

## توابع بهره‌وری و عملکرد فازی و کاربرد آن در تعیین عملکرد شرکتها

محمد حسن مجتباتی

مجتمع علوم وهوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

### ۱- مقدمه

اعداد و مجموعه‌های فازی توسط زاده در سال ۱۹۶۵ [1] مطرح گردیده است. در این بحث مفهوم حقیقی نادقیق و انعطاف پذیر همچون "بهبود"، "افزایش"، "کاهش"، "کوچک"، "بزرگ"، "خلاقیت"، "سرد"، "گرم" و غیره که با مجموعه‌های معین قابل تعیین نیستند، معرفی می‌شود [2]. از طرفی امروزه، در اقتصاد کلیه کشورها چه توسعه یافته و چه در حال توسعه، بهره‌وری به اولویتهای ملی تبدیل شده است. بهره‌وری موجبات رشد اقتصادی و کنترل تورم را فراهم و امکان دست یابی به سطح بالای استاندارد زندگی را میسر می‌کند. چند صباحی است که تلاشی در اشاعه فرهنگ بهره‌وری در کشور آغاز شده است. لیکن واقعیت این است که بهره‌وری جامعه ما از فعالیت‌های روزمره خانواده گرفته تا فعالیت‌های واحدهای بزرگ اقتصادی، حتی نسبت به بسیاری از کشورهای در حال توسعه نیز پایین تر است. از اینرو توجه بیش از حد به بهبود بهره‌وری امری ضروری است. [3] در این مقاله شاخصهای مختلف بهره‌وری را از طریق اعداد فازی معرفی نموده و بهره‌وری کل را تحت عنوان عملکرد سازمان به دست می‌آوریم.

### ۲- اعداد فازی [2]

در این قسمت مجموعه‌های فازی در حد نیاز مورد بررسی قرار می‌گیرند که توسط زاده در سال ۱۹۶۵ بیان شده است. تعریف ۱-۳: (مجموعه‌های فازی) فرض کنید  $X$  یک مجموعه مرجع [2] باشد. زیرمجموعه فازی  $A$  از  $X$  توسط تابع عضویت  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$  تعریف می‌شود که به عضو  $x$  در  $X$  یک عدد حقیقی در بازه  $[0,1]$  نسبت می‌دهیم. مقدار  $\mu_A(x)$  بیانگر درجه عضویت  $x$  در  $A$  است. بالاترین درجه عضویت، نزدیکترین عدد به واحد می‌باشد. زیرمجموعه فازی  $A$  را می‌توان به صورت زوجهای مرتب  $x$  و درجه عضویت  $\mu_A(x)$  به صورت زیر نشان داد.

$$A = \left\{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \right\}$$

وقتیکه برد تابع عضویت  $\mu_A(x)$  همان تابع مشخصه  $C_A$  از  $X$  به بازه صفر و یک می‌باشد که در آن  $A$  مجموعه قطعی است. مثال (۱-۳): عدد "تقریباً برابر ۱" را با تابع عضویت زیر نشان می‌دهیم.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 2 & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{سایر نقاط صفر است} \end{cases}$$

تعریف ۲-۳: حاصلضرب جبری دو مجموعه فازی  $A$  و  $B$  که با  $A.B$  نشان داده می‌شود به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود.  $\mu_{A.B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$ .  
تعریف ۳-۳: توان  $m$  ( $m > 0$ ) یک مجموعه فازی  $A$  که با  $A^m$  نشان داده می‌شود، به صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود

$$\mu_{A^m}(x) = [\mu_A(x)]^m$$

تعریف ۳-۴: (اعداد فازی) مجموعه، فازی نرمال محدب مانند  $N$  از  $R$  را یک عدد فازی گوئیم، هرگاه:

$$\mu_N(x_0) = 1 \quad \text{وجود داشته باشد بطوری که } x_0 \in R$$

.  $\mu_N(x)$  قطعه به قطعه پیوسته باشد.

تعریف ۳-۵: (همسو کننده‌ها) عمل همسو سازی روی مجموعه‌های فازی عبارتست از عملی که بوسیله آن چندین مجموعه فازی با هم ترکیب شده و یک مجموعه واحد را بوجود می‌آورند. بطور کلی هر همسو کننده را می‌توان بوسیله تابع:

$$h: [0,1]^* [0,1]^* \dots [0,1] \rightarrow [0,1]$$

n مرتبه

تعریف کرد. بدین ترتیب n زیر مجموعه فازی  $A_1, A_2, \dots, A_n$  از  $x$  بوسیله  $h$ ، همسو (ترکیب) شده و یک مجموعه فازی  $A$  پدید می آورند که درجه عضویت هر  $x \in X$  در آن مجموعه عبارتند از:

$$\mu_A(x) = h(\mu_{A_1}(x), \dots, \mu_{A_n}(x))$$

از نظر منطقی چنانچه بخواهیم  $h$  را بعنوان یک همسو کننده بکار گیریم، حداقل باید در دو اصل زیر صدق کند:

اصل ۱:  $h(1,1,\dots,1) = 1, h(0,0,\dots,0) = 0$  (شرایط مرزی).

اصل ۲: برای هر زوج  $\{a_i, b_i \mid i \in N_n\}$  که  $a_i, b_i \in [0,1]$  و  $a_i \geq b_i$  داشته باشیم:

اگر  $a_i \geq b_i, \forall i \in N_n$ ، آنگاه  $h(a_i \mid i \in N_n) \geq h(b_i \mid i \in N_n)$ . به عبارت دیگر  $h$  یک تابع نازولی یکنوا باشد. علاوه بر دو اصل فوق، اصول زیر را معمولاً برای مشخص کردن همسو کننده ها بکار می برند، هر چند که وجود هیچیک از آنها الزامی نیست.

اصل ۳:  $h$  یک تابع پیوسته باشد.

اصل ۴:  $h$  تابعی متقارن نسبت به مولفه هایش باشد، یعنی برای هر جایگشت  $p$  روی  $N_n$  داشته باشیم:

$$h(a_i \mid i \in N_n) = h(a_{p(i)} \mid i \in N_n)$$

عملگرهای "max"، "min"، از جمله توابع همسو کننده هستند (جهت اطلاعات بیشتر به منبع [2] مراجعه نمائید).

### ۳- شاخصهای بهره وری

در این بخش خانواده معیارها، که گونه مشهور تری به نام << ماتریس هدفها >> دارد که توسط مرکز بهره وری ارگون رواج یافته است [3]. همراه با بهره وری خلاقیت سازمانی [4] توضیح داده می شود. ما تریس هدفها که نمونه ای از آن در نمودار ذیل آمده است امکان تلفیق خانواده معیارها را با فعالیتهای مربوط به تعیین هدفهای سازمانی فراهم می کند. فقط شروع، خانواده معیارها ست که در بالای ما تریس به ترتیب قرار داده شده اند.

فرایند مرحله به مرحله تشکیل این ماتریس به قرار زیر می باشد.

۴-۱ - سطح فعلی عملکرد در هر معیار را در ردیف ۳ ماتریس وارد می کنید.

۴-۲ - هدف هر معیار را در ردیف ۱۰ ما تریس وارد کنید.

### ماتریس اهداف

معیار بهره وری	کیفیت: واحدهای معیوب مجموعه واحدهای خروجی	۵ برابر فراوانی + شدت وقوع	تولید: مجموعه واحدهای خروجی مجموعه ساعت نیروی کار	ضایعات: میزان ضایعات کل مواد دریافتی	تجهیزات: زمان از کار افتادگی ماشین آلات زمان برنامه ریزی شده	بهنگام بودن: سفارشهای به تأخیر افتاده کل سفارشها
عملکرد	۹/۵٪	۳۲۰	۶۰۵	۱۳/۲۵٪	۱۶٪	۵/۵٪
۱۰	۰	۰	۸۰۰	۱۰	۰	۰
۹	۳	۵۰	۷۷۰	۱۱	۲	۲
۸	۵	۱۲۵	۷۴۰	۱۲	۴	۵
۷	۷	۱۷۵	۷۱۰	۱۳	۶	۱
۶	۹	۲۲۵	۶۸۰	۱۴	۸	۲
۵	۱۱	۲۷۵	۶۵۰	۱۵	۱۰	۳

۴	۱۲	۱۶	۶۲۰	۳۲۵	۱۳	۴
۵	۱۴	۱۷	۵۹۰	۳۷۵	۱۵	۳
۶	۱۶	۱۸	۵۶۰	۳۹۰	۱۷	۲
۷	۱۸	۱۹	۵۳۰	۴۰۵	۱۹	۱
۸	۲۰	۲۰	۵۰۰	۴۲۰	۲۱	۰
۲	۲	۶	۳	۴	۵	امتیاز
۵	۱۰	۲۰	۳۰	۱۵	۲۰	وزن
۱۰	۲۰	۱۲۰	۹۰	۶۰	۱۰۰	ارزش
شاخص = ۴۰۰						

۳-۴ - حد اقل سطح عملکرد احتمالی هر معیار را در ردیف صفر وارد کنید .

۴-۴ - بقیه ردیفهای ماتریس را ، چه به صورت مقیاس خطی و چه به صورت غیر خطی ، پر کنید . مثلاً چنانچه هر قدر به هدف نزدیکتر می شوید ، بهبود وضعیت به تدریج مشکل تر می شود ، شاید مناسبت تر باشد که به رقمهای بالاتر ماتریس ، افزایش کمتری بدهید .

۵-۴ - وزنه‌های منتخب را در ردیف مربوط ، نزدیک به انتهای ماتریس وارد کنید . همانند خانواده معیارهای ساده تر ، این عوامل وزن دهی نیز منعکس کننده اولویتهای مدیریت می باشند .

۶-۴ - در پایان هر دوره ، ارزش واقعی به دست آمده برای هر معیار را در ردیفی که با نام «عملکرد» مشخص شده است ، وارد کنید .

۷-۴ - دور ارزش مربوطه را در داخل ماتریس خط بکشید و یا آن را هاشور بزنید ، زیرا نشان دهنده سطح واقعی به دست آمده برای هر معیار می باشد . شماره ردیف مربوط به هر یک را در ردیف «امتیاز» بنویسید .

۸-۴ - امتیاز هر معیار در عامل وزن دهی مربوطه ضرب کنید ، حاصل ضرب را در ستون «ارزش» وارد کنید ، و امتیازها را با یکدیگر جمع بزنید تا نتیجه کلی تعیین شود. این نتیجه در مربع شاخص ظاهر می شود .

ماتریس هدفها ، با وجود اینکه پیچیده تر از خانواده معیارهای ساده می باشد ، ولی با سیستم «مدیریت بر مبنای هدف» یا سایر مکانیزمهای هدف گذاری ، ایجاد ارتباط می کند و همچنین ، انعطاف پذیری در محاسبه معیارها فراهم می آورد . لزومی ندارد که افزایش در ارزش معیارها ، تناسب مستقیمی با افزایشهای در متغیرهای مورد اندازه گیری داشته باشد . «نورثرن تله کام» و «جویس کاسکید» از جمله شرکتیهای هستند که در سطح گسترده از ماتریس هدفها استفاده کرده اند . «نورثرن تله کام» یک کتابچه ۱۵ صفحه ای تحت عنوان «مدیریت به وسیله تعیین شاخص برای بهره وری» منتشر ساخت .

#### ۴- توابع بهره وری فازی

##### ۱-۴ : تعریف توابع

فرض کنید  $x_d$  تعداد سفارشات به تاخیر افتاده و  $P$  کل سفارشات در این صورت  $(x_d)$   $\mu_d(x_d)$  عبارتست از:

$$\mu_d(x_d) = 1 - (x_d/p) \quad 0 \leq x_d \leq 1$$

2 فرض کنید  $x_e$  زمان از کار افتادگی ماشین آلات و  $T$  زمان برنامه ریزی شده  $(x_e)$   $\mu_e(x_e)$  عبارتست از:

$$\mu_e(x_e) = 1 - (x_e/T) \quad 0 \leq x_e \leq 1$$

3- فرض کنید  $x_{def}$  میزان ضایعات و  $M$  کل مواد دریافتی  $(x_{def})$   $\mu_{def}(x_{def})$  عبارتست از:

$$\mu_{def}(x_{def}) = 1 - (x_{def}/M) \quad 0 \leq x_{def} \leq 1$$

4- فرض کنید  $x_p$  مجموعه واحدهای خروجی (بر حسب ساعت کار) و  $T_p$  مجموعه ساعت نیروی کار ،  $\mu_p(x_p)$  عبارتست از:

$$\mu_p(x_p) = x_p/T_p \quad 0 \leq x_p \leq 1$$

5- فرض کنید  $x_q$  واحدهای معیوب و  $P$  مجموعه واحدهای خروجی  $(x_q)$   $\mu_q(x_q)$  عبارتست از:

$$\mu_q(x_q) = 1 - (x_q/p) \quad 0 \leq x_q \leq 1$$

6- فرض کنید  $x_c$  خلاقیت با فعل کارکنان و  $C$  خلاقیت باقوه آنها ،  $(x_c)$   $\mu_c(x_c)$  عبارتست از:

$$\mu_c(x_c) = (x_c/C) \quad 0 \leq x_c \leq 1$$

#### ۲-۴ : وزن دهی



فرض کنید  $W_1, \dots, W_n$  میزان وزن هر کدام از معیارها  $X_1, \dots, X_n$  مقادیر متغیرهای مربوط به بهره‌وری هر کدام از معیارها باشد. در نتیجه:

$$\mu_{po}(X_{po}) = W_1 \mu_d(X_1) + W_2 \mu_e(X_2) + W_3 \mu_{def}(X_3) + W_4 \mu_p(X_4) + W_5 \mu_Q(X_5) + W_6 \mu_c(X_6)$$

که در آن  $\sum_{i=1}^n W_i = 100$ ,  $0 \leq X_i \leq 1$ ,  $i=1, \dots, n$  و  $\mu_{po}(X_{po})$  عملکرد فازی شرکت می‌باشد.

#### ۳-۴: کاربرد توابع بهره‌وری فازی

در صورتی که بتوان داده‌های بهره‌وری را با فرمولهای ریاضی بیان نمود در آن صورت با داشتن محدودیتهای موجود در شرکت می‌توان بهترین حالت مورد انتظار بهینه را اولاً برای مقادیر فعلی (بردار  $X$ ) بدست آورد، ثانیاً با تجزیه و تحلیل مسئله حالات دیگر رانیز مورد بررسی قرارداد

مسئله برنامه‌ریزی ریاضی که در این حالات بدست می‌آید عبارتست از:

$$\text{MAX } \sum_{i=1}^n W_i \cdot \mu(x_i)$$

S . T

$$\begin{aligned} g_i(x) &\leq b_i & i=1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^n W_i &= 100 & 0 \leq x_i \leq 1 \quad i=1, \dots, n \\ x_i &\geq 0 & i=1, \dots, n \end{aligned}$$

که  $g_i$ ها توابع مربوط به محدودیتهای می‌باشد. رابط فوق براحتی از طریق روشهای تحقیق در عملیات قابل حل است [5], [6], [7].

#### ۵- نتیجه

در این مقاله ابتدا مجموعه‌های فازی معرفی شدند، ماتریس اهداف مورد بررسی قرار گرفت و موضوع جدیدی به نام بهره‌وری خلاقیت به آن اضافه گردید، پس از تبدیل معیارها به توابع ریاضی فازی نحوه‌ای فرمول بندی آنها به مسائل برنامه‌ریزی ریاضی تعیین شد باتوجه به اینکه مسائل برنامه‌ریزی براحتی قابل حل می‌باشد بدین ترتیب اولاً: با تعریف دقیقی از وزنهای می‌توان اثرات آنها را مورد بررسی قرارداد. ثانیاً: می‌توان از طریق تجزیه و تحلیل مسائل برنامه‌ریزی، بهینه بودن متغیرها و یا هرگونه راههای افزایش و یا کاهش آنها را بررسی نمود. روش حل نوع خاصی از آنها در [3], [5], [6], [7] آمده است.

#### منابع

- 1-M.E.Bellman and L.A Zadeh, "Decision – making in a fuzzy environment , management " Sci.B17 (1970), pp-141-164
- ۲- پایان نامه تحت عنوان " برنامه‌ریزی خطی فازی با چند هدف " تهیه کننده محمد حسن مجتبائی مرداد ماه ۱۳۷۴ (دانشگاه سیستان و بلوچستان)
- ۳- کتاب راهنمای جامع مدیریت بهره‌وری ترجمه مدیریت بهره‌وری بنیاد چاپ ۱۳۷۹
- 4- redelinghuys,C.(1997) A Model for Measurement of Creativity. Part I – Relating Expertise , Quality and Creative effort , I J of Eng . Ed . , 13.1 ,30-41
- 5- M. Bazaraa. (1990) , Linear programming And network flows . (published in Canada )
- 6- M.K.Bit, M.P.Biswal and S.S. Alam , "Fuzzy programming approach to multiobjective solid transportation problem , " fuzzy Set and System 57 (1993) 183-194 .
7. Biswal, "Fuzzy programming technique to solve multi-objective geometric programming problem " fuzzy Set and systems 51 (1992) 67-71 .