

## تعیین ضریب شکست و ضخامت لایه نازک منحصرأ با استفاده از طول موج

### PVD- در لایه نشانی پرتو الکترونی-

بهلول، نوشین؛ غشلاقی، مریم؛ حجتی راد، هاشم؛ ملکی، هادی

پژوهشکده لیزر و اپتیک، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی

#### چکیده

در روشهای متداول مانند روش *envelope* ضریب شکست و ضخامت لایه نازک با محاسبه ضریب عبور  $T$  در طیف عبوری تعیین می شوند. محاسبه ضریب عبور  $T$  متأثر از فاکتورهای متعددی می باشد که منجر به خطای بزرگ در تعیین  $n(\lambda)$  و  $d$  می شود. در این مقاله روشی معرفی خواهد شد که ضریب شکست و ضخامت لایه نازک در محدوده  $n^2 \ll k^2$  فقط با استفاده از طول موج و با دقت بهتر از ۱٪ تعیین شود. این روش مستلزم داشتن دو طیف عبوری با زاویه برخورد عمودی و مایل از لایه نازک می باشد. در طیف عبوری، طول موج برخلاف ضریب عبور متأثر از فاکتورهای متعدد نمی باشد بنابراین با دقت بالا محاسبه می شود. پس معرفی روشی که  $n(\lambda)$  و  $d$  را با استفاده از فقط طول موج به دست آورد بسیار مفید و فاقد خطا می باشد.

## Determining refractive index and thickness of thin films from wavelength measurements only

Bohloul, Nooshin; Gheshlaghi, Maryam; Hojati rad, Hashem; maleki, Hadi

Laser and optics research school, Nuclear Science and Technology Research Institute (NSTRL),  
The end of North karegar Ave., Tehran

#### Abstract

The dispersive refractive index  $n(\lambda)$  and thickness  $d$  of thin films are usually determined from measurements of both transmission and wavelength values. Many factors can influence transmission values, leading to large errors in the calculated values of  $n(\lambda)$  and  $d$ . A method is presented to determine  $n(\lambda)$  and  $d$  in the region where  $k^2 \ll n^2$  from wavelength values only. This entails obtaining two spectra, one at normal incident and another at oblique incident. The method yields value of  $n(\lambda)$  and  $d$  to an accuracy better than 1%.

PACS No.

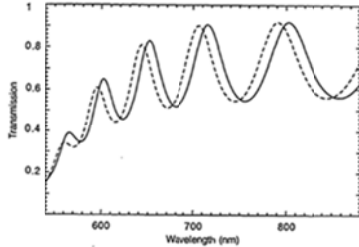
در این رابطه  $T_M$  و  $T_m$  به ترتیب ضریب عبور ماکزیمم و مینیمم های متوالی در طیف عبوری لایه نازک می باشد و  $S$  ضریب شکست زیر لایه می باشد. این روش دارای محدودیتهایی از جمله همگن و یکنواخت بودن لایه نازک می باشد و مهمتر از آن باید دقت محاسبه ضریب عبور  $T$  کمتر از ۰/۵٪ باشد تا به محاسبه با دقت ۱٪ در ضریب شکست و ضخامت بیانجامد [۴ و ۵]. بنابراین در روش *envelope* اگر شرایط لایه نشانی دارای محدودیتهای ذکر شده نباشد محاسبه  $n(\lambda)$  و  $d$  با تقریب ۱۰۰٪ به خطا می انجامد. به همین دلیل در این مقاله به دنبال کاهش این محدودیتهای و افزایش دقت محاسبات، روش نوین استفاده از فقط  $\lambda$  پیشنهاد

#### مقدمه

محاسبه دقیق ضریب شکست و ضخامت لایه نازک در طراحی لایه نازک و کالیبراسیون دستگاه لایه نشانی تبخیر فیزیکی در خلا PVD از اهمیت ویژه ای برخوردار است. یک روش متداول، در این راستا روش *envelope* می باشد که محاسبه  $n(\lambda)$  و  $d$  با استفاده از ضریب عبور  $T$  در طیف عبوری لایه نازک است [۱].

$$n^2 = P + (P^2 - S^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$P = 2S \frac{T_M - T_m}{T_M T_m} + \frac{S^2 + 1}{2}$$



شکل ۲) طیف عبوری لایه نازک  $\alpha:Si-H$  با زاویه عمودی (خط ممتد) و طیف مایل  $30^\circ$  (نقطه چین).

تعیین ضریب شکست  $n(\lambda)$  با استفاده از Order number

با افزایش پیوسته  $m$  شاهد جابجایی فاز به سمت طول موج کوتاهتر در طیف عمودی می باشیم.

$$2n_i d = (m + \Delta m) \lambda_i \quad (5)$$

همچنین همین جابجایی فاز می تواند در یک طیف زاویه دار نیز ایجاد شود.

$$2n_i d \cos r = m \lambda \quad (6)$$

بنابراین با تقسیم رابطه (۵) و (۶):

$$\cos r = \frac{m}{m + \Delta m} \quad (7)$$

حال با استفاده از قانون اسنل ضریب شکست به دست می آید.

$$n_i = \frac{\sin i}{\sin r} \quad (8)$$

در این رابطه  $i$  زاویه برخورد مایل در طیف زاویه دار است و  $r$  زاویه شکست درون لایه نازک می باشد.

بنابراین با محاسبه  $\Delta m$  و قرار دادن آن در رابطه ۷، زاویه شکست  $r$  به دست می آید و با قرار دادن  $i$  (زاویه برخورد مایل در هنگام طیف گیری) و زاویه شکست در رابطه ۸، ضریب شکست در طول موجهای مختلف به دست می آید.

تعیین  $m, \Delta m$  در طیف عمودی و مایل

با توجه به رابطه ۳ دو اکستریم متوالی  $\lambda_{0,1}$  و  $\lambda_{0,2}$  در طیف عمودی در رابطه زیر صدق می کنند:

می شود چون در طیف عبوری  $\lambda$  با دقت بالا اندازه گیری می شود بنابراین ارائه روشی که  $n(\lambda)$  و  $d$  را فقط با استفاده از  $\lambda$  در طیف عبوری لایه نازک محاسبه کند بسیار مفید می باشد.

### تئوری

پایه و اساس کار تئوری بر این مبنا است که می توان  $n(\lambda)$  را بر حسب سه ثابت  $a, b, x$  به صورت زیر نوشت [۲]:

$$n^2 = \frac{a}{\lambda^x} + b \quad k^2 \ll n^2(2)$$

در این رابطه  $k$  ضریب نابودی می باشد. در طول موجهای بلند  $n = \sqrt{b}$  است. از طرفی طیف عبوری ناشی از یک تابش عمودی به لایه نازک شامل اکستریمهایی در طول موجهای مختلفی می باشد که از رابطه ۳ به دست می آید:

$$2n_0 d = m \lambda_0 \quad (3)$$

در این رابطه  $m$  یک order number می باشد و برای مینیممهای طیف عبوری عدد نیم صحیح و برای ماکسیمم ها عدد صحیح می باشد. با افزایش پیوسته  $m$  یک جابجایی فاز به سمت طول موجهای کوتاه تر در طیف عبوری ایجاد می شود. همین جابجایی فاز در طیف عبوری زاویه دار نیز ایجاد می شود بنابراین برای یافتن مجهول ها از یک طیف عبوری لایه نازک با زاویه برخورد عمودی و طیف دیگری با زاویه برخورد مایل استفاده می نماییم. در روابط ۲ و ۳ پنج ثابت  $m, d, x, a, b$  مجهول هستند.

طول موج نقاط اکستریم در طیف زاویه دار از رابطه زیر به دست می آید:

$$2n_i d \cos r = m \lambda_i \quad (4)$$

$r$  زاویه شکست درون فیلم نازک می باشد شکل (۱). با استفاده از روابط ۲ و ۳ و پنج ثابت  $m, d, x, a, b$  با روشهای متوالی که در ادامه ذکر خواهد شد به دست می آیند.



شکل (۱)  $i$  و  $r$  زاویه تابش و زاویه شکست در لایه نازک

$$\Delta m = \left[ m^2 \frac{\lambda_0^2}{\lambda_i^2} + \frac{A}{\lambda_i^2} \left( \frac{1}{\lambda_i^x} - \frac{1}{\lambda_0^x} \right) \right]^{\frac{1}{2}} - m \quad (16)$$

بنابراین مقادیر  $n_i$  مربوط به هر  $\lambda_i$  با استفاده از رابطه ۱۶ و ۸ و ۷ به دست می آید. با به دست آوردن  $\Delta m$  از رابطه ۱۶ و قرار دادن آن در رابطه ۷ زاویه شکست  $r$  به دست می آید و در ادامه با جایگزینی زاویه تابش و شکست  $r$ ،  $i$  در رابطه ۸،  $n(\lambda)$  به دست می آید.

### محاسبه ضخامت لایه نازک

در رابطه ۵ هر بار افزایش  $m$  به اندازه  $\frac{1}{2}$  منجر به ایجاد یک اکستریم در طیف می شود اگر  $m_1$ ،  $order\ number$  مربوط به اولین اکستریم در طول موجهای بلند باشد:

$$\left( \frac{l}{2} + \Delta m \right) = 2d \frac{n_i}{\lambda_i} - m_1 \quad (17)$$

که  $l=0,1,2,3,\dots$  شیب خط در نمودار  $l/2 + \Delta m$  برحسب  $\frac{n_i}{\lambda_i}$  برابر است با ضخامت لایه نازک  $d$  شکل (۲).

### نتایج تجربی

طیف عبوری لایه نازک  $Si-H$ :  $\alpha$  با ضخامت حدوداً  $1 \mu m$  روی زیر لایه شیشه در دو حالت زاویه تابش عمودی و زاویه  $30^\circ$  توسط طیف سنج  $DMS-90$  گرفته شده است شکل (۲). در جدول (۱) طول موج نقاط اکستریم طیف عمودی با  $\lambda_0$  اکستریم های طیف  $30^\circ$  با  $\lambda_i$  مشخص شده اند. بنابراین مقدار  $m_1$  از رابطه ۹ با جایگزینی هر جفت  $\lambda$  به دست می آید سپس با جایگزینی آن در رابطه ۱۳ و تکرار  $y$  از ۱ تا ۶ با گام  $0.5$ ،  $0.5$ ،  $1.0$ ،  $1.5$ ،  $2.0$  به دست می آید و از رگرسیون خطی رابطه ۱۳:

$$\lambda_0^{4.5} + 5709 = 9.726 \times 10^{15} M \lambda_0$$

سپس مقادیر  $m$  از رابطه ۱۲ تعیین می شوند که در جدول (۱) با  $m_y$  نشان داده شده است. مقدار دقیق  $m$  در رابطه ۱۳ قرار داده

$$m_1 = \frac{n_{01} \lambda_{02}}{2(n_{02} \lambda_{01} - n_{01} \lambda_{02})} \quad (9)$$

حال کمیت  $M$  تعریف می شود:

$$M = \frac{\lambda_{02}}{2(\lambda_{01} - \lambda_{02})} \quad (10)$$

که  $M \gg m_1$  در غیاب پراکندگی ضریب شکست  $M = m_1$  می باشد. تابع ریاضی ذیل می تواند توصیف کننده تغییرات  $M$  نسبت به  $\lambda$  باشد.

$$M = \frac{C}{\lambda_0} \left( 1 + \frac{D}{\lambda_0^y} \right) \quad (11)$$

با توجه به رابطه ۳ می توان نوشت:

$$m \approx \frac{C}{\lambda_0} \quad (12)$$

رابطه ۱۱ را می توان به صورت معادله خط راست نوشت:

$$M \lambda_0 = \frac{D}{\lambda_0^y} + C \quad (13)$$

مقدار  $M$  از رابطه ۱۰ از طول موج دو اکستریم متوالی در طیف شکل (۲) به دست می آید. بنابراین با قرار دادن  $M$  در رابطه ۱۳ و روش تکرار (iterating)  $y$  و رگرسیون خطی معادله (regression)، مقادیر  $y$ ،  $D$  و  $C$  به دست می آیند. بنابراین مقدار  $m$  برای هر اکستریم با رابطه ۱۲ تعیین خواهد شد. با جایگزینی معادله ۲ در معادله ۳:

$$m^2 \lambda_0^2 = \frac{A}{\lambda_0^x} + B \quad (14)$$

با قرار دادن مقدار  $m$  و سپس روش تکرار  $x$  و رگرسیون خطی رابطه ۱۴، مقادیر  $A$ ،  $B$  به دست می آیند.

فرض کنید  $n$  در محدوده  $\lambda_i$  (طیف زاویه دار) ثابت باشد با توجه به اینکه  $\lambda_i$  در همسایگی دو اکستریم از طیف عمودی  $\lambda_{0,1}$  و  $\lambda_{0,2}$  قرار دارد، می توان  $\Delta m$  را به صورت زیر تخمین زد:

$$\Delta m \approx \frac{1}{2} \frac{\lambda_{02} (\lambda_i - \lambda_{01})}{\lambda_i (\lambda_{02} - \lambda_{01})} \quad (15)$$

$\Delta m$  به طور دقیق با جایگزینی معادله ۲ در ۵ و سپس استفاده از رابطه (۱۴) به دست می آید:

مراجع

- [1] Determination of the optical constants and thickness of titanium oxide thin film by envelope method, N. Witit-anun, P. Rakkwamsuk, and P. Limsuwan, International Workshop and Conference on Photonics and Nanotechnology 2007.
- [2] R. Swanepole, "Determining refractive index and thickness of thin films from wavelength measurements only", J. Opt. Soc. Am. A. / Vol2, No8/ August 1985.
- [3] F. S. Crawford, Waves ( McGraw-Hill, New York, 1968), P.182
- [4] R. Swanepole, "Determination of the thickness and optical constants of amorphous silicon" J. Phys. E16, 1214-1222 (1983).
- [5] R. Swaepole, " Determination of surface roughness and optical constants of inhomogeneous amorphous silicon films." J. phys. E 17, 896-903(1984).

شده است و با روش تکرار  $x$  از  $3/5$  تا  $5/5$  با گام  $0/1$  و رگرسیون خطی معادله ۱۴ مقدار  $x=4/2$  و ضرایب  $A, B$  به دست می آیند:

$$m^2 \lambda_0^2 = \frac{A}{\lambda_0^{4.2}} + B$$

$$A = 3.027 \times 10^{18}$$

$$B = 2.962 \times 10^7$$

$\Delta m$  از رابطه ۱۶ به دست می آید و در ادامه  $n_i$  از روابط ۷ و ۸ محاسبه و نمودار  $l/2 + \Delta m$  بر حسب  $\frac{n_i}{\lambda_i}$  رسم شد. (شکل ۳) و شیب خط محاسبه شد بنابراین ضخامت لایه نازک به دست آمد

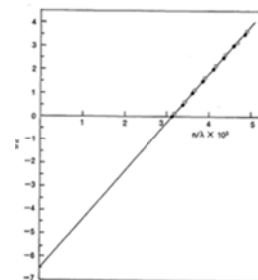
$$d = 1039 \text{ nm.}$$

نتایج

محاسبه دقیق ضریب شکست و ضخامت با استفاده از ضریب عبور  $T$  در طیف عبوری مشکل و دارای محدودیتهای زیادی می باشد در صورتیکه با استفاده از دو طیف عبوری عمودی و مایل می توان فقط با استفاده از طول موج، محاسبات را با دقت  $0/1\%$  انجام داد. روش مذکور فاقد محدودیتهای قبلی از جمله همگن و یکنواختی و دقت بالا در ضریب عبور  $T$  می باشد بنابراین روش مفید و کاربردی در تعیین  $n(\lambda)$  و  $d$  لایه نازک می باشد.

جدول ۱) محاسبه ضریب شکست برای لایه نازک  $\alpha\text{-Si-H}$

$\lambda_0$	$\lambda_i$	$M$	$m_p$	$m$	$\Delta m$	$n_i$
857.6	844.0	7.3	6.7	6.5	0.1154	2.688
802.3	790.1	8.1	7.1	7	0.1224	2.708
755.4	744.4	9.0	7.6	7.5	0.1294	2.726
715.2	705.3	10.0	8.0	8	0.1355	2.751
680.4	671.6	11.0	8.4	8.5	0.1391	2.798
650.3	642.3	12.1	8.8	9	0.1449	2.820
623.9	616.8	13.2	9.2	9.5	0.1464	2.881
600.8	594.3		9.5	10	0.1516	2.904



شکل ۳) نمودار  $l/2 + \Delta m$  بر حسب  $\frac{n_i}{\lambda_i}$