

تأثیر امواج آکوستیکی بر آهنگ تکرار لیزرهای TEA - CO₂ با آهنگ تکرار بالا

حمیدرضا باغشاهی^۱، علیرضا بهرامپور^۲، رضا فرهی مقدم^۳

^۱ دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان - رفسنجان، ^۲ دانشگاه صنعتی شریف - تهران، ^۳ دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان - رفسنجان و مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی کرمان

چکیده - یکی از مزایای لیزرهای TEA - CO₂ امکان داشتن آهنگ تکرار پالس بالا است. از عواملی که باعث محدود شدن آهنگ تکرار در لیزرهای TEA-CO₂ با آهنگ تکرار بالا (HRR)^۱ می‌شود، اختلال چگالی گاز را می‌توان نام برد، یکی از مؤثرترین عوامل مختل کننده چگالی گاز و محدود کننده تعداد پالس‌ها در لیزرهای HRR تولید امواج آکوستیکی است. در این مقاله برای بررسی نقش امواج آکوستیکی در محدود کردن فرکانس تکرار پالس‌ها در لیزرهای HRR یک مدل ریاضی مطرح شده، در این مدل کانال گاز لیزر را به عنوان یک تشدیدکننده آکوستیکی در نظر گرفته و طیف امواج آکوستیکی را برحسب فرکانس تکرار پالس‌ها بدست آورده‌ایم و در مورد محدوده مناسب فرکانس بحث کرده‌ایم.

کلید واژه-لیزر، امواج آکوستیکی، فرکانس تشدید، عدد ماخ.

کد PACS - ۴۲۶۰-۴۲۶۲

۱- مقدمه

ضربه‌ای در نظر گرفت که در آنها تغییر فشار در عرض موج بی‌نهایت کوچک بشود [۱].

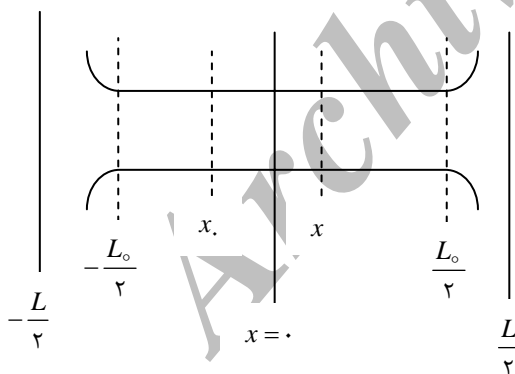
در لیزرهای TEA-CO₂ برای برانگیزش مولکولهای گازهای موجود در محیط تخلیه باید به محیط تخلیه انرژی تزریق کنیم، امواج آکوستیکی در موقع تزریق پالس انرژی در محیط لیزر تشکیل می‌شوند، در صورتی که زمان میرایی امواج آکوستیکی با زمان تناوب تکرار ضربه‌ها در لیزر قابل مقایسه باشد در فاصله زمانی بین دو پالس چگالی گاز توسط امواج آکوستیکی که وارد ناحیه تخلیه می‌شوند به صورت مکانی مدوله می‌شود، اختلال در چگالی گاز باعث تغییر تخلیه از حالت یکنواخت به جرقه و در نهایت محدود شدن آهنگ تکرار می‌شود [۲]. امواج آکوستیکی علاوه بر تأثیرات گرمایی (ناپایداری آکوستیکی - گرمایی)،

تغییراتی که در خواص سیال رخ می‌دهد بر دو نوع است، این تغییرات یا بسیار سریع و ناگهانی است یا بسیار کند و ناچیز، در صورتی که تغییرات ناچیزی در خواص سیال از جمله فشار رخ دهد، آشفتگی‌ای به نام موج آکوستیکی با سرعتی نسبتاً زیاد، در محیط منتشر می‌شود، بنابراین انتشار امواج آکوستیکی شامل تغییرات بی‌نهایت کوچک فشار هستند. امواجی هم وجود دارند که در آنها تغییرات نسبتاً زیاد فشار در جبهه‌ای باریک رخ می‌دهند، چنین امواجی را امواج شوکی (ضربه‌ای) می‌نامند، این امواج با سرعتی بیش از سرعت‌های آکوستیکی نسبت به سیال حرکت می‌کنند، امواج آکوستیکی را می‌توان به عنوان حالت‌های حدی امواج

فرض کنیم با توجه به اینکه تخلیه الکتریکی در لیزرهای HRR به صورت عرضی است سیگنالهای ورودی فشار در هر نقطه در فاصله $-\frac{L_0}{2}$ تا $\frac{L_0}{2}$ شروع و تغییرات آنها در هر نقطه در فاصله $-\frac{L}{2}$ تا $\frac{L}{2}$ قابل مشاهده هستند. به عنوان نمونه نقطه x_0 در فاصله بین $-\frac{L_0}{2}$ تا $\frac{L_0}{2}$ را به عنوان نقطه شروع یکی از سیگنالهای ورودی و نقطه x در فاصله بین $-\frac{L}{2}$ تا $\frac{L}{2}$ را به عنوان نقطه مشاهده در نظر می گیریم.

بر اثر تخلیه آنی سیگنال ورودی در نقطه x_0 به وجود می آید، برای منطبق بودن با رفتار امواج آکوستیکی سیگنال تولید شده به دو قسمت تقسیم می شود که هر کدام از این قسمتها با نصف دامنه سیگنال ورودی و با سرعت صوت در دو جهت مخالف حرکت می کنند.

فاصله بین نقاط x و x_0 موجب تأخیر زمانی بین آنها می شود، تأخیر زمانی بین نقاط x و x_0 و همچنین بازتاب از مرزها باعث به وجود آمدن تغییراتی در سیگنال به وجود آمده در نقطه x موقع مشاهده آن در نقطه x می شود، تغییرات به وجود آمده در این سیگنال به وسیله اعمال تابع انتقال بر روی آن دست می آید.



شکل ۱: حفره لیزر به عنوان یک تشدیدکننده آکوستیکی

در صورتی که τ فاصله زمانی بین دو تپ در لیزرهای HRR باشد، با تزریق انرژی به محیط تخلیه تابع توزیع فشار ورودی در هر نقطه در عرض الکترودها را می توان به کمک یک تابع با دامنه $Q_0(x_0)$ در زمانهای $t < \tau$ توصیف کرد:

ممکن است باعث برانگیزش نوسانات طبیعی تشدیدکننده آکوستیکی که به وسیله کانال گاز لیزر تشکیل شده است شوند.

چون در لیزرهای TEA - CO₂ با آهنگ تکرار بالا تخلیه به صورت عرضی است می توان عرض حفره را به عنوان یک تشدیدکننده آکوستیکی یک بعدی که الکترودها در وسط آن قرار گرفته اند در نظر گرفت که وجود هر عمل تناوبی خارجی باعث برانگیختگی ارتعاشات طبیعی در آن خواهد شد [۳].

فرکانسهای طبیعی تشدیدکننده ای با طول L ، برابر $\omega_n = \frac{n\pi c}{L}$ است و در حالتی که گاز موجود در تشدیدکننده حرکت دارد فرکانسهای طبیعی تشدیدکننده مورد نظر از این مقدار کمتر و برابر با $\omega_n = \frac{n\pi c}{L}(1 - M^2)$ است، M عدد ماخ جریان و برابر نسبت سرعت جریان گاز به سرعت صوت در گاز است $(M = \frac{u}{c})$ [۳].

با توجه به خطی بودن سیستم، در صورتی که سیگنال برخوردکننده به دیواره تابع دلتا باشد، خروجی با تابع انتقال که در اینجا همان ضریب بازتاب، $Z(\omega)$ است برابر است. در حقیقت $Z(\omega)$ تبدیل فوریه سیگنالی است که از مرز منعکس می شود به شرط آنکه تابع ورودی یک تابع دلتا باشد، از میان مدل های تک - پارامتری که برای ضریب بازتاب وجود دارد $Z(\omega)$ به صورت:

$$Z(\omega) = \frac{-1}{1 + \frac{i\omega}{\omega_0}} \quad (1)$$

در نظر گرفته می شود که ω_0 فرکانس قطع امواج آکوستیکی است. در حقیقت سیستم به صورت پایین گذار در نظر گرفته شده است، به طوری که فرکانسهای پایین را منعکس و فرکانسهای بالا را عبور می دهد [۳].

در قسمت بعد به کمک یک مدل ریاضی طیف امواج آکوستیکی را بررسی و در مورد محدوده مناسب فرکانس تکرار لیزر بحث می کنیم.

۲- مدل بندی ریاضی و معادلات حاکم

عرض کانال گاز را L و عرض الکترودها را برابر L_0 در نظر می گیریم، در صورتی که مبدا مختصات را در وسط کانال

$$P_o(t, x_o) = Q_o(x_o) \sum_n F(t - n\tau) \quad (2)$$

(8)

$$H_1(\omega, x, x_o) = \frac{Z(\omega)}{\gamma} \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(L - (x + x_o))\right] \\ \{1 + Z(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(L + \gamma x)\right] + Z^\gamma(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(\gamma L)\right] \\ + Z^\gamma(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(\gamma L + \gamma x)\right] + \dots\}$$

تابع انتقال برای موجی که به سمت چپ حرکت می کند به صورت زیر است:

(9)

$$H_\gamma(\omega, x, x_o) = \frac{1}{\gamma} \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(x_o - x)\right] \\ \{1 + Z(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(L + \gamma x)\right] + Z^\gamma(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(\gamma L)\right] + \\ Z^\gamma(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(\gamma L + \gamma x)\right] + \dots\}$$

تابع انتقال کل برای موجی که در نقطه x_o شروع شده در نقطه مشاهده x از مجموع دو تابع انتقال بالا به دست می آید:

(10)

$$H(\omega, x, x_o) = \frac{1}{\gamma} (1 + Z(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(L + \gamma x)\right]) \\ \left(\frac{\exp\left[\frac{-i\omega}{c}(x_o - x)\right] + Z(\omega) \exp\left[\frac{-i\omega}{c}(L - x - x_o)\right]}{1 - Z^\gamma(\omega) \exp\left[\frac{-\gamma i\omega L}{c}\right]} \right)$$

ولی با تزریق انرژی به محیط تخلیه تابع توزیع فشار در تمام نقاط تخلیه (در هر نقطه در فاصله بین $-\frac{L_o}{\gamma}$ تا $\frac{L_o}{\gamma}$) وجود دارد، بنابراین برای اینکه تأثیر تمام موجهای تولیدی را به حساب آوریم از تابع انتقال (9) بر روی متغیر x_o در فاصله $-\frac{L_o}{\gamma}$ تا $\frac{L_o}{\gamma}$ انتگرال می گیریم.

(11)

$$H(\omega, x) = \frac{-icQ_o \exp\left[\frac{-i\omega}{\gamma c}(L_o + \gamma x)\right] (\exp\left[\frac{iL_o\omega}{c}\right] - 1)}{\gamma \omega (\exp\left[\frac{iL\omega}{c}\right] - Z(\omega))} \\ (Z(\omega) + \exp\left[\frac{i\omega}{c}(L + \gamma x)\right])$$

با تأثیر تابع انتقال (10) بر روی تابع توزیع ورودی فشار، تغییرات تابع توزیع خروجی فشار در نقطه مشاهده x بدست می آید.

و تبدیل فوریه این تابع هم به فرم زیر است.

$$P_o(\omega, x_o) = Q_o(x_o) \frac{F(\omega)}{1 - \exp(i\omega\tau)} \quad (3)$$

یکی از توابعی که می توان به عنوان تابع توزیع فشار ورودی در نقاط مختلف محیط تخلیه در نظر گرفت تابع دلتا است، بعد از یک تخلیه آنی در محیط لیزر تابع توزیع فشار ورودی در هر نقطه x_o را می توان به صورت یک تابع دلتا با دامنه $Q_o(x_o)$ توصیف کرد.

$$P_o(t, x_o) = Q_o(x_o) \sum_n \delta(t - n\tau) \quad (4)$$

$$P_o(\omega, x_o) = \frac{Q_o(x_o)}{1 - \exp(i\omega\tau)} \quad (5)$$

تابع تغییر یافته توزیع فشار ورودی در نقطه مشاهده x اثر تابع انتقال بر روی تابع فشار ورودی به دست می آید.

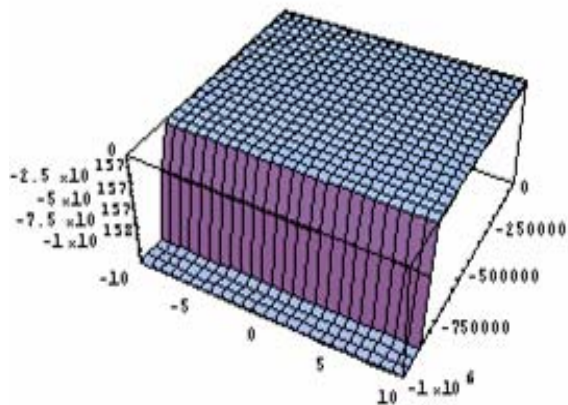
$$P(\omega, x, x_o) = H(\omega, x, x_o) P_o(\omega, x_o) \quad (6)$$

که در آن $P_o(\omega, x_o)$ تابع توزیع برای فشار ورودی و $H(\omega, x, x_o)$ تابع انتقال است که با توجه تأخیر زمانی بین نقطه شروع و مشاهده موج و بازتاب از انتهای کانال نوشته می شود.

برای اینکه تأثیر تمام سیگنالهای ورودی تولید شده در محیط تخلیه را به حساب آوریم از تابع انتقال بر روی متغیر x_o در بازه $[-\frac{L_o}{\gamma}, \frac{L_o}{\gamma}]$ انتگرال می گیریم، بنابراین تابع انتقال تابعی از متغیر ω و پارامتر x است، از طرفی با فرض اینکه تخلیه کاملاً یکنواخت باشد دامنه تمام سیگنالهای ورودی با هم برابر است و تابع توزیع فشار ورودی هم تابعی از متغیر ω خواهد بود پس:

$$P(\omega, x) = H(\omega, x) P_o(\omega) \quad (7)$$

با توجه به شکل (1) موج اولیه در نقطه x_o تولید شده، برای منطبق بودن با رفتار امواج آکوستیکی به دو قسمت تقسیم می شود و هر قسمت با نصف دامنه موج تولید شده و سرعت صوت در دو جهت مخالف هم حرکت می کنند، تابع انتقال را برای هر کدام از موجها به صورت جداگانه نوشته و سپس با جمع آنها تابع انتقال کل را برای موجی که در نقطه فرضی x_o تولید شده محاسبه می کنیم. تابع انتقال برای موجی که به سمت راست حرکت می کند به صورت معادله 8 است.



شکل ۲ تابع انتگرالده معادله ۱۴

جواب انتگرال بالا با در نظر گرفتن $z=0$ به عنوان قطب مرتبه دوم و قطبهای ساده ($z = \frac{\gamma n \pi}{\tau} n \neq 0$) به فرم زیر است (P) با تقسیم بر $\frac{Q_0}{\gamma}$ به صورت بی بعد درآمده است):

$$P(f, x) = \sum_{-1 \dots}^{-1} \left\{ \frac{ice^{-\frac{\gamma n \pi f}{c} \left(\frac{L+x}{\gamma} - M^{\gamma} \right)} \left(e^{\frac{\gamma i L n \pi f}{c}} - 1 \right)}{\gamma i L n \pi f} \times \frac{\gamma i L n \pi f}{\gamma n (\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})}) (\omega_0 + \gamma i n \pi f)} \right\} \times$$

$$\frac{\gamma i n \pi f (L + \gamma x)}{(-\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})}) (\omega_0 + \gamma i n \pi f)} +$$

$$\sum_{1 \dots}^{1 \dots} \left\{ \frac{ice^{-\frac{\gamma n \pi f}{c} \left(\frac{L+x}{\gamma} - M^{\gamma} \right)} \left(e^{\frac{\gamma i L n \pi f}{c}} - 1 \right)}{\gamma i L n \pi f} \times \frac{\gamma i L n \pi f}{\gamma n (\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})}) (\omega_0 + \gamma i n \pi f)} \right\} \times$$

$$\frac{\gamma i n \pi f (L + \gamma x)}{(-\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})}) (\omega_0 + \gamma i n \pi f)}$$

در رابطه بالا $\tau = \frac{1}{f}$ و متغیر n را در بازه $[-1000, 1000]$ در نظر گرفته شده است (مقدار مانده در $z=0$ صفر است).

با در نظر گرفتن ثابتها در معادله (۱۶) به صورت

$$M = 0.2, c = 340 \frac{m}{s}, L = 0.29 m, L_0 = 0.11 m$$

$$\omega_0 = 12000 \frac{rad}{s}$$

طیف امواج آکوستیکی برای فرکانس تکرار ۶۰۰ هرتز در وسط کانال ($x=0$) به صورت شکل ۳ خواهد بود.

(۱۲)

$$P(\omega, x) = \frac{-icQ_0 \exp\left[\frac{-i\omega}{\gamma c} (L_0 + \gamma x)\right] (\exp\left[\frac{iL_0\omega}{c}\right] - 1)}{\gamma \omega (\exp\left[\frac{iL\omega}{c}\right] - Z(\omega)) (1 - \exp[i\omega\tau])}$$

$$(Z(\omega) + \exp\left[\frac{i\omega}{c} (L + \gamma x)\right])$$

چون امواج آکوستیکی موج فشار هستند عکس تبدیل فوریه این تابع طیف امواج آکوستیکی در هر نقطه مانند x را نشان می دهد.

$$P(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega, x) \exp(i\omega t) d\omega \quad (۱۳)$$

با استفاده از معادله (۱۳) می توان اثرات تجمعی و تشدید را بررسی کرد، اثر تجمعی بعد از نخستین پالس و در لحظه اعمال پالس بعدی به وجود می آید، بنابراین برای بررسی اثرات تجمعی در رابطه (۱۲) یا $t = \tau$ قرار می دهیم (به علت متناوب بودن این پدیده).

چون گاز در حرکت است در رابطه (۱۲) و $\frac{L}{c}$ را با

$$\frac{x}{c(1-M^{\gamma})} \text{ و } \frac{L}{c(1-M^{\gamma})} \text{ جایگزین می کنیم.} \quad (۱۴)$$

$$P(\tau, x) = \frac{Q_0}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left\{ \frac{-ice^{-\frac{i\omega}{c} \left(\frac{L_0+x}{\gamma} - M^{\gamma} \right)} \left(e^{\frac{iL_0\omega}{c}} - 1 \right)}{\omega (\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})}) (\omega_0 + i\omega)} (1 - e^{i\omega\tau}) \right. \\ \left. \frac{i\omega(L+\gamma x)}{(-\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})}) (\omega_0 + i\omega)} (e^{i\omega\tau}) \right\}$$

$\tau = \frac{1}{f}$ فاصله بین دو پالس می باشد، با برابر قرار دادن

در رابطه (۱۴) و حل انتگرال به روش ماندهها [۴] می توانیم وابستگی فشار محیط تخلیه به فرکانس تکرار (طیف امواج آکوستیکی) را در هر نقطه در عرض کانال به دست آوریم.

با قرار دادن متغیر مختلط z به جای متغیر حقیقی ω ،

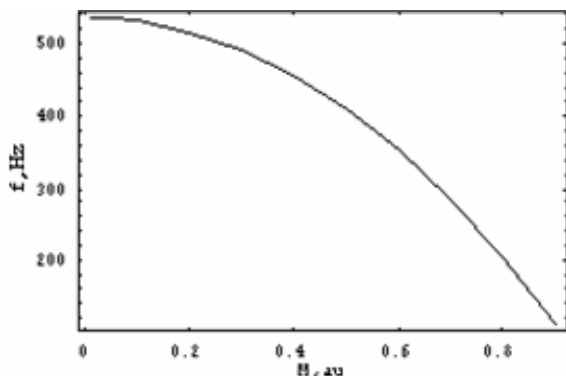
قطبهای انتگرال بالا عبارتند از $z = \frac{\gamma n \pi}{\tau}$ و $z = 0$.

جوابهای معادله:

$$\omega_0 + e^{c(1-M^{\gamma})} (\omega_0 + iz) = 0 \quad (۱۵)$$

که متناهی نیستند، ولی با رسم نمودار انتگرالده و مشاهده ناپیوستگیها مسیر انتگرالگیری را به صورتی در نظر بگیریم که شامل جوابهای معادله بالا نباشد.

شکل (۵) تغییرات فرکانس اصلی برانگیختگی امواج آکوستیکی را بر حسب افزایش عدد ماخ نشان می‌دهد.



شکل ۶ فرکانس اصلی برانگیختگی امواج آکوستیکی بر حسب افزایش عدد ماخ

نتیجه گیری

برای امواج آکوستیکی فرکانسهای اصلی برای تشدید وجود دارد در صورتی که این فرکانسها در محدوده فرکانس تکرار لیزر قرار بگیرند باعث اختلال در چگالی گاز و در نهایت محدود کردن آهنگ تکرار می‌شوند.

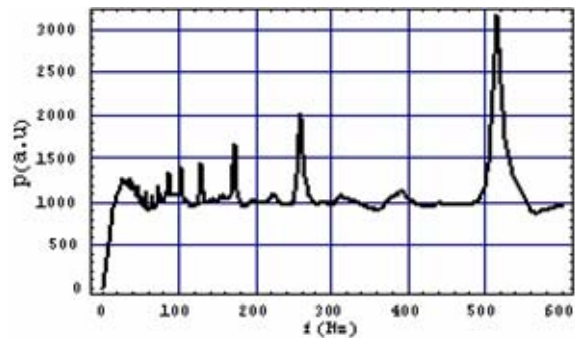
بنابراین در صورتی که بخواهیم نقش امواج آکوستیکی را در محدود کردن آهنگ تکرار کمتر کنیم باید فرکانس تکرار را به صورتی انتخاب کنیم که فرکانس اصلی تشدید امواج آکوستیکی در محدوده آن قرار نگیرد. این کنترل با استفاده از یک مدل ریاضی انجام شد، مزیت این مدل آن است که می‌توان طیف امواج را در هر نقطه درون کانال بررسی کرد، برای تمام نقاط فرکانس اصلی تشدید امواج آکوستیکی در یک محدوده قرار می‌گیرند.

با افزایش سرعت گاز (عدد ماخ) فرکانس اصلی تشدید امواج آکوستیکی کم می‌شود.

مراجع

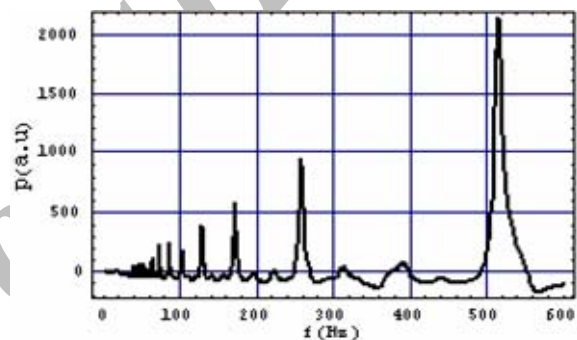
- [1] Robert. W fox, Alan. T McDonald, "Introduction to Fluid Mechanics", Forth edition, 1934
- [2] V. Yu. Baranov, A. N. Starostin, et all; "Molecular Gas Lasers Physics and Applicatoin"; Edited by E.p VELIKHOV, MIR Publisher Moscow, English translation, Mir publisher (1981)
- [3] V. Yu. Baranov, B. Ya. Lyubimov, et all, "Gas dynamics perturbations of the gas stream in pulse – periodic CO₂ Lasers.II. Acoustic wavws, Sov. J. Quantum Electron. 9 (1), Jan. 1979

[۴] روشهای ریاضی در فیزیک، جلد اول، جورج آرفکن، ترجمه اعظم پورقاضی، مرکز نشر دانشگاهی تهران



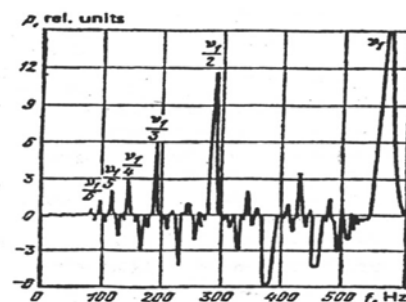
شکل ۳ طیف امواج آکوستیکی (فرکانس تکرار ۶۰۰ هرتز)

در صورتی که از سیگنال اولیه صرف نظر کنیم (جمله اول برای تابع انتقال موجی که به سمت چپ حرکت می‌کند) طیف امواج آکوستیکی در وسط کانال به صورت زیر است:



شکل ۴ طیف امواج آکوستیکی ($x=0$)

در روش عملی از یک مبدل پیزوالکتریک که می‌تواند در طول و عرض کانال حرکت کند استفاده کرده و سیگنالهای دریافتی از آن را بر روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده نمودند، در حالتی که مبدل در $x=0$ قرار داشته طیف امواج آکوستیکی بدون در نظر گرفتن سیگنال اولیه به صورت شکل است، همانطور که مشاهده می‌شود فرکانس اصلی تشدید امواج آکوستیکی در هر دو روش تئوری و عملی به یک صورت است (شکلهای ۴ و ۵).



شکل ۵ طیف امواج آکوستیکی ($x=0$) [۳]

Effects of acoustic waves on the repetition rate of TEA – CO₂ Lasers

Hamidreza Baghshahi, AliReza Bahram – pour, Reza Farrahi Moghaddam

¹Vali Asr university of Rafsanjan, Rafsanjan, ² Sharif technology university, Tehran, ³Rafsanjan and International center of science and high technology and environmental science, Kerman

Abstract

One of advantages of TEA – CO₂ lasers is thire ability in working in high repetition rate . Density fluctuations of gas is one of factors which limit the repetition rate of TEA – CO₂ lasers. But the density fluctuationscan be generated by acoustic waves. In this paper a model is introduced by which the effect of acoustic waves on the repetition rate can be studied. The gas channel of lasers considered as acoustic resonator. And spectra of acoustic wavesas a function of repetition rate is computed. Based on this spectrum suitable interval for pulse repetition rate is obtained.

Keywords: Laser, Acoustic waves, Resonance frequency, Mach number

PACSNo:4260 - 4262

Archive of SID