



## بررسی توزیع تنش در بازشوهای استوروئیدی

محمد رضا خدمتی<sup>۱</sup>، مصطفی یوسف نیا<sup>۲</sup>

تهران دانشگاه صنعتی امیر کبیر - دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی

khedmati@cic.aut.ac.ir

### چکیده

در این مقاله توزیع تنش در ورق با بازشو استوروئیدی و تمرکز تنش در اطراف آن به کمک روش اجزای محدود مورد بررسی قرار می گیرد. بازشوهای استوروئیدی با کمک خانواده منحنی های استروئیدی که بین دایره ( یابیضی) و مربع ( یا مستطیل) قرار می گیرند، شکل می گیرند. منحنی های استوروئیدی منحنی هایی کاربردی بوده و نیازهای طراحی بازشو را در حوزه های ساخت اتومبیل، هواپیما و یا کشتی برآورده می سازند. چند حالت از تحلیل تنش در بازشو در این مقاله ارائه می گردد. براساس نتایج می توان اذعان نمود که ایندسته بازشوها، برتری هایی نسبت به دیگر انواع بازشوها داشته و بر این اساس توصیه می گردد که از این بازشوها در عمل خصوصا در ساخت کشتی مورد استفاده قرار گیرند.

**کلمات کلیدی:** بازشو<sup>۳</sup> - منحنی استوروئیدی<sup>۴</sup> - تمرکز تنش<sup>۵</sup>

1- استادیار دانشکده مهندسی کشتی سازی و مهندسی دریایی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

2- کارشناس شرکت پژوهش صنعت نفت

<sup>3</sup> - Opening  
<sup>4</sup> - Storoidal curve  
<sup>5</sup> - Stress concentration



## مقدمه

تمرکز تنش بالائی که در مرزهای اطراف بازشوها دیده می شود، اهمیت زیادی از دیدگاه عملی دارد. عموماً سعی بر آن است تا اینگونه تمرکزها در توزیع تنش خصوصاً در اطراف بازشوها در حوزه های ساخت اتومبیل، هواپیما و یا کشتی به گونه ای تعدیل شوند. برای توزیع تنش در اطراف بازشوهای معمولی همچون مربع، مستطیل، دایره و بیضی حل های تحلیلی قبلاً ارائه شده است [۱ و ۲]. با این حال اینگونه بازشوها کلیه الزامات خواسته شده در طراحی را برآورده نمی سازند و از این روست که در عمل تنها از بازشوهای مربعی و یا مستطیلی با گوشه های مستدیر و یا نظیر آن استفاده می گردد. در صنعت کشتی سازی قاعده ای وجود دارد و بر اساس آن لازم است تا در کلیه بازشوهای مستطیلی گوشه ها گرد شوند. شعاع گردی گوشه ها بر اساس ابعاد بازشو تعیین می گردد، اما می بایست کمتر از یک دهم پهنای بازشو نباشد. منحنی های استروئیدی بر اساس خانواده منحنی های استروئیدی تولید می شوند. این دسته منحنی ها میان دایره (یا بیضی) و مربع (یا مستطیل) قرار می گیرند. ویژگی مهم این دسته منحنی ها، انطباق پذیری خوب آنها نسبت به الزامات عملی و طراحی بوده و براحتی می توان از آنها در حوزه های ساخت ماشین، کشتی و یا هواپیما بهره گرفت. مطالعه ای در باب ایندسته منحنی ها و امکان بهره گیری از آنها در عمل انجام نشده است. در این راستا سعی می شود در این مقاله به کمک روش اجزای محدود به بررسی توزیع تنش در اطراف بازشوهای استروئیدی پرداخته شود.

## ویژگی های هندسی بازشوهای استروئیدی

منحنی های استروئیدی را می توان به مثابه منحنی های مستطیل نما<sup>۱</sup> توصیف نمود. در کتب هندسه تحلیلی به ندرت به بحث راجع به این دسته منحنی ها پرداخته می شود. اولین بار در انتهای قرن نوزدهم این نوع منحنی ها به بحث گذاشته شدند و افرادی همچون دیر شلت<sup>۲</sup>، لام<sup>۳</sup> و مینکوفسکی<sup>۴</sup> بر روی آنها کار کردند. معادله استروئید را می توان بدین ترتیب نگاشت:

1- Pseudo-rectangle curve

2 - Dirchlet

3 - Lamé

4 - Minkowski

$$\sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i}{a_i} \right)^{2n_i} = C^{2n_i} \quad (1)$$

که در آن  $a_i$  و  $C$  ضرایب ثابتی بوده و همچنین  $n_i$  پارامتری است که می تواند مقداری صحیح یا غیر صحیح اتخاذ کند. اشکال هندسی معروفی همچون بیضیگون، رویه هرمی، متوازی السطوح و غیره را می توان به کمک رابطه (1) تولید نمود. در این مقاله به بررسی توزیع تمرکز تنش در اطراف بازشوهایی که بر اساس این دسته منحنی ساخته می شوند، می پردازیم. از این رو برای کاربردهایی که در حوزه ساخت بازشو معمول می باشند، تنها به حالات دو بعدی این منحنی علاقه مندیم. به عبارتی دیگر حالتی از معادله (1) که در آن  $N$  برابر ۲ می باشد مورد بررسی قرار می گیرد.

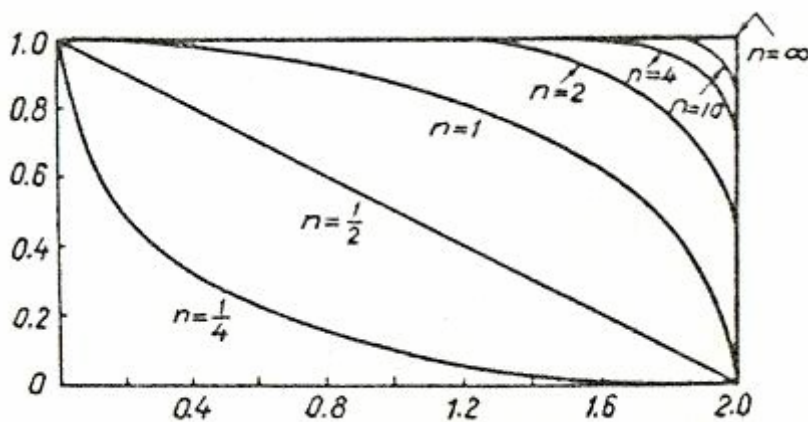
اگر داشته باشیم:  $a_1 = a$ ،  $a_2 = b$ ،  $x_1 = x$ ،  $x_2 = y$  و  $n_1 = n_2 = n$ ، آنگاه رابطه (1) به قرار زیر نوشته می گردد:

$$\left( \frac{x}{a} \right)^{2n} + \left( \frac{y}{b} \right)^{2n} = C^{2n} \quad (2)$$

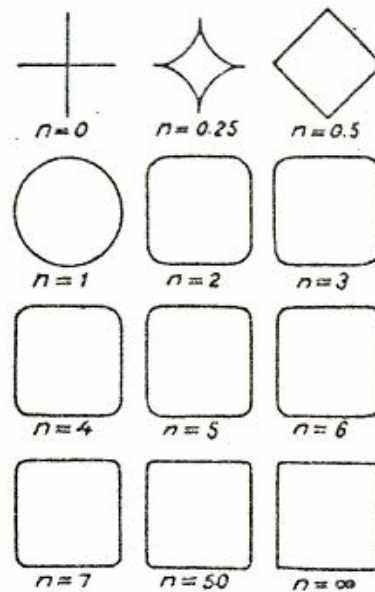
همچنان اگر  $C$  را برابر واحد فرض کنیم، این رابطه خواهد شد:

$$\left( \frac{x}{a} \right)^{2n} + \left( \frac{y}{b} \right)^{2n} = 1 \quad (3)$$

از این رو می توان گفت که خواص هندسی یک منحنی استوروییدی بستگی به مقدار توان ( $n$ ) و همچنین طول اقطار اصلی و فرعی یعنی به ترتیب  $a$  و  $b$  دارد. (شکل 1).



شکل 1 شکل منحنی های استوروییدی در ربع اول ( $\frac{b}{a} = .5$ )



شکل ۲ شکل منحنی های استوروییدی به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $n$  در حالت  $(a=b)$

با فرض آنکه  $k = \frac{a}{b}$  رابطه (۳) می تواند اشکال متعدده را تولید کند که بسیاری از آنها نیز شناخته شده اند. اگر  $n=1$  و  $k=1$  رابطه (۳) یک دایره را معرفی می کند. و اگر تنها  $n=1$  باشد، این رابطه معادله یک بیضی را ارائه می دهد. با کاهش مقدار  $n$  نسبت به ۱، دایره و یا بیضی شروع به تخت شدن از ناحیه گوشه ها تحت زاویه ۴۵ درجه می کند. بطور مثال در  $n=0.5$  بیضی بصورت یک لوزی در می آید. با کاهش بیشتر مقدار  $n$ ، ابتدا منحنی سوپرستار و سپس دو خط متعامد بدست می آید.

برای سهولت در تحلیل ها فرض می کنیم که  $a=b=1$ . از اینرو رابطه (۳) بصورت زیر در می آید:

$$x^{2n} + y^{2n} = 1 \quad (4)$$

با اتخاذ  $n$  برابر مقادیر ۰، ۰.۲۵، ۰.۵، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۵۰،  $\infty$  منحنی های مندرج در شکل (۲) بدست می آیند. به زبان ریاضی بینهایت منحنی استوروییدی را می توان بدین ترتیب ساخت. کلیه این شکل ها را می توان برای مقاصد عملی و ساخت مورد بررسی قرار داد، چرا که امروزه روشهای برش اتوماتیک به کمک کامپیوتر در کارخانجات کشتی سازی مورد استفاده قرار می گیرند و براحتی این اشکال را می توان در سیستم نرم افزاری دستگاههای برش تعریف کرد. مساحت محصور به درون منحنی را می توان به کمک رابطه (۵) محاسبه نمود:

$$A = 4 \int_0^1 (1 - x^{2n})^{\frac{1}{2n}} dx \quad (5)$$

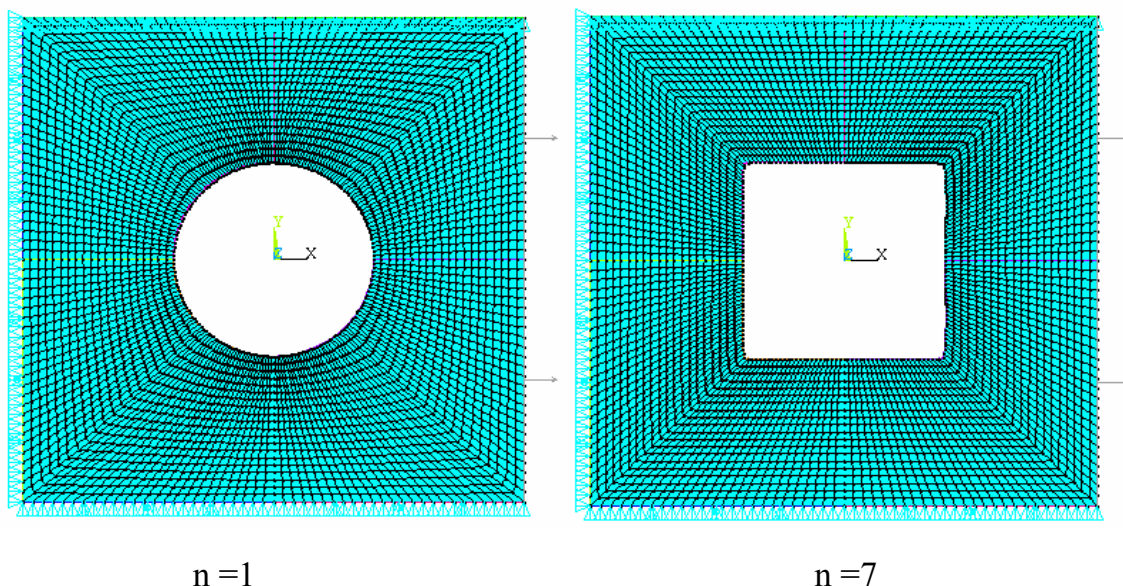
در جدول (۱) مقایسه ای بین مساحت های محصور به منحنی های استوروییدی به عمل آمده است.

## جدول ۱ مساحت محصور درون منحنی های استوروییدی

n	۱	۲	۳	۴	۶	۷	۲۵	۵۰
A	۳/۱۴۱۶	۳/۷۰۸۱	۳/۸۵۵۳	۳/۹۱۳۸	۳/۹۴۲۹	۳/۹۶۹۶	۳/۹۸۲۰	۴/۰

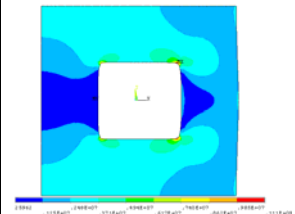
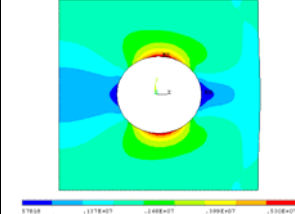
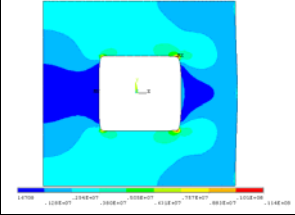
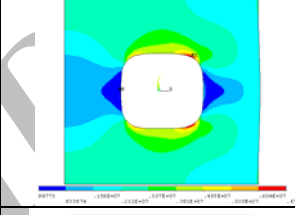
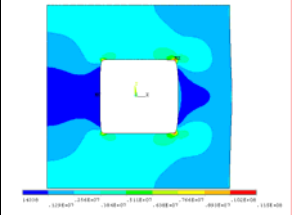
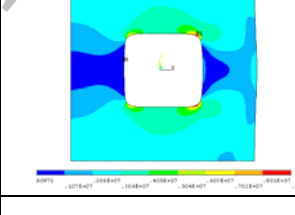
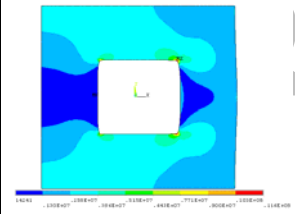
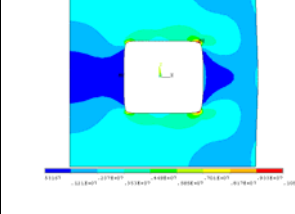
## مدل برای تحلیل

مدل مورد مطالعه یک ورق نازک به ابعاد  $2m \times 2m \times 0.01m$  می باشد. در وسط این مدل یک بازشوی استوروییدی با طول اقطار اصلی و فرعی برابر  $a=b=0.4m$  قرار گرفته است. ماده مورد استفاده در ساخت ورق دارای مدول الاستیسیته  $E = 2 \times 10^{11} \frac{N}{m^2}$  و ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  می باشد. در شکل (۳) مدل المان محدود دو حالت از این ورق نشان داده شده است. همچنین در همین شکل شرایط مرزی (ساده) و بارگذاری مدل نیز به نمایش گذارده شده است. در امتداد یکی از اضلاع تنش کششی برابر با  $2 \times 10^6 \frac{N}{m^2}$  اعمال شده است. در جدول (۲) برخی نتایج بدست آمده از تحلیلهای اجزای محدود انجام شده با کمک نرم افزار ANSYS [۳] بر روی مدل مورد مطالعه به ازای مقادیر مختلف n ارائه شده است. همچنین در همین جدول مقدار  $\sigma_{max}$  در هر حالت دیده می شود.


 $n = 1$ 
 $n = 7$ 

شکل ۳ نمونه هایی از مدل های اجزای محدود مورد مطالعه

## جدول ۲ نتایج حاصل از تحلیل های اجزای محدود

n	(MPa) $\sigma_{max}$	Von-Mises Equivalent stress contour	n	(MPa) $\sigma_{max}$	Von-Mises Equivalent stress contour
5	.111E8		1	.57E7	
6	.114E8		2	.67E7	
7	.115E8		3	.9E7	
50	.116E8		4	.105E8	

## جدول ۳- مقدار تنش ماکزیمم در مدل با بازشوهای استوروییدی

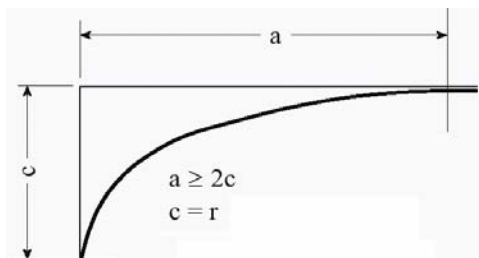
n	1	2	3	4	5	6	7	50
$\sigma_{max}$ (MPa)	0.59 E 7	0.67 E 7	0.9 E 7	.105 E 8	0.111 E 8	0.114 E 8	0.115 E 8	0.116 E 8

## نتایج و تفسیر آنها

در آئین نامه برخی موسسات رده بندی از جمله موسسه رده بندی GL آلمان [۴] توصیه شده که از جزئیات نشان داده شده در شکل (۴) استفاده گردد. در این جزئیات، گوشه های باز شو به تبعیت از منحنی بیضی دارای اقطار اصلی و فرعی به ترتیب به طول  $2a$  و  $2c$  می باشند. برای حالات تحلیل شده مطابق روابط زیر

مجموعه مقالات هشتمین همایش صنایع دریایی

توزیع تنش در شکل (۵) نشان داده شده است که در آن دیده می شود:  $\sigma_{\max} = 652E7 (MPa)$ .



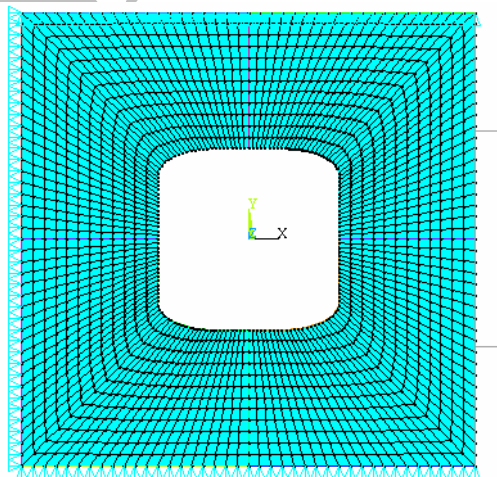
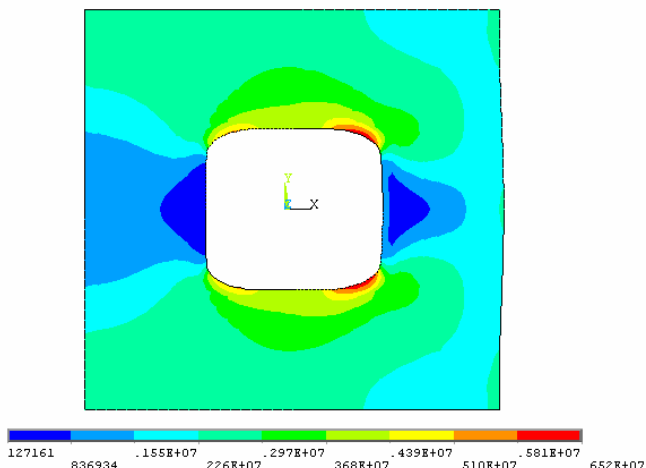
$$r = n \cdot b \left( 1 - \frac{b}{B} \right) \quad r_{\min} = 0,1 \text{ m}$$

$$n = \frac{\ell}{200} \quad n_{\min} = 0,1 \quad n_{\max} = 0,25$$

$\ell$  = length of hatchway [m]

$b$  = breadth [m], of hatchway or total breadth of hatchways in case of more than one hatchway.  $b/B$  need not be taken smaller than 0,4.

شکل ۴ طرح بازشوهای استاندارد منطبق بر توصیه موسسه رده بندی GL آلمان



شکل ۵ مدل اجزای محدود بازشوی آئین نامه ای و توزیع تنش در آن

با مقایسه نتایج مندرج در جدول (۳) و مقدار  $\sigma_{\max}$  در بازشوی آئین نامه ای مشاهده می شود که بازشوی استوروییدی در حالات  $n=1, n=2$  تنش هائی کمتر از و یا مساوی با تنش های منتجه در بازشوی آئین نامه ای بدست می دهد. از اینرو می توان از بازشوی استوروییدی در حالت  $n=2$  برای بسیاری از حالات از جمله دریچه های بارگیری و یا دیگر موارد استفاده کرد. این نوع بازشوها به عنوان گزینه ای در کنار بازشوهای آئین نامه ای محسوب می شوند.



## منابع و مأخذ

- [1] Savin GN. Stress concentration around holes. 1961.
- [2] Peterson RE. Stress concentration factors. John Willey & Sons, 1974.
- [3] ANSYS user manual, Version 9.0.
- [4] GL rules for classification of steel ships, 2004.

Archive of SID