



ارائه یک مدل همگن برای لیزر میکروگرهای آغشته به اربیم با پس خوران بیرونی

راضیه تقی آبادی⁽²⁾، محمد واحدی⁽¹⁾، شهرام کیوانی نیا⁽¹⁾ و علیرضا بهرام پور⁽²⁾

دانشگاه صنعتی شریف⁽¹⁾، دانشگاه ولی عصر رفسنجان⁽²⁾

چکیده - از نزدیک شدن لیزر میکرو کره ای آغشته به اربیم به یک آینه خارجی به علت ایجاد تقارن آینه ای موده های جدید زوج و فرد شکل می گیرند بسته به فاصله آینه از کره فرکانس تشدید این مودها از مود متناظرشان در عدم حضور آینه تغییر میابد. فرکانس تشدید مود زوج به سمت قرمز و فرکانس مود فرد به سمت آبی تغییر مینماید. در این مقاله یک مدل لیزر همگن برای محاسبه فرکانس تشدید موده های زوج و فرد و شرط نوسان هر کدام از آنها ارائه شده است.

کلید واژه- لیزر میکرو کره ای، لیزر، Et. میکرو کره، میکرو تشدیدگر

کد PACS- ۱۴۰-۰۱۴۰

۱- مقدمه

حساسیت از پس خوران بیرونی استفاده شده است [۸]. بدین ترتیب که با گذاشتن یک آینه بیرونی در مقابل میکرو کره مد های جدیدی برای میکرو کره ایجاد می شود. مود های جدید تولید شده بعلت پس خوران از آینه بیشتر از موده های ذاتی میکرو کره تحت تاثیر عوامل بیرونی می باشند. بنا براین اثر عوامل محیطی با دقت بیشتری قابل اندازه گیری می باشند. در این مقاله یک مدل ماتریسی برای محاسبه فرکانس تشدید و فاکتور مرغوبیت مدهای جدید ارائه شده است. سپس با نوشتن معادلات آهنگ شرایط نوسان لیزر میکرو کره ای آغشته به اربیم و بستگی توان خروجی آن به عوامل محیطی ارائه شده است. در بخش دوم این مقاله محاسبه فرکانس تشدید میکرو کره واقع در نزدیکی آینه آمده و بخش سوم معادلات آهنگ برای میکرو کره آغشته به اربیم بدون اثرات غیر همگن نوشته شده است. بخش چهارم محاسبات عددی ارائه و با نتایج تجربی منتشر شده مقایسه شده اند و بالاخره مقاله با یک نتیجه گیری به اتمام می رسد

میکرو مشدد های عایق به لحاظ کاربری وسیعشان در مدارهای انتگره نوری در دو دهه گذشته مورد توجه ویژه قرار گرفته اند [۱]-[۲]. از آنجا که بر همکنش میکرو مشددهای عایق بخصوص میکرو کره ها با محیط اطرافشان چشم گیر است بعنوان حسگرهای شیمیایی و بیولوژی مورد تجزیه و تحلیل و استفاده واقع شده اند [۳]-[۴].

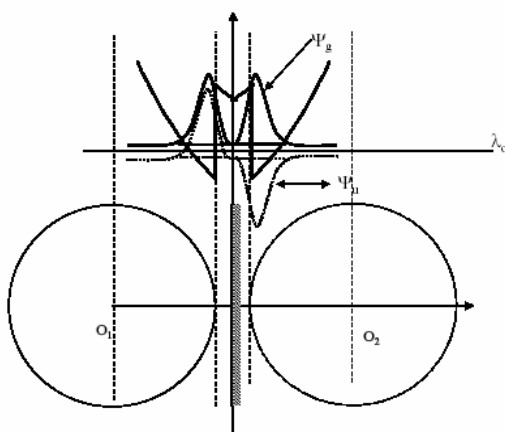
از آنجا که فاکتور مرغوبیت میکرو کره ها و میکرو تروئید ها در میان سایر میکرو مشددهای عایق از مرتبه فوق العاده بالائی^(۱۰^۹-۱۰^{۱۱}) برخوردار است [۵] از میکرو کره ها و میکرو تروئید ها لیزرهای با توان تحریک آستانه نوسان فوق العاده پائین طراحی و ساخته و ارائه شده است [۶]-[۷].

بخشی از نور متناظر با موده های تشدید میکرو مشددهای عایق در خارج از میکرو مشددها حضور دارند. بنابراین تحت تاثیر عوامل محیطی از قبیل ضریب شکست و جذب محیط اطراف قرار می گیرد. تغییر ضریب شکست و جذب محیط اطراف به ترتیب باعث تغییر فرکانس تشدید و فاکتور مرغوبیت میکرو مشددها می شود. در صورتی که از میکرو مشددها لیزر ساخته شود تغییرات مذکور باعث تغییر در فرکانس لیزر و توان خروجی آن می گردد. برای افزایش

۱-۱- مدل ماتریسی برای محاسبه فرکانس

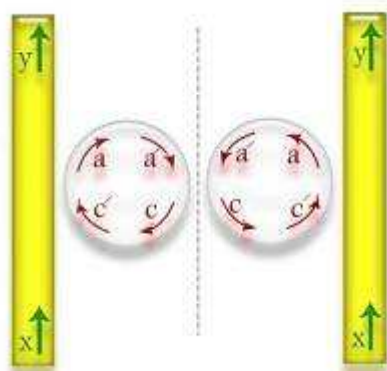
تشدید

برای محاسبه فرکانس تشدید میکرو کره همانند سایر تشدید



شکل (۱): میدان میکرو کره در مقابل یک آینه فلزی

از آنجا که مجموعه جدید نسبت به صفحه $x-y$ تقارن دارد یعنی با تبدیل z به $-z$ در ساختار سیستم تغییری حاصل نمی شود ویژه توابع باید توابع زوج یا فردی از z باشند. یعنی در سیستم مد های جدیدی به سمت قرمز و آبی تشکیل میگردند. با فرض اینکه میکروکره توسط فیبر نوری کشیده شده تحریک شود ویژه مدهای نزدیک دایره عظیمه متناظر با آن تحریک می شوند [۵] و مدهای جدید را مطابق شکل (۲) می توان از بر هم کنش میکروکره و تصویر آن بدست آورد.



شکل (۲): نمایش شماتیکی از انشار مد داخل میکرو کره و تصویر آن داخل آینه:

میدانهای داخل میکرو کره و تصویر آن را مطابق شکل (۲) نام گذاری می کنیم و رابطه بین میدان های ورودی x و میدان های خروجی آن y را به شکل زیر می توان بدست آورد.

گرها از معادلات ماکسول آغاز می شود. ابتدا معادله هلمهولتز در مختصات کره نوشته می شود و از نوشتن شرایط مرزی پیوستگی مؤلفه مماسی میدان الکتریکی و مؤلفه مماسی میدان مغناطیسی در مرز هوا و کره معادله مشخصه بدست می آید [۹].

به علت انحنای میکرو کره بخشی از انرژی به صورت تشعشعی از میکرو کره فاصله می گیرد. این پدیده افت خمشی نامیده می شود هر چه شعاع انحنای کره کوچکتر و ضریب شکست آن کمتر باشد افت خمشی آن بیشتر خواهد بود. البته علاوه بر افت های خمشی افتهای جذبی و پراکندگی وجود دارند که در حالت عادی نسبت به افت خمشی ناچیز می باشند [۱۰]. با توجه به فاکتور مرغوبیت بالای میکرو کره بخش موهومی فرکانس تشدید (ω_i) نسبت به بخش حقیقی (ω_r) آن بسیار ناچیز و نسبت آن از مرتبه 10^{-1} می باشد. بنابراین این بطور معمول با محاسبه فرکانس های تشدید از معادله مشخصه نمی توان قسمت موهومی آن را بدست آورد. بدین جهت از روش های مختلف اختلالی از قبیل روش جریان حجمی ضریب مرغوبیت حساب شده است [۵]. البته برای اجتناب از محاسبات عددی نسبتاً طولانی برای محاسبه قسمت حقیقی فرکانس تشدید با استفاده از روش های تقریبی رابطه تقریبی بدست آمده است [۱۱].

از حل معادله هلمهولتز توزیع میدانهای الکتریکی و مغناطیسی برای مدهای TE و TM محاسبه شده است [۵]. مدهای میکروکره مشدد توسط سه عدد صحیح (n, l, m) مشخص می گردند همانند همه مسائل موجی خطی با تقارن کره بستی زاویه ای میدان با همانند های کره $y_m^l(\theta, \varphi)$ مشخص می شوند و بستی شعاعی توسط توابع بسل کره تعیین می گردند. بخش بیرونی میدان الکترومغناطیسی باعث بر هم کنش میدان با محیط اطرافش می شود.

در صورت قرار دادن آینه در مقابل میکروکره مطابق شکل (۱) با استفاده از روش تصویر می توان مجموعه را معادل دو میکرو کره تزویج شده در نظر گرفت.



(۵)

$$\frac{d\Delta N}{dt} = \frac{\sigma_p I_p}{\hbar\omega_p} (N - \Delta N) - 2\sigma_s(\Delta N) \frac{I_s}{\hbar\omega_s} - \frac{(N + \Delta N)}{\tau_{21}}$$

از حل معادله مذکور در حالت ماندگار تجمع معکوس (ΔN) بدست می آید.

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{(\frac{\sigma_p I_p}{\hbar\omega_p} - \frac{1}{\tau_{21}})N}{\frac{\sigma_p I_p}{\hbar\omega_p} + 2\sigma_s \frac{I_s}{\hbar\omega_s} + \frac{1}{\tau_{21}}} \quad (۶)$$

با توجه به اینکه انرژی مودها در میکرو کره در ناحیه مرزی قرار دارد، شدت لیزر در ناحیه مرزی را تقریباً به شکل یکنواخت در نظر گرفته و معادلات آهنگ تغییرات آن را در جهت انتشار به شکل زیر می نویسیم.

$$\frac{dI_s}{dz} = -\alpha I_s + \sigma_s \Delta N I_s \quad (۷)$$

$$\frac{dI_p}{dz} = -\alpha I_p - \frac{\sigma_p N}{2} I_p + \frac{\sigma_p \Delta N}{2} I_p \quad (۸)$$

از حل معادلات فوق برای نیمه بالاوپایین دایره عظیمه $G1$ و $G2$ برای پمپ و سیگنال بدست می آید.

۳-۱- نتایج عددی

با استفاده از رابطه (۱) و ماکزیمم کردن نسبت $\left| \frac{y}{x} \right| = |H_{i,j}|$ فرکانس های تشدید میکرو کره قرار گرفته در نزدیکی آینه بدست می آید. تغییرات فرکانس های تشدید زوج بر حسب ضریب کوپلاژ بین کره و تصویر آن (فاصله از آینه) در شکل (۴) رسم شده است.

$$y = \frac{[-G_1 G_2 (-i\chi_2 + r_2) + r_1]x}{1 - r_1 G_1 G_2 (-i\chi_2 + r_2)} \quad (۱)$$

که در آن χ_1 و χ_2 به ترتیب ضریب تزویج بین فیبر و میکرو کره، و میکرو کره با تصویر آن می باشد $G1$ و $G2$ به ترتیب ضریب بهره یا افت مختلط در نیمه حلقه بالائی و پائینی می باشند.

فرکانس های تشدید در محل ماکزیمم و فرکانس های نوسان لیزر در محل قطب های می باشند. از صفر قرار دادن قسمت موهومی قطب ها شرط نوسان لیزر بدست می آید.

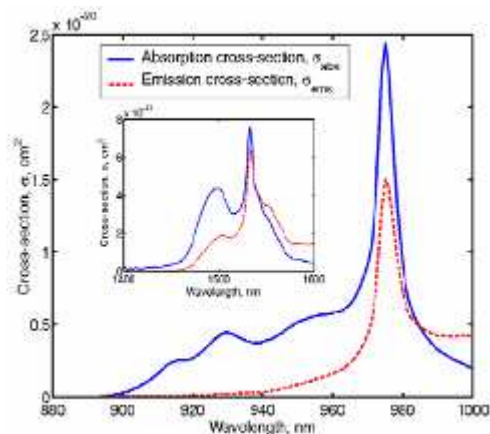
$$\omega_e = \frac{2m\pi c}{n_0 L} + \frac{c}{n_0 L} \tan^{-1} \frac{\chi_2}{r_2} \quad (۳)$$

$$\omega_o = \frac{2m\pi c}{n_0 L} - \frac{c}{n_0 L} \tan^{-1} \frac{\chi_2}{r_2} \quad (۴)$$

که در آن L طول دایره عظیمه و ω_e, ω_o به ترتیب فرکانس های زوج و فرد میکرو کره، c سرعت نور و m عدد صحیح می باشد.

۲-۱- معادلات آهنگ

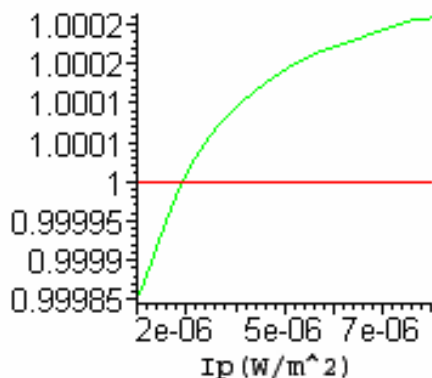
از آغشته کردن میکرو کره شیشه ای به اربیم و تحریک توسط لیزر باطول موج ۹۸۰ گذار باعث گذار القائی در ناحیه ۱۵۵۰ می گردد. شکل (۳) سطح مقطع گذار القائی اربیم را نمایش میدهد.



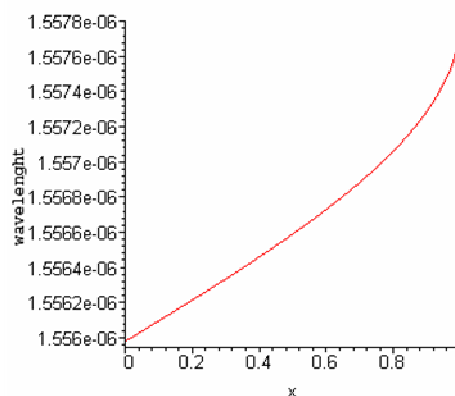
شکل (۳) مقطع گذار القائی اربیم بر حسب طول موج

برای محاسبه بهره های $G1$ و $G2$ معادلات آهنگ را برای مدل دو تراز می نویسیم.

را مساوی صفر قرار میدهیم) از شکل (۷) آستانه تحریک لیزر $2.8 \mu W$ محاسبه شده و در نتیجه توان لیزر خروجی از رابطه (۲) برابر $1.7 \mu W$ محاسبه می شود..

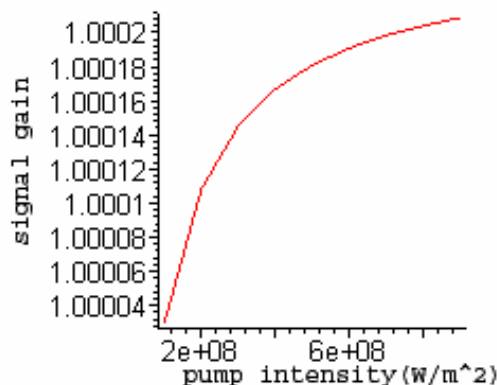


شکل(۷):نقطه قطع $rG_1(Ip)G_2(Ip)$ با ۱ نشان دهنده شدت پمپ برای آستانه تحریک است

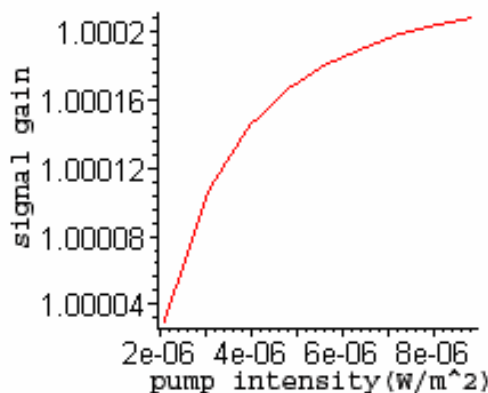


شکل(۴):طول موج تشدید بر حسب ضریب تزویج میکره کره با تصویر خودش برای $m=212$

از حل معادلات (۷) و (۸) بهره مودهی مجموعه محاسبه و بر حسب شدت پمپ در شکل (۵) و (۶) برای نیمه بالا و پایین دایره عظیمه رسم شده است.



شکل(۵):بهره مد بر حسب شدت پمپ در نیمه بالای دایره عظیمه



شکل(۶):بهره مد بر حسب شدت پمپ در نیمه پایین دایره عظیمه

با استفاده از شرط نوسان (قسمت حقیقی قطب متناظر با آن

۲- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل ساده برای محاسبه فرکانس های کار یک لیزر میکره کره ای آغشته به اربیم قرار گرفته در نزدیکی یک آینه ارائه شده است. نتایج حاصل از مدل ماتریسی ارائه شده با نتایج تجربی که قبلا منتشر شده منطبق می باشد. مدل معادلات آهنگ بخوبی مودهای نوسانی لیزر را پیش بینی می نماید.

سیاسگزاری

در صورت لزوم می توانید از افراد یا سازمان هایی که شما را در انجام پژوهش خود یاری کرده اند در این قسمت سیاسگزاری کنید.

مراجع

- [1] Linjie Zhou and Andrew W. Poon. "Fano resonance-based electrically reconfigurable add-drop filters in silicon microring resonator-coupled Mach-Zehnder interferometers," *Optics Letter*, vol.32, Issue7, pp.781-783.
- [2] Zexuan Qiang, Weidong Zhou, and Richard A. Soref "Optical add-drop filters based on photonic crystal ring



- resonators," **Optics Express**, vol.15, Issue4, pp.1823-1831.
- [3] F.Vollmer, D.Braun, A.Libchaber, M.khoshsima, I.teraoka, and S.Arnold. "Portein by optical shift of a resonant microcavity," **Applied physics Letters**, 80(21):4057-4059, 200.
- [4] Niran Jan M. Hanumegowda, Ian M. white, Xuudong Fun. "Aqueous mercuricion detection with microsphere optical ring resonator sensors," **Sensors and Actuators B**, 80120(2006)207-212
- [5] B.E.Little, J.p.Laine, and H.A.Haus., "Analytic thory of coupling from tapered fibers and half-blocks in to micro sphere resonators," **Journal of Lightwave Technology**, 17(4):704-715,1999
- [6] M.cai, opainter, K.J.vahala, and P.C.Sercel "Fiber-coupled Microsphere laser," **Optics letters**, 25(19):1430-1432,2000
- [7] Y.Yang, D.KArmani, and K.J.vahla "Fiber-coupled Microlaser on a chip," **Applied physics Letters**,83:825,2003
- [8] Burnki Min, Tobias Kippenberg, Lon Yang, and Kerry vahala. "Low threshold erbium-implanted toroidal microcavity laser," **Department of Applied Physics, Culifornia Institute of Technology Pasadena**. ca91125
- [9] Patric Feron, Carole Arquaud, Mohamed Boustimi, Gualtiero Nunzi-Conti, Giancarlo Righini, and Michel Mortier. "Integrated optics and photonic Integrated circuits," **SPIE, Bellingham, WA, 2004**, 0277-786X.
- [10] Thesis by Tobias Jan August Kippenberg. "Nonlinear optics in ultra-high-Q whispering-Gallery optical Microcavities." **Culifornia Institute of Technology Pasadena**, 2004
- [11] .C.C.Lam, P.T.Leung, and K.Young. "Explicit asymptotic formulas for the positions, widths, and strengths of resonances in mie scattering." **j.Opt.soc.Am.B**,vol.9.no.9/September 1992