



## بررسی و تولید مدهای عرضی با توزیع توابع بسل در لیزرهای دی اکسید کربن

حمید رضا قمی مرزدشتی، مهدی شافعی، محمد مهدی افشاری و وحید دامپده

دانشگاه شهید بهشتی - پژوهشکده لیزر و پلاسما

چکیده - در این مقاله، به بررسی نظری و تجربی تولید مدهای عرضی که دارای توزیع عرضی شدت به شکل توابع بسل هستند در یک لیزر گاز کربنیک پرداخته شده است. در بیشتر لیزرها مدهای هرمیت گاوسی و یا لاگر گاوسی متداول هستند که معروفترین آنها مد  $TEM_{00}$  یا گاوسی است. اما میتوان نشان داد که با یک تغییر ساده این گونه مدها از بین رفته و گونه دیگری از مدها که به مدهای بسلی معروفند تولید می شوند. با تلفیق یک موجبر با تشدیدگر لیزر دی اکسید کربن مدهایی از نوع  $TE$  یا  $TM$  با تابع توزیع بسلی به دست آمده اند.

کلید واژه - تولید مدهای عرضی، مدهای بسلی

کد PACS - 140.3300

دلیل افزایش تعداد رفت و برگشتها در داخل تشدیدگر افزایش می یابد [۲].

در این مقاله به تشریح تئوری و عملی یک تکنیک بسیار ساده و در عین حال جالب برای تولید گونه متفاوتی از مدهای عرضی در یک لیزر دی اکسید کربن پرداخته شده است. این مدهای جدید از خانواده مدهای  $TEM$  نبوده بلکه از نوع  $TM$  یا  $TE$  هستند که در ادامه به بیان آن می پردازیم.

همانطور که در بسیاری از متون مربوط به لیزر آمده است، باریکه های لیزری در غالب برهمکنشی از مدهای عرضی آن سیستم بخصوص در درون تشدیدگر نوری منتشر می شوند. معروفترین آنها مدهای هرمیت-گاوسی و یا لاگر-گاوسی است. در این میان یکی از مهمترین این مدها مد گاوسی است که کاربردهای بسیار زیادی دارد. خوشبختانه تولید این مد ساده است. زیرا اطلاق مد های پایین تر نسبت به مدهای بالاتر کمتر بوده [۳] و طی چندین رفت و برگشت پایین ترین مد بر سایر مدها برتری پیدا می کند. البته در

### ۱- مقدمه

در جهان امروز لیزر نقش حیاتی را در توسعه فناوری ایفا می نماید. در اغلب موارد توزیع عرضی شدت باریکه لیزر بسیار مهم است. در برشکاری، سوراخ کاری و فعالیتهایی که نیاز به سنجش از دور دارند سعی می شود از لیزرهای تک مد استفاده شود [۱]. بنا بر این به نظر می رسد که تولید باریکه های لیزری با مدهای عرضی بخصوص ضروری و لازم است. در این مورد کارهای بسیاری هم به صورت تئوری هم به صورت عملی انجام شده است. عامل مهم در شکل دهی به باریکه لیزری تشدیدگرها، نوع و نحوه آرایش آنها می باشد. در حالت های متداول با استفاده از عناصر اپتیکی مانند آینه های انحناء دار، روزنه، عدسی های گوناگون و غیره می توان تولید مدهای دلخواه را کنترل نمود. به عنوان مثال، بکارگیری یک بازتابنده منشوری در یک تشدیدگر لیزر حالت جامد یاقوت نشان می دهد که انرژی مد  $TEM_{00}$  به

است تا وابستگی محوری آن را جدا کرده و به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$U(x, y, z) = u(x, y) e^{i\beta z} \quad (2)$$

سیستم مورد نظر تقارن سمتی دارد بنابراین این  $u$  باید تابع متناوبی از  $\varphi$  با دوره تناوب  $2\pi$  باشد پس  $u$  را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$u = A(r) e^{il\varphi}, \quad l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (3)$$

با جایگذاری روابط ۲ و ۳ در رابطه ۱ خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 A}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA}{dr} + (K_T^2 - \frac{l^2}{r^2}) A = 0 \quad (4)$$

در رابطه بالا برای اینکه مدها بتوانند منتشر شوند پارامتر  $K_T$  باید حقیقی باشد که به صورت  $K_T^2 = k_0^2 - \beta^2$  تعریف می‌گردد. شرط انتشار هنگامی ارضاء می‌گردد که  $k_0 > \beta$  باشد. رابطه ۴ معادله دیفرانسیل بسل است در نتیجه جواب آن چند جمله‌ایهای بسل و نویمن می‌باشد. به علت آنکه جوابها باید در مرکز دارای مقدار متناهی باشند لذا ضرایب جملات نویمن باید صفر باشند.

با اعمال شرایط مرزی مناسب که بیان می‌دارد مولفه مماسی میدان الکتریکی روی سطح باید صفر باشد خواهیم داشت:

$$J_l(K_T a) = 0 \quad (5)$$

$$K_T = \frac{x_{l,n}}{a}$$

که در آن  $a$  شعاع موجبر و  $x_{l,n}$  ریشه  $n$  ام تابع بسل مرتبه  $l$  می‌باشد. در نهایت جواب کلی معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$U = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{l,n} J_l(K_{Tl,n} r) e^{il\varphi} e^{i\beta z} \quad (6)$$

در شکل ۱ توزیع عرضی شدت نور برحسب ریشه اول توابع بسل مراتب مختلف نشان داده شده است:

موردی هم برای بهبود کیفیت پرتو از روزنه نیز استفاده می‌شود. یک عامل مهم در تولید مد در داخل هر تشدیدگر بازتابندگی آینه‌های آن است در واقع این پارامتر بر روی تعداد رفت و برگشت باریکه لیزر تاثیر دارد. هرچه مقدار آن بالاتر باشد تعداد رفت و برگشتها نیز بیشتر بوده و کیفیت مد هم بهتر خواهد شد. لذا با توجه به مشخصات و پارامترهای هر لیزر باید بازتابندگی بهینه‌ای را برای تولید مدها به کار گرفت.

به غیر از مدهای بالا ما موفق شدیم که گروه دیگری از مدها که دارای توزیع عرضی شدت همچون توابع بسل هستند را تولید کنیم. در این کار از دو استوانه کوتاه از جنس مس در داخل تیوب تخلیه لیزر دی‌اکسید کربن استفاده شده است. این دو استوانه مسی نقش یک موجبر در داخل تشدیدگر را ایفا می‌نمایند. بدین منظور شعاع این استوانه‌های توخالی باید از شعاع داخلی تیوب تخلیه کمی کوچکتر باشد بطوریکه باریکه لیزری به طور کامل سطح مقطع آنها را بپوشاند. اگرچه این دو استوانه را در حالت معمولی نمی‌توان به عنوان یک موجبر در نظر گرفت اما هنگامی که در داخل تشدیدگر لیزر قرار می‌گیرند به علت اینکه باریکه تعداد دفعات بسیاری از داخل آنها عبور می‌کند می‌توان با تقریب خوبی آنها را به عنوان یک موجبر در نظر گرفت. در این صورت در تولید مدهای لیزری نقش موجبر را نیز باید در نظر گرفت. بنابراین می‌توان گفت که این مدها از نوع مدهای TE یا TM خواهند بود زیرا انتشار مدهای TEM در داخل یک موجبر توخالی با رسانندگی نسبی بالا امکان پذیر نیست و تنها مدهای ذکر شده می‌توانند منتشر گردند [۴].

## ۲- معادلات ریاضی

به منظور اینکه شکل توزیع عرضی شدت این مدها را به دست بیاوریم نیاز است تا معادلات انتشار امواج در داخل یک موجبر استوانه‌ای توخالی را به دست بیاوریم. نقطه آغازین این کار معادله موج هلمهولتز می‌باشد:

$$(\nabla^2 + k_0^2) \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{B} \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

برای سادگی فقط مولفه محوری میدانها  $(E_z, B_z)$  را در نظر می‌گیریم و آن را با  $U$  نمایش می‌دهیم. سایر مولفه‌ها را می‌توان با استفاده از قوانین ماکسول به دست آورد. برای حل از مختصات استوانه‌ای استفاده شده است. لذا مناسب



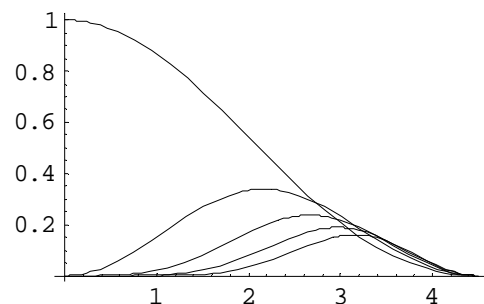
درون تیوب تخلیه لیزر مخلوط گازی دی‌اکسید کربن، نیتروژن و هلیوم با نسبت ۸:۱:۱ در فشار ۲۰ تا ۳۰ میلی‌تور و با سرعتی بین ۰/۴ تا ۴ متر بر ثانیه جریان دارد. آینه انتهایی از جنس طلا بوده و بازتابانندگی آن ۹۹٪ و آینه جلویی از جنس ژرمانیوم می‌باشد. برای دمش از یک منبع تغذیه ۲۵ کیلو ولت استفاده شده که توسط مقاومت‌های ۱۷۰ کیلو اهمی به تیوب تخلیه متصل گردیده‌اند.

در درون تیوب تخلیه و در نزدیکی آینه‌ها دو استوانه مسی توخالی نازک با طول ۱/۸ سانتی‌متر و شعاع داخلی ۴/۳ میلی‌متر قرار گرفته‌اند (شکل ۲).

#### ۴- بحث و نتایج آزمایش

چنانچه که در بالا به آن اشاره شد طول استوانه‌ها برابر با ۱/۸ سانتی‌متر است البته این مقدار طول بهینه این استوانه‌ها است. آزمایش به وسیله استوانه‌هایی با طولهای مختلف انجام گرفت اما نتایج تجربی به دست آمده نشان می‌داد هنگامی که طول آنها از سه برابر شعاع داخلی تیوب تخلیه بزرگتر باشد جریان الکتریکی از داخل این استوانه‌های مسی عبور می‌کند. بنابراین جریان الکتریکی از گاز درون استوانه‌های مسی عبور نکرده و این ناحیه جاذب طول موج ۱۰/۶ میکرومتر می‌شود. در نتیجه توان لیزر افت می‌نماید.

آینه جلویی لیزر از جنس ژرمانیوم انتخاب شده است. طی مراحل مختلف آزمایش آینه‌هایی با بازتابانندگی‌های مختلف به کار گرفته شدند. مشاهدات نشان می‌داد که در حالتی که آینه ژرمانیوم مورد استفاده دارای بازتابانندگی ۴۰٪ و استوانه‌های مسی درون تیوب لیزر قرار نداشتند مد TEM<sub>00</sub> قابل مشاهده بود ولی زمانی که استوانه‌ها درون تیوب لیزر قرار می‌گرفتند مد مشخصی تولید نمی‌شد. در صورتی که با استفاده از آینه دیگری با همان جنس ولی با بازتابانندگی ۷۰٪ توان در مقایسه با حالت قبل حدوداً دو برابر بود. با قرار دادن استوانه‌ها در این حالت مد دایره‌ای (از نوع بسلی) مشاهده گردید. توزیع عرضی شدت به دست آمده برای حالتی که استوانه‌ها در درون تشدیدگر قرار دارند در شکل ۳ نشان داده شده است.

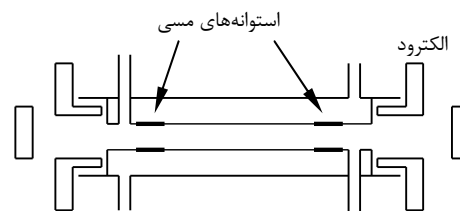


شکل ۱: توزیع عرضی شدت برای ریشه اول توابع بسلی مراتب صفر تا ۴. به غیر از مرتبه صفر تمامی توزیع شدت‌ها در مرکز صفر هستند.

از آنجا که شعاع داخلی تیوب لیزر و همچنین شعاع باریکه لیزر در مقایسه با شعاع آینه‌ها بسیار کوچکتر هستند تقریباً فرنل در این حالت معتبر بوده و می‌توان گفت که تنها اثرات موجبری در تشکیل مد دخالت دارند [۵].

#### ۳- چیدمان آزمایش

آرایش چیدمان تجربی لیزر دی‌اکسید کربن ساخته شده در شکل ۲ نمایش داده شده که از تیوب لیزر و الکترودها تشکیل یافته است. تیوب شامل یک استوانه دو جداره از جنس شیشه پیرکس است که بین دو جداره آن به منظور خنک سازی آب جریان دارد. طول جداره خارجی ۸۵ سانتی‌متر بوده که قطر خارجی آن ۳۲ میلی‌متر و ضخامتش ۲ میلی‌متر است. به علاوه جداره داخلی تیوب دارای طول و شعاع داخلی به ترتیب برابر با ۸۰ سانتی‌متر و ۹ میلی‌متر می‌باشد که ضخامت آن ۱ میلی‌متر است. الکترودها از جنس آلومینیوم بوده و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که قطر داخلی آنها از اندازه باریکه لیزری بزرگتر باشد تا اثر موجبری در آنها رخ ندهد.



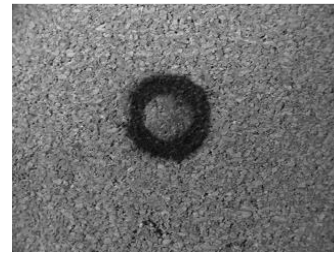
شکل ۲: طرح شماتیکی از لیزر گاز کربنیک به همراه دو استوانه مسی توخالی.

## ۵- نتیجه گیری

به طور کلی در این آزمایش نشان داده شد که با استفاده از یک تغییر بسیار ساده در تشدیدگر لیزر گاز کربنیک به جای آنکه مدهای معروف هرمیت گاوسی یا لاگر گاوسی تولید شوند دسته دیگری از مدها که به مدهای بسلی معروفند تولید گردند. در این روش با استفاده از تلفیق خواص موجبرها با تشدیدگرهای لیزری مد گاوسی حذف و مدهایی با طرح حلقه‌ای که دارای توزیع بسلی هستند به دست آمدند. همچنین تابع بسلی مرتبه صفر که با مد گاوسی شباهت زیادی دارد نیز قابل انتشار نبوده و تنها مدهای مربوط به توابع بسلی مراتب بالاتر که به صورت حلقه‌ای هستند می‌توانند منتشر گردند. مهمترین مزیت این سیستم آن است که به سادگی و با کمترین هزینه ممکن قابل ساخت و استفاده است.

## مراجع

- [1] L. Romoli, G. Tantussi and G. Dini, Layered Laser Vaporization of PMMA Manufacturing 3D Mould Cavities, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 56, Issue 1, 2007, Pages 209-212
- [2] B. N. Tyushkevich, O. V. Rybakovskii, Formation of a Fundamental Transverse Mode in Lasers with Prismatic Reflectors, *Journal of applied spectroscopy*, p 83-87, 2001
- [3] A. E. Siegman, *Lasers*, Stanford University, 1988
- [4] D. J. Jackson, *Classical electrodynamics*, J. Wiley p 358, 1998
- [5] Hodgson N, Weber H, *Optical resonators*, Springer, 1997



شکل ۳: طرح توزیع عرضی شدت به دست آمده در حالتی که استوانه‌های مسی در درون تشدیدگر قرار دارند و خاصیت موجبری از خود نشان می‌دهند.

علت تولید یا عدم تولید یک مد ناشی از این واقعیت است که در حالتی که بازتابانندگی آینه جلویی افزایش می‌یابد تعداد رفت و برگشت باریکه لیزری در تشدیدگر نیز افزایش یافته و در نتیجه باعث می‌شود تنها یک مد غالب بسته به خواص اتلافی تولید گردد و سایر مدها میرا گردند. در حالت اول هنگامی که از استوانه‌ها استفاده شده بود هیچ کدام از مدها با توجه به میزان اتلاف نسبی آنها و تعداد رفت و برگشت باریکه لیزری در تشدیدگر قادر به غلبه بر سایر مدها نبودند و لذا مد بخصوصی تولید نمی‌گشت اما با افزایش بازتابانندگی تعداد رفت و برگشتها زیاد شده و در نتیجه تنها یک مد به وجود می‌آید.

متأسفانه به دلیل در دسترس نبودن دستگاه نشان دهنده توزیع عرضی دقیق شدت باریکه نور خروجی، تعیین دقیق مد خروجی امکان پذیر نبود. ولی به نظر می‌رسد که با توجه به توزیع های شدت به دست آمده توسط محاسبات تئوری، این یک مد بسلی باشد. به علاوه طرح میدان نزدیک و میدان دور این توزیع شدت ها یکسان بود و تنها تفاوت ناشی از واگرایی باریکه لیزری مشاهده شد.

نکته بعدی که بسیار حائز اهمیت می‌باشد آن است که در نظر اول محاسبات تئوری نشان می‌دهند که اولین مد باید مد (۰-۱) باشد که بیان کننده تابع بسلی مرتبه صفر است. اما از آنجا که این مد بخصوص شرط انتشار  $k_0 \beta$  را ارضاء نمی‌کند لذا نمی‌توان آن را به عنوان ویژه مدهای این سیستم در نظر گرفت. بنابراین همواره توزیع عرضی شدت به صورت یک حلقه با طرح توابع بسلی خواهند بود (شکل ۱) که تجربه نیز آن را تصدیق می‌نماید.