Archive of SID

بدست آوردن وزنهای مشترک و رتبه بندی کلی واحدهای تصمیم گیری در DEA بر مبنای آنتروپی

محمد کاظم صیادی[1]، احمد ماکوئی[2]
دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی صنایع

چکیده

روشهای معمول DEA به تصمیم گیرنده (DM) کمک می کند که بین واحدهای تصمیم گیری کارا و ناکارا در گروههای متشابه تمایز قائل شود. DEA اطلاعات بیشتری در مورد واحدهای تصمیم گیری کارا فراهم نمی کند. برای حل این مشکل روشهای جدیدی بر پایه مجموعه وزنهای مشترک ارائه شدند، که با بدست آوردن وزنهای مشترک، و بر اساس امتیاز کارایی بدست آمده بر مبنای این وزنها، واحدهای تصمیم گیری را مقایسه کرده و یک رتبه بندی بر مبنای کارایی گروهی ارائه می کند. در این مقاله روشی بر مبنای تکنیک آنتروپی برای یافتن وزنهای مشترک ارائه می شود. این روش که برای اولین بار ارائه می شود دارای قدرت تمایز زیادی است و واحدهای تصمیم گیری را بطور کامل رتبه بندی می کند.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده ها (DEA)، مجموعه وزنهای مشترک، آنتروپی.

۱= مقدمه

در روش تحلیل پوششی داده ها [۱]، وزنهایی که به ورودی ها و خروجی های هر واحد تعلق می گیرد در مقایسه با واحد های دیگر متفاوت می باشد. بنابراین ضرورت داشتن وزنهایی مشترک برای واحد های متفاوت احساس می شود، تا بر اساس کارایی بدست آمده با این وزنها، رتبه بندی کاملی از واحد ها را بدست آوریم. ایده وزنهای مشترک در DEA برای اولین بار توسط Cook و همکارانش در سال ۱۹۹۰[۲] و Roll و همکارانش در سال ۱۹۹۱[۳] در زمینه بکارگیری DEA برای ارزیابی واحدهای نگهداری بزرگراه ارائه شد.Galney و همکارانش در سال ۱۹۹۲ [۴] با ماکزیمم کردن مجموع نسبتهای کارایی همه واحدها و بدست آوردن وزنهای مشترک برای همه واحدها، آنها را رتبه بندی کردند.

۲= متدولوژی

در بسیاری از موارد در دنیای واقعی، داشتن رتبه بندی کاملی از واحدها ضروری به نظر می رسد. در DEA با توجه به اینکه مقادیر کارایی بدست آمده برای هر واحد بین صفر و یک می باشد و مقدار کارایی واحدهای کارا برابر با یک می باشد، نمی توان رتبه بندی کاملی از واحدها را داشت، زیرا ممکن است چند واحد دارای کارایی یکسانی باشند. شش دسته از روشها برای رتبه بندی کامل واحد ها در DEA ارائه شده که عبارتند از:

[1] Sayadi@ind.iust.ac.ir
[2] Makui@iust.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

دسته اول شامل ارزیابی ماتریس کارایی متقاطع می باشد که در آن واحدها به تنهایی و در مقایسه با دیگر واحد ها ارزیابی می شوند. دسته دوم که ابر کارایی نامیده می شود، از طریق مستثنی کردن واحد امتیاز دهی شده از برنامه دوگان و تحلیل تغییر در مرز، رتبه بندی انجام می شود. گروه سوم بر پایه روش مبنا گرایی می باشد و اگر واحد، به عنوان هدفی سودمند برای دیگر واحدها انتخاب شود، آن واحد رتبه بالایی خواهد داشت. دسته چهارم، تکنیکهای آماری چند متغیره را بهینه می کند. دسته پنجم واحدهای ناکارا را از طریق معیارهای نسبی ناکارایی رتبه بندی می کند. گروه ششم نیاز به مجموعه ای از اطلاعات ترجیحی اضافی از تصمیم گیرنده داشته و متدولوژیهای تصمیم گیری چند معیاره را با DEA ترکیب می کند. روش ارائه شده در این مقاله جزء دسته ششم است ولی به هیچگونه اطلاعات بیشتری از طرف DM نیاز ندارد.

با توجه به اینکه در مدل DEA کلاسیک خروجیها را می توان معادل با متغیرهای از جنس سود و ورودیها را می توان معادل با متغیرهای از جنس هزینه در ماتریس تصمیم در مسائل MADM در نظر گرفت، می توان از اینگونه روشها برای بدست آوردن وزنهای مشترک و رتبه بندی کامل واحدها استفاده کرد. گامهای این روش به شرح زیر است:

گام اول: فرض کنید در مدل DEA کلاسیک، m واحد تصمیم گیری، s ورودی و r خروجی داشته باشیم، ماتریس تصمیم را بر اساس مقادیر ورودی و خروجی مدل DEA کلاسیک مطابق شکل (۱) مرتب می کنیم.

	x_1	...	x_s	y_{1+s}	...	y_{r+s}
A_1	f_{11}	...	f_{1s}	$g_{1,s+1}$	...	$g_{1,s+r}$
A_2	f_{21}	...	f_{2s}	$g_{2,s+1}$	...	$g_{2,s+r}$
...	...	...	...	...	...	...
A_m	f_{m1}	...	f_{ms}	$g_{m,s+1}$	...	$g_{m,s+r}$

شکل (۱): ماتریس تصمیم گیری

که در آن $A_1,...,A_m$ واحد های تصمیم گیری، $x_1,...,x_s$ ورودی ها و $y_1,...,y_r$ خروجی ها در مدل DEA، f_{ij} مقدار ورودی jام برای واحد iام، g_{is+j} مقدار خروجی jام برای واحد iام می باشد.

گام دوم: در این گام مقادیر موجود در هر ستون ماتریس را بر مجموع مقادیر آن ستون تقسیم می کنیم، با انجام این کار، ماتریس تصمیم گیری نرمال می شود، پس f'_{ij} و g'_{is+j} مقادیر نرمالایز شده می باشند.

$$f'_{ij}=\frac{f_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} f_{ij}} \quad \text{و} \quad g'_{i,s+j}=\frac{g_{i,s+j}}{\sum_{i=1}^{m} g_{i,s+j}} \qquad (۱)$$

گام سوم: در گام فعلی مقادیر E_j را به ازای ورودیها و E_{j+s} را به ازای خروجی ها محاسبه می کنیم.

$$E_j=-\frac{1}{Ln(m)}\sum_{i=1}^{k}(f'_{ij}.Ln(f'_{ij})) \qquad (۲-۱)$$

$$E_{j+s}=-\frac{1}{Ln(m)}\sum_{i=1}^{k}(g'_{i,s+j}.Ln(g'_{i,s+j})) \qquad (۲-۲)$$

www.SID.ir

Archive of SID

گام چهارم: اینک درجه انحراف از اطلاعات ایجاد شده را محاسبه می کنیم:

$$d_j = 1 - E_j \quad \text{و} \quad d_{j+s} = 1 - E_{j+s} \qquad (۳)$$

گام پنجم: حال با استفاده از رابطه زیر وزن مشترک ورودیها و خروجیهای تمامی واحدها را محاسبه می کنیم.

$$w_i = \frac{d_i}{\sum_{j=1}^{s} d_j + \sum_{j=1}^{r} d_{j+s}} \qquad i = 1,...,r+s \quad (۴)$$

وزنهایی که به ازای $i = 1,..,s$ بدست می آیند، وزنهای ورودیها و وزنهایی که به ازای $i = s+1,...,s+r$ بدست می آیند، وزنهای خروجیها برای تمامی واحدها می باشند.

گام ششم: با استفاده از وزنهای بدست آمده، مقادیر کارایی واحدهای تصمیم گیری را طبق رابطه زیر محاسبه کرده و بر اساس آن واحدها را رتبه بندی می کنیم.

$$Z_i = \frac{\sum_{j=1}^{r} w_{j+s} g_{i,j+s}}{\sum_{j=1}^{s} w_j f_{ij}} \qquad i = 1,...,m \quad (۵)$$

۳= نتیجه گیری:

بر اساس مثالهای عملی حل شده، چون روش ارائه شده در این مقاله بر اساس درجه انحراف یا عدم اطمینان، مقادیر وزنهای مشترک را محاسبه می نماید، دارای قدرت تمایز زیادی می باشد و به آسانی واحدهای تصمیم گیری را رتبه بندی می نماید. مزیتهای این روش نسبت به روشهای کلاسیک تحلیل پوششی داده ها این است که، این روش رتبه بندی کاملی از واحدها ارائه می کند و وزنهایی که به ورودیها وخروجی های واحدهای تصمیم گیری تخصیص داده می شود، با یکدیگر متمایز نمی باشد. در ضمن این روش به اطلاعات بیشتری از طرف DM نیاز ندارد.

٤= منابع و مراجع:

[1] Charnes A, Cooper WW, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 1978;2: 429–44.

[2] Cook WD, Kress M. Data envelopment model for aggregating preference ranking. Management Science 1990; 36(11):1302–10.

[3] Roll Y, Cook W, Golany B. Controlling factor weights in data envelopment analysis. IIE Transactions 1991;24:1–9.

[4] Ganley JA, Cubbin JS. Public sector efficiency measurement: applications of data envelopment analysis. Amsterdam: North-Holland; 1992.

www.SID.ir