

## بررسی درک و فهم دانش آموزان پایه دهم از معادلات درجه دوم

امیرحسین جامی نوقاب

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران

[Amirhosseinjami.n@gmail.com](mailto:Amirhosseinjami.n@gmail.com)

محمدرضا اشکانی

دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران

[Mohammadrezaashkani152036@gmail.com](mailto:Mohammadrezaashkani152036@gmail.com)

امیرمحمد صنیعی

دبیر ریاضی مقطع متوسطه منطقه ۱۴، تهران، ایران

[Amirs78818@gmail.com](mailto:Amirs78818@gmail.com)

### چکیده

معادلات یکی از مهم‌ترین مفاهیم در ریاضیات پایه است که دانش‌آموزان با آن آشنا می‌شوند. مبحث معادلات تقریباً در اکثر مباحث ریاضیات و همچنین در تعدادی از مسائل روزمره زندگی مورد استفاده است. اگر به خوبی یاد گرفته نشود فهم ریاضیات دانش‌آموزان دچار مشکل می‌شود. هدف اصلی پژوهش حاضر بررسی درک و فهم دانش‌آموزان و بدفهمی‌های موجود در پایه دهم از مبحث معادلات درجه دوم است. این مطالعه به روش توصیفی-پیمایشی انجام گردیده است. نمونه مورد مطالعه، ۱۱۰ نفر از دانش‌آموزان منطقه ۱۷ شهر تهران و شهرستان اسلامشهر استان تهران است که به روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای انتخاب شده‌اند. ابزار اندازه‌گیری در این پژوهش، آزمونی شامل ۸ سوال بود که با توجه به نمونه آزمایش هیچ سوالی از آن حذف نگردید و آزمون اصلی با همان ۸ سوال برگزار شد. روایی محتوایی در این آزمون با تنظیم جدول هدف-محتوا و روایی صوری آن توسط تعدادی از معلمان پایه دهم و برنامه‌ریزان درسی و صاحب نظران در زمینه آموزش ریاضی تایید شد. همچنین پایایی آزمون با ضریب آلفای کرونباخ ۰,۷۳۷، مورد تایید واقع شد. به منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها از روش‌های آمار توصیفی استفاده شد. نتایج تحقیق نشان داد که دانش‌آموزان در حل معادله فقط به حفظ کردن یک مجموعه رویه‌ها و الگوریتم‌های جدا از هم عادت کرده‌اند. دانش‌آموزانی که الگوریتم‌ها را به صورت منفصل از هم فرا می‌گیرند، برای حل هر مسئله‌ای باید رویه‌ای جدیدی به آنها معرفی شود و در حل مسائل به دلیل برخورداری از دانش رویه‌ای سطحی انعطاف‌پذیری لازم را ندارند و نمی‌توانند رویه‌های مناسبی در حل مسئله مورد نظر به کار بگیرند یا بسازند. از دیگر نتایج این پژوهش می‌توان به عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در طرح مسائل بازپاسخ اشاره کرد. در این پژوهش از پایان‌نامه‌های مختلفی و تعدادی از مجلات علمی استفاده شد.

واژه‌های کلیدی: معادلات درجه دوم، بدفهمی، متغیر، جبر، دانش‌آموزان پایه دهم

### مقدمه

معادلات یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین مفاهیم ریاضیات پایه محسوب می‌گردد. آنچه که معادلات را تبدیل به یکی از مباحث مهم و کاربردی در ریاضیات پایه کرده است، کاربرد وسیع آن در حل مسائل واقعی است که در زندگی انسان پیش می‌آید و مباحث مهمی از قبیل جبر، مثلثات، لگاریتم و اکثر مفاهیم ریاضیات پایه است (watanabe,2011). یکی از مباحث مهم در

<sup>1</sup> equations

معادلات، مفهوم متغیر است؛ که همان‌گونه که از اسمش پیداست متغیر به مفهومی گفته می‌شود که به طور مداوم در حال تغییر است. فاستر<sup>۲</sup> (۱۳۹۴)، بیان شده در امینی فر؛ زهره وند؛ زعیم باشی) معتقد است یادگیری متغیر، که یکی از مفاهیم اساسی جبر است و درک بسیاری از مفاهیم جبری از قبیل معادلات و تابع به آن وابسته است، یک مسئله مهم می‌باشد. متغیر می‌تواند با توجه به موقعیت‌های مختلف به صورت‌های گوناگونی از قبیل جمله مجهول و عدد عمومی مورد استفاده قرار گیرد.

### بیان مسئله

موضوع معادلات در این مقاله به این دلیل انتخاب شده است که اولاً معادلات یکی از مهم‌ترین مفاهیم در ریاضیات پایه است که دانش‌آموزان در ریاضیات با آن آشنا می‌شوند و در ثانی مبحث معادلات تقریباً در اکثر مباحث ریاضیات مورد استفاده است و اگر به‌خوبی یاد گرفته نشود فهم ریاضیات دانش‌آموز دچار مشکل می‌شود. استیوارت (stewart, 2006) اهمیت درک دانش‌آموزان از مفاهیم را این‌گونه بیان می‌کند که درک، قطعاً هدف یادگیری است و اکثر معلمان بر این باور هستند که شاگردان‌شان آن‌چه که آموزش می‌بینند را درک کنند. بدون درک، یادگیری ریاضیات به حفظ فرمول‌ها و قواعد حاکم بر آن‌ها تبدیل می‌شود. واضح است ریاضیاتی که با حفظ کردن فراگرفته شود و درکی از مباحث در آن صورت نگیرد هدفمند نیست و کمتر سودمند است. در مورد مبحث معادلات نیز که دارای چهار زیرساختار است، مفاهیم درجه و ریشه تقریباً توسط دانش‌آموزان درک می‌شوند؛ ولی در مفاهیم مجهول و متغیر به خصوص مبحث متغیر، درک که هدف اصلی یادگیری است در تعدادی از دانش‌آموزان محقق نمی‌شود. این موضوع به دلیل آن است که تعدادی از معلمان این مفاهیم را بدون درک معنایی تدریس می‌کنند؛ همین موضوع سبب می‌شود که در دانش‌آموزان یادگیری عمیق رخ ندهد و مطالب تدریس شده یعنی همان متغیر و ریشه، سطحی<sup>۳</sup> (بدون درک عمیق) توسط معلم به دانش‌آموزان آموخته شود. این که مفهوم متغیر به‌خوبی توسط دانش‌آموزان درک نمی‌شود در چند تحقیق دیگر نیز بیان شده است؛ که در این‌جا یک مورد آن را بیان می‌کنیم. (کریمی کیا، ۱۳۹۱)، بیان شده در امینی فر؛ زهره وند؛ زعیم باشی) "در تحقیقی که در خصوص معادلات درجه اول انجام دادند به این نتیجه رسیدند که بخشی از اشتباهات دانش‌آموزان در مبحث معادلات ناشی از بدفهمی آنان از مفهوم متغیر است. بنابراین مفهوم متغیر در معادلات باید بسیار مورد توجه قرار گیرد". اهمیت مفهوم معادلات از یک سو و کاربرد این مفهوم در تعداد زیادی از مباحث ریاضیات و تعدادی از مسائل روزمره زندگی از سوی دیگر این موضوع را نیازمند مطالعات گسترده کرده است. به همین دلیل تحقیقی با عنوان بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه دهم از مبحث معادلات صورت گرفت تا به سوالاتی از قبیل سوالات ذیل پاسخ دهد: عملکرد دانش‌آموزان در چهار زیرساختار چگونه است؟ آیا توان حل مسائل واقعی زندگی با مفهوم معادلات در دانش‌آموزان وجود دارد؟ آیا دانش‌آموزان توان طرح یک مسئله که با معادلات حل شود را دارند؟ در کدام زیر ساختار دانش‌آموزان بهترین و ضعیف‌ترین عملکرد را دارند؟ و غیره.

### اهمیت موضوع

یکی از مهم‌ترین مباحث در ریاضیات مدرسه‌ای مبحث جبر است که بسیاری از مفاهیم ریاضی مانند معادله، نامعادله، تابع و... با آن در ارتباط هستند. شورای ملی معلمان ریاضی (۲۰۰۰) جبر را شامل ارتباط بین کمیت‌ها، کاربرد نمادها، مدل‌سازی و مطالعه تغییر در ریاضی می‌داند. همچنین مهارت تعمیم دادن و فرمول‌بندی فعالیت‌های ریاضی در رشد تفکر ریاضی از اهمیت خاصی برخوردار است (کوپر، ۲۰۰۸ نقل شده در ریحانی، ۱۳۹۱). می‌دانیم که ریاضی و بخصوص جبر یک علم انتزاعی می‌باشد، بنابراین

<sup>2</sup> Foster

<sup>3</sup> General numbers

<sup>4</sup> Meaning less

<sup>5</sup> shallow

به محض اینکه این درس ارتباط خود را با دنیای واقعی از دست بدهد، برای دانش‌آموزان بی‌معنی می‌شود؛ همچنین بسیاری از معلمان نیز درک ریاضی را مشکل می‌دانند (Bishop, 1998). از طرفی کشف بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مبحث جبر برای معلمان اهمیت زیادی دارد؛ زیرا آنان می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای بدفهمی‌های دانش‌آموزان تعدیل کنند (آذرنگ ۱۳۸۷). جبر و مفهوم متغیر به عنوان جزء تفکیک‌ناپذیر آن و نیاز مبرم آموزش جبر در برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای، یک امر حیاتی است (هالاگان، ۲۰۰۴، نقل‌شده در برهمند، ۱۳۹۱). شورای ملی معلمان آمریکا و کانادا (۲۰۰۰) در ارتباط با جبر بیان می‌کنند که به منظور نمایش، تحلیل مسائل و ساختارهای ریاضی با استفاده از نماد جبری، دانش‌آموزان دوره اول متوسطه بتوانند درک مفهومی اولیه از کاربرد مختلف جبر را توسعه دهند.

### ادبیات و پیشینه تحقیق

جبر را می‌توان یک تعمیم و تجرید از حساب در نظر گرفت؛ که در آن بر خلاف حساب، اعمال ریاضی منحصر به اعداد نبوده و از نمادها و حروف نیز در این اعمال استفاده می‌شود. قابل ذکر است که محققان آموزش ریاضی، بر سر یک تعریف مشترک برای جبر اختلاف نظر دارند، ولی به نظر می‌رسد که آن‌ها در مورد تعبی‌های زیر توافق نظر داشته باشند (ویتناب، ۲۰۱۱). وانس (۱۹۹۸) جبر را یک نوع تفکر می‌داند، تفکری بر حساب، فراتر از محاسبات عددی، با هدف کشف و تعمیم، که به "تفکر جبری" شهرت یافته است. یکی از راه‌های ایجاد تفکر ریاضی در دانش‌آموزان، این است که به آن‌ها اجازه داده شود و آن‌ها را ترغیب کنیم که خود، قضیه یا مسئله‌ی جدیدی را ارائه دهند. مهم نیست که قضیه یا مسئله ارائه شده، چقدر ساده و ابتدایی است، بلکه مهم این است که فکری تازه باشد، چون در علم، سوال تازه و مناسب از پاسخ آن مهم‌تر است. شهریاری (۱۳۸۰) در مورد پیدایش جبر و ورود نمادهای حرفی به آن ابراز می‌دارد که جبر به دنبال حساب پدید آمد. ویت (۱۶۰۳-۱۵۴۰) برای نخستین بار، شروع به آغاز نوشتن مسئله‌ها بصورت کلی کرد و مقادارهای مجهول را با حرف‌های صدادار لاتین و مقادارهای معلوم را با حرف‌های بی‌صدا نشان داد و برای نخستین بار، دستورهای حرفی پدید آمد که از ویژگی‌های اصلی جبر امروزی است. اغلب دانش‌آموزان، مفاهیم انتزاعی را به‌طور جداگانه، بدون درگیر شدن در یک فرایند انتزاعی، یاد می‌گیرند. چنین مفاهیمی به‌طور ضعیف درک می‌شوند و به آسانی فراموش می‌گردند و به ندرت استفاده می‌شوند. آن‌ها یک نظریه برای یاددهی مفاهیم انتزاعی که شامل چهار مرحله‌ی آشنایی، تشابهات، مفهوم‌سازی و کاربرد است، در نظر می‌گیرند. جبر مدرسه گاهی بعنوان حساب تعمیم یافته در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی نوشتن حالت‌های کلی ارائه قوانین و عملیات حسابی ارائه شده (Both, 1984). به منظور موفقیت در جبر، دانش‌آموزان باید هم دانش مفهومی اعداد و روابط و هم دانش رویه‌ای در استفاده موثر آن‌ها را داشته باشند. آشنایی دانش‌آموزان با نمادهای جبری از سال هفتم شروع می‌شود. دانش‌آموزان نباید در حل معادله فقط به حفظ کردن یک مجموعه‌ای از رویه‌ها و الگوریتم‌های جدا از هم عادت کنند. دانش‌آموزانی که الگوریتم‌ها را به صورت منفصل از هم فرا می‌گیرند، برای حل هر مسأله‌ای باید رویه‌ای جدیدی به آن‌ها معرفی شود و در حل مسائل به دلیل برخورداری از دانش رویه‌ای سطحی، انعطاف‌پذیری لازم را ندارند و نمی‌توانند رویه‌های مناسب برای حل مسئله مورد نظر را به کار گیرند یا بسازند. دانش‌آموزانی که معادلات را فقط با یک مجموعه از قوانین حفظ شده حل می‌کنند، به بدفهمی‌هایی درباره حل معادلات سوق داده می‌شوند. پرسو ادعا کرد که تجربه مشترک برای برخی معلمان این است که به دانش‌آموزان فقط قوانین را یاد می‌دهند به جای این‌که آن‌ها را با درک مفهومی فرایندهای جبری مواجه کنند. بیش‌ترین مشکلات دانش‌آموزان در جبر به مدل‌سازی مسائل کلامی، به معادلات مربوط است. بسیاری از دانش‌آموزان معمولاً قادر نیستند معادله یا عبارت جبری مورد نیاز برای یک مسئله کلامی را بنویسند؛ به دلیل اینکه مدل‌سازی مسئله تنها به اجرای یک رویه حل معادله نیاز ندارد، بلکه نیازمند دانش مفهومی برای درک مسئله و تبدیل آن مسئله کلامی به معادله یا عبارت جبری مناسب است.

<sup>6</sup> Vietia

### اهداف پژوهش

- ۱- بررسی توانایی دانش‌آموزان در تشخیص معادله درجه دوم و حل آن
- ۲- بررسی توانایی دانش‌آموزان در به کارگیری معادله درجه دوم در سایر مفاهیم ریاضی و فیزیکی
- ۳- بررسی توانایی دانش‌آموزان در ساخت یک مسئله مربوط به معادله درجه دوم

### سوالات پژوهش

- ۱- آیا دانش‌آموزان معادله درجه دوم را تشخیص می‌دهند و می‌توانند آن را حل کنند؟
- ۲- آیا دانش‌آموزان می‌توانند یک مسئله مربوط به معادله درجه دوم بسازند؟

### روش تحقیق

از آن‌جا که هدف این مطالعه بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه دهم از معادلات درجه دوم است، از روش تحقیق توصیفی-پیمایشی استفاده گردید. در این روش از شرکت کنندگان خواسته شد که به سوالات مشخصی که در جهت اهداف تحقیق طرح گردیده است، پاسخ دهند. جامعه آماری، شامل دانش‌آموزان پایه دهم منطقه ۱۷ شهر تهران بوده و پژوهش حاضر روی یک نمونه در دسترس، متشکل از ۱۱۰ نفر از دانش‌آموزان پایه دهم مدارس دولتی و نمونه‌ی دولتی مقطع متوسطه دوم در این شهر انجام شده است. به منظور بررسی درک و فهم دانش‌آموزان شرکت‌کننده از معادلات درجه دوم، از یک آزمون محقق‌ساخته براساس مطالعات مرتبط و کتاب درسی این پایه و همچنین براساس نظرات معلمان و کارشناسان و صاحب نظران به عنوان ابزار اندازه‌گیری استفاده گردید که شامل ۱۰ سوال بوده است که روایی صوری و محتوایی آن مورد تایید چندین نفر از صاحب‌نظران و دبیران ریاضی مقطع متوسطه دوم، قرار گرفته است. بعد از تغییرات و اصلاحات لازم، آزمون شامل ۸ سوال در یک مطالعه مقدماتی<sup>۷</sup> بر روی ۲۰ نفر از دانش‌آموزان پایه دهم اجرا گردید. در این تحقیق، بر مبنای مطالعات انجام شده و مشورت با صاحب‌نظران، به طراحی یک چارچوب جهت طبقه‌بندی و نمره‌دهی به پاسخ‌ها اقدام شد، تا از این طریق، بتوان به درک دقیق تری از پاسخ‌های دانش‌آموزان دست یافت. برای تعیین پایایی آزمون، از معیار آلفای کرونباخ استفاده شد که میزان ۰/۷۳۷ برای آلفای کرونباخ، نشان‌دهنده پایایی قابل قبول آزمون می‌باشد. برای تجزیه و تحلیل داده‌های به‌دست آمده از آزمون پژوهش، از نرم‌افزار SPSS (نسخه ۱۸) استفاده گردید. در آمار توصیفی، از این نرم‌افزار برای تهیه‌ی جدول‌های توزیع فراوانی، نمودارها، بیان درصد داده‌ها و همچنین برای محاسبه‌ی میانگین‌ها بهره گرفته شد.

### یافته‌ها

سوالات آزمون به شرح ذیل می‌باشد:

شماره	سوالات
۱	می‌خواهیم معادله $x^2 - 8x + 6 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنیم. جاهای خالی را پر کنید: $x^2 - 8x + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 8x = -6 \rightarrow x^2 - 8x + \dots = -6 + \dots \rightarrow (x - \dots)^2 = \dots \rightarrow x - \dots = \pm \dots$ $\rightarrow x_1 = \dots, x_2 = \dots$
۲	معادله $2a^2 - 12a + 18 = 0$ را حداقل به دو روش حل کنید.
۳	عددی طبیعی را بیابید به طوری‌که توان دوم آن با سه برابر خود آن عدد، برابر چهار شود.
۴	جمله‌های درست را با علامت (( ص )) و جمله‌های نادرست را با علامت (( غ )) مشخص کنید. دلیل انتخاب خود را بنویسید. الف) معادله $x^2 + b = 0$ با شرط $b > 0$ ریشه حقیقی ندارد.

<sup>7</sup> Pilot study

۵	جواب‌های معادله $x^2 - 3x + 2 = 0$ برابر ۱ و ۲ است. در مورد جواب‌های معادله $t^2 - 3t + 2 = 0$ چه می‌توان گفت؟ توضیح دهید.
۶	معادله‌ای بنویسید که جواب‌های آن ۲ و ۳ باشند. معادله‌ای که نوشتید را حل کنید.
۷	معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه نداشته باشد و سپس با تغییر ضرایب آن معادله‌ی بنویسید که فقط دارای یک جواب باشد.
۸	ابتدا برای عبارت روبرو مسئله‌ای نوشته، سپس آن را حل کنید. $x^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2$

با توجه به تجزیه و تحلیل داده‌های به دست آمده، میزان پاسخ‌دهی به هر سوال در جدول زیر ذکر شده است.

#### اهداف سوالات

میزان پاسخ‌دهی	صحیح	غلط	سفید	هدف سوال
سوال اول	۳۵	۵۰	۲۵	بررسی درک و فهم دانش‌آموزان از روش مربع کامل که یکی از روش‌های حل معادله درجه دوم است.
سوال دوم	۳۹	۴۷	۲۶	بررسی توانایی دانش‌آموزان برای ارائه راه‌حل‌های چندگانه برای یک مسئله مرتبط با موضوع پژوهش.
سوال سوم	۲۵	۷۴	۱۱	بررسی توانایی دانش‌آموزان برای مدل‌سازی ریاضی یک مسئله
سوال چهارم - الف	۴۰	۵۷	۱۳	بررسی شرط جواب نداشتن معادله درجه دوم و بدفهمی دانش‌آموزان در حذف ضرایب مساوی در دو طرف یک معادله
سوال چهارم - ب	۴۲	۵۲	۱۶	بررسی شرط جواب نداشتن معادله درجه دو و بدفهمی دانش‌آموزان در حذف ضرایب مساوی در دو طرف یک معادله
سوال پنجم	۶۳	۳۱	۱۶	بررسی این‌که دانش‌آموزان تشخیص می‌دهند دو معادله یکی هستند یا هر کدام را جداگانه حل می‌کنند.
سوال ششم	۶۱	۳۰	۱۹	بررسی توانایی دانش‌آموزان در طرح مسئله بسته پاسخ مرتبط با موضوع پژوهش
سوال هفتم	۵۷	۳۷	۱۶	بررسی درک و فهم دانش‌آموزان از شرط‌های دل‌تای تعیین ریشه‌های معادله درجه دوم
سوال هشتم	۷	۶۷	۲۶	بررسی توانایی دانش‌آموزان برای طرح یک مسئله بازپاسخ مرتبط با موضوع پژوهش

#### بحث و نتیجه‌گیری

این پژوهش با هدف بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه دهم از مفهوم معادلات درجه دوم انجام شده است. بدین منظور آزمونی محقق‌ساخته مبتنی بر تمرین‌های کتاب درسی و نظرات معلمان و صاحب‌نظران، ساخته شد و توانایی دانش‌آموزان در تشخیص معادلات درجه دوم و کاربرد آن در حل مسائل گوناگون بررسی شد. در اینجا بر مبنای نتایج به دست آمده آزمون که در بخش قبلی بیان شد، به سوالات تحقیق پاسخ داده و سپس به بیان نتایج کلی پژوهش می‌پردازیم. در ادامه نیز پیشنهادهایی برای تحقیقات بعدی و در نهایت پیشنهادهایی برای معلمان بیان خواهد شد.

#### پاسخ به سوالات پژوهش

۱- آیا دانش‌آموزان معادله درجه دوم را تشخیص می‌دهند و می‌توانند آن را حل کنند؟

تحلیل سوالات آزمون نشان داد در آن جایی که سوالات با یک الگوریتم و رویه مشخص حل می‌شود و روش حل فرمول‌وار دارد بیش از نیمی از دانش‌آموزان (حدود ۵۷ درصد) توانستند معادله درجه دوم را تشخیص داده و آن را حل کنند ولی در جایی که برای دانش‌آموزان سوال با رویه مشخص قابل حل نباشد، مثلاً بخواهند تغییراتی روی یک معادله اعمال کنند، تعداد بیشتری از

دانش‌آموزان دچار اشتباه می‌شوند و درصد پاسخگویی صحیح به کمتر از نیمی از دانش‌آموزان (حدود ۳۷ درصد) کاهش پیدا می‌کند. در مورد تشخیص معادله درجه دوم نیز دانش‌آموزان عملکرد مناسبی نداشتند و تعداد ۴۷ درصد دانش‌آموزان وقتی در یک سوال  $x^2$  را دیدند، جواب دادند که معادله درجه ۳ است؛ در صورتی که  $x^2$ ها از طرفین معادله حذف می‌شد و معادله یک معادله درجه دوم می‌گردید. همین موضوع نشان می‌دهد که این تعداد از دانش‌آموزان (حدود ۴۷ درصد) نتوانستند معادله درجه دوم را تشخیص دهند.

۲- آیا دانش‌آموزان می‌توانند یک مسئله مربوط به معادله درجه دوم بسازند؟

برای پاسخ به این سوال ابتدا باید به این نکته اشاره کنیم که مسائل در ریاضیات به دو دسته تقسیم می‌شوند که در زیر به آن اشاره می‌کنیم. ۱- مسائل باز پاسخ ۲- مسائل پاسخ بسته. که در این پژوهش توانایی دانش‌آموزان در طرح هر دو نوع این مسائل بررسی شده است. در سوالی که از دانش‌آموزان خواستیم که یک مسئله بسته پاسخ (مسئله‌ای که یک پاسخ صحیح دارد) طرح کنند، بیش از نیمی از دانش‌آموزان (حدود ۵۵ درصد) نتوانستند یک مسئله بسته پاسخ طرح کنند، که آمار مورد قبولی است؛ اما در طرح مسئله باز پاسخ (مسئله‌ای که چندین پاسخ صحیح دارد) عملکرد دانش‌آموزان بسیار ضعیف است؛ به طوری که تنها ۷ درصد دانش‌آموزان نتوانستند یک مسئله باز پاسخ طرح کنند.

#### نتایج کلی پژوهش

از این پژوهش این نتیجه بدست آمد که درک و فهم (که هدف اصلی یادگیری در دانش‌آموزان است) در تعداد قابل توجهی از دانش‌آموزان (تقریباً ۴۷ درصد) اتفاق نیفتاده است و صرفاً دانش‌آموزان یک سری مفاهیم و معادلات را به صورت الگوریتم وار حفظ کرده‌اند و نتیجه دیگری که از این پژوهش بدست آمد، این بود که نیمی از دانش‌آموزان توان طرح یک مسئله را ندارند و ۱۳ درصد مسائل طرح شده توسط دانش‌آموزان با قوانین حاکم در دنیای واقعی مطابقت ندارد.

#### پیشنهادهای

محققانی که تصمیم به پژوهش در این زمینه را دارند، می‌توانند به بررسی درک و فهم دانش‌آموزان از مفاهیمی مثل روابط بین ریشه‌های معادلات درجه دوم یا بررسی توانایی دانش‌آموزان در طرح یک مسئله باز پاسخ ریاضی یا بررسی راه‌های افزایش توانایی طرح مسئله در دانش‌آموزان بپردازند. همچنین پژوهش حاضر تنها بر روی دانش‌آموزان پسر انجام گرفته است و محققان بعدی بهتر است که این پژوهش را بر روی دانش‌آموزان دختر نیز انجام دهند. با توجه به عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در طرح مسائل باز پاسخ پیشنهاد پژوهشگر این است که معلمان می‌توانند در پایان تدریس در کلاس به عنوان تکلیف از دانش‌آموزان خود طرح یک مسئله باز پاسخ برای فهم بهتر آن مفهوم را بخواهند؛ تا توانایی دانش‌آموزان برای طرح یک مسئله باز پاسخ بیشتر شود. معلمان نیز در زمان آموزش، تلاش کنند حل سوالاتی که با یک الگوریتم معین حل می‌شوند را کاهش دهند (سوالاتی در کلاس حل کنند که با یک الگوریتم معین حل نشوند). در انتها نیز به طرح مسئله توسط دانش‌آموزان به خصوص مسائل باز پاسخ تاکید داشته باشند و حتی الامکان سوالاتی که با یک الگوریتم معین حل می‌شوند را در امتحانات طرح نکنند.

#### منابع

امینی فر الهه، زهره وند شیماء، زعیم باشی علی (۱۳۹۴) درک و اشتباهات مفهومی دانش‌آموزان از مفهوم متغیر در جبر مقدماتی. فصلنامه نوآوری آموزشی، شماره ۵۳، صص ۹۵-۷۷

شهریاری، پرویز (۱۳۸۰)، سرگذشت ریاضیات، نشر مهاجر

Bishop, R. C., & Romano, D. (Eds.). (1998). *Environmental resource valuation: applications of the contingent valuation method in Italy* (Vol. 11). Springer Science & Business Media

Vance, J. (1998). *Number Operations From An Algebraic Perspective*. Reproduced With Permission From Teaching Children Mathematics, By the National Council of Teachers of Mathematics. Teaching Children Mathematics. 4,282-285



- Watanabe, T. (2011). Shiki: A Critical Foundation for school Algebra in Japanese Elementary School Mathematics. J. Cai, E. Knuth (Eds), Early Algebraization, Advances in Mathematics Education. Department of Mathematics & Statistics, Kennesaw State University, Kennesaw, GA, USA.
- Stewart, V. M. (2005). Making sense of students' understanding of fractions: An exploratory study of sixth grades' construction of fraction concepts through the use of physical referents and real world representations. Doctoral dissertation, Florida State **University**.
- Soygür, M. (2008). Misconceptions of Students in Algebra Lessons: An Investigation of the Issue in the Middle Schools of the TRNC (Doctoral dissertation, Eastern Mediterranean **University**).