کاربرد تبدیل ملین در تفسیر بی‌هنجاری‌های مغناطیسی

حسین جعفری[۱] و محسن اویسی موخر[۲]

[۱] کارشناس ارشد ژئوفیزیک
[۲] عضو هیات علمی دانشگاه رازی کرمانشاه، ایران

چکیده

استفاده ازتوابع تبدیل ریاضی برای یافتن مشخصات بی هنجاری های مغناطیسی امری رایج می‌باشد. یکی از توابع تبدیل ریاضی برای تفسیر، تبدیل ملین می باشد. در تبدیل ملین از انتگرال استفاده می‌شود. در این مقاله ابتدا تبدیل ملین معرفی میشود و سپس این تبدیل بر روی یک مدل فرضی دایک ضخیم اعمال شده و پارامترهای فرضی و محاسبه شده از تبدیل مقایسه می‌شوند. در انتها تبدیل بر روی داده‌های مغناطیس هوایی از منطقه خرم آباد اعمال شده و پارامترهای هندسی بی هنجاری مغناطیسی را بدست می‌آوریم.

Abstract

It is usual to use mathematical transform functions for finding magnetic source parameters. One of these transforms is Melin transform. In this paper, we first introduce Melin transform and then we apply this on an assumed thick dyke model . The assumed parameters and the obtained ones are compared to control for the accuracy of the transform. Finally we apply the transform on the total magnetic data from khoramabad region.

مقدمه

تبدیل ملین یکی از تبدیلاتی است که برای یافت پارامتر های هندسی بی هنجاری‌های مغناطیسی استفاده می‌شود. ریاضیات این تبدیل ساده بوده و پارامترهای بی هنجاری به آسانی بدست می آیند. معمولا برای تحلیل و تفسیر بی هنجاری های مغناطیسی از مشتقات بی‌هنجاری مغناطیسی استفاده می شود و کمتر از انتگرال استفاده می شود. تبدیل ملین برای یافت پارامتر های منبع بی‌هنجاری مغناطیسی روش انتگرال را بکار می‌گیرد. این تبدیل میتواند به انواع ساختارهای زمین شناسی از قبیل دایک نازک و ضخیم، صفحه، همبری و استوانه اعمال شود که در این مقاله فقط به مورد دایک ضخیم می‌پردازیم.

روش تفسیری مبتنی بر تبدیل ملین- دایک ضخیم (Mohan et al.,1990)

یک دایک نامحدود شیبدار که مقطع قائم آن موازی صفحه x-z است را در نظر می گیریم. مبدا مختصات بر روی زمین انتخاب می‌شود به گونه ای که محور پائین سوی z از آن جدا شده و سطح بالایی دایک را در وسطش قطع کند (شکل ۱).

بی هنجاری میدان قائم دایک شیبدار بصورت زیر است (Grant and West, 1965):

$$V(x) = 2I \sin d \left[\cos\theta_F \left(\tan^{-1}\frac{x+b}{h} - \tan^{-1}\frac{x-b}{h} \right) + \frac{1}{2}\sin\theta_F \left(\ln\frac{h^2+(x+b)^2}{h^2+(x-b)^2} \right) \right] \qquad (۱)$$

که در آن b نصف پهنای دایک، h عمق تا سطح بالایی دایک، I شدت مغناطش، d شیب و θ_F زاویه قطبش مغناطیسی (پارامتر شاخص) می باشد.

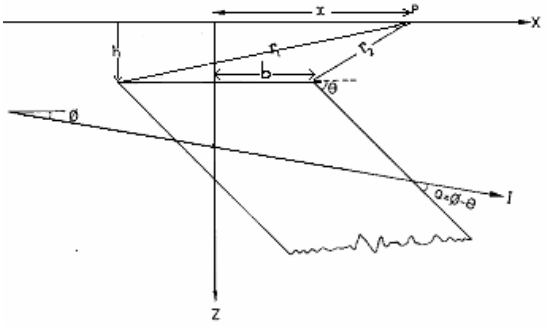
تبدیل ملین با رابطه زیر تعریف می شود:

$$M(s) = \int_0^\infty V(x) x^{s-1} dx$$

قسمت های زوج و فرد تابع پتانسیلی مربوط به دایک ضخیم (رابطه ۱) عبارتند از:

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۱. هندسه دایک ضخیم.

$$V_e(x) = 2I \sin d \cos\theta_F \left(\arctan\frac{x+b}{h} - \arctan\frac{x-b}{h} \right)$$

$$V_o(x) = I \sin d \sin\theta_F \ln\frac{(x+b)^2 + h^2}{(x-b)^2 + h^2} \qquad (۲)$$

تبدیل ملین اینها به ترتیب عبارت است از:

$$M_e(s) = -2I \sin d \cos\theta_F \csc(s\pi)\sin(s\varphi)\frac{r^s}{s}(1+(-1)^s) \qquad 0 < s < 1$$

$$M_o(s) = 2I \sin d \sin\theta_F \csc(s\pi)\cos(s\varphi)\frac{r^s}{s}(1-(-1)^s) \qquad 0 < s < 1 \qquad (۳)$$

که در آن:

$$r = (b^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \varphi = \arctan\frac{h}{b} \qquad (۴)$$

از تقسیم دو تبدیل ملین بر هم در دو مقدار داریم:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{M_e(\frac{1}{4})}{M_o(\frac{1}{4})} = 2\cot\theta_F \cot(\frac{\pi}{8})\tan(\frac{\varphi}{4}) \\ q &= \frac{M_e(\frac{1}{2})}{M_o(\frac{1}{2})} = 2\cot\theta_F \cot(\frac{\pi}{4})\tan(\frac{\varphi}{2}) \end{aligned}\right\} : \frac{p}{q} = \frac{\cot(\frac{\pi}{8})\tan(\frac{\varphi}{4})}{\cot(\frac{\pi}{4})\tan(\frac{\varphi}{2})} : \varphi = 4\tan^{-1}\left(\frac{p\tan(\frac{\pi}{8})}{2\,q\tan(\frac{\pi}{4})} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}$$

با داشتن φ و با در نظر گرفتن $M_e(s)$ به ازای $s=\frac{1}{4}$ و $s=\frac{1}{2}$ پارامتر r بدست می آید:

$$r = \left[4\frac{\sin(\frac{\varphi}{4}).\cos(\frac{\pi}{8}).M_e(\frac{1}{2})}{\sin(\frac{\varphi}{2}).M_e(\frac{1}{4})} \right]^4 \qquad (۵)$$

اگر از معادله $M_o(s)$ به ازای همین مقادیر s استفاده کنیم خواهیم داشت:

Archive of SID

www.SID.ir

$$r = \left[4 \frac{\cos(\frac{\varphi}{4}).\cos(\frac{\pi}{8}).M_O(\frac{1}{2})}{\cos(\frac{\varphi}{2}).M_O(\frac{1}{4})} \right]^4 \quad (۶)$$

چون $r = (b^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$ از روابط زیر می توان b و h را محاسبه کرد.

$$b = r\cos\varphi$$
$$h = r\sin\varphi \quad (۷)$$

با استفاده از معادلات ۳ و ۴ میتوانیم پارامتر شاخص را بدست آوریم:

$$\theta_F = \arctan\left[\frac{M_O(s).\tan(s\varphi)}{M_e(s).\tan(\frac{s\pi}{2})} \right] \quad (۸)$$

همچنین Isind با استفاده از معادلات ۳ بدست می آید:

$$I\sin d = \frac{s.M_e(s)}{4r^s \cos\theta_F \csc(s\pi)\sin(s\varphi)\cos(\frac{s\pi}{2})}$$
$$I\sin d = \frac{s.M_O(s)}{4r^s \sin\theta_F \csc(s\pi)\cos(s\varphi)\sin(\frac{s\pi}{2})} \quad (۹)$$

بنابراین پارامترهای φ، b، h و I sind با تجزیه و تحلیل فوق قابل محاسبه می باشد.

مدل سازی مصنوعی دایک ضخیم

در جدول ۱ سه مجموعه مدل با پارامتر های مختلف فرضی و محاسبه شده آمده است. ملاحظه می شود تفاوت چندانی بین مقادیر فرضی و محاسبه شده وجود ندارد.

جدول۱. مقادیر فرضی و محاسبه شده مدل های مختلف

پارامترها	h	b	I	θ_F
مقادیر فرضی	۰/۵۰	۰/۵۰	۰/۵۰	۳۰/۰۰
مدل اول				
مقادیر محاسبه شده	۰/۴۵	۰/۴۷	۰/۴۸	۲۹/۰۰
مقادیر فرضی	/۵۰	۱/۵۰	۰/۵۰	۳۰/۰۰
مدل دوم				
مقادیر محاسبه شده	۰/۴۶	۱/۴۵	۰/۴۷	۲۹/۳۰
مقادیر فرضی	۰/۵۰	۱/۰۰	۰/۵۰	۳۰/۰۰
مدل سوم				
مقادیر محاسبه شده	۰/۴۷	۰/۹۸	۰/۴۶	۲۸/۴۵

Archive of SID

www.SID.ir

داده برداری و اعمال دو تبدیل فوق به داده های واقعی

ناحیه مورد بررسی در طول جغرافیایی ۴۹-۴۸ شرقی و عرض ۳۴-۳۳ شمالی واقع گردیده است . میدان ژئومغناطیسی منطقه در حدود ۳۹۵۸۶ نانوتسلا و با زاویه میل ۵۰ درجه و زاویه انحراف ۳ درجه می باشد. داده برداری در این منطقه به صورت داده برداری هوایی صورت گرفته است. مگنتومتر مورد استفاده در این منطقه مگنتومتر سزیم با دقت ۰/۰۱ نانو تسلا می باشد. فاصله پروفیل ها از همدیگر ۴/۵ کیلومتر و فاصله نقاط برداشت بر روی هر پروفیل ۳۰ متر می باشد. امتداد بی هنجاری در جهت شمال غربی- جنوب شرقی است. پروفیلی با طولی برابر۱۰۹/۷۳۷ کیلومتر و امتداد شمال شرقی-جنوب غربی جهت اعمال تبدیل ملین انتخاب شده است. عمق و نیم پهنا بترتیب ۲۳۱۳ متر و ۱۶۶۹ متر می باشد.

بحث و نتیجه گیری

تبدیل ملین یک روش ساده برای تفسیر بی هنجاریهای مغناطیسی است که در مقایسه با سایر روشها دقت بالایی دارد. ریاضیات نسبتا ساده و عدم وابستگی به جهت گیری میدان زمین باعث می شود که این روش را جزء بهترین روشهای تفسیری به حساب آوریم.

منابع

Grant, F. S., and West, G. F., 1965; Interpretation theory in applied geophysics: New York, McGraw-Hill Co. , 324-337.
Mohan, N. L., Anada, B. L., Sundararajan, N., and Seshagiri Rao, S. V., 1990. Analysis of magnetic anomalies due to some two-dimantional bodies using Mellin transforsm. PAGEOPh, 113, 403-428.

Archive of SID

www.SID.ir