

برخی روابط بین تشابه متغیرهای مسایل نامعادله و مساله بردارهای بهینه سازی در فضای باناخ

علی معدنکن مجید عرفانیان

madankan@uoz.ac.ir erfanian@uoz.ac.ir

چکیده

در این مقاله برخی روابط بین تشابه متغیرهای مسایل نامعادله و مساله بردارهای بهینه سازی در فضای باناخ را تحت فرض تحدب برقرار می کنیم. در این مقاله آخرین کار Ruiz-Garzon تحت عنوان "نسبت بین تشابه متغیرهای برداری نامعادله و مسایل بهینه سازی" را بسط و گسترش داده ایم.

۱. مقدمه

روشن است که نامعادله های گوناگون در مسایلی از قبیل فیزیک، اقتصاد، بهینه سازی و کنترل و علوم کاربردی ظاهر می شوند.

در مورد اسکالرها نتیجه زیر را داریم. اگر $F: S \subset R^n \rightarrow R^n$ شیب تابع محدب $\theta: S \rightarrow R^n$ و S یک مجموعه باز و محدب باشد آنگاه مساله نامعادله منغییر (VIP) هم ارز با مساله بهینه سازی (MP) می باشد، که VIP برابر است با

(VIP) $\bar{x} \in S$ می توان یافت به طوری که

$$(y - \bar{x})^T F(x) \geq 0, \forall y \in S$$

و (MP) برابر است با

(MP) : Minimize $\theta(x)$

$s.t. x \in S$

۲. روابط بین مسایل نامعادله شبه تغییر و مسایل بردارهای بهینه سازی در فضای باناخ

علایم معرفی شده توسط Osuna-Gómez در مسایل با بعد متناهی را می توان به صورت زیر تعمیم داد

تعریف. فرض کنید S یک زیرمجموعه ناتهی E_1 و $f: S \rightarrow E_2$ تابعی مشتق پذیر در $x \in \text{int } S$ باشد

الف) می گوئیم f یک (IX) در $x \in S$ می باشد اگر و فقط اگر یک تابع برداری $\eta : S \times S \rightarrow E_1$ موجود باشد به طوری که

$$f(y) - f(x) - Df(x)\eta(x, y) \in Q, \forall y \in S$$

ب) می گوئیم f یک (SIX) در $x \in S$ می باشد اگر و فقط اگر یک تابع برداری $\eta : S \times S \rightarrow E_1$ موجود باشد به طوری که

$$f(y) - f(x) - Df(x)\eta(x, y) \in \text{int } Q, \forall y \in S, y \neq x$$

پ) می گوئیم f یک (PIX) در $x \in S$ می باشد اگر و فقط اگر یک تابع برداری $\eta : S \times S \rightarrow E_1$ موجود باشد به طوری که

$$f(y) - f(x) \in -\text{int } Q \Rightarrow Df(x)\eta(x, y) \in -\text{int } Q, \forall y \in S$$

که ما ترتیب زیر را در نظر می گیریم

$$(SIX) \Rightarrow (IX) \Rightarrow (PIX)$$

روشن است که در حالت $E_2 = R$ و $Q = R^+$ ، کلاس توابع دقیقاً برابر توابع می باشد. اما در حالت برداری درست نمی باشد.

قضیه. فرض کنید $f : S \subset E_1 \rightarrow E_2$ یک تابع مشتق پذیر و $\bar{x} \in \text{int } S$ اگر $F \equiv Df$ و \bar{x} یک جواب (VVLIP) باشد، آنگاه \bar{x} جواب بهین (VOP) می باشد.

قضیه. تمام بردارهای نقاط بحرانی یک جواب (WVOP) می باشند اگر و فقط اگر تابع f باشد.

۳. منابع

- [1]. S. Dafermos, Exchange price equilibrium and variational inequalities, inequalities, Math. Program. 46 (1990) 391–402.
- [2] P.T. Harker, J.S. Pang, Finite dimensional variational inequality and nonlinear complementarity problems: a survey of theory, Math. Program. 48 (1990) 161–220
- [3] S.K. Mishra, M.A. Noor, On vector variational-like inequality problems, J. Math. Anal. Appl. 311 (2005) 69–75.
- [4] S.K. Mishra, S.Y. Wang, Vector variational-like inequalities and non-smooth vector optimization problems, Nonlinear Anal. 64 (2006) 1939–1945.