-تعرق و زهکش ۶- جمع‌آوری مقادیر بار هیدرولیکی اندازه‌گیری شده ۷- تعیین سلول‌های غیرفعال و یا با بار ثابت محدوده. پس از تهیه مدل مفهومی انتخاب مدل عددی بخش بعدی اجرای یک مدل ریاضی است. معادله‌ی حاکم بر جریان آب زیرزمینی به‌طور کلی به‌صورت زیر است:

### موقعیت جغرافیایی و وضعیت عمومی منطقه

منطقه‌ی مورد مطالعه دشت میداود-دالون به مساحت ۶۸ کیلومترمربع واقع در شمال شرقی شهرستان رامهرمز از توابع شهرستان باغملک می‌باشد. این منطقه در طول جغرافیایی ۴۹ درجه و ۵۰ دقیقه تا ۴۹ درجه و ۵۶ دقیقه شرقی و عرض جغرافیایی ۳۱ درجه و ۱۲ دقیقه تا ۳۱ درجه و ۱۹ دقیقه شمالی و در سلسله جبال زاگرس قرار گرفته است. سازندهای محدوده اطراف آبخوان شامل سازند گچساران به‌عنوان سنگ کف و سازند آسماری و آغاچاری که ارتفاعات منطقه را به‌خود اختصاص داده‌اند. رسوبات آبرفتی دشت در بخش مرکزی ریزدانه و در مجاورت دامنه ارتفاعات درشت‌تر می‌باشند. از لحاظ هیدرولوژیکی آبخوان دشت میداود آزاد است. در مجاورت این منطقه ایستگاه‌های باران‌سنجی میداود، ماشین و جوکنک واقع شده‌اند که در این تحقیق از داده‌های ایستگاه میداود استفاده گردید. شکل (۱) موقعیت جغرافیایی و محدوده‌ی آبخوان میداود را نشان می‌دهد.

### مواد و روش‌ها

با توجه به هدف این تحقیق فرایند انجام آن در دو بخش شامل: پیاده‌سازی و واسنجی مدل ریاضی و پیش‌بینی بارش منطقه با استفاده از مدل‌های استوکستیک صورت می‌گیرد و در نهایت با تلفیق این دو بخش نتایج مدنظر این تحقیق حاصل می‌گردد. لذا در بیان روش مطالعه هر کدام از مراحل به تفکیک بیان شده است.

در رابطه‌ی (۲)، عملگر اتورگرسیو غیرفصلی از مرتبه‌ی  $\varphi_p(B)$  عملگر  $\Phi_p(B^S)$  عملگر اتورگرسیو فصلی از مرتبه‌ی  $\theta_q(B)$  میانگین متحرک غیرفصلی از مرتبه‌ی  $q$ ، عملگر میانگین متحرک فصلی از مرتبه‌ی  $Q$  و  $\theta_0$  مقدار ثابت مدل می‌باشد که در آن میانگین واقعی سری زمانی ایستایی است که مدل شده است و به ترتیب طبق روابط (۳، ۴، ۵، ۶ و ۷) تعریف می‌شوند.

$$\varphi_p(B) = 1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p \quad (۳)$$

$$\Phi_p(B^S) = 1 - \lambda_1 B^S - \lambda_2 B^{2S} - \dots - \lambda_p B^{pS} \quad (۴)$$

$$\theta_q(B) = \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_q B^q \quad (۵)$$

$$\theta_Q(B^S) = 1 - \gamma_1 B^S - \gamma_2 B^{2S} - \dots - \gamma_Q B^{QS} \quad (۶)$$

$$\theta_0 = \mu \varphi_p(B) \Phi_p(B^S) \quad (۷)$$

...  $Z_t, Z_{t-1}, \dots$  جملات اغتشاش خالص یا تصادفی هستند که از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.  $\alpha_1, \dots, \alpha_p, \lambda_1, \dots, \lambda_p, \beta_1, \dots, \beta_q, \gamma_1, \dots, \gamma_Q$  پارامترهای مجهول و نامعلوم مدل هستند که بایستی از داده‌های نمونه برآورد گردند.  $B$  عملگر پسر و  $\nabla^d$  عملگر که به شکل  $B^m x_t = x_{t-m}$  تعریف می‌شود.  $\nabla^d$  غیرفصلی از مرتبه‌ی  $d$  نامیده می‌شود و به شکل  $\nabla^d = (1 - B)^d$  تعریف می‌شود.  $\nabla_s^D$  عملگر فصلی از مرتبه‌ی  $D$  نامیده می‌شود و به شکل  $\nabla_s^D = (1 - B^S)^D$  تعریف می‌شود (Shabani et al, 2014). در تجزیه و تحلیل یک سری زمانی شناختن و ساختن یک الگو بر مبنای داده‌های سری زمانی اهمیت ویژه‌ای دارد. مراحل الگوسازی یک سری زمانی شامل: شناخت، برآورد و بررسی درستی تشخیص است (Shirmohammadi et al, 2013). هدف اصلی در مرحله شناسایی کسب ایده‌ای از مقادیر  $p, d, q$  مورد نیاز در مدل خطی کلی آریما و به دست آوردن مقادیر حدسی اولیه‌ی پارامترهاست (Box and Jenkins, 1976). در این مرحله نمودار داده‌ها ترسیم شد. با امتحان و بررسی دقیق نمودار سری زمانی می‌توان ایده‌ی خوبی در مورد این که روند، نوسانات فصلی، نقاط پرت و واریانس غیرثابت و... وجود دارند یا خیر، به دست آورد. دومین مرحله در تحلیل سری زمانی، برآورد پارامترها و تعیین درجه‌ی لازم تفاضلی کردن است که برای این کار توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی برای سری اولیه محاسبه و امتحان شدند. مرحله‌ی آخر به بررسی درستی الگو و تجزیه و تحلیل کیفیت الگویی که تشخیص داده و برآورد شده، مربوط می‌شود. بعد از شناسایی و برآورد پارامترهای مدل، کفایت و صحت الگو با بررسی این که آیا فرض‌های الگو برقرار هستند، مورد ارزیابی قرار گرفت. فرض اساسی این است که سری باقیمانده‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت هستند. هم‌چنین برای بررسی

$$\frac{\partial}{\partial x} (k_x h \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_y h \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_z h \frac{\partial h}{\partial z}) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \pm w \quad (۱)$$

در رابطه‌ی (۱)،  $w$  مؤلفه‌ی تغذیه یا تخلیه،  $h$  ضخامت بخش اشباع،  $S_s$  آبدهی ویژه و  $K_x, K_y$  و  $K_z$  مؤلفه‌های تنسور هدایت هیدرولیکی آبخوان می‌باشند. در انتخاب کد کامپیوتری به معیارهایی مانند کارایی مدل، عمومیت کاربری، دقت در محاسبات و اراییه‌ی مناسب نتایج به صورت گرافیکی توجه می‌شود. با توجه به کارایی و دقت مناسب مدل عددی مادفلو که با روش تفاضل محدود معادلات دیفرانسیل را محاسبه می‌کند، عموماً در مطالعه‌های آب زیرزمینی از این کد استفاده می‌شود. پس از انتخاب کد و ورود داده‌های مورد نیاز مدل هم‌چنین پیاده‌سازی مدل در نرم‌افزار، لازم است مدل ساخته‌شده قبل از آنکه برای اعمال سناریوهای مدیریتی مورد استفاده قرار گیرد واسنجی گردد (Wang and Anderson, 1998). روش اصلی واسنجی مدل جریان شامل انطباق کلی مقدار بار هیدرولیکی مشاهده‌ای و محاسبه‌ای است که این امر در مدل پایدار و در تمامی دوره‌های تنش مدل ناپایدار، برای کل چاه‌های مشاهده‌ای انجام و واسنجی براساس خطای RMSE کلی نیز صورت گرفت. پس از انجام واسنجی برای اطمینان از صحت مدل فرایند صحت‌سنجی انجام گرفت و مدل کالیبره‌شده برای یک دوره زمانی اجرا و نتایج نوسانات سطح آب مشاهداتی با نتایج مدل مقایسه گردید. در صورت مناسب بودن مقادیر خطا مدل برای انجام پیش‌بینی و سایر سناریوهای مدیریتی آماده می‌باشد.

### مدل‌سازی استوکستیک

تووعی از مدل‌های سری زمانی برای شبیه‌سازی داده‌های اقلیمی موجود است. اما یکی از کارآمدترین مدل‌ها، مدل باکس-جنکینز می‌باشد. به دلیل وجود اثر فصلی در سری‌های زمانی اقلیمی و هیدرولوژیکی از رده‌ای از مدل‌ها استفاده می‌گردد که به آنها مدل فصلی-ضربی باکس-جنکینز (SARIMA) گفته می‌شود. مدل آریمای فصلی-ضربی باکس جنکینز در واقع ترکیبی از مدل‌های فصلی و غیرفصلی است و به فرم عمومی  $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)$  نمایش داده می‌شود که در آن  $(p,d,q)$  نشان‌دهنده‌ی بخش غیرفصلی و  $(P,D,Q)$  نشان‌دهنده‌ی بخش فصلی مدل است. این مدل از معروف‌ترین مدل‌های پیش‌بینی‌کننده‌ی سری‌های زمانی در زمینه‌ی هیدروژئولوژی می‌باشد. این مدل دارای تابعی است که سری‌های زمانی نالیستا را به سری‌های زمانی ایستا تبدیل می‌کند (Yang et al, 2014). الگوی عمومی مدل آریمای فصلی به صورت رابطه‌ی (۲) می‌باشد که به مدل آریمای فصلی-ضربی باکس-جنکینز معروف است.

$$\varphi_p(B) \Phi_p(B^S) \nabla^d \nabla_s^D x_t = \theta_q(B) \theta_Q(B^S) z_t + \theta_0 \quad (۲)$$

### پیاده‌سازی مدل ریاضی

در راستای مدیریت منابع آب دشت میداوود-دالون از مدل عددی مادفلو و نرم افزار GMS استفاده گردید. در ابتدا داده‌های لازم برای تولید مدل مفهومی منطقه تهیه شد (شکل ۲). آبخوان دشت میداوود-دالون به صورت یک لایه‌ای و یک آبخوان آزاد است. به همین دلیل مرز فوقانی مدل را سطح زمین و به عبارتی توپوگرافی منطقه تشکیل می‌دهد. توپوگرافی کف آبخوان میداوود (مرز زیرین) براساس اطلاعات لاگ چاه‌ها و سونداژهای ژئوفیزیکی استخراج گردید و در محیط نرم‌افزار GMS7.1 فراخوانی و به روش کریجینگ درون‌یابی و به سلول‌های شبکه‌ی مدل مادفلو اعمال شد (شکل ۳). با توجه به ویژگی‌های دشت مورد نظر اندازه‌ی سلولی ۳۵۰ در ۳۵۰ متر برای مدل‌سازی جریان آبخوان دشت میداوود، مناسب تشخیص داده شد. بر این اساس شبکه‌ای با ۶۲ ردیف (بعد Y) و ۳۳ ستون (بعد X) و در مجموع ۲۰۴۶ سلول طراحی گردید. شبکه‌ی مدل عددی میداوود در بعد Z تک لایه است. در دشت میداوود در مجموع ۱۰۱ حلقه چاه بهره‌برداری و ده حلقه چاه مشاهده‌ای در دوره‌ی مدل‌سازی فعال بوده است. میزان برداشت چاه‌های بهره‌برداری به همراه موقعیت جغرافیایی آن‌ها به مدل عددی اعمال گردید. با توجه به خطوط تراز چاه‌های مشاهده‌ای و نقشه‌های موجود، در قسمت‌هایی از دشت که تغذیه‌ای صورت نمی‌گرفت، مرز فاقد جریان یا نفوذ ناپذیر در نظر گرفته شد و سایر مرزها به‌عنوان مرز با بار هیدرولیکی عمومی شبیه‌سازی گردید. پارامترهای هیدرولیکی آبخوان شامل هدایت هیدرولیکی و آبدی ویژه آبخوان با استفاده از داده‌های آزمون پمپاژ چاه‌های اکتشافی منطقه تولید و به مدل وارد شد. برای تهیه لایه تغذیه از نقشه خاک منطقه استفاده و بخش سطحی آبخوان براساس میزان نفوذ ناحیه‌بندی و در نهایت داده‌های بارش و آب برگشتی کشاورزی به‌عنوان مقادیر تغذیه به ناحیه‌ها اعمال گردید. پس از ورود داده‌ها مدل برای یک بازه زمانی ۱۲ ماهه اجرا و واسنجی گردید.

تصادفی بودن باقی‌مانده‌ها نیز نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی سری باقی‌مانده‌ها مورد بررسی قرار گرفت. به‌منظور بررسی دقت مدل نهایی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی پارامترهای اقلیمی از ضریب تعیین ( $R^2$ ) بین نتایج مدل‌ها و مقادیر مشاهده‌ای و شاخص‌های خط‌اسنجی، میانگین خطا (ME)، میانگین قدر مطلق خطا (MAE) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) نیز استفاده می‌گردد.

$$ME = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \hat{x}_t)}{n} \quad (8)$$

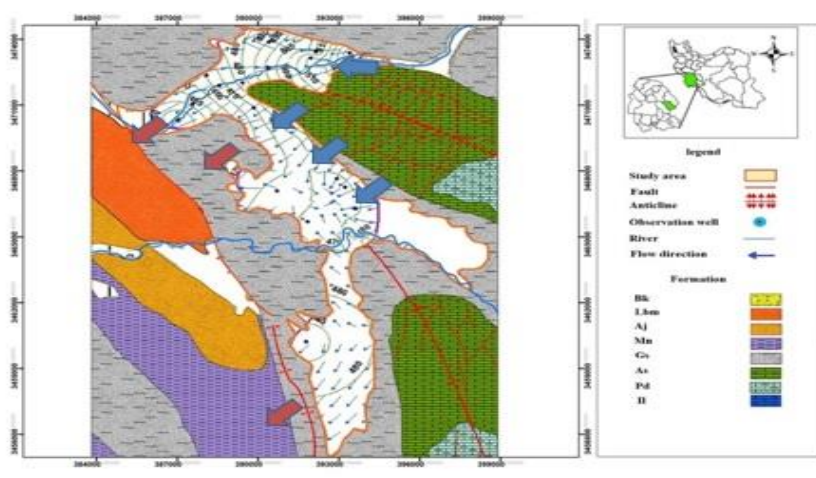
$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^n |x_t - \hat{x}_t|}{n} \quad (9)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \hat{x}_t)^2}{n}} \quad (10)$$

$$R^2 = \frac{[\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})]^2}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (11)$$

### نتایج و بحث

کاهش بارندگی و به‌دنبال آن وقوع پدیده‌ی خشک‌سالی موجب وارد شدن تنش‌هایی به آبخوان‌های کشور شده است. لذا به‌منظور پیش‌گیری و کاهش صدمات احتمالی بر آبخوان‌ها لازم است روند بارش در آینده پیش‌بینی و مطالعاتی برای بررسی عوامل تأثیرگذار بر آبخوان‌ها انجام شود. پیش‌بینی پارامترهای اقلیمی و بررسی تأثیر آن‌ها بر وضعیت آبی آبخوان‌ها می‌تواند در مدیریت بهینه‌ی منابع آب زیرزمینی مفید واقع شود. به‌منظور نیل به این هدف استفاده تلفیقی از مدل‌های استوکستیک و ریاضی در پیش‌بینی و مدیریت منابع می‌تواند یکی از راه‌کارهای موضوع باشد. مدل‌سازی عددی و استوکستیک آبخوان دشت میداوود-دالون نیز در این راستا و به‌منظور بهبود روند نتایج حاصل از پیش‌بینی‌ها، طراحی و اجرا گردید که مباحث و نتیجه هر بخش در ذیل آورده شده است.



Dallan aquifer-Fig. 2- Two-dimensional conceptual model of Maydavood

شکل ۲- مدل مفهومی دوبعدی سطحی آبخوان میداوود-دالون



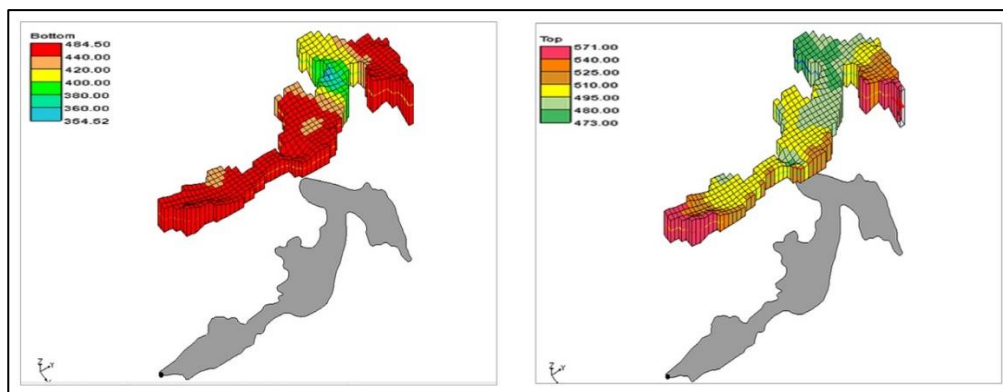


Fig. 3- Topographic and bedrock map of Maydavood-Dallan plain in GIS software

شکل ۳- نقشه توپوگرافی و سنگ کف دشت میداوود-دالون در نرم افزار GIS

جدول ۱- پارامترهای خطا در مدل عددی آبخوان میداوود-دالون

Table 1- Numerical model error parameter values of Maydavood-Dallan aquifer

	RMSE	MAE	ME
Calibration	0.566	0.484	-0.045
Validation	0.643	0.587	-0.16

برای داده‌های ماهیانه بارش ایستگاه میداوود برای یک دوره‌ی آماری ۳۳ ساله انجام پذیرفت. براساس فرایند مدل‌سازی سری‌های زمانی در ابتدا نمودار داده‌های بارش منطقه ترسیم و روند، نوسانات فصلی، نقاط پرت و واریانس غیرثابت در آنها بررسی شد (شکل ۴). سپس با ترسیم توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی برای سری اولیه درجه‌ی تفاضلی محاسبه گردید (شکل ۷). پس از اعمال ضرایب تفاضلی بر داده‌ها، سایر پارامترهای مدل شناسایی و برآورد شد. برای بررسی صحت مدل سری زمانی، باقی‌مانده‌ها بررسی و تصادفی بودن آنها توسط نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی ارزیابی شد (شکل ۸). به‌منظور انتخاب مدل نهایی از آماره‌هایی چون ضریب تعیین ( $R^2$ )، میانگین قدر مطلق خطا (MAE) ضریب بیکاییکی (BIC) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده گردید. با توجه به الگوهای موجود در نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی سه مدل واجد شرایط اولیه برای پیش‌بینی داده‌های بارش تشخیص داده شد که با توجه به آماره‌های خطای این مدل‌ها و همچنین بررسی باقی‌مانده‌های مدل‌های مذکور مدل  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)$  به‌عنوان مناسب‌ترین مدل جهت پیش‌بینی داده‌های بارش برای ایستگاه مورد مطالعه انتخاب شد (جدول ۲).

#### واستجی مدل ریاضی

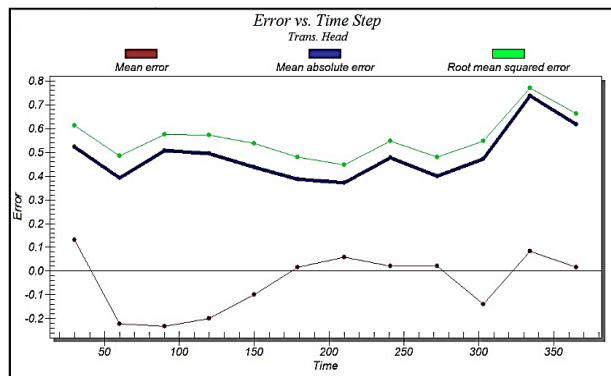
واستجی مدل دشت میداوود-دالون در یک دوره‌ی زمانی یکساله از مهرماه ۱۳۹۲ تا شهریورماه ۱۳۹۳ صورت پذیرفت. در این فرایند مقدار تراز سطح ایستابی آبخوان حاصل از داده‌های چاه‌های مشاهداتی با داده‌های محاسباتی مدل برای هر چاه مشاهداتی به‌صورت ماهیانه مقایسه و با تغییر پارامترهای مدل بهینه گردید. شاخص خطای RMSE در تمامی دوره‌های تنش مدل ناپایدار و برای کل چاه‌های مشاهده‌ای پس از واستجی برابر با  $0.566$  متر محاسبه گردید (جدول ۱). مقادیر کمتر از یک بودند که صحت مدل ساخته‌شده را نشان می‌دهد (شکل‌های ۴ و ۵).

#### صحت‌سنجی مدل ریاضی

مدل عددی آبخوان میداوود-دالون بعد از مرحله‌ی واستجی برای یک دوره‌ی زمانی از مهر ۱۳۹۳ تا اسفند ۱۳۹۳ مورد صحت‌سنجی قرار گرفت. نتایج نشان داد در دوره‌ی صحت‌سنجی خطای RMSE مدل میداوود برابر با  $0.643$  متر می‌باشد (جدول ۱) آماره‌های خطای مدل را نشان می‌دهد.

#### مدل‌سازی سری زمانی بارش

پس از مدل‌سازی عددی، مدل‌سازی استوکستیک نیز از طریق سری‌های زمانی و با استفاده از مدل فصلی-ضربی باکس-جنکینز



شکل ۴- انواع میانگین خطا در دوره‌های تنش ناماندگار

Fig. 4. Types of mean error in periods of unsteady stress

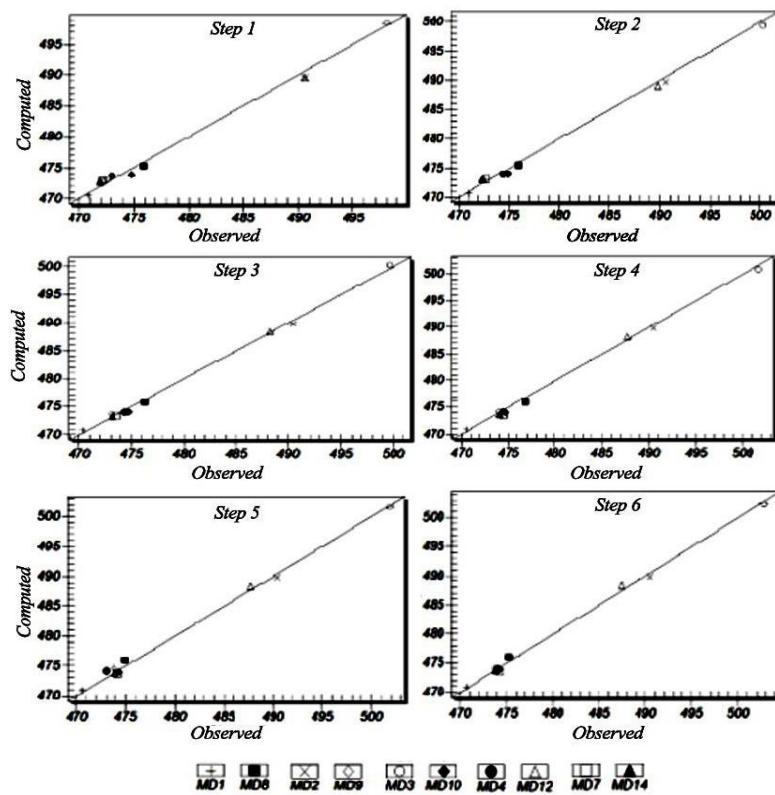


Fig. 5 - Diagrams of observational and computational values in the model validation process

شکل ۵- نمودار مقادیر مشاهداتی و محاسباتی در فرایند صحت‌سنجی مدل

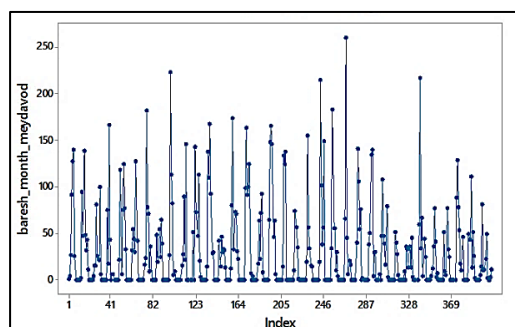
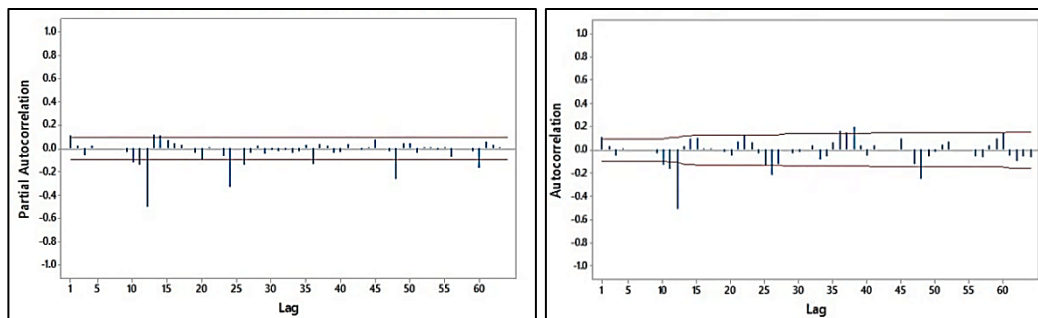
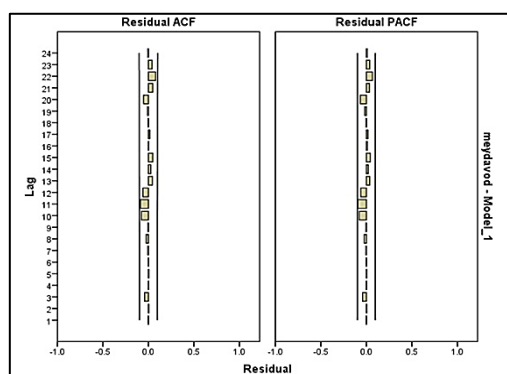


Fig. 6- Time series diagram of precipitation data of Maydavood station

شکل ۶- نمودار سری زمانی داده‌های بارش ایستگاه میداوود



شکل ۷- نمودار خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی سری داده‌های بارش ایستگاه میداوود  
Figure 7- ACF and PACF diagram of precipitation data of Maydavood station



شکل ۸- نمودار خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی باقیمانده‌های مدل برازش شده  
Figure 8- ACF and PACF diagram of fitted model residuals

جدول ۲- مقادیر پارامترهای خطا در مدل های آماری برازش شده

Table 2 - Values of error parameters in fitted statistical models

Models	Stationary R-squared	R-squared	RMSE	MAE	BIC	MaxAE
ARIMA(1,0,0)(0,1,1)	0.46	0.39	35.96	21.12	7/19	184.29
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)	0.87	0.35	41.40	24.90	7/94	194.07
ARIMA(0,0,0)(0,1,1)	0.86	0.15	43.44	26.94	7/59	213.95

جدول ۳- خطای مدل عددی پس از اعمال داده‌های بارش به روش استوکستیک و کلاسیک

Table 3- Numerical model errors after application of precipitation data by stochastic and classical methods

	RMSE	MAE	ME
The stochastic model	0.83	0.667	-0.374
The classical methods	0.94	0.742	-0.546

یک ساله (از فروردین ۹۴ تا اسفند ۹۴) پیش‌بینی گردید. داده‌های بارش در قالب بسته تغذیه به مدل صحت‌سنجی شده میداوود-دالون اعمال گردید. طبق نتایج به‌دست‌آمده میزان خطای RMSE حاصل از اعمال داده‌های بارش در مدل ریاضی به روش معمول ۰/۹۴ بوده در حالی که خطای RMSE به‌دست‌آمده از اعمال نتایج بارش مدل استوکستیک به مدل ریاضی ۰/۸۳ برآورد گردید جدول (۳) نشان‌دهنده بهبود نتایج مدل تلفیقی می‌باشد.

#### تلفیق مدل ریاضی و استوکستیک

به‌منظور مقایسه‌ی نتایج روش کلاسیک مدل‌سازی ریاضی با روش مدل‌سازی تلفیقی (استوکستیک - ریاضی)، مدل ریاضی صحت‌سنجی‌شده‌ی منطقه در دو سناریو بارش شامل استفاده از داده‌های بارش دوره‌ی واسنجی (روش مرسوم مورد استفاده در مدل مادفلو) و استفاده از داده‌های پیش‌بینی‌شده‌ی بارش با استفاده از مدل استوکستیک ARIMA(1,0,0)(0,1,1) برای بازه‌ی زمانی

جدول ۴- اجزای بیلان آب مدل ریاضی مدل میداوود-دالون ( بر حسب میلیون مترمکعب)

Table 4. Water budget parameters of Maydavood-Dallan numerical model (in million cubic meters)										
Year	2015-2016		2016-2017		2017-2018		2018-2019		2019-2020-	
water										
Budget parameters	Output	Input	Output	Input	Output	Input	Output	Input	Output	Input
Wells	3/685	0	3/685	0	3/685	0	3/685	0	3/685	0
River	21/260	25/278	21/260	25/279	21/259	25/280	21/258	25/283	21/257	25/283
Underground flow	3/022	1/822	3/0213	1/8230	3/019	1/8230	3/018	1/824	3/016	1/824
Reacharg	0	3/40	0	3/389	0	3/378	0	3/368	0	3/357
Evaporation	0/320	0	0/319	0	0/319	0	0/319	0	0/319	0
Sum	28/289	30/507	28/286	30/498	28/284	30/488	28/281	30/480	28/279	30/471
Input-Output	2/218		2/210		2/203		2/199		2/192	

۰/۵۶۶ متر و برای دوره صحت‌سنجی ۰/۶۴۳ برآورد گردید که نشان‌دهنده صحت مدل جهت انجام سایر مطالعات می‌باشد. با توجه به آماره‌های استفاده شده در انتخاب مدل استوکستیک، بهترین مدل به‌دست‌آمده برای پیش‌بینی داده‌های بارش ایستگاه میداوود، مدل  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)12$  می‌باشد.

طبق نتایج به‌دست‌آمده میزان خطای RMSE حاصل از اعمال داده‌های بارش در مدل ریاضی میداوود-دالون به روش معمول ۰/۹۴ بود در حالی که خطای RMSE به‌دست‌آمده از اعمال نتایج بارش مدل استوکستیک به مدل ریاضی ۰/۸۳ برآورد گردید که نشان‌دهنده بهبود نتایج مدل تلفیقی می‌باشد.

براساس نتایج به‌دست‌آمده تلفیق مدل‌های استوکستیک با مدل‌های ریاضی می‌تواند گامی مثبت در راستای بهبود روند پیش‌بینی‌های انجام شده توسط مدل ریاضی باشد.

نتایج حاصل از اعمال بارش تولیدشده از مدل  $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)12$  برای دوره پنج سال و اعمال آن در مدل ریاضی دشت میداوود-دالون نشان می‌دهد حجم ذخیره آبخوان آبخوان میداوود-دالون طی بازه زمانی پیش‌بینی دارای روندی نزول خواهد بود.

### تقدیر و تشکر

محققان این پژوهش بر خود لازم می‌دانند از حمایت مالی معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه شهید چمران اهواز در قالب گرنت همچنین از سازمان آب و برق خوزستان که اطلاعات اولیه را در اختیار این پژوهش قرار داده اند تشکر و قدردانی نمایند.

### پیش‌بینی طول مدت

یکی از مهم‌ترین اهداف ساخت مدل‌های ریاضی و آماری، پیش‌بینی می‌باشد. بدین منظور پس از انتخاب مناسب‌ترین مدل استوکستیک، برای مدت زمان پنج سال آبی (از سال آبی ۹۵-۹۴ تا سال آبی ۹۸-۹۹) پارامتر بارش توسط این مدل پیش‌بینی و مدل ریاضی اعمال، سپس بیلان آبی دشت برای هر سال محاسبه گردید (جدول ۴). معادله بیلان آب‌های زیرزمینی دشت میداوود، با در نظر گرفتن فرضیات و ساده‌نگاری‌های مدل مفهومی جریان آبخوان آبرفتی، برای هر دوره‌ی تنش به‌صورت رابطه‌ی (۱۲) ارایه گردیده است:

$$[(Q_m + Q_p) - (Q_{out} + Q_w + Q_e)] t = \pm \Delta S \quad (12)$$

که در آن  $Q_{in}$  جریان ورودی زیرزمینی از طریق مرز GHB،  $Q_p$  آب نفوذی از ریزش‌های جوی،  $Q_{out}$  جریان خروجی زیرزمینی از طریق مرز GHB،  $Q_w$  آب خروجی از چاه‌ها،  $Q_e$  تبخیر-تعرق از آبخوان،  $t$  طول دوره‌ی بیلان (سال آبی) و  $\pm \Delta S$  تغییرات حجم آب ذخیره‌شده در آبخوان می‌باشد. در واقع بیلان تفاوت مجموع آب ورودی و مجموع آب خروجی در سیستم آب زیرزمینی را نشان می‌دهد و غیرصفر بودن مقدار آن عدم تعادل ورود و خروج آب به آبخوان را بیان می‌کند. تغییرات احجام آبخوان میداوود نشان می‌دهد طی بازه زمانی پیش‌بینی حجم ذخیره آبخوان در حال نزول می‌باشد.

### نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج اجرای مدل ریاضی آبخوان میداوود-دالون میزان خطای RMSE در بازه واسنجی و در حالت ناپایدار برابر با

### Reference

- 1- Abdollahnejad, K., 2015. Forecasting of monthly rain data by stochastic time series models, case study: Hashemabad rain station. *Geographical Planning of Space Quarterly Journal*, 5(17), pp. 15-25. (In Persian).

- 2- Anderson, M. and Woessner, W., 1992. *Applied Groundwater Modeling Simulation of Flow and Adjective Transport*. Academic Press.
- 3- Azizi, GH. and Roshan, A., 2006. Study of dry-wet periods and possibility of forecasting them by using bolt winters time series model in Hormozgan province. *Geographical Researches Quarterly Journal*, 20(4), pp. 48-63. (In Persian).
- 4- Bails, D.G. and Peppers, L.C., 1993. *Business fluctuations: forecasting techniques and applications*. Englewood Cliffs. Prentice-Hall, Inc.
- 5- Box, G.E.P and Jenkins, G.M., 1976. *Time series analysis: „Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.
- 6- Chatfield, C., 1996. *The analysis of time series: an introduction*. Chapman & Hall.
- 7- Tavasuli, M., 1998. Study and management of water resources of Mahyar North plain using mathematical model, Thesis, *Shahid Chamran University of Ahvaz*, Iran. 185p. (In Persian).
- 8- Farhadimanesh, M., 2014. Management of water resources of Sabily-SarbiHis plain (east Dezful) using finite difference mathematical model. MSc. Thesis, *Shahid Chamran University of Ahvaz*, Iran. 195p. (In Persian).
- 9- Ghahramani, N. and Gharakhani, A., 2011. Evaluation of time series models for estimating of pan evaporation (case study: Shiraz station). *Journal of Water Research in Agriculture*, 1(25), pp. 75-81.
- 10- Golabi, M., Akhundaali, M.A., Radmanesh, F. and Kashifipour, M., 2014. Comparison of prediction accuracy of Box-Jinkens models in seasonal precipitation modeling (Case study: selected stations of Khuzestan province). *Geographic research journal*, 3(29), pp. 72-61. (In Persian).
- 11- Izadi, A., Davari, K., Alizadeh, A. and Ghahraman, B., 2008. Application of panel data model in prediction groundwater level. *Iranian journal of irrigation and drainage*, 2(2), pp. 133-143. (In Persian).
- 12- Jahanbakhsh, S. and Torabi, S., 2004. Review and prediction of temperature and precipitation in Iran. *Geographical Researches Quarterly Journal*, 19(3), pp. 104-125. (In Persian).
- 13- Karamuz, M. and Araghinejad, Sh., 2005. *Advanced hydrology*. Amirkabir University of Technology. (In Persian).
- 14- Komornik, J., Komornikova, M., Mesiar, R., Szokeova, D. and Szolgay, J., 2006. Comparison of forecasting, performance of nonlinear models of hydrological time series. *Physics and Chemistry of the Earth Journal*, 31, pp. 1127-1145.
- 15- Konikow, L.F. and Kendy, E., 2005. Groundwater depletion, a global problem. *Hydrogeology Journal*, 13(1), pp. 317-320.
- 16- Mahdavi, Gh., 2011. The study of optimal advantage of Bazman aquifer with MODFLOW code, Thesis, *University of Sistan and Baluchestan*. Iran. (In Persian).
- 17- Mirzaee, S.Y., 2005. Forecasting of groundwater fluctuations using time series models in Shahrekord plain. Msc. Thesis, *Shahid Chamran University of Ahvaz*, Iran. 220p. (In Persian).
- 18- Miyanabadi, H. and Afshar, A., 1999. Application of periodic monthly time series in monthly runoff production and integrated water resources management in Kashfarud basin. In *3th National Conference on Water Resources Management*, Tabriz university, Tabriz, Iran.
- 19- Pourhaghi, A., Akhundaali, M.A., Radmannish, F. and Mirzaee, S.Y., 2014. Management of underground water resources in drought conditions with MODFLOW, model case study: Nourabad Plain. *Journal of Irrigation Engineering and Science*. 2 (37), pp. 71-82. (In Persian).

- 20-Sethi, R.R., Kumar, A., Sharma, S.P. and Verma, H.C., 2010. Prediction of water table depth in a hard rock basin by using artificial neural network. *International Journal of Water Resources and Environmental Engineering*, 2(4), pp. 95–102.
- 21-Shabani, B., Mousavi, M., Noqabi, M. and Ghahraman, B., 2014. Modeling and predicting maximum and minimum temperature of Mashhad plain using time series models. *Water and Soil Journal*, 27(5), pp. 896-906. (In Persian).
- 22-Shamsai, A., 1998. *Hydraulic flow in porous medium, Application of mathematical models*. Amir Kabir University of Technology Publications. (In Persian).
- 23-Shirmohammadi, B., Vafakhah, M., Moosavi, V. and Moghaddamnia, A., 2013. Application of several data- driven techniques for predicting groundwater level. *Water Resources Management*, 27, pp. 419-432. (In Persian).
- 24-Thomas, H.A., Fiering, M.B., 1962. *Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation*. In: Design of Water Resources Systems. Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- 25-Wang, D., Shannon, M.C., Grieve, C.M. and Yates, S.R., 2000. Soil water and temperature regimes in drip and sprinkler irrigation, implications to soybean emergence. *Agricultural Water Management Journal*, 43, pp. 15-28.
- 26-Wang, H.F. and Anderson, P., 1998. *Introduction to Groundwater Modeling: Finite Difference and Finite Element Methods*. Academic Press, San Diego.
- 27-Wei, W.W.S., 1990. *Time series analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- 28-Yang, Q., Wang, Y.; Zhang, J. and Delgado, J., 2017. A comparative study of shallow groundwater level simulation with three-time series models in a coastal aquifer of South China. *Applied Water Science Journal*, 7(2), pp. 689–698.
- 29-Yidana, S.M., Ganyaglo, S., Yakubo, B.B. and Akabzaa, T., 2011. A conceptual framework of groundwater flow in some crystalline aquifers in southeastern Ghana. *Journal of African Earth Sciences*, 59(2–3), pp.185-194.
- 30-Zakaria, S., Al-Ansari, N., Knutsson, S. and Al-Badrany, T., 2012. ARIMA models for weekly rainfall in the semi-arid Sinjar district at Iraq. *Journal of Earth Sciences and Geotechnical Engineering*, 2(3), pp.25-55.
- 31-Zhang, G.P., 2003. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. *Neurocomputing Journal*, 50, pp.159–175.
- 32-Zhou, H.C., Peng, Y. and Liang, G.H., 2008. The research of monthly discharge predictor-corrector model based on wavelet decomposition. *Water Resource Management*. 22, pp.217–227.