رشد زمانی ناپایداری رامان رو به جلو در اندرکنش لیزر پالس کوتاه با پلاسمای سردکم چگال

پاک نژاد ، علیرضا ؛ قربانعلیلو ، محمد

گروه فیزیک دانشگاه تربیت معلم آذربایجان ؛ تبریز

چکیده

آهنگ و تابع رشد ناپایداری رامان رو به جلو مربوط به تابش یک لیزر پیکوثانیه با شدت $\left(I \leq 10^{18} W / cm^2\right)$ به یک پلاسمای سرد کم چگال در حالت نسبیتی ضعیف محاسبه شده و نشان داده می شود که منبع تولید این ناپایداری امواج الکترومغناطیسی پراکنده شده بنام امواج استوکس و آنتی استوکس هستند بطوریکه نیروی پاندرموتیو حاصل ازآنها باعث ایجاد امواج ردپایی پلاسمایی و در نتیجه مدوله شدن چگالی پلاسما می شود. با گذشت زمان با افزایش دامنه امواج استوکس و آنتی استوکس ، دامنه امواج ردپایی ودرنتیجه دامنه نوسانات چگالی درپلاسما افزایش یافته و به این ترتیب ناپایداری رامان که در چهارمرحله رخ می دهد ، باآهنگ مشخصی در پلاسما رشدمی کند .

Temporal grows of Raman Forward instability in short laser pulse interaction with a cold underdense plasma

Paknejhad , Alireza ; Gorbanalilu , Mohammad
Physics Departement , Azarbaijan University of Tarbiat Moallem, Tabriz

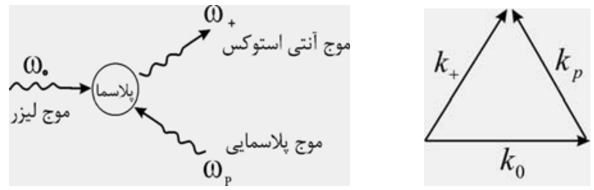
Abstract

Grows rate and function of Raman forward instability associated to the interaction of picosecond short laser pulse $\left(I \leq 10^{18} W / cm^2\right)$ with a low density cold plasma, in weakly relativistic regime, is investigated. It is show that two scattered electromagnetic waves called Stokes and Anti-Stokes give rise this instability, yield pondermotive force lead to wake waves and as a result to modulation of plasma density .In addition, it is show that Raman forward instability occurs at four stage, grows with a given rate in plasma.

مقدمه

در کاربردهای عملی از جمله گداخت هسته ای و شتابدهنده ها که از اندرکنش لیزر و پلاسما استفاده می شود، لازم است که تحولات پالس لیزری و ناپایداری های ایجاد شده در پلاسما مطالعه شوند. ناپایداری رامان یکی از این موارد است که در چگالی های نزدیک به یک چهارم چگالی بحرانی رخ می دهد[۱]. مکانیزم این ناپایداری به این صورت است که در اثر ورود یک پالس لیزری با فرکانس ω_0 به پلاسما، الکترونهای موجود در پلاسما با انرژی بیش از ۴۰Mev و با سرعتهای نسبیتی شتاب گرفته و امواج نوری استوکس($\omega_- = \omega_0 - \omega_p$) و آنتی استوکس ($\omega_- = \omega_0 - \omega_p$) و امواج پلاسمایی با فرکانس ω_p را در تمام جهات پراکنده می کنند(شکل ۱). از طرفی نیروی پاندرموتیو[۱] ناشی از زنش امواج استوکس و آنتی استوکس با موج ورودی سبب می شود که این امواج یک سری امواج پلاسمایی با دامنه بلند (امواج ردپایی) را پشت سر خود رها کنند. به عبارت دیگر امواج پلاسمایی ردپایی توسط نیروی پاندرموتیو با سرعت نور در پلاسما رانده می شوند و این باعث مدوله شدن چگالی اختلالی δn در پلاسما می شود. از زنش متناوب بین امواج پراکنده شده با موج فرودی، امواج پراکنده شده با دامنه بالاتر تولید می شوند که این امر باعث افزایش دامنه نوسانات چگالی شده و به این ترتیب ناپایداری ناشی از پراکندگی رامان در پلاسما، افزایش می یابد.

دراین مقاله پس از معرفی معادلات اساسی لیزر- پلاسما در حالت نسبیتی ضعیف، معادلات مربوط به رشد زمانی دامنه امواج استوکس و آنتی استوکس بدست آورده می شوند. سپس در یک تقریب پیرامحوری (زاویه پراکندگی کمتراز ۶درجه) نشان داده می شود که با گذشت زمان، ناپایداری رامان رو به جلو در چهار مرحله : چهار موجی تشدیدی، چهار موجی غیرتشدیدی، سه موجی و سه موجی باهمبستگی قوی، در پلاسما رشد می کند.



شکل۱ : نمودار پراکندگی موج آنتی استوکس

معادلات اساسی لیزر– پلاسما

با شروع از معادله موج (۱) $\nabla^2\vec{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{A}=-\frac{4\pi}{c}\vec{J}_\perp$ که در آن $\vec{A}$ ، پتانسیل برداری پالس لیزری و $\vec{J}_\perp=-ne\vec{v}_x$ ، چگالی جریان الکترونها در پلاسما می باشد و با فرض اینکه پالس لیزر در راستای محورz منتشر شود و با در نظر گرفتن انرژی نسبیتی(۲) $E^2=E_0^2+P^2C^2$ و اندازه حرکت الکترونها در میدان الکتریکی لیزر (۳) $\vec{P}=\frac{-e\vec{A}}{c}$ ، چگالی جریان $\vec{J}_\perp$ بصورت زیر خواهد بود[۴] و[۱] :

$$\vec{J}_\perp=\frac{n_e}{4\pi n_{0e}\gamma}\omega_p^2\frac{\vec{A}}{c} \qquad (۲)$$

که در آن $\omega_p=\frac{4\pi ne^2}{m_e}$ فرکانس امواج پلاسمایی می باشد.

با اعمال رابطه (۲) در (۱) اولین معادله اساسی بدست می آید :

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-c^2\nabla^2)\vec{a}=(-\frac{n_e}{n_{oe}\gamma}\omega_p^2)\vec{a} \qquad (۳)$$

که در آن $\vec{a}=\frac{e\vec{A}}{m_oc^2}$ پتانسیل برداری نرمالیزه شده می باشد. با تعریف چگالی اختلالی $\delta n=\frac{n-n_o}{n}$ و با در نظر گرفتن اندرکنش نسبیتی ضعیف ($a<<1$ و $\frac{1}{\gamma}\cong(1-\frac{a^2}{2})$) رابطه (۳) بصورت زیر خواهد بود :

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-c^2\nabla^2)\vec{a}=-\omega_p^2(1+\delta n-\frac{a^2}{2})\vec{a} \qquad (۴)$$

با استفاده از معادله حرکت(۵) $F_x=-eE_x-m_oc^2\frac{\partial\gamma_e}{\partial x}$ و معادله پواسون (۶) $\frac{\partial^2E}{\partial x^2}=-4\pi e(n_e-n_{oe})$ و معادله پیوستگی (۷) $\frac{\partial n_e}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(n_ev_e)=0$ ، دومین معادله اساسی عبارت است از :

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_p^2)\delta n_e=c^2\nabla^2(\frac{a^2}{2}) \qquad (۸)$$

با تبدیل $\psi=c\tau-x$ و $\tau=t$ ، معادلات (۳)و(۸) در دستگاه مختصاتی که همراه پالس حرکت می کند، در نظر گرفته می شوند که درآن ψ فاصله یک مکان در پلاسما از ناظرمتحرک می باشد. در این صورت با تعریف اختلال $\chi=\delta n-\frac{a^2}{2}$، معادلات اساسی لیزر-پلاسما، در دستگاه متحرک بصورت زیر بدست می آیند :

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+2c\frac{\partial^2}{\partial\tau\partial\psi}-c^2\nabla_\perp^2)\vec{a}=-\omega_p^2(1+\chi)\vec{a} \qquad (۹)$$

$$[(\frac{\partial}{\partial\tau}+c\frac{\partial^2}{\partial\tau\partial\psi})+\omega_p^2]\chi \qquad (۱۰)$$
$$=-[\omega_p^2+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}+2c\frac{\partial^2}{\partial\tau\partial\psi}-c^2\nabla_\perp^2]\frac{a^2}{2}$$

تحول زمانی امواج استوکس و آنتی استوکس

با توجه به نوسانی بودن چگالی ومیدان الکتریکی در پلاسما، اختلال و دامنه امواج در پلاسما بصورت بسط زیردر نظر گرفته می شوند[۳]و[۲]: $\chi=\chi_o+\frac{\chi_s}{2}e^{i\theta_p}+c.c.$, $\chi_o=\frac{-a_o^2}{4}$

$$\vec{a}=\frac{a_o}{2}e^{i\theta_o}+\frac{a_-}{2}e^{i\theta_-}+\frac{a_+}{2}e^{i\theta_+}+c.c. \qquad (۱۱)$$

که در این رابطه، عبارت c.c. مزدوج مختلط، $\theta_o=k_x-\omega t$ فاز پالس لیزر، $\theta_\pm=\theta_o\pm\theta_p$ فاز مربوط به امواج استوکس و آنتی استوکس و θ_p فاز امواج پلاسمایی پراکنده شده می باشد.

با فرض اینکه $\omega_o\approx\omega_\pm$ (پلاسمای سرد) و آهنگ رشد امواج استوکس و آنتی استوکس کمتر از فرکانس آنها باشد، با اعمال روابط (۱۱) در (۹) ، معادلات تحول این امواج بدست می آیند :

$$2i\omega_-\frac{\partial a_-}{\partial\tau}=\omega_p^2\frac{\chi_s a_o^*}{2}+D_- \qquad (۱۲)$$

$$2i\omega_+\frac{\partial a_+}{\partial\tau}=-\omega_p^2\frac{\chi_s a_o}{2}+D_+ \qquad (۱۳)$$

در این روابط، $D_\pm=\omega_\pm^2-c^2k^2-\omega_p^2(1-\frac{a_\circ^2}{2})-c^2k_\perp^2$ ضریب پخش امواج پراکنده شده استوکس و آنتی استوکس بوده

و $k = k_p$ می باشد بطوریکه از نظر ریاضی، D_+ و D_- بطور همزمان نمی توانند صفر شوند. از نظر فیزیکی، $D_- = 0$ به معنای این است که موج استوکس تشدید شده و رابطه پاشندگی

$$\omega_-^2 = \omega_p^2 + c^2(k^2 + k_\perp^2) \qquad (۱۴)$$

در پلاسما را ارضا نموده و همانند یک موج الکترومغناطیسی در پلاسما منتشر می شود.

با فرض $D_- = 0$، $D_+ = \Delta = -\dfrac{\omega_p^4}{2\omega_o^2} - 2c^2k_\perp^2$ بوده وبه این ترتیب معادلات مربوط به رشد دامنه امواج استوکس و آنتی استوکس بصورت زیر بدست می آیند[۲] :

$$2i\omega_- \frac{\partial a_-}{\partial \tau} = \omega_p^2 \frac{\chi_s}{2} a_o^* \qquad (۱۵)$$

$$2i\omega_+ \frac{\partial a_+}{\partial \tau} = -\omega_p^2 \frac{\chi_s}{2} a_o + \Delta a_+ \qquad (۱۶)$$

رشد زمانی اختلال χ_s در پلاسما

با در نظر گرفتن تبدیلات (۱۱) ، معادله (۱۰) به صورت زیر حاصل می شود :

$$[(\frac{\partial}{\partial \tau} + c\frac{\partial}{\partial \psi})^2 - 2i\omega_p(\frac{\partial}{\partial \tau} + c\frac{\partial}{\partial \psi})]\chi_s = -\frac{\omega_p^2}{2}(1 + \frac{c^2k_\perp^2}{\omega_p^2})(a_\circ a_- + a_\circ^* a_+) \qquad (۱۷)$$

که بیانگر تحول زمانی و مکانی اختلال در پلاسما می باشد. دراین مقاله، رشد زمانی، دریک مکان مشخص بررسی می شود.

طبقه بندی ناپایداری رامان رو به جلو

مقدار عبارت Δ در رابطه (۱۶) نوع ناپایداری رامان را مشخص می کند که در زیر به توضیح این موارد پرداخته می شود[۳] :

۱- *ناپایداری چهار موجی تشدیدی* : در این حالت Δ ناچیز بوده و صرف نظر می شود. در این صورت هر دو موج استوکس وآنتی استوکس تشدید شده وبا دامنه یکسان در پلاسما رشد می کنند.این ناپایداری در زمانهای اولیه ورود لیزر به پلاسما و درپراکندگی های کاملاً مستقیم رخ می دهد. با فرض پایین بودن آهنگ رشد و صرف نظر از جمله اول در مقایسه با جمله دوم در رابطه (۱۷) و با استفاده از روابط (۱۵) و (۱۶) معادله تحول در این ناپایداری بصورت زیر خواهد بود :

$$[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + c\frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \psi} - \gamma_o^2]\chi_s(\tau,\psi) = 0 \qquad (۱۸)$$

که $\gamma_o = \dfrac{a_o}{\sqrt{8}}\dfrac{\omega_p^2}{\omega_o}$ ،آهنگ رشد این ناپایداری می باشد و جواب این معادله با استفاده از تبدیلات لاپلاس عبارت است از:

$$\chi_s^1(\tau,\psi) = \chi_o \exp(2\gamma_o\sqrt{\frac{\tau\psi}{c}}) \qquad (۱۹)$$

۲- *ناپایداری چهار موجی غیر تشدیدی* : در این حالت Δ ناچیز ولی محدود است و نمی توان صرف نظر کرد. در نتیجه فقط موج استوکس تشدید می شود و با دامنه ای بیشتر از دامنه موج آنتی استوکس در پلاسما منتشر می شود. این ناپایداری در پراکندگی تقریبا مستقیم صورت می گیرد. بنابراین با در نظر گرفتن $\dfrac{c^2k_\perp^2}{\omega_p^2} << 1$ (پراکندگی پیرامحوری) و پایین بودن نرخ رشد در معادلات (۱۵) و (۱۶) و (۱۷) داریم :

$$[\frac{\partial^3}{\partial \tau^3} + c\frac{\partial^3}{\partial \tau^2 \partial \psi} + \gamma_\circ^2\frac{\partial}{\partial \tau} + i\gamma_m^3]\chi_s = 0 \qquad (۲۰)$$

آهنگ رشد این ناپایداری نیز به صورت زیر می باشد :

$$\gamma_m = [\frac{a_o^2}{16}(\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2})\omega_p^3\alpha(\theta_s)]^{1/3} \qquad (۲۱)$$

بطوریکه $\alpha(\theta_s) = 1 + \dfrac{\omega_p^4}{\omega_o^2}\sin^2\theta_s$ و θ_s زاویه پراکندگی بوده و در تقریب پیرامحوری، $\theta_s \le 6^\circ$ می باشد.

جواب فیزیکی این معادله مانند حالت اول بصورت زیر داده می شود :

$$\chi_s(\tau,\psi) = \chi_n H(\psi)\exp\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\gamma_m^3\frac{\tau^2\psi}{4c}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \qquad (۲۲)$$

با توجه به اینکه هرگاه $a_+\gamma_m^3 << \gamma_\circ^2\dfrac{\partial a_+}{\partial \tau}$ برقرار باشد، اولین ناپایداری حاصل می شود، بنابر این شرط ماندن در ناپایداری چهار موجی تشدیدی عبارت است از :

$$(\frac{\psi}{c\tau}) >> \frac{2}{a_\circ^2}\frac{\omega_p^2}{\omega_\circ^2}\alpha^2(\theta_s) \qquad (۲۳)$$

۳-*ناپایداری سه موجی* : در این حالت مقدار Δ قابل ملاحظه بوده و با فرض $\Delta >> \frac{2\omega_\circ}{a_+}\frac{\partial a_+}{\partial \tau}$ موج آنتی استوکس کاملاً خاموش می شود. با اعمال این شرایط در (۱۵)و (۱۶)و (۱۷) معادله تحول وجواب آن در این حالت بترتیب زیر خواهند بود:

$$[c\frac{\partial^2}{\partial\tau\partial\psi}+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}-\gamma_{3w}^2]\chi_s(\tau,\psi)=0 \qquad (۲۴)$$

$$\chi_s^3(\tau,\psi)=\chi_\circ \exp(2\gamma_{3w}\sqrt{\frac{\tau\psi}{c}}) \qquad (۲۵)$$

که در آن $\gamma_{3w}=(\frac{1}{16}a_\circ^2\frac{\omega_p^3}{\omega_\circ})^{1/2}$ ، آهنگ رشد وشرط رخ دادن این ناپایداری بصورت زیرمی باشد:

$$\left(\frac{\psi}{c\tau}\right)\langle\langle\frac{16}{|a_0^2|}\frac{\omega_p^5}{\omega_0^5} \qquad (۲۶)$$

۴-*ناپایداری سه موجی با اندرکنش قوی* : هرگاه شدت لیزر زیادباشد، همبستگی قوی در معادلات جفت شده لیزر-پلاسما بوجود می آید و در این حالت جمله $c\frac{\partial^3}{\partial\tau\partial\psi^2}$ در مشتق زمانی معادله **(۱۷)** مهم بوده ودر عین حال از عبارتهای $c^2\frac{\partial^2}{\partial\psi^2}$ و $\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}$ در جمله دوم به علت کم بودن آهنگ رشد، صرف نظر نموده و به این ترتیب معادله تحول و جواب فیزیکی آن با آهنگ رشد γ_{3w} بصورت زیر بدست می **آیند** :

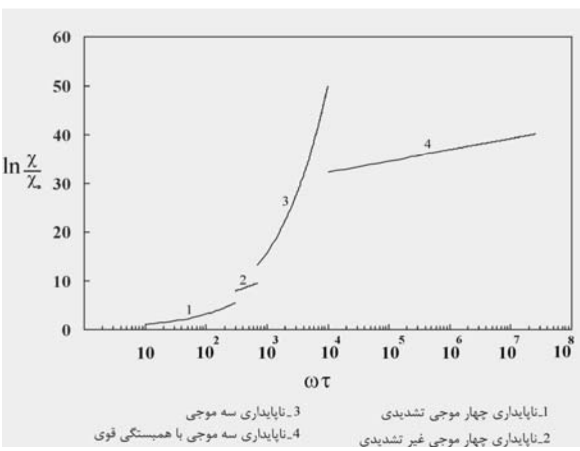
$$[c\frac{\partial^3}{\partial\tau\partial\psi^2}+2i\omega_p\gamma_{3w}^2]\chi_s=0 \qquad (۲۷)$$

$$\chi(\tau,\psi)\approx\chi_n\exp\left[3(\sqrt{3}/2)(2\omega_p\gamma_{3w}^2\psi^2\tau/4c^2)^{\frac{1}{3}}\right] \qquad (۲۸)$$

با توجه به اینکه هرگاه شرط $\omega_p\chi_s >> (\frac{\partial}{\partial\tau}+c\frac{\partial}{\partial\psi})\chi_s$ ارضا شود، از اندرکنش قوی صرف نظر می شود، لذا ناپایداری فوق زمانی اتفاق می افتد که رابطه $\frac{\psi}{c\tau}\approx\frac{1}{8}a_\circ^2(\frac{\omega_p}{\omega_\circ})^2$ برقرار باشد. (۲۹)

نتیجه گیری و محاسبات عددی

ناپایداری رامان به صورت افزایش اختلال χ_s در پلاسما رشد می کند. با توجه به روابط (۲۳) و (۲۶) و (۲۹) در لحظات اولیه، ناپایداری رامان تشدیدی مشاهده می شود و با گذشت زمان ناپایداری رامان غیر تشدیدی بوجود می آید و در زمانهای طولانی ناپایداری سه موجی اتفاق می افتد واگر اندرکنش لیزر با پلاسما قوی باشد، ناپایداری سه موجی با همبستگی قوی رخ می دهد. با یافتن جواب معادلات تحول و آهنگ رشد در حالت نسبیتی ضعیف برای چهار نوع ناپایداری فوق و با فرض اینکه $\frac{\omega_p}{\omega_\circ}=0.1$, $a_\circ=0.1$, $\omega=\omega_p=10^8\,Hz$, $K_p\psi=1000$, باشد و با در نظر گرفتن پراکندگی پیرامحوری $(\alpha(\theta_s)=1)$، نمودار تحول ناپایداری رامان رو به جلو در مکان ψ با گذشت زمان مطابق شکل (۲) نتیجه گیری می شود. ملاحظه می شود که سیستم زمان بسیار کوتاهی را در ناپایداری دوم سپری می کند و آهنگ رشد در ناپایداری سوم بیشتر است و در اندرکنش نسبیتی ضعیف، در نهایت ناپایداری سه موجی، غالب خواهد بود.



شکل۲: نموداررشد زمانی ناپایداری رامان رو به جلو به ازای $K_p\psi=1000$

مرجع ها

[1] W. L.Kruer,"*The Physics of Laser Plasma Interactions*", Lawrence Livermore National Labratoary. Wesley,New York (1988) 60-61,74-81

[2] W.B.Mori, C.D.Decker, D.E.Hinkel and T.Katspuleas, "*Raman Foward Scattering of Short-Pulse High-Intensity Laser*",Phys.Rev.E **72**,10 (1994)

[3] Mykhailo Fomytskyi, Charles Chiu," Raman-seeded laser wakefield acceleration" Department of Physics, University of Texas at Austin Austin, Texas 78712 , (2003)

[4] J.L.Basdevant," Variational Principles in physics", Springer (2007) 53-65.