

# محاسبه پارامترهای کلیدی مدل زمان تاخیر حساس در محفظه احتراق موتور سوخت مایع

حسام‌الدین فاتحی<sup>۱</sup>، علیرضا رضانی<sup>۲</sup>

پژوهشکده شهید یزدانی

Ramezani\_a@alum.sharif.edu

## چکیده

ناپایداری احتراق فرکانس بالا حاصل همگیری فرآیند احتراق نوسانی با دینامیک گاز محفظه است. شبیه‌سازی فرآیند احتراق به دلیل تعدد پروسه‌ها و پیچیدگی‌های موجود در آنها بسیار مشکل است. تئوری زمان تاخیر منتسب به کروکو پاسخ احتراق به نوسانات فشاری را با استفاده از دو پارامتر کلیدی زمان تاخیر حساس و اندیس فشار بیان می‌کند. این پارامترها در گذشته از طریق آزمایشات تجربی بدست می‌آمدند. پژوهش حاضر با هدف محاسبه تئوری دو پارامتر مذکور انجام شده است. روش تئوری بکار رفته بر مبنای مدل‌سازی اثر فشار بر احتراق نوسانی قطره استوار است. با توجه به اینکه معمولاً مرتبه زمانی فرآیند تبخیر نسبت به دیگر فرآیندها در پروسه احتراق بیشتر است، از تبخیر نوسانی به عنوان نماینده احتراق نوسانی قطره استفاده می‌شود. با استفاده از معادلات حاکم بر حرکت قطره در محفظه‌ای با نوسانات اکوستیکی، نرخ تبخیر نوسانی یک تک قطره بدست می‌آید. نرخ تبخیر آرایه‌ای از قطرات تولیدی یک انژکتور با استفاده از جمع نرخ تبخیر هر یک از قطرات آن آرایه با در نظر گرفتن زمان پاشش به محفظه محاسبه می‌گردد. با استفاده از روابط بدست آمده برای نرخ تبخیر نوسانی و نوسانات فشار، تابع پاسخ احتراق استخراج شده و از مقایسه آن با تابع پاسخ توصیف شده توسط تئوری زمان تاخیر، دو پارامتر کلیدی زمان تاخیر حساس و اندیس فشار محاسبه می‌گردد. نتایج بدست آمده، تطابق نسبی خوبی با نتایج موجود در مراجع دارد.

واژه‌های کلیدی: ناپایداری احتراق، موتور سوخت مایع، تابع پاسخ، زمان تاخیر، تبخیر نوسانی

## 1- مقدمه

ناپایداری احتراق همواره به عنوان یکی از پیچیده‌ترین موانع و مشکلات در تحلیل و طراحی موتورهای سوخت مایع مطرح بوده است. این پدیده منجر به ارتعاشات موتور، افزایش انتقال حرارت به صفحه انژکتور و دیواره‌های محفظه احتراق و انفجار موتور می‌گردد. ناپایداری احتراق فرکانس بالا که مخربترین نوع آن می‌باشد، حاصل همگیری نوسانات سازمان یافته فشار محفظه و دینامیک احتراق است. این پدیده با افزایش نوسانی فشار محفظه در کسری از ثانیه باعث انهدام آن می‌گردد. بر همین اساس تلاش فراوانی برای پیش‌بینی احتمال وقوع ناپایداری احتراق قبل از ساخت و تست موتورها انجام شده است تا از هزینه‌های سرسام‌آور تستهای تجربی و خطرات احتمالی انفجار موتور پرهیز شود. ماحصل این تلاشها، مدل‌های تحلیلی متعددی است که توسط محققان در طی چهل سال گذشته ارائه شده‌اند [1].

1- کارشناس ارشد پیش‌رانش

2- کارشناس ارشد پیش‌رانش

تمامی این مدلها با توجه به عوامل موثر بر این پدیده از دو بخش عمده تشکیل شده است. بخش اول به دینامیک جریان درون محفظه می پردازد که شامل مدلسازی نوسانات فشار دورن محفظه است که از جنس نوسانات آکوستیکی می باشد. بخش دوم شامل مدلسازی دینامیک احتراق می باشد. مدلسازی دینامیک احتراق با توجه به تعدد فرآیندهای موجود و پیچیدگی ذاتی آنها با مشکلات فراوانی همراه است. این مشکلات در گذشته به دلیل نبود پردازشگرهای پیشرفته و پرسرعت و تجهیزات داده برداری مناسب و دقیق بسیار قابل توجه بوده است. بر این اساس، مدلی با حداقل پیچیدگی و داده های ورودی و دقت قابل قبول برای صنایع بسیار جذاب می باشد. مدل تأخیر زمانی حساس (Sensitive Time Lag) یا مدل کروکو (Crocco) یکی از مدل های خطی موجود است که ضمن سادگی و پرهیز از ورود به مسایل غیرخطی، کارایی خود را در پیش بینی و تحلیل ناپایداری احتراق نشان داده است [2]. این مدل با استفاده از تعاریف و فرضیات ساده کننده و در واقع با استفاده از یک روش ابتکاری رابطه ای میان نرخ سوزش که در واقع پارامتر تعیین کننده نرخ آزادسازی انرژی می باشد و نوسانات فشاری درون محفظه ارائه می دهد. این رابطه که مبین دینامیک احتراق می باشد از دو پارامتر اصلی زمان تأخیر حساس و ضریب اندرکنش فشار تشکیل شده است. در گذشته پارامترهای مذکور از روش تجربی و با استفاده از تست های آزمایشگاهی موتور مقیاس کوچک بدست می آمدند. گرچه این روش هم اکنون نیز قابل استفاده است ولی با توجه به پیشرفت پردازشگرها و ایجاد نرم افزارهای تحلیل ناپایداری احتراق، لزوم ایجاد روشی تحلیلی و تئوری که قادر به محاسبه پارامترهای مذکور باشد ضروری به نظر می رسد. مراجع محدودی در این زمینه وجود دارد. اولین بار هیدمن (Heidmann) و وبر (Wieber) با استفاده از معادلات حاکم بر تبخیر قطره هپتان در محیطی با نوسانات آکوستیکی به محاسبه این دو پارامتر پرداختند [3]. آگوستا (Agosta) و هممر (Hammer) ضمن تکمیل این مدل، به محاسبه زمان تأخیر حساس و ضریب اندرکنش فشاری قطره اکسیژن در محیطی با نوسانات آکوستیکی پرداختند [4]. همزمان با ایجاد و توسعه نرم افزاری برای طراحی محفظه احتراق موتور سوخت مایع در شرکت ائروجت (Aerojet)، مدل آگوستا تکمیل شد تا برای محاسبه پاسخ احتراق در نرم افزار مذکور بکار رود [5]. روشی را نیز پریم (Priem) با استفاده از بسط سری فوریه برای مدلسازی همزمان نوسانات آکوستیکی و پاسخ احتراق ارائه کرده است [6]. این پژوهش با هدف ایجاد نرم افزاری جهت مدلسازی دینامیک احتراق با استفاده از تئوری زمان تأخیر حساس انجام شده است تا در نرم افزاری که برای تحلیل ناپایداری احتراق فرکانس بالا ایجاد می شود بکار رود. در این مقاله ابتدا شرح مختصری از تئوری زمان تأخیر حساس ارائه می شود. سپس مدلسازی دینامیک احتراق برای یک تک قطره و سپس قطرات خروجی از انژکتور بیان می شود. در نهایت با مقایسه تابع پاسخ احتراق حاصل از مدلسازی و تابع پاسخ ارائه شده توسط تئوری زمان تأخیر حساس، پارامترهای کلیدی دینامیک احتراق بدست می آیند.

## 2- تئوری زمان تأخیر حساس

در این تئوری ابتکاری که توسط دکتر کروکو در دانشگاه پرینستون ارائه شده است، فرض می شود که همه فاکتورهای ترموفیزیکی و فرآیندهای مؤثر بر پدیده احتراق مانند دما، جرم حجمی و نرخ سوزش به فشار بستگی دارند. به عبارتی  $f \propto p^n$  که  $f$  معرف فرآیندهای مختلف،  $p$  فشار مطلق و  $n$  کمیتی است که معرف برآیند حساسیت فرآیندها و خواص ترمودینامیکی مختلف به فشار می باشد.

بازه زمانی میان تزریق سوخت و اکسیدکننده به محفظه و احتراق کامل ذرات سوخت تأخیر زمانی کل (Total Time Lag) نامیده می شود. فرض می شود که در طول بازه زمانی که تأخیر زمانی غیر حساس (Insensitive Time Lag) نام دارد،  $n$  صفر بوده و به صورت گسسته در بازه تأخیر زمانی حساس (Sensitive Time Lag)، به مقدار معین  $n$  می رسد. مجموع تأخیر زمانی حساس و غیر حساس، تأخیر زمانی کل می باشد. در بازه تأخیر زمانی با انتگرال گیری از فرآیندهای مختلفی که قبل از احتراق ذرات سوخت اتفاق می افتند، رابطه ای میان نرخ تأخیر زمان احساس و نوسانات فشاری که در این بازه ایجاد می شود، بدست می آید.

$$\frac{d\tau}{dt} = -n[p'(t) - p'(t - \tau)] \quad (1)$$

$\tau$  تأخیر زمانی حساس و  $p'$  نوسانات فشاری بی‌بعد شده توسط مقادیر متوسط فشار مطلق می‌باشد. نرخ تزریق ذرات سوخت به محفظه و نرخ احتراق آنها، بعد از تأخیر زمانی ایجاد شده بنابر قانون پیوستگی، مطابق رابطه ذیل با هم برابرند.

$$\delta n\dot{\chi}(t)dt = \delta n\dot{\chi}(t + \tau_i)[dt + d\tau_i] \quad (2)$$

فرض می‌شود در بررسی ناپایداری فرکانس بالا، نوسانات تأخیر زمانی، اثری روی نرخ تزریق سوخت و اکسیدکننده ندارد. شرط پایا بودن جریان، نتیجه می‌دهد که نرخ متوسط تزریق ذرات سوخت، برابر با نرخ متوسط احتراق آنها می‌باشد. با توجه به این نکات و ساده‌سازی رابطه فوق، معادله زیر بدست می‌آید.

$$\delta n\dot{\chi}(t) = \delta \bar{n}\dot{\chi} \left(1 - \frac{d\tau}{dt}\right) \quad (3)$$

این معادله، نرخ احتراق ذره سوخت را به نرخ متوسط احتراق آن و نرخ تأخیر زمانی حساس مربوط می‌کند. بنابراین با در نظر گرفتن ایده تأخیر زمانی حساس، روابطی میان نرخ سوزش ذره سوخت، نرخ تأخیر زمانی حساس و تغییرات نوسانات فشاری در محفظه احتراق بدست می‌آید که می‌توان از آن برای محاسبه تابع پاسخ احتراق که مبین دینامیک احتراق می‌باشد استفاده کرد.  $\psi$  نشان‌دهنده مکان شعله است.

$$\mu_b = \frac{(n\dot{\chi} - \bar{n}\dot{\chi})}{\bar{n}\dot{\chi}} = -\frac{d\tau}{dt} = n[p'(\psi, t) - p'(\psi, t - \bar{\tau})] \quad (4)$$

در نهایت تابع پاسخ احتراق از رابطه ذیل بدست می‌آید.

$$\gamma_b = \frac{\mu_b}{p'} = n[1 - e^{-i\omega\tau}] \quad (5)$$

### 3- محاسبه تابع پاسخ

معادلات با فرض اینکه فرآیندهای ترکیب و احتراق بسیار سریعند و در حقیقت نرخ آزادسازی واکنش توسط فرآیند تبخیر کنترل می‌شود بدست آمده‌اند. این فرض به لحاظ مهندسی فرض قابل قبولی می‌باشد [5، 7]. بنابراین در این پژوهش دو پدیده نرخ سوزش یا نرخ آزادسازی انرژی و نرخ تبخیر معادل هم هستند.

ابتدا معادلات نوسانات فشار و سرعت برای یک مود آکوستیکی در محفظه توضیح داده می‌شود. نرخ تبخیر یک قطره پاشیده شده در محفظه احتراق با فرض شبه دائم برای فرآیندهای انتقال جرم و انتقال حرارت بدست می‌آید. با استفاده از معادلات انتقال حرارت و انتقال جرم و نوشتن بالانس انرژی، نرخ گرم شدن قطره محاسبه می‌شود. به این ترتیب تاریخچه تبخیر قطره قابل محاسبه است. با این تاریخچه می‌توان تغییرات دما، نرخ تبخیر و شعاع قطره را بدست آورد.

پاشش پیوسته قطرات داخل محفظه با استفاده از آرایه‌هایی از قطرات که از شعاعها و زاویه‌های مختلفی پاشیده می‌شوند، مدل‌سازی می‌گردد. هر آرایه شامل قطراتی است که از یک نقطه ثابت ولی در زمان‌های مختلف در یک دوره نوسانی میدان آکوستیکی پاشیده شده‌اند. فرآیند توضیح داده شده برای محاسبه زمان تبخیر یک قطره، برای هر کدام از قطرات آرایه استفاده می‌گردد. نرخ تبخیر کلی آرایه با جمع کردن نرخ تبخیر هر کدام از قطره‌ها به دست می‌آید. این نرخ تبخیر کلی شامل یک ترم نوسانی است که ناشی از میدان آکوستیکی است. سپس ضریب پاسخ هم فاز و ضریب پاسخ غیر هم فاز محاسبه می‌شوند. ضریب پاسخ هم فاز به صورت نسبت نرمال شده نوسانات سوزش به نوسانات فشار که با یکدیگر هم فاز هستند تعریف می‌شود. به همین ترتیب ضریب پاسخ غیر هم فاز به صورت نسبت نرمال شده نوسانات نرخ سوزش به نوسانات فشار که با یکدیگر

ناهمفازند تعریف می‌شود. این نسبت‌ها با فشار و نرخ سوزش میانگین نرمال می‌شوند. از آنجا که نوسانات فشار و سرعت با تغییر مکان پاشش قطره تغییر می‌کنند، ضریب پاسخ یک آرایه که از یک مکان خاص پاشیده شده ممکن است در حالت کلی با یک آرایه دیگر که از مکان دیگری پاشیده شده متفاوت باشد. برای لحاظ کردن این موضوع، ضریب پاسخ‌های بدست آمده از آنژکتورهای مختلف میانگین‌گیری شده و ضریب پاسخ محفظه بدست می‌آید.

### 3-1- معادلات عمومی حاکم

معادلات مقادیر لحظه‌ای، شامل مقادیر میانگین و نوسانی، فشار و سرعت در یک استوانه دو سر بسته به صورت تحلیلی موجود است. این معادلات را برای دو حالت امواج ایستا (Standing) و امواج چرخشی (Spinning) می‌توان از کتابهای آکوستیک استخراج نمود [8]. همچنین مقدار لحظه‌ای دما از رابطه ایزنتروپیک به فشار مرتبط می‌شود و مقدار لحظه‌ای چگالی از معادله حالت بدست می‌آید. سرعت میانگین گاز فقط به صورت طولی در راستای  $x$  فرض می‌شود.

$$u = u(x) \quad (6)$$

از آنجا که پروفیل سرعت جریان معلوم فرض می‌شود باید این پروفیل را از تحلیل پایای عملکرد به دست آورد. برای ساده‌سازی، پروفیل زیر برای سرعت فرض می‌شود.

$$\bar{u} = \bar{u}_f \left(1 - \frac{m}{m_i}\right) \quad (7)$$

که  $\bar{u}_f$  سرعت نهایی گاز،  $m$  جرم لحظه‌ای قطره و  $m_i$  جرم اولیه قطره است. با این فرض دیگر نیازی به دانستن موقعیت قطره در حین تبخیر نمی‌باشد. با این معادلات مقادیر فشار، سرعت، دما و چگالی گاز در طول زمان و مکان بدست می‌آیند.

### 3-2- معادلات تبخیر قطره

با صرف نظر کردن از انتقال حرارت تشعشعی، بالانس انرژی با در نظر گرفتن همزمان انتقال جرم و حرارت را می‌توان به صورت زیر برای یک قطره نوشت.

$$hA_d(T - T_d) = \dot{m}\lambda + \frac{1}{2}\dot{m}v_\psi^2 - mc_{pL} \frac{dT_d}{dt} \quad (8)$$

که  $h$  ضریب انتقال حرارت همرفت،  $A_d$  سطح قطره،  $T$  دمای گاز،  $T_d$  دمای قطره،  $\dot{m}$  نرخ تبخیر جرم قطره،  $\lambda$  آنتالپی تبخیر،  $C_{pL}$  گرمای ویژه قطره مایع و  $v_\psi$  سرعتی است که گاز سطح قطره را ترک می‌کند. با فرض اینکه جرمی که قطره را ترک می‌کند به صورت شعاعی از آن جدا می‌شود، می‌توان نوشت.

$$v_\psi = \frac{\dot{m}}{A_d \rho_v} \quad (9)$$

که  $\rho_v$  چگالی بخار قطره می‌باشد.

سمت چپ معادله (8) بیان‌کننده نرخ انتقال حرارت به قطره توسط مکانیزم همرفت است. اولین ترم در سمت راست معادله، بیان‌کننده حرارت لازم برای تبخیر جرم ترک‌کننده قطره است. ترم دوم، انرژی جنبشی جرم تبخیر شده می‌باشد و ترم آخر انرژی لازم برای گرم کردن قطره را بیان می‌کند. ترم انرژی جنبشی در مقایسه با دو ترم دیگر وقتی دمای قطره به اندازه کافی زیر دمای جوش است بسیار کوچک می‌باشد. وقتی دمای قطره به دمای جوش یا دمای بحرانی نزدیک می‌شود، این ترم رشد می‌کند زیرا در دمای بحرانی مقدار گرمای تبخیر در ترم اول برابر صفر شده و مقدار نرخ تبخیر جرم برابر بینهایت می‌شود. از آنجا که در راکت‌های سوخت مایع دمای محفظه بسیار بالاست و دمای قطره به دمای بحرانی می‌رسد و گاهی بالاتر نیز می‌رود پس در این کار از ترم انرژی جنبشی صرف نظر نمی‌شود. همچنین از فرض دمای یکسان برای قطره استفاده

می‌شود. زیرا نتایج فرض دمای یکسان همخوانی بهتری نسبت به فرضهای وجود گرادیان دمای درون قطره و یا تغییر دمای ناگهانی در سطح قطره با نتایج تجربی دارد و همچنین حافظه و زمان کمتری از رایانه برای اجرای برنامه می‌گیرد. نرخ تبخیر جرم قطره از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\dot{m} = A_d K_g P \ln \frac{P}{P - P_v} \quad (10)$$

که  $P$  فشار سکون گاز،  $P_v$  فشار بخار قطره و  $K_g$  ضریب انتقال جرم است. ضرایب انتقال حرارت و انتقال جرم از روابط تجربی زیر به دست می‌آید.

$$\frac{2r_d h}{K} = 2 + 0.6(P_r)^{1/3} (\text{Re})^{1/2} \quad (11)$$

$$\frac{2r_d R T_f K_g}{M_v D} = 2 + 0.6(Sc)^{1/3} (\text{Re})^{1/2} \quad (12)$$

معادلات تجربی فوق توسط رنز-مارشال (Ranz-Marshall) ارائه شده است [9]. در این روابط  $r_d$  قطره قطره،  $K$  ضریب هدایت حرارتی،  $Pr$  و  $Sc$  به ترتیب اعداد پرنتل و اشمیت و  $M_v$  وزن مولکولی بخار سوخت است. پارامتر  $D$  ضریب دیفیوژن بخار در گازهای احتراق و  $T_f$  دمای میانگین (Film Temperature) است که به صورت میانگین دمای محیط و قطره تعریف می‌شود. همچنین عدد رینولدز بر پایه سرعت نسبی گاز و قطره و قطر قطره تعریف می‌شود. به علت وجود نیروی پسا سرعت قطره با زمان تغییر می‌کند. نیروی پسا وارد بر قطره از عبارت زیر به دست می‌آید.

$$\dot{D} = C_D \pi r_d^2 \left( \frac{1}{2} \rho \Delta \vec{V} |\Delta \vec{V}| \right) \quad (13)$$

که  $C_D$  یا ضریب پسا از رابطه زیر می‌آید [7].

$$C_D = 27 \text{Re}^{-0.84} \quad (14)$$

و همچنین

$$\Delta \vec{V} = \vec{V} - \vec{V}_d \quad (15)$$

سرعت گاز نسبت به سرعت قطره است. با استفاده از قانون دوم نیوتن رابطه ذیل برای محاسبه شتاب بدست می‌آید.

$$\frac{d\vec{V}_d}{dt} = \frac{\dot{D}}{\frac{4}{3} \pi r_d^3 \rho_L} \quad (16)$$

که  $\rho_L$  چگالی مایع است.

از آنجا که ترم نوسانی سرعت و چگالی در محاسبه عدد رینولدز لحاظ شده‌اند، بنابراین نرخ تبخیر قطره از نوسانات آکوستیکی تأثیر می‌پذیرد. با این وجود اثر سرعت‌های شعاعی و مماسی صرف نظر شده است. با استفاده از معادله (8)، نرخ تغییرات دمای قطره در طول زمان به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\frac{dT_d}{dt} = \frac{1}{mc_{pL}} \left[ h A_d (T - T_d) - \dot{m} \lambda - \frac{1}{2} \dot{m} v_{\infty}^2 \right] \quad (17)$$

با فرض ثابت بودن چگالی قطره، نرخ تغییرات شعاع قطره نسبت به زمان به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\frac{dr_d}{dt} = - \frac{\dot{m}}{A_d \rho_L} \quad (18)$$

با استفاده از بسط اویلر، که برای تابع کلی  $f$  در معادله زیر آورده شده، مقادیر دما، شعاع و سرعت قطره را در گام زمانی بعدی با دانستن مقادیر در گام فعلی می‌توان به دست آورد.

$$f \Big|_{t+\Delta t} = f \Big|_t + \frac{df}{dt} \Big|_t \Delta t \quad (19)$$

باید توجه داشت که مقادیر خواص انتقالی گاز در دمای میانگین محاسبه می‌شوند. معادلات ارائه شده قابلیت محاسبه قطر، دما، سرعت و نرخ تبخیر قطره را با دانستن زمان و مکان پاشیده شدن قطره و همچنین مقادیر اولیه پارامترهایی مثل قطر، دما و سرعت قطره در لحظه پاشش دارند. وقتی دمای قطره به دمای جوش می‌رسد، از آنجا که نرخ تبخیر قطره به سمت بینهایت می‌رود، مشکلات عددی بر سر حل معادلات به وجود می‌آید. برای رفع این مشکلات، وقتی دمای قطره به دمای جوش می‌رسد، نرخ تبخیر به طور مستقیم از معادله (8) حساب می‌شود و ترم مربوط به گرم شدن قطره برابر صفر گذاشته می‌شود. از آنجا که نرخ تبخیر در واقع همواره عدد محدودی است، بنا براین روش مذکور نه تنها از مشکلات عددی جلوگیری می‌کند، بلکه به واقعیت نیز نزدیک‌تر است.

### 3-3- تبخیر یک آرایه از قطرات

نرخ تبخیر یک آرایه از قطرات برابر جمع نرخ تبخیر هر یک از قطرات آن آرایه در نظر گرفته می‌شود. پاشش پیوسته یک انژکتور در محفظه، توسط پاشش تعداد محدودی قطره مدلسازی می‌شود. به علت وجود نوسان در مقادیر خواص جریان که به طور مستقیم بر نرخ تبخیر تأثیر می‌گذارد، نرخ تبخیر یک قطره که در یک زمان خاصی پاشیده می‌شود با نرخ تبخیر قطره دیگر که از همان مکان اما در یک لحظه دیگر پاشیده می‌شود، متفاوت است. از آنجا که نرخ تبخیر قطره دیگر که از نظر زمانی یک پیروید کامل با هم اختلاف دارند با هم یکسان است، تنها یک پیروید زمانی بررسی می‌شود. از آنجا که در حالت پایا، تعداد قطرات پاشیده شده در محفظه برابر با تعداد قطرات کاملاً تبخیر شده است، بنابراین نرخ تبخیر کلی، که با  $W(t)$  نمایش می‌دهیم، در هر لحظه برابر با جمع نرخ تبخیر هر یک از قطراتی است که در آن لحظه در محفظه وجود دارند.

$$W(t) = \sum_{n=1}^{n_d} \dot{w}_n(t) \quad (20)$$

که  $\dot{w}_n(t)$  نرخ تبخیر قطره  $n$  ام در زمان  $t$  است و  $n_d$  تعداد قطرات موجود در زمان  $t$  است.

### 3-4- تابع پاسخ هم‌فاز و غیر هم‌فاز

نرخ سوزش کلی به خاطر وجود نوسانات آکوستیکی محفظه، شامل یک جزء نوسانی است. از آنجا که از تعداد محدودی قطره برای مدلسازی پاشش انژکتور که در عمل پیوسته است استفاده می‌شود، نمودارهای نرخ سوزش دارای ناپیوستگی است. می‌توان برای هموار کردن نمودار از تعداد بیشتری از قطرات استفاده کرد.

رابطه بین نوسانات نرخ آزادسازی انرژی و نوسانات فشار بیان‌کننده پاسخ نرخ سوزش به فشار است. بنابراین می‌توان توسط این پارامتر پایداری محفظه را به دست آورد. تابع پاسخ هم‌فاز از رابطه زیر به دست می‌آید [3].

$$R = \frac{\int_0^{2\pi} W' p' d(\omega t)}{\int_0^{2\pi} P'^2 d(\omega t)} \quad (21)$$

این رابطه بیان‌کننده ارتباط نوسانات نرخ سوزش است که با نوسانات فشار هم‌فاز هستند. تابع پاسخ غیر هم‌فاز به صورت زیر تعریف می‌شود [3].

$$I = \frac{\int_0^{2\pi} W' P^* d(\omega t)}{\int_0^{2\pi} P^{*2} d(\omega t)} \quad (22)$$

معادله بالا بیان‌کننده ارتباط نوسانات نرخ سوزش است که با نوسانات فشار غیر هم‌فازند.

در معادلات (21) و (22)،  $W'$  نرمال شده قسمت نوسانی نرخ سوزش است که توسط نرخ سوزش لحظه‌ای  $W$  و نرخ سوزش میانگین  $\bar{W}$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$W' = \frac{W - \bar{W}}{\bar{W}} \quad (23)$$

$$\bar{W} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} W d(\omega t) \quad (24)$$

در معادلات فوق  $p'$  جزء نوسانی فشار در شعاع  $r$  و زاویه  $\theta$  است و  $p^*$  تابع سینوسی است با همان دامنه  $p'$  ولی با 90 درجه اختلاف فاز نسبت به آن.

تابع پاسخ محاسبه شده در معادلات (21) و (22) نسبت به تغییر شعاع و زاویه پاشش تغییر می‌کند. این تغییر به خاطر تغییر فشار در عرض محفظه است. به همین خاطر برای محاسبه تابع پاسخ محفظه در یک فرکانس خاص ابتدا آن را در چند شعاع و چند زاویه مختلف محاسبه کرده و سپس از آن‌ها میانگین‌گیری می‌شود. مقدار به دست آمده برابر با مقدار تابع پاسخ محفظه در آن فرکانس می‌باشد. همین روش برای فرکانس‌های دیگر تکرار شده تا مقدار تابع پاسخ بر حسب تابعی از فرکانس بدست آید.

#### 4- محاسبه اندیس فشار و زمان تأخیر

برای محاسبه دو پارامتر کلیدی احتراق، تابع پاسخ بدست آمده از روش تئوری بر حسب فرکانس رسم می‌شود. تابع پاسخ هم‌فاز برابر مقدار حقیقی تابع پاسخ احتراق و تابع پاسخ غیرهم‌فاز برابر مقدار موهومی تابع پاسخ احتراق است. با توجه به بسط معادله (5) که بدین صورت می‌باشد.

$$\gamma_b = n(1 - \cos(\omega\tau) + i\sin(\omega\tau)) \quad (25)$$

و برابر قرار دادن آن با تابع پاسخ ترسیمی، دو پارامتر مذکور بدست می‌آیند.

قسمت حقیقی ضریب پاسخ که تابعی از فرکانس است در فرکانس  $\frac{\pi}{\tau}$  به مقدار ماکزیمم  $2n$  می‌رسد. بنابراین با توجه به مقدار ماکزیمم ضریب پاسخ حقیقی در نمودار و همچنین فرکانسی که این ضریب پاسخ در آن اتفاق افتاده، می‌توان مقادیر  $n$  و  $\tau$  را محاسبه کرد.

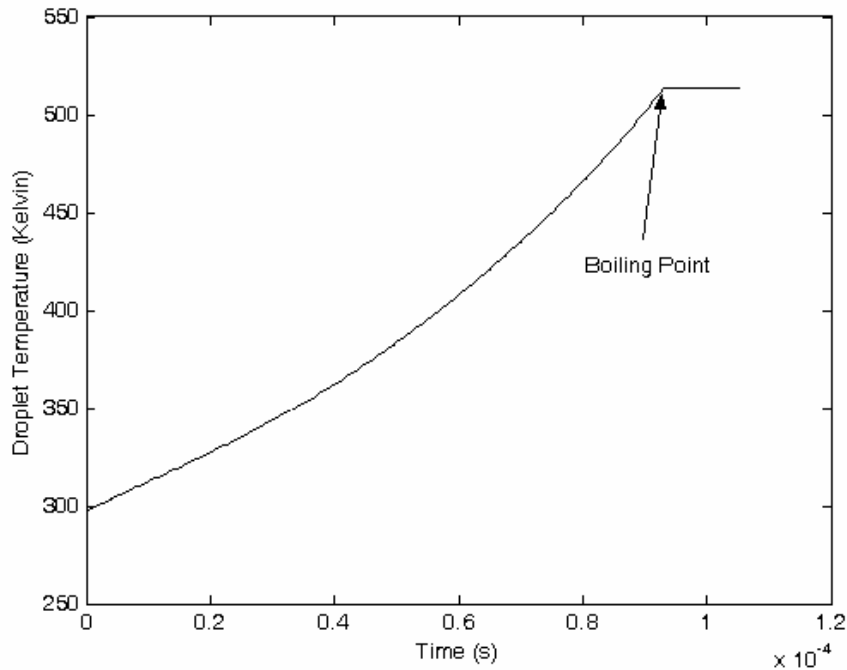
#### 5- نتایج

کد نوشته شده برای محاسبه ضریب پاسخ قطره هپتان نرمال (n-Heptane) که در حال تبخیر در گازهای حاصل از احتراق استوکیومتریک اکسیژن و هپتان نرمال می‌باشد، استفاده شده است. فشار میانگین محفظه برابر با 20 بار و دمای میانگین محفظه برابر با 3500 درجه کلوین است. همچنین ضریب پاسخ قطره در مود آکوستیکی اول مماسی ایستا با ماکزیمم دامنه فشار نرمال 0/1 و فرکانس 2000 هرتز محاسبه شده است. مشخصات اولیه قطره در لحظه پاشش نیز برای محاسبه ضریب پاسخ قطره مورد نیاز است. شعاع، دما و سرعت اولیه قطره به ترتیب برابر با 50 میکرون، 300 درجه کلوین و 15/4 متر بر ثانیه است. پاشش پیوسته انژکتور با پاشیده شدن 80 قطره در یک سیکل نوسانی مدل شده است.

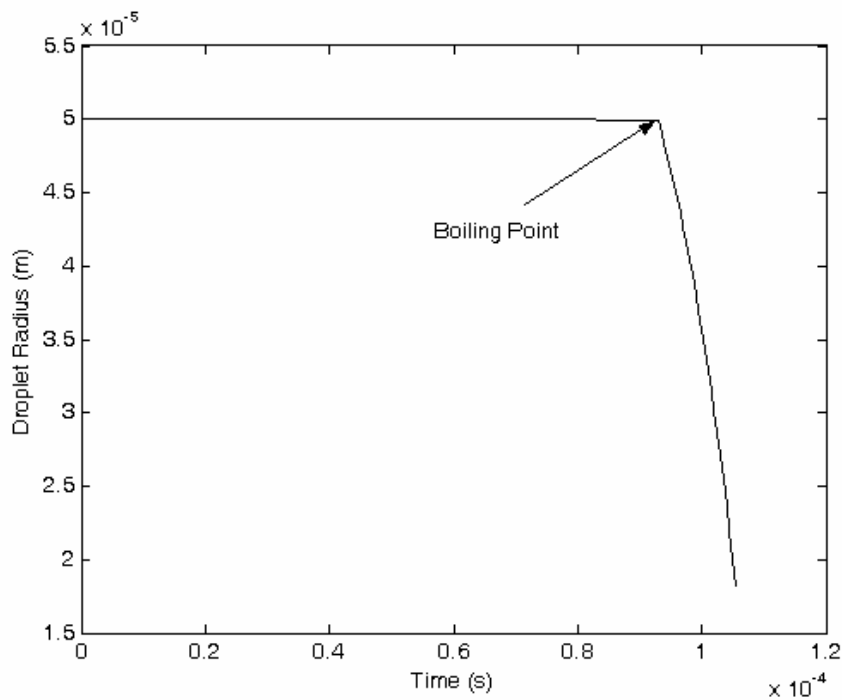
تغییرات دمای قطره بر حسب زمان در شکل 1 آورده شده است. همانطور که در شکل مشخص است با رسیدن دمای قطره به دمای جوش، دمای قطره افزایش نمی‌یابد و ثابت می‌ماند. شکل 2 تغییرات شعاع قطره را در طول زمان نشان می‌دهد. نرخ کاهش شعاع در زمانی که قطره به نقطه جوش می‌رسد به شدت افزایش می‌یابد و می‌توان گفت اکثر کاهش شعاع قطره بعد از نقطه جوش اتفاق می‌افتد.

در شکل 3 می‌توان تاریخچه تبخیر قطره را مشاهده کرد. همانطور که در شکل مشخص است، با رسیدن دمای قطره به نقطه جوش، نرخ تبخیر قطره افزایش چشمگیری می‌نماید. شکل 4 بیانگر نرخ تبخیر کلی محفظه بر حسب زمان است.

همانطور که قبلاً بیان شد، از آنجا که برای مدلسازی پاشش پیوسته انژکتور از تعداد محدودی قطره استفاده شده است، نمودار نرخ تبخیر کلی محفظه دارای نقاط تیز است. با توجه به شکل، می‌توان تاثیر فرکانس را در نرخ تبخیر کلی محفظه مشاهده نمود.

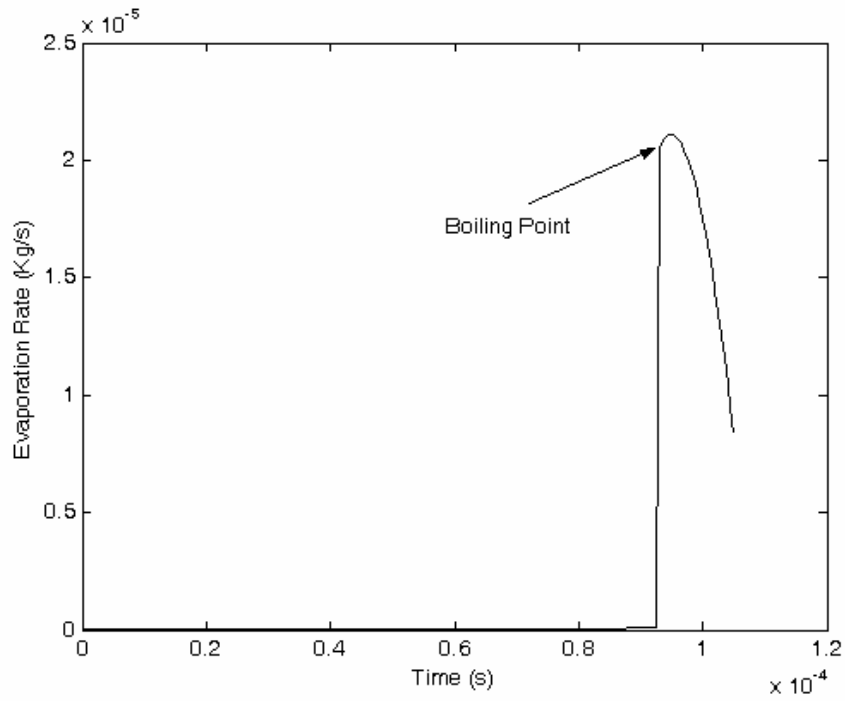


شکل 1- تغییرات دمای قطره هیتان بر حسب زمان

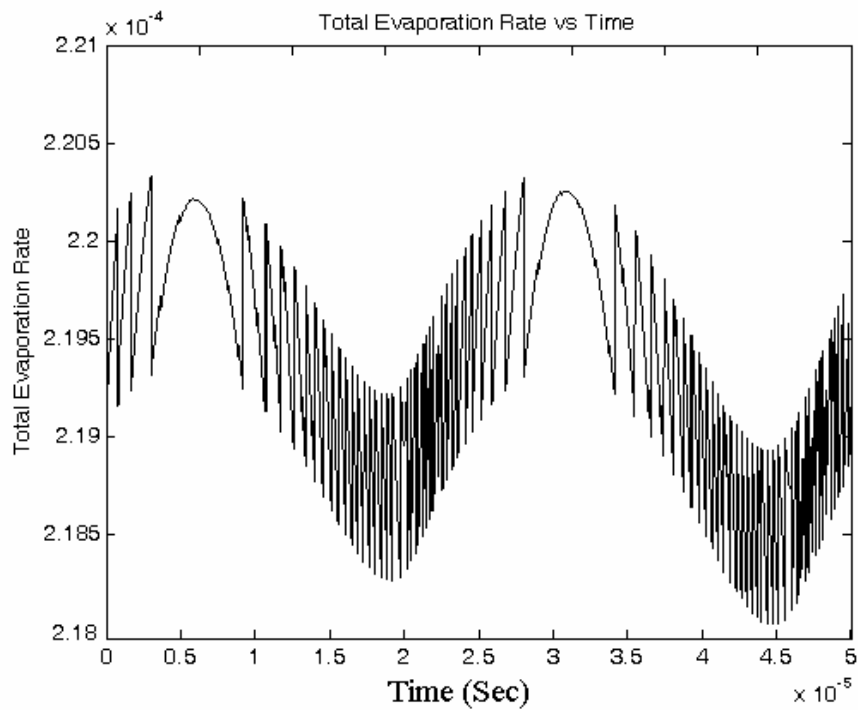


شکل 2- تغییرات شعاع قطره هیتان بر حسب زمان



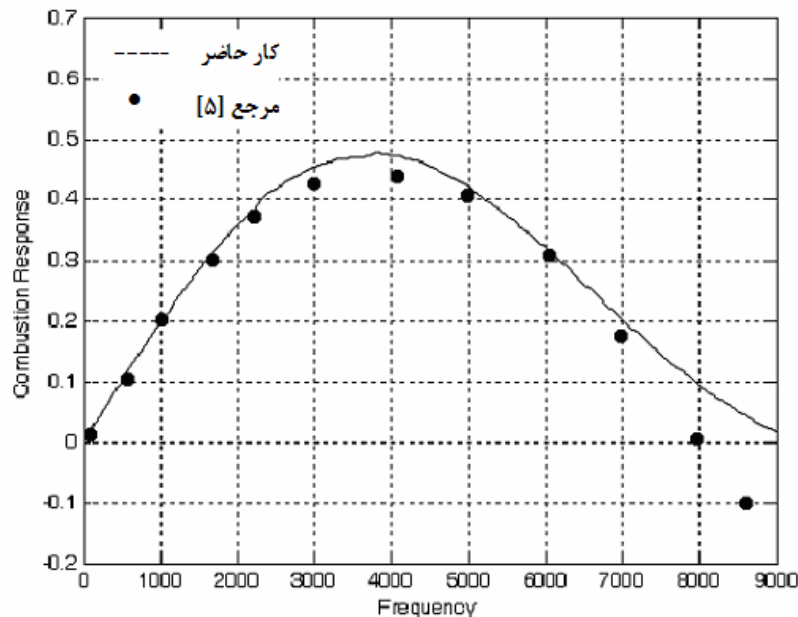


شکل 3- تاریخچه تبخیر قطره هپتان



شکل 4- نرخ تبخیر کلی قطرات درون محفظه بر حسب زمان

در شکل 5 نمودار قسمت حقیقی تابع پاسخ محافظه بر حسب فرکانس آورده شده است. همانطور که در شکل مشخص است، مقدار قسمت حقیقی ضریب پاسخ در فرکانس 3800 هرتز به مقدار ماکزیمم 0/46 می‌رسد. با توجه به معادله (25) می‌توان مشاهده کرد که قسمت حقیقی ضریب پاسخ که تابعی از فرکانس است در فرکانس  $\frac{\pi}{\tau}$  به مقدار ماکزیمم  $2n$  می‌رسد. در نتیجه مقدار اندیس فشار برای محافظه مورد بررسی برابر با 0/23 بدست می‌آید و همچنین مقدار زمان تاخیر 0/13 میلی ثانیه محاسبه می‌شود. این مقادیر با مقادیر ذکر شده در مرجع [5]، تطابق نسبی خوبی دارد.



شکل 5- قسمت حقیقی ضریب پاسخ احتراق بر حسب فرکانس و مقایسه آن با مقادیر منتخب از مرجع [5]

## 6- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک مدل تحلیلی برای محاسبه پارامترهای کلیدی تئوری زمان تاخیر حساس که توسط کروکو بسط داده شده، ارائه گردیده است. این دو پارامتر کلیدی، زمان تاخیر حساس و ضریب اندرکنش فشار می‌باشند که برای تعیین تابع پاسخ احتراق بکار می‌روند. این دو پارامتر در گذشته توسط روشهای تجربی و از طریق آزمایش موتور مقیاس کوچک بدست می‌آمدند. روش حاضر با استفاده از معادلات حاکم بر تبخیر قطره در محیطی با نوسانات اکوستیکی به محاسبه تابع پاسخ احتراق می‌پردازد که با مقایسه آن با رابطه ارائه شده توسط تئوری زمان حساس برای تابع پاسخ، پارامترهای کلیدی مذکور محاسبه می‌گردند. نتایج بدست آمده تطابق نسبی خوبی با مقادیر ذکر شده در مراجع دارند. نرم‌افزار ایجاد شده در این پژوهش برای محاسبه تابع پاسخ احتراق در محافظه احتراق موتور سوخت مایع بکار می‌رود و از ترکیب آن با نرم‌افزاری که برای محاسبه تابع پاسخ نوسانات اکوستیکی محافظه بدست می‌آید می‌توان به تحلیل ناپایداری احتراق فرکانس بالای موتور سوخت مایع پرداخت.

## مراجع

- 1- Harrje, D.T., Ed., Liquid Propellant Rocket Combustion Instability, NASA SP-194, 1972
- 2- Crocco, L., and Cheng, S., Theory of Combustor Stability in Liquid Propellant Rocket Motors, Published for the Advisory Group for Aeronautical Research and Development, North Atlantic Treaty Organization by Butterworths Scientific Publications, 1956
- 3- Heidmann, M.F., and Wieber, P.R., "Analysis of Frequency Response Characteristics of Propellant Vaporization," NASA TN D-3749, 1966
- 4- Agosta, V.D., Hammer, S.S., "Vaporization Response of Evaporating Droplets with Finite thermal Conductivity," NASA CR-2510, 1975
- 5- Muss, J., Nguyen, T.V., "User Manual of Rocket Combustor Interactive Design (ROCCID) and Analysis Computer Program", NASA CR-187110, 1991
- 6- Priem, R.J., and Breisacher, K.J., "Calculations of Combustion Response Profiles and Oscillations," Progress in AIAA, V. 169, 1995
- 7- Priem, R.J., Heidmann, M.F., "Propellant Vaporization as a Design Criterion for Rocket Engine Combustion Chamber," NACA Technical Report R-67, 1960
- 8- Lawrence, E.K., and Austin, R.F., Fundamentals of Acoustics, John Wiley & Sons, 2000.
- 9- Ranz, W., and Marshall, W., "Evaporation from Drops," Chem. Eng. Prog., Vol. 48, No. 3, 1952

Archive of SID