

## بررسی اثرات متقابل قطره سوخت با هوای داغ در محفظه احتراق

جواد خادم<sup>۱</sup>

گروه مکانیک دانشکده مهندسی دانشگاه بیرجند  
[j\\_khadem@yahoo.co.uk](mailto:j_khadem@yahoo.co.uk)

### چکیده

در مقاله حاضر تغییرات جرم، مومنتم و انرژی بین یک قطره و هوای داغ در یک محفظه احتراق مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. سرعت، شعاع و جرم قطره بستگی به شرایط جریان در اطراف قطره دارد. عواملی از قبیل اثر نیروی مقاوم در برابر حرکت قطره، انتقال حرارت، تبخیر و خرد شدن (splitting) در نظر گرفته شده اند. نیروی مقاوم توسط فرمولی که وابسته به عدد رینولدز و عدد ماخ می باشد، محاسبه شده و برای مدلسازی تبخیر از یک مدل غیر تعادلی بهره گرفته شده است. همچنین از عدد وبر (Weber number) به عنوان معیاری برای خرد شدن قطره استفاده شده است. نتایج برای سوخت دکان ( $C_{10}H_{22}$ ) که در محفظه ای از هوای داغ ساکن پاشیده شده است، محاسبه گردیده و با مقادیر آزمایشگاهی موجود مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: قطره - تبخیر - خرد شدن.

### ۱- مقدمه

در بسیاری از فرآیندهای احتراق سوخت در حالت مایع قرار دارد که جهت احتراق ابتدا بایستی به حالت گاز تبدیل شده و سپس بوسیله یک اکسید کننده گازی (هوا یا اکسیژن) محترق می شود. موتورهای جت هواپیما، موتورهای دیزل و کوره های سوخت مایع کاربردهایی از احتراق سوخت مایع می باشند. در تحلیل فرآیند احتراق سوخته های مایع، علاوه بر فرآیندهای موجود در فاز گاز، فرآیند تغییر فاز (تبخیر) و فرآیند خرد شدن نیز بایستی در نظر گرفته شوند. در مدل حاضر به بررسی اثرات نیروی اصطکاک، انتقال حرارت، تغییر فاز (تبخیر) و خرد شدن برای یک قطره پاشیده شده در یک محفظه هوای داغ ساکن پرداخته شده است.

### ۲- معادلات حاکم

جریان دو فازی را که در آن فاز متفرق شده (dispersed phase) بفرم قطرات سیال کروی با دانسیته خیلی بیشتر از دانسیته گاز محیط اطراف، در نظر بگیرید. تغییرات مومنتم عمدتاً بخاطر نیروی مقاوم و تغییر جرم بعلت تبخیر و خرد شدن می باشد. تحت این شرایط معادلات حرکت، جرم و انرژی قطره بفرم عمومی معادلات لاگرانژ بیان می شود.

#### ۱-۲ معادله حرکت قطره

تغییرات مومنتم قطره به کمک معادله زیر بیان می شود.

$$m \frac{d\bar{u}}{dt} = m\bar{g} - \frac{m}{\rho} \nabla p + \bar{f}_d \quad (1)$$

$\nabla p$  گرادیان فشار گاز در اطراف قطره و  $\bar{f}_d$  نیروی مقاوم وارده بر قطره از طرف گاز می باشد. این نیرو بشکل زیر مدلسازی می شود [۱].

$$\bar{f}_d = \frac{1}{2} \rho C_d (\bar{v}_g - \bar{u}) |\bar{v}_g - \bar{u}| \frac{\pi d^2}{4} \quad (2)$$

$d$  قطر قطره و  $C_d$  ضریب بی بعد نیروی مقاوم بوده و برابر است با:

$$C_d = \left( \frac{24}{\text{Re}_d} + \frac{4.4}{\sqrt{\text{Re}_d}} + 0.42 \right) \beta \kappa \quad (3)$$

که در آن  $\text{Re}_d$  عدد رینولدز،  $\beta$  و  $\kappa$  ضرایب تصحیح اثرات گاز تراکم پذیر در عدد ماخ بالا و اختلاف دمای قطره با گاز بوده و بصورت زیر بدست می آیند [۲].

$$\kappa = \left( \frac{T}{T_s} \right)^{\frac{4}{5}}; \quad \beta = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_s} \left( 2 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)}; \quad \text{Re}_d = \frac{\rho d |\bar{v}_g - \bar{u}|}{\mu}; \quad M = \frac{|\bar{v}_g - \bar{u}|}{a_g}$$

$$\frac{\rho}{\rho_s} = \begin{cases} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} & M < 1 \\ \frac{(\gamma + 1)M^2}{(\gamma - 1)M^2 + 2} \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(\gamma - 1)M^2 + 2}{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} & M > 1 \end{cases}$$

در روابط فوق  $\bar{v}_g$  سرعت گاز،  $\bar{u}$  سرعت قطره،  $M$  عدد ماخ،  $a_g$  سرعت صوت در گاز،  $T_s$  و  $\rho_s$  بترتیب دما و دانسیته قطره می باشند.

## ۲-۲ معادله تغییر جرم

تغییر جرم قطره در غیاب واکنش شیمیایی تنها منحصر به تبخیر شدن و خرد شدن آن می شود. ابتدا به بررسی مدل تبخیر قطره می پردازیم. بدین منظور از مدل غیر تعادلی لانگ مویر- نادسن (Langmuir-Knudsen) استفاده شده است [۳]. در مدل مذکور معادله تغییر جرم قطره بفرم زیر پیشنهاد گردیده است:

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = - \frac{Sh}{3Sc} \left( \frac{m}{\tau_d} \right) H_M \quad (4)$$

که در آن  $\dot{m}$  نرخ تغییر جرم قطره و همواره منفی،  $Sc$  عدد اشمیت،  $Sh$  عدد شروود،  $H_M$  پتانسیل انتقال جرم و  $\tau_d$  ثابت زمانی قطره می باشد و مطابق زیر تعریف می شوند:

$$Sh = 2 + 0.552 \text{Re}_d^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}}; \quad Sc = \frac{\rho_g \mu_g}{D_g}; \quad \tau_d = \frac{\rho d^2}{18\mu_g}; \quad H_M = \ln(1 + B_{M,neq}).$$

در روابط فوق زیر نویس  $g$  مربوط به گاز بوده و  $\rho_g$  دانسیته،  $\mu_g$  ویسکوزیته و  $D_g$  ضریب نفوذ گاز می باشد. همچنین در روابط فوق  $B_M$  عدد انتقال اسپالدینگ نامیده می شود و بصورت زیر بیان می گردد:

$$B_M = \frac{Y_{s,neq} - Y_g}{1 - Y_{s,neq}} \quad (5)$$

که در آن  $Y_g$  کسر جرمی بخار در فاصله ای دور از سطح قطره و  $Y_{s,neq}$  کسر جرمی بخار در سطح قطره می باشد. همانطور که مشاهده می شود جهت تعیین  $B_M$  نیاز به دانستن مقدار  $Y_{s,neq}$  می باشد که برای محاسبه آن می توان بطور مستقیم از کسر مولی استفاده کرد [۳].

$$Y_{s,neq} = \frac{X_{s,neq}}{X_{s,neq} + (1 - X_{s,neq})\theta} \quad (6)$$

عبارت  $\theta = W_g/W_v$  نسبت وزن مولکولی و  $X_{s,neq}$  کسر مولی بخار غیر تعادلی در سطح قطره می باشد که توسط لانگ مویر- نادسن بفرم زیر مدلسازی شده است:

$$X_{s,neq} = X_{s,eq} - \left(\frac{2L_k}{d}\right)\beta \quad (7)$$

که در آن  $X_{s,eq}$  کسر مولی بخار در سطح قطره در شرایط تعادلی می باشد و با استفاده از معادله کلایزیوس-کلایپرون بصورت زیر بدست می آید (با فرض گرمای نهان تبخیر ثابت):

$$X_{s,eq} = \frac{p_{sat}}{p_g} = \frac{p_{atm}}{p_g} \left[ \frac{L_v}{\bar{R}/W_v} \left( \frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s} \right) \right] \quad (8)$$

در این رابطه  $p_g$  فشار گاز،  $T_b$  دمای جوشش فاز مایع،  $\bar{R}$  ثابت جهانی گازها،  $p_{sat}$  فشار اشباع و  $L_v$  گرمای نهان تبخیر می باشد. در رابطه (۷)،  $L_k$  ضخامت لایه نادسن و  $\beta$  پارامتری بعد نامیده می شوند و برابر:

$$L_k = \frac{\mu_g \sqrt{2\pi T_s \bar{R}/W_v}}{\alpha_e Sc_g p_g}; \quad \beta = - \left( \frac{3 Pr_g \tau_d}{2} \right) \frac{\dot{m}}{m} \quad (9)$$

$\alpha_e$  - ضریب تطابق مولکولی (برابر یک فرض می شود) و  $Pr_g$  عدد پرانتل می باشد (برای هوا این عدد ۰/۷ منظور می گردد). با توجه به معادله (۷) ملاحظه می گردد که اگر ضریب  $L_k \beta / d$  به سمت صفر میل کند، کسر مولی از حالت غیر تعادلی به حالت تعادلی میل خواهد کرد.

## ۲-۳ معادله انتقال حرارت

معادله انتقال حرارت بین قطره و گاز از فرمول زیر محاسبه می گردد:

$$m \frac{de}{dt} = q + Q_v \quad (10)$$

که در آن  $e$  انرژی داخلی بر واحد جرم قطره،  $q$  نرخ انتقال حرارت از گاز به قطره و  $Q_v$  نرخ آزاد شدن انرژی در نتیجه تبخیر قطره که برابر است با:

$$Q_v = \frac{dm}{dt} L_v \quad (11)$$

در غیاب فرآیند تبخیر، مقدار  $Q_v$  برابر صفر می باشد. نرخ انتقال حرارت  $q$  تابعی از رینولدز بوده و بفرم زیر بیان می شود [۴].

$$q = \begin{cases} \pi d \lambda Nu (T - T_s) & \text{Re} < 1000 \\ \pi d^2 \rho v_{rel} St (H_r - H_s) & \text{Re} > 1000 \end{cases} \quad (12)$$

$$H_r = c_p T + 0.5 \text{Pr}^{\frac{1}{3}} v_{rel}^2 ; \dots ; H_s = c_p T_s ; \dots ; St = \frac{1}{2} C_d \text{Pr}^{-\frac{2}{3}} ; \dots ; Nu = 2 + 0.16 \text{Re}^{\frac{2}{3}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

در معادله فوق  $\lambda$  ضریب هدایت حرارتی گاز،  $Nu$  عدد ناسلت،  $St$  عدد استانتن،  $v_{rel}$  سرعت نسبی گاز و قطره،  $T$  دمای گاز و  $T_s$  دمای سطح قطره می باشد.

### ۲-۴ معادله خرد شدن قطره

وقتی بر روی قطره تنشی بیشتر از تنش کشش سطحی آن اعمال شود، قطره به حالت ناپایدار در آمده و در نهایت شکسته و به ذرات کوچکتر تبدیل می شود. معیار خرد شدن عبارتست از افزایش عدد وبر از یک مقدار بحرانی [۵]. عدد وبر بفرم زیر تعریف می شود:

$$We = \frac{\rho v_{rel}^2 d}{\sigma} \quad (13)$$

که در آن  $\sigma$  تنش کشش سطحی،  $v_{rel}$  سرعت نسبی قطره و  $\rho$  دانسیته قطره می باشد. مقدار بحرانی عدد وبر تابع قطر قطره و توسط رابطه زیر محاسبه می شود [۵].

$$We_* = \min\{12(1 + Lp^{-0.8}), 350\} \quad (14)$$

$Lp$  عدد لاپلاس بیانگر نسبت اثرات سطحی به لزجت می باشد و برابر  $Lp = \frac{\rho \sigma d}{\mu^2}$  می باشد.

اندازه جدید قطره با تقسیم قطره به  $n$  قطره یکسان ( $n \geq 2$ ) بطوریکه عدد وبر قطرات جدید بیشتر از حد بحرانی نباشد، بدست می آید. قطر جدید را با  $d_*$  نشان داده و برابر است با:

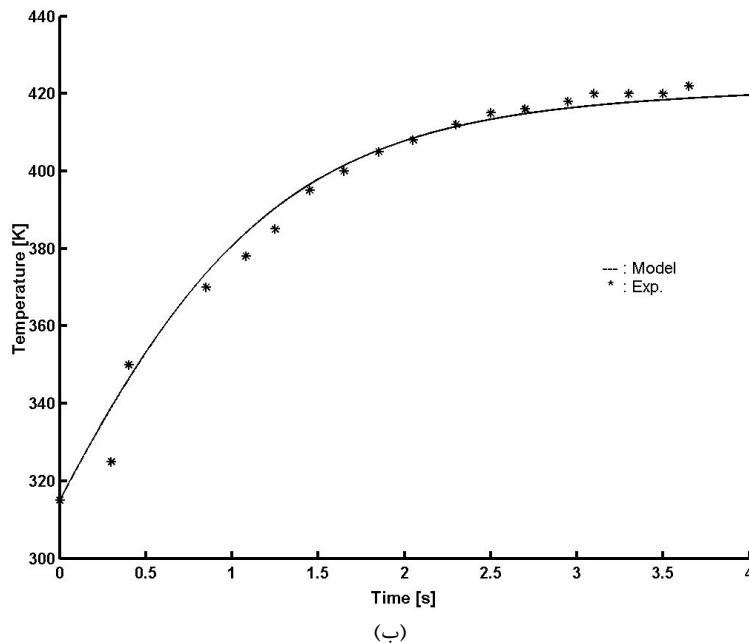
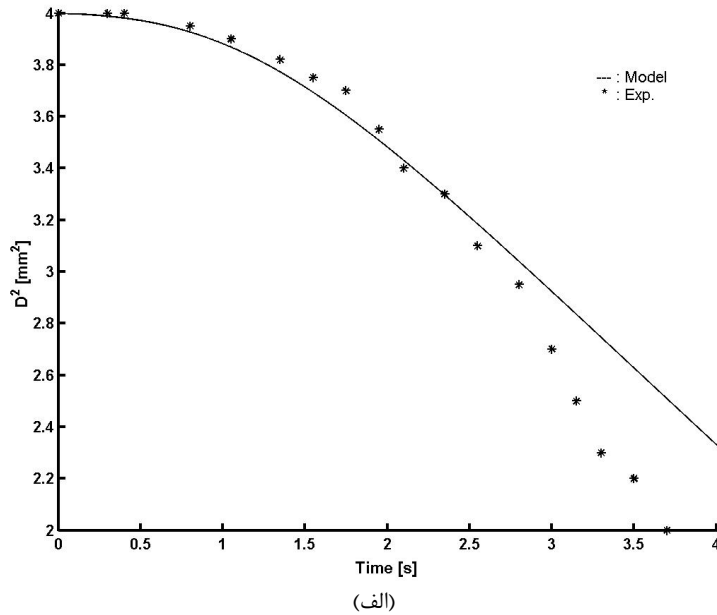
$$We\left(d_* = \frac{d}{\sqrt[3]{n}}\right) \leq We_* \quad \text{if} \quad We\left(\frac{d}{\sqrt[3]{n-1}}\right) > We_* \quad n \geq 2 \quad (15)$$

همچنین لازم بذکر است که در محاسبات، خرد شدن قطره آنی در نظر گرفته نمی شود، بلکه تشکیل قطرات جدید با تاخیر زمانی انجام خواهد شد که این زمان برابر است با زمانی که جریان گاز قطر قطره را میپیماید.

$$t^* = \frac{d}{v_{rel}} \quad (16)$$

### ۳- نمودارها و نتایج

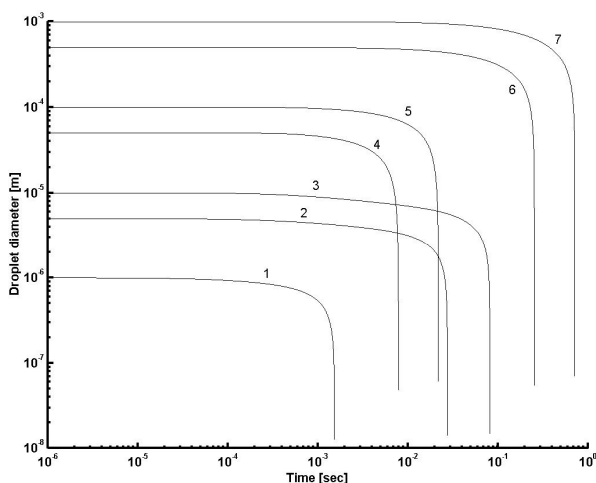
در این بخش ابتدا جهت بررسی دقت مدل حاضر، مسئله برای یک شرایط مشخص که مقادیر آزمایشگاهی [۶] آن موجود بوده حل گردیده و با یکدیگر مقایسه شده است. شکل (۱) تغییرات مربع قطر قطره و دمای قطره را بر حسب زمان نشان می دهد. همانطور که از شکل نمایان است، نتایج حاصله از مدل مذکور با مقادیر آزمایشگاهی تطابق نسبی خوبی را نشان می دهد.



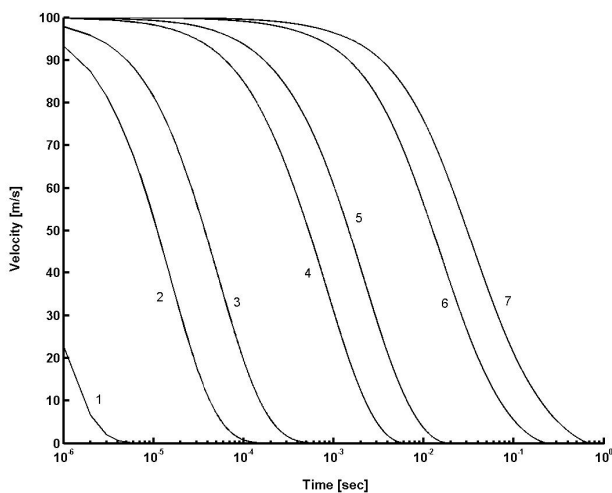
شکل ۱. تغییرات مربع قطر قطره (الف) و دمای قطره (ب) برای قطره سوخت دکان ( $C_{10}H_{22}$ ) و شرایط:

$$Re_0 = 17, \quad d_0 = 2 \text{ mm}, \quad T_0 = 315 \text{ K}, \quad T_g = 1000 \text{ K}$$

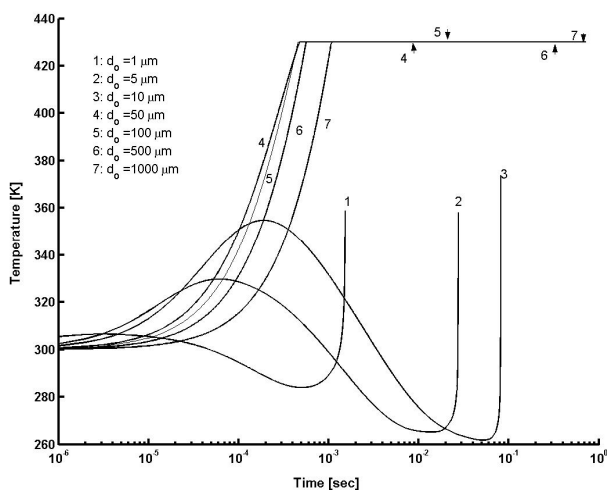
در ادامه این بخش دو سری نتایج از مدل حاضر، یکی برای شرایط با در نظر گرفتن اثر خرد شدن و دیگری بدون آن (یعنی کاهش جرم قطره فقط در اثر تبخیر باشد) نمایش داده شده است. در این نمودارها قطر با سرعت اولیه  $v_0 = 100 \text{ m/s}$  و دمای اولیه  $T_0 = 300 \text{ K}$  وارد یک محفظه هوای داغ به دمای  $T_g = 1000 \text{ K}$  و فشار  $p = 1 \text{ atm}$  می گردد. قطره سوخت هیدروکربنی دکان ( $C_{10}H_{22}$ ) انتخاب شده است. در شکل (۲) تغییرات قطر قطره، سرعت نسبی قطره و دمای قطره بر حسب زمان در غیاب اثرات خرد شدن برای ۷ حالت مختلف قطر اولیه قطره رسم شده است. با توجه به شکل (۲-الف)، نتیجه می شود که همواره قطر بیشتر باعث طول عمر بیشتر قطره نمی شود (مقایسه کنید حالت ۵ و ۴ را با حالت ۳). علت آن را می توان در مکانیزم انتقال حرارت به قطره جستجو کرد.



(الف)

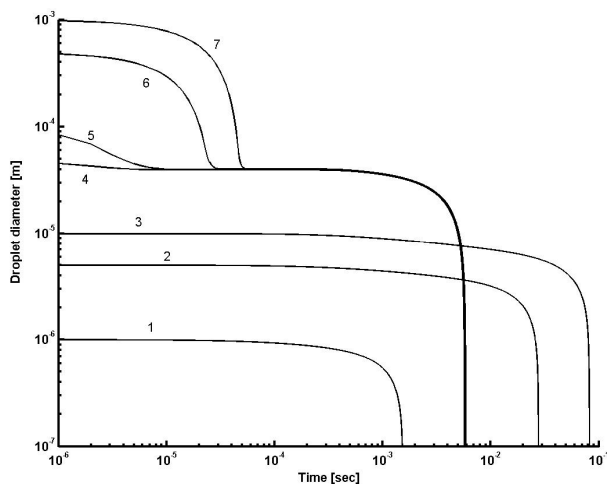


(ب)

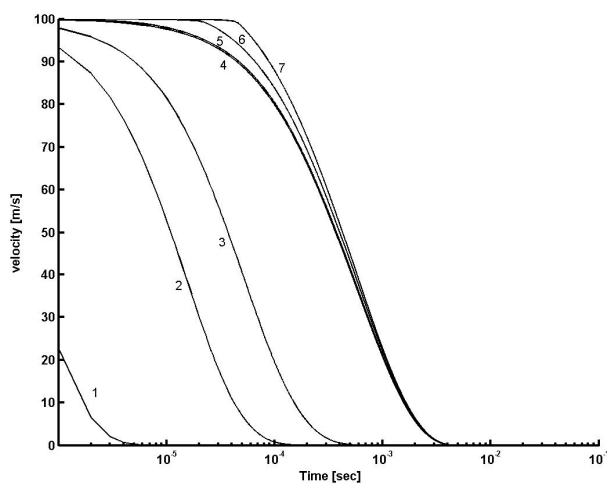


(ج)

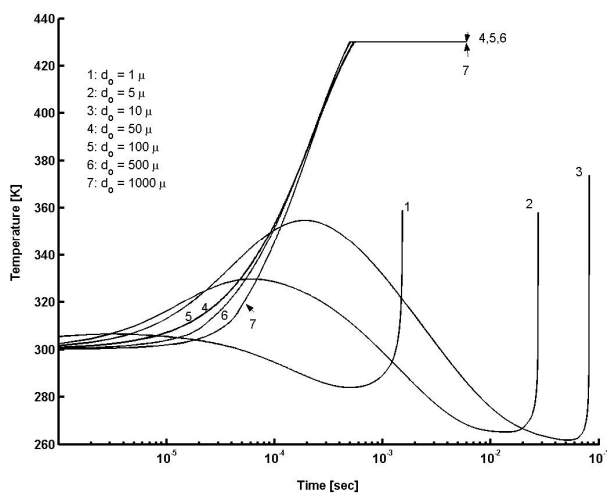
شکل ۲. تغییرات قطر (الف)، سرعت نسبی (ب) و دمای قطره (ج) در غیاب اثرات خورد شدن



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۳. تغییرات قطر (الف)، سرعت نسبی (ب) و دمای قطره (ج) در حضور اثرات خرد شدن

با توجه به شکل (۲-ج) برای قطر اولیه ۱ میکرون تا ۱۰ میکرون، ابتدا قطره در اثر انتقال حرارت گرم شده و سپس بواسطه غلبه اثرات تبخیر بر اثرات انتقال حرارت به قطره، دمای قطره کاهش یافته و سپس در انتها با کاهش قطر قطره و کم شدن اثر تبخیر، دمای قطره با سرعت افزایش می یابد. شکل (۲-ب) تغییرات سرعت نسبی قطره را بر حسب زمان نشان می دهد که این تغییرات بطور یکنواخت و به ترتیب افزایش قطر می باشد. بعبارت دیگر با افزایش قطر قطره لحظه متوقف شدن قطره بزرگتر دیرتر از قطره کوچکتر است.

در شکل (۳) تغییرات قطر قطره، سرعت نسبی قطره و دمای قطره بر حسب زمان در حضور اثرات خرد شدن برای ۷ حالت مختلف قطر اولیه قطره رسم شده است. با توجه به شکل (۳-الف)، طول عمر قطرات با قطر بیش از ۵۰ میکرون یکسان بوده و حتی کمتر از طول عمر قطرات با قطر ۵ میکرون می باشد. علت این امر، اثر گذار بودن بیشتر خرد شدن برای قطرات بزرگ است، بگونه ای که برای قطرات خیلی کوچک (حالت‌های ۱ تا ۳) اصولاً این اثر تقریباً صفر می باشد. روند تغییرات سرعت نسبی (شکل ۳-ب) نیز بیانگر این مطلب است که قطرات بزرگ (حالت‌های ۴ تا ۷) بعد از شکسته شدن و تبدیل به قطرات ریز، بطور یکنواخت و در یک لحظه متوقف می شوند.

#### ۴- مراجع

- 1- Smirnov N.N., Zverev I.N. , Heterogeneous Combustion, Moscow University Publishers, Moscow, 1992.
- 2- Smirnov N.N., Nikitin V.F., "Detonation Initiation in pulse Detonation Devices", Proceeding of the 13<sup>th</sup> ONR Propulsion Meeting Univ. Minnestota, Minneapolis, pp. 213-232, 2000.
- 3- Miller R.S., Harstad K., Bellan J. , "Evaluation of equilibrium and non-equilibrium evaporation models for many droplet gas-liquid flow simulations", International Journal of Multiphase Flow, 24, pp. 1025-1055, 1998.
- 4- Smirnov N.N., Zverev I.N. and Tyurnikov M.V., " Two-phase flow behind a shock wave with phase transition and chemical reactions", Experimental Thermal and Fluid Science, 13, pp. 11-20, 1996.
- 5- Azzopardi B.J., Hewit G.F., " Maximum drop size in gas-liquid flows", Multiphase Science and Technology, Vol. 9, pp. 109-204, 1997.
- 6- Wong, S.-C. and Lin, A.-C., " Internal temperature distributions of droplets vaporizing in high temperature convective flows", J. Fluid Mechanics, 237, 671-687, 1992.