

## مقایسه اثر اندازه بین تیرهای عمیق ساخته شده با بتن معمولی و بتن سبک

حمید صفایی<sup>1</sup>، ابوالفضل عربزاده<sup>2\*</sup>

1- کارشناس ارشد سازه، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار گروه عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\*. نویسنده مسئول

[Hamid.safaei@iran.ir](mailto:Hamid.safaei@iran.ir)  
[Arabzade@Modares.ac.ir](mailto:Arabzade@Modares.ac.ir)

### چکیده

با توجه به ابعاد تیرهای عمیق، کاهش وزن این قطعات و به تبع آن کاهش نیروهای وارد بر سازه می تواند طراح را در ارائه یک طرح بهینه یاری کند. یکی از پارامترهایی که ثابت شده است روی رفتار سازه اثر می گذارد اثر اندازه می باشد. در این تحقیق پس از صحت سنجی مدل عددی، با ساخت 15 نمونه بتن معمولی و 15 نمونه بتن سبک در نرم افزار آباکوس به مقایسه اثر اندازه در تیرهای عمیق با بتن معمولی و بتن سبک پرداختیم. نتایج نشان داد که مدل عددی به خوبی قادر به مدلسازی اثر اندازه بوده و در بتن سبک اثر اندازه بیشتری نسبت به بتن معمولی به چشم خورد، ضمن اینکه آیین نامه ACI318-08 در هر دو حالت بتن سبک و معمولی با افزایش ارتفاع به بیش از 1 متر از حاشیه ایمنی خارج شده که در مورد بتن سبک این حالت شدیدتر مشاهده شد.

واژه های کلیدی: تیر عمیق، بتن سبک، اثر اندازه، مدل عددی

## 1. مقدمه

تیرهای عمیق اعضای سازه‌ای هستند که نسبت طول دهانه به ارتفاع در آنها کمتر از 4 باشد. این اعضا به علت هندسه خاصی که دارند مکانیزم انتقال تنش در آنها با تیر معمولی متفاوت است و این تفاوت سبب می‌شود تا ضوابط جداگانه‌ای برای تحلیل و طراحی این اعضا در آیین‌نامه‌ها لحاظ گردد [1]. در طراحی تیرهای عمیق که روش‌های خرابایی از سال 2002 وارد آیین‌نامه‌ها شده‌اند؛ آیین‌نامه‌ها روابط خود را از روی نتایج کارهای آزمایشگاهی محققین ارائه می‌کنند که با توجه به محدودیت‌های فنی و اقتصادی امکان انجام آزمایش بر روی سازه‌های با ابعاد واقعی وجود ندارد، ضمن اینکه در تئوری‌های کلاسیک ارائه شده، خصوصیات مواد را یک پارامتر مستقل و غیر وابسته به اندازه در نظر می‌گیرند که تحقیقات بیشتر نشان داده است که این فرض نادرست بوده و خصوصیات مواد می‌تواند با اندازه آنها دچار تغییر گردد؛ که این امر نیز باید در ضوابط طراحی لحاظ شود. ضمناً در سازه‌هایی که شکست ترد داریم اثر اندازه بیشتر وجود خواهد داشت که این امر در مورد بتن سبک صادق می‌باشد. آیین‌نامه‌ها با اعمال ضرایب ایمنی بالا روی بار مرده به نوعی عدم توجه به اثر اندازه را جبران نموده‌اند که با سبک شدن سازه با بتن سبک این ضریب کارایی‌اش را جهت منظور نمودن اثر اندازه از دست می‌دهد.

در این تحقیق به مقایسه تأثیر اندازه نمونه در تیرهای عمیق با بتن سبک و بتن معمولی پرداخته شد، بدین منظور نمونه‌های تیر عمیق با بتن سبک و معمولی که نتایج آزمایشگاهی آن موجود است با استفاده از نرم افزار Abaqus و مدل خسارت-خمیری به روش دینامیکی صریح مورد تحلیل و صحت سنجی قرار گرفت. سپس روی 30 نمونه بررسی پارامتری انجام شد. در این مرحله ارتفاع مقطع تغییر داده شده و تأثیر اندازه نمونه روی مقاومت برشی بررسی گردید.

## 2. اثر اندازه

در تئوریهای طراحی کلاسیک مقاومت اسمی سازه در بار نهایی مقدار ثابتی است یعنی مستقل از اندازه سازه می‌باشد و همواره با آزمایش بر روی نمونه‌های کوچک آزمایشگاهی بدست می‌آید. از عواملی که سبب می‌شود تا مقاومت اسمی به اندازه سازه وابسته گردد می‌توان به اثر لایه مرزی، پدیده انتشار، گرمای هیدراسیون، اثر اندازه آماری و اثر اندازه مکانیک شکست اشاره نمود. [2]

علاوه بر اثر اندازه مربوط به کاهش مقاومت عضو به دلیل افزایش اندازه آن، اثر اندازه دیگری نیز در سازه وجود دارد و آن هم اثر اندازه بر روی شکل پذیری سازه است. مطالعات نشان داده‌اند که هر چه سازه بزرگتر باشد دارای انرژی کرنشی بیشتری برای غلبه بر منطقه صدمه دیده نوک ترک می‌باشد. پس سازه بزرگتر دارای تردی بیشتر و شکل پذیری کمتر است. [3]

### 3. مدلسازی بتن در نرم افزار

برای معرفی بتن در این مدل ابتدا می بایست چگالی و مدول ارتجاعی و ضریب پواسون بتن را وارد کرد و سپس پارامترهای مربوط به خمیری و رفتار تک محوری بتن در فشار و کشش و میزان خسارتها در فشار و کشش را وارد نمود.

پارامترهای خمیری شامل زاویه اتساع، خروج از مرکزیت (e)، نسبت تنش فشاری حداکثر دو محوره به تک محوره ( $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$ ) و نسبت ثابت دوم تانسور تنش روی نصف النهار کششی به مقدار همین پارامتر روی نصف النهار فشاری (K)، هستند که مقادیر آنها مطابق پیش فرض های نرم افزار لحاظ شد و با انجام تحلیل حساسیت روی مدلها مشاهده گردید که رفتار مدل تنها به پارامتر زاویه اتساع وابسته بوده و پارامترهای دیگر تعیین کننده بوده و همان مقادیر پیش فرض مناسب هستند. این مقادیر عبارتند از:

$$\sigma_{b0}/\sigma_{c0}=1.16 \text{ و } K=0.67 \text{ و } e=0.1 \quad (1)$$

همچنین مقدار ویسکوزیتی برابر صفر منظور شد که البته در تحلیل دینامیکی صریح اهمیتی ندارد و برای زاویه اتساع نیز با انجام تحلیل حساسیت به عدد 40 درجه رسیدیم.

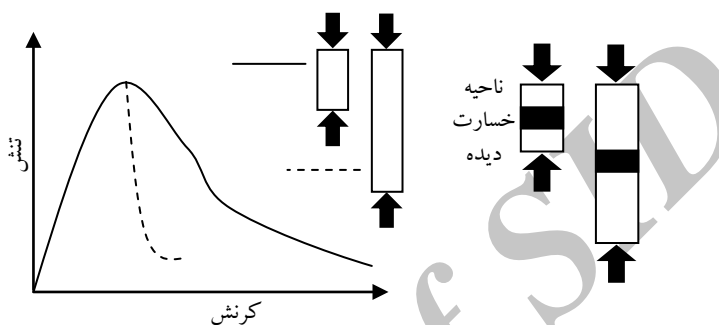
### 4. رفتار تک محوره بتن در فشار

برای معرفی خصوصیات مصالح به نرم افزار باید توجه کنیم که ترک خوردگی در بتن سبک با عبور ترکها از درون سنگدانهها اتفاق می افتد و باعث می شود یک سطح ترک صاف و صیقلی نسبت به بتن معمولی تشکیل شود. این تفاوت در مکانیزم ترک خوردگی و رفتار تردتر نسبت به بتن معمولی سبب تفاوت های زیادی در رفتار کلی اعضای ساخته شده با بتن سبک می شود و می بایست از مدل های رفتاری خاص بتن سبک استفاده نمود، که با توجه به نوع گسیختگی غالب در تیرهای عمیق که مربوط به گسیختگی پایه های فشاری می باشد، رفتار تک محوره بتن در فشار اهمیت ویژه ای دارد. در این تحقیق از مدل ارائه شده توسط تسنیمی [4] در سال 2004 استفاده شده است که رابطه 2 را برای شاخه صعودی منحنی تنش کرنش ارائه می دهد:

$$f_c = f'_c \left\{ \frac{n^{pq} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)}{n^{pq} - 1 + \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^{n^{pq}}} \right\}, n^{pq} = \frac{1}{1 - \frac{f'_c}{E_c \epsilon_0}} \quad (2)$$

تسنیمی در تعریف رابطه تنش - کرنش که برای بتن معمولی، بتن پرمقاومت و بتن سبک کاربرد دارد از سه متغیر n، p و q استفاده کرده است، برای شاخه صعودی با فرس مقادیر 1 و 3 برای p و q مقدار n به دست می آید.

اما نکته قابل توجه در معرفی رفتار تنش- کرنش مصالح با منظور نمودن تأثیر اندازه توجه به این مطلب می‌باشد که در با افزایش ارتفاع مقطع، ارتفاع قسمت آسیب دیده نمونه دچار تغییر نمی‌شود و نسبت ارتفاع قسمت آسیب دیده به ارتفاع مقطع با افزایش ارتفاع مقطع دچار کاهش می‌شود (شکل 1). این اثر موجب می‌شود تا تغییراتی را رفتار قسمت نزولی منحنی با افزایش ارتفاع داشته باشیم.



شکل 1- طول خسارت دیده و منحنی تنش-کرنش با توجه به اثر اندازه

برای معرفی این رفتار از مدل ارائه شده توسط A.L.Gamino و J.U.A Borges [5] استفاده شد:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{f'_c - \sigma}{E} + \frac{\varepsilon_D L_D}{L}$$

$$\varepsilon_D = 0.0129 e^{-0.012 f'_c} \quad (3)$$

$\varepsilon_0$  کرنش در اوج تنش بوده و  $L$  طول نمونه و  $L_D$  طول خسارت دیده نمونه می‌باشد. در مورد طول خسارت دیده مطابق پیشنهاد Shah (1997) برابر 2 تا 3 برابر عرض نمونه (در اینجا پایه های فشاری) در نظر گرفته شد [5]. با انجام تحلیل روی مدل ها برای بتن معمولی این پارامتر 3 برابر عرض پایه ها و برای بتن سبک با توجه به رفتار تردتر بتن سبک 2 برابر عرض پایه های فشاری لحاظ گردید.

## 5. رفتار بتن در کشش

برای تیرهای عمیق با توجه به ارتفاع زیاد مقطع و جاگذاری آرماتورهای کششی در وجه تحتانی مقطع با استفاده از مفهوم منطقه بندی تیر که توسط An و همکاران ارائه شده است، تیر را به دو قسمت بتن خالص<sup>1</sup> و بتن مسلح<sup>2</sup> تقسیم کردیم [6]، با توجه به تحقیقات انجام شده توسط Vecchio ارتفاع ناحیه تحت تأثیر آرماتورها به میزان  $7.5d_b$  که قطر آرماتورها می‌باشد، در نظر گرفته شده است، برای معرفی رفتار سخت شدگی کششی از مدل HSU و Belarbi استفاده شد [6]:

<sup>1</sup>Plain Concrete

<sup>2</sup>RC Zone

$$f_1 = \frac{f_t}{(12500\varepsilon_1)^{0.4}} \quad (MPa) \quad (4)$$

برای معرفی رفتار نرم شدگی کرنشی نیز از رابطه ارائه شده توسط Cornelissen [7] و همکاران در سال 1986 استفاده گردید.

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (5)$$

این فرمول رابطه بین تغییر مکان بازشدگی ترک  $w$  و تنش کششی  $\sigma$  را ارائه می دهد. سایر پارامترها به صورت رابطه 6 به دست می آیند:

$$c_1 = 3, c_2 = 6.93, w_c = 5.14 G_f / f_t \quad (6)$$

که  $f_t$  مقاومت کششی بتن و  $G_f$  مقدار انرژی لازم برای شکل گیری واحد سطح ترک است که به عنوان مشخصات مصالح در نظر گرفته می شود. مقدار انرژی شکست  $G_f$  برای بتن معمولی و سبک در مرجع [8] به صورت روابط 7 و 8 ارائه شده است.

$$G_f = 24 + 16 f_{ct} \quad (7): \text{ بتن سبک}$$

$$G_f = 24 + 26 f_{ct} \quad (8): \text{ بتن معمولی}$$

که در این روابط  $G_f$  بر حسب  $N/m$  و مقاومت کششی ترک خوردگی  $f_{ct}$  بر حسب  $MPa$  است.

## 6. صحت سنجی مدل

برای اطمینان از صحت مدلسازی یک نمونه تیر عمیق با بتن معمولی و یک نمونه تیر عمیق با بتن سبک مورد بررسی قرار گرفت. برای صحت سنجی مدل بتن معمولی از کارهای آزمایشگاهی انجام شده توسط Zhang [9] با مشخصات جدول 1، استفاده شد.

جدول 1- مشخصات نمونه آزمایشگاهی 2DB70

$f'_c$ (MPa)	24.8
عرض نمونه (mm)	80
ارتفاع نمونه (mm)	700
عرض صفحات بارگذاری (mm)	105
a/d	1.1
h/b	8.8
آرماتور طولی	2T16+2T13

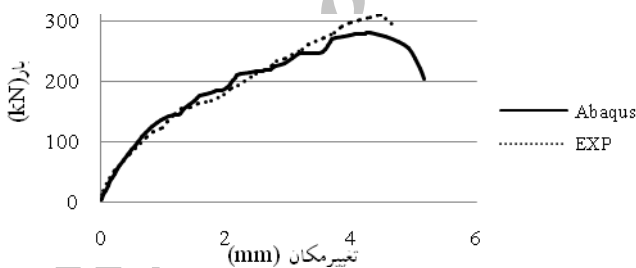
برای صحت سنجی بتن سبک نیز از کارهای آزمایشگاهی انجام شده توسط [10] Yang با مشخصات جدول 2، استفاده گردید.

$$\rho = 1532 \text{ Kg/m}^3 \quad E_c = 17274 \text{ MPa} \quad b(\text{عرض تیر}) = 160 \text{ mm}$$

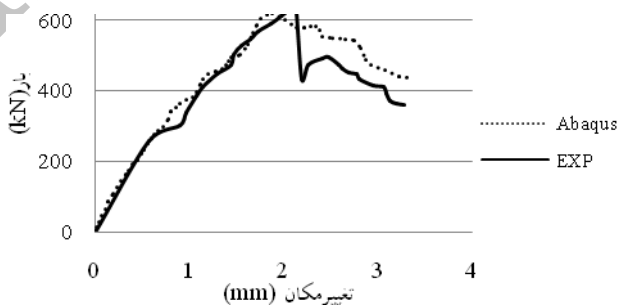
جدول 2- مشخصات نمونه آزمایشگاهی A5-6

$f'_c$ (MPa)	33
عرض نمونه (mm)	160
ارتفاع نمونه (mm)	600
a/h	0.5
h/b	3.75
آرماتور طولی ( $\text{mm}^2$ )	861

با توجه به مدل‌های رفتاری ارائه شده در قسمتهای قبل، رفتارهای مربوط به هر منطقه از بتن را به آن اختصاص داده و با توجه به اینکه بزرگترین اندازه دانه‌ها 19/5 mm بود استفاده از مش 5cm منطقی است که البته با ساخت نمونه‌های با مش بندی متفاوت این ابعاد مش بندی نیز مورد بررسی قرار گرفت. نتایج مدل اجزای محدود و آزمایشگاهی را در نمودار 1 و 2 می‌بینیم:



نمودار 1- صحت سنجی مدل عددی برای بتن معمولی



نمودار 2- صحت سنجی مدل عددی برای بتن سبک

## 7. طراحی تیرهای عمیق

برای طراحی برشی تیرهای عمیق در بخش 11-7 آیین نامه ACI318-08 [11]، ذکر شده است که تنش برشی اسمی نباید از مقدار رابطه 9 تجاوز کند، این مقدار برای بتن های ساخته شده از شن و ماسه سبک باید در ضریب 0/75 نیز ضرب شود.

$$V_n \leq \frac{5}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \quad (9)$$

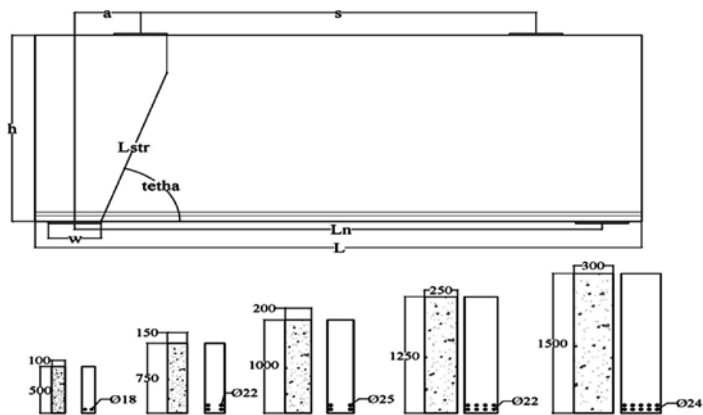
برای منظور نمودن اثر اندازه در طراحی تیرهای عمیق به روش خریایی از مطالعات انجام شده توسط Tan [12] استفاده شد. که شرح این روش در مرجع [13] به طور کامل آورده شده است و در اینجا تنها رابطه نهایی آن ذکر شده است.

$$V_n = \frac{1}{\frac{\sin 2\theta_s}{f_t A_c} + \frac{1}{\nu f'_c A_{sv} \sin \theta_s}} \quad (10)$$

## 8. مشخصات نمونه های تحلیلی

برای مقایسه اثر اندازه بین تیرهای عمیق با بتن سبک و معمولی، 15 نمونه تیر عمیق بتن سبک و 15 نمونه مشابه با بتن معمولی که به طور کامل مقیاس شده اند را با نرم افزار آباکوس مدل سازی کردیم. برای نامگذاری تیرها از فرمت x-h-2-y استفاده شد که x بیانگر نوع بتن می باشد که برای بتن سبک L و برای بتن معمولی N لحاظ شد. h بیانگر ارتفاع نمونه بوده و برابر 150، 125، 100، 75، 50 سانتی متر می باشد، طول دهانه خالص به ارتفاع کلی مقطع برابر 2 در نظر گرفته شد و y بیانگر نسبت دهانه برشی به ارتفاع کلی مقطع بوده و برابر 0/25، 0/5 و 0/75 می باشد.

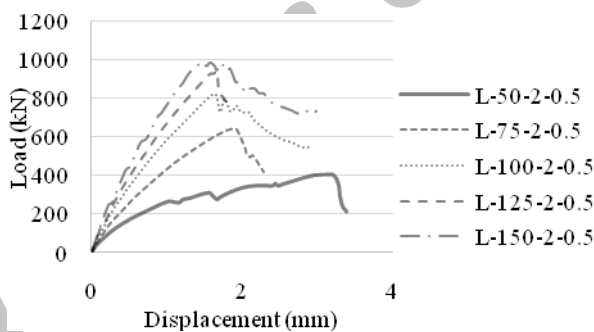
در شکل 2 ابعاد مقاطع و نحوه چیدمان آرماتورها در مقطع را می بینیم.



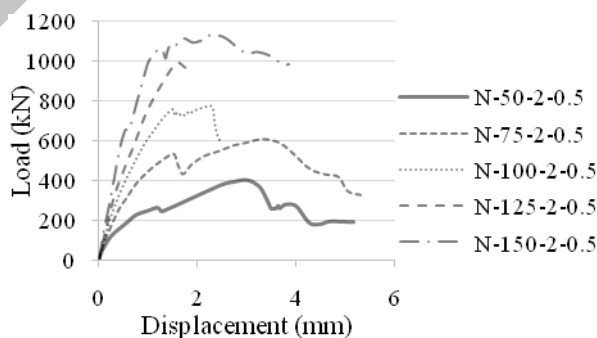
شکل 2- مشخصات هندسی نمونه‌های مدلسازی شده و پارامترهای لازم جهت منظور نمودن اثر اندازه

## 9. نتایج تحلیل

در شکل‌های 3 و 4 منحنی بار تغییر مکان به دست آمده از نرم افزار برای چند نمونه آورده شده است.



شکل 3- منحنی بار-تغییر مکان نمونه‌های با بتن سبک و نسبت دهانه‌برشی به عمق 0/5



شکل 4- منحنی بار-تغییر مکان نمونه‌های با بتن معمولی و نسبت دهانه برشی به عمق 0/5





در جدول 3 و 4 بار گسیختگی هر نمونه به همراه بار پیش‌بینی شده توسط آیین‌نامه ACI318-08 و روش خرابایی Tan&Cheng درج گردیده است. در این جداول مقدار  $\eta$  برابر  $V_n/f^3 b d$  است.

جدول 3- مقایسه بار نهایی در نمونه تحلیلی و آیین‌نامه ACI318-08 و روش STM ارائه شده توسط Tan&Cheng

برای بتن معمولی

نام نمونه	$V_{FEM}$	$\eta$	$V_{STM}$	$V_{STM}/V_{FEM}$	$V_{ACI}$	$V_{ACI}/V_{FEM}$
N-50-2-0.25	359.4	0.315	212.7	0.592	190.9	0.531
N-75-2-0.25	652	0.247	383.1	0.588	442	0.678
N-100-2-0.25	769	0.161	545.4	0.709	796.8	1.036
N-125-2-0.25	936.8	0.125	701.9	0.749	1255.4	1.340
N-150-2-0.25	1129.8	0.104	938.8	0.831	1817.7	1.609
N-50-2-0.5	398.8	0.350	172.7	0.433	190.9	0.479
N-75-2-0.5	601	0.228	360.8	0.6	442	0.735
N-100-2-0.5	780.8	0.164	529.8	0.679	796.8	1.021
N-125-2-0.5	997.7	0.133	727	0.729	1255.4	1.258
N-150-2-0.5	1133.4	0.104	1032.1	0.911	1817.7	1.604
N-50-2-0.75	395.2	0.346	146.5	0.371	190	0.483
N-75-2-0.75	468	0.177	325.5	0.695	442	0.944
N-100-2-0.75	740.7	0.156	487.2	0.658	796.8	1.076
N-125-2-0.75	934.3	0.125	689.7	0.738	1255.4	1.344
N-150-2-0.75	1092.3	0.101	1005.5	0.921	1817.7	1.664

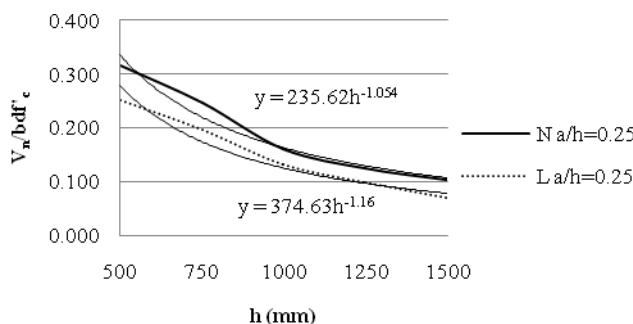
جدول 4- مقایسه بار نهایی در نمونه تحلیلی و آیین‌نامه ACI318-08 و روش STM ارائه شده توسط Tan&Cheng

برای بتن سبک

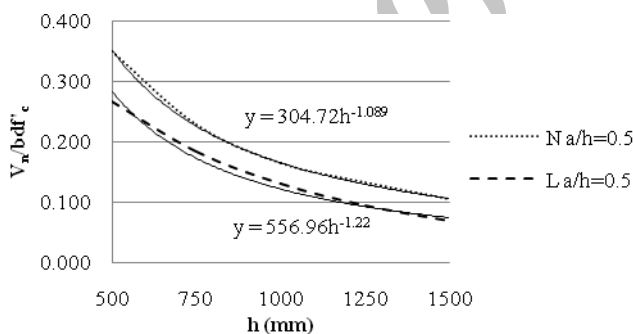
نام نمونه	$V_{FEM}$	$\eta$	$V_{STM}$	$V_{STM}/V_{FEM}$	$V_{ACI}$	$V_{ACI}/V_{FEM}$
L-50-2-0.25	379.7	0.25	251.5	0.662	165.2	0.435
L-75-2-0.25	689.5	0.196	462.7	0.671	382.4	0.555
L-100-2-0.25	836.8	0.132	662	0.791	689.3	0.824
L-125-2-0.25	992	0.099	860.3	0.867	1086.1	1.095
L-150-2-0.25	1004.5	0.069	1418.8	1.412	1572.6	1.565
L-50-2-0.5	405.4	0.267	189.2	0.467	165.2	0.407
L-75-2-0.5	642	0.183	404.7	0.630	382.4	0.596
L-100-2-0.5	820.1	0.129	604	0.736	689.3	0.841
L-125-2-0.5	943.5	0.095	842	0.892	1086.1	1.151
L-150-2-0.5	995.7	0.069	1400.5	1.406	1572.6	1.579
L-50-2-0.75	404.9	0.267	161.7	0.399	165.2	0.408
L-75-2-0.75	556.6	0.158	364.3	0.654	382.4	0.687
L-100-2-0.75	749.3	0.118	554.3	0.740	689.3	0.920

L-125-2-0.75	929.6	0.093	795	0.855	1086.1	1.168
L-150-2-0.75	1000	0.069	1179.6	1.180	1572.6	1.573

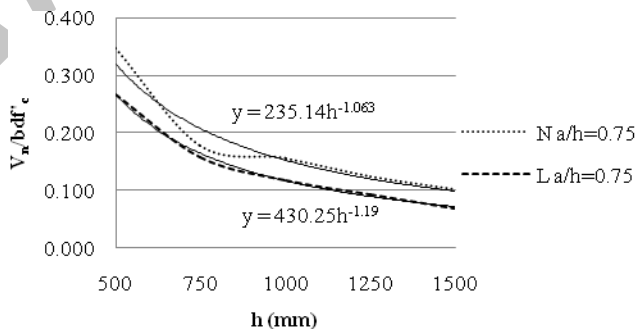
در نمودارهای 3 و 4 و 5 نمودار نیروی برشی نرمالیزه شده در برابر ارتفاع نمونه برای نسبت‌های مختلف دهانه برشی به ارتفاع رسم شده است.



نمودار 3-نیروی برشی نرمالیزه شده در برابر ارتفاع نمونه برای نمونه‌های با نسبت  $a/h=0.25$



نمودار 4-نیروی برشی نرمالیزه شده در برابر ارتفاع نمونه برای نمونه‌های با نسبت  $a/h=0.5$



نمودار 5-نیروی برشی نرمالیزه شده در برابر ارتفاع نمونه برای نمونه‌های با نسبت  $a/h=0.75$

## 10. نتیجه گیری

1. بار گسیختگی تیر عمیق با بتن سبک در یک  $f^c$  برابر، پایین تر از تیرهای با بتن معمولی است و حالت‌های شکست، مشابه حالات شکست تیرهای عمیق بتن مسلح معمولی است. در این تحقیق با وجود اینکه مقاومت بتن سبک  $8/2$  MPa بیشتر از بتن معمولی بود ولی مقاومت‌ها تقریباً یکسان است.
2. همانطور که انتظار می‌رفت با توجه به رفتار تردتر بتن سبک و همچنین وزن کمتر آن تفاوت محسوسی بین این دو نوع بتن به چشم خورد و شیب قسمت صعودی منحنی بار-تغییر مکان در تیرهای عمیق سبک صافتر از تیرهای عمیق با بتن معمولی است.
3. کاهش مدول سختی بعد از وقوع ترک در بتن‌های سبک بسیار حساس تر از بتن‌های معمولی است زیرا در بتن سبک مرز گسیختگی از میان دانه‌ها عبور کرده و قفل شدگی دانه‌ها در بتن شبک نسبت به بتن معمولی کمتر است.
4. با افزایش ارتفاع تیر عمیق بارنهایی نرمالیزه شده کاهش یافته با افزایش متناسب تیر عمیق مود شکست تغییری نمی‌کند. زیرا گسیختگی غالب در تیرهای عمیق، گسیختگی برشی بوده و با حفظ درصد آرماتور طولی با افزایش ارتفاع، مود گسیختگی برشی می‌ماند.
5. اثر اندازه در بتن سبک شدیدتر بوده که این به علت ترد بودن بتن سبک نسبت به بتن معمولی است.
6. به طور کلی با افزایش نسبت دهانه برشی به ارتفاع اثر اندازه کاهش می‌یابد ولی در این تحقیق با توجه به نسبت‌های پایین دهانه برشی به ارتفاع نمی‌توان به طور کلی قانونی در ارتباط با افزایش اثر اندازه با کاهش نسبت  $a/d$  بیان کرد.
7. روش‌های خرابایی برای تحلیل تیرهای عمیق می‌بایست اثر اندازه را در روابط خود ملحوظ نمایند. و چون اساساً از روی کارهایی بتن معمولی بدست آمده‌اند، صحت آنها برای بتن سبک نیاز به مطالعه بیشتر دارد.
8. با دقت در نتایج روش ACI مشاهده شد که روابط این آیین‌نامه برای اعضای با ارتفاع بیشتر از 1000 میلی‌متر از حاشیه اطمینان خارج گردیده و حتی مقاومت پیش‌بینی شده توسط آیین‌نامه  $1/664$  برابر میزان واقعی است. البته میانگین نسبت مقاومت پیش‌بینی شده توسط آیین‌نامه به مقاومت بدست آمده از روش اجزای محدود برای بتن معمولی برابر  $1/053$  و برای بتن سبک برابر  $0/92$  است که مناسب به نظر می‌رسد ولی مقادیر انحراف از معیار این آیین‌نامه زیاد است و برای بتن سبک و معمولی برابر  $0/17$  است که بیانگر عدم وجود حاشیه ایمنی یکسان است.
9. روش خرابایی Tan & Cheng به طور کلی مقاومت اعضا را کمتر از میزان پیش‌بینی شده توسط روش اجزای محدود پیش‌بینی نمود البته در تیرهای با ارتفاع 1500 میلی‌متر با بتن سبک این روش نیز از اطمینان لازم برخوردار نیست، زیرا اساساً این روش بر مبنای مطالعات روی بتن معمولی استخراج شده و برای بتن سبک صحت‌سنجی



نشده بود. و میانگین این دو نسبت برای بتن معمولی برابر 0/68 و برای بتن سبک برابر 0/824 است که روشی غیراقتصادی است ولی انحراف از معیار این روش بسیار کمتر بوده و برای بتن معمولی برابر 0/023 و برای بتن سبک برابر 0/089 بوده که بیانگر حاشیه ایمنی یکسان در نمونه‌ها است.

## 11. مراجع

1. Arabzadeh A., "Ultimate Strength and Failure Modes of Simply Supported Deep Beams", 4th International Conference of Civil Eng. Sharif University; Tehran, Iran (1997); pp.76-84.
2. Esfahani M.R., "Fracture mechanics of concrete", Amirkabir University of technology, Tehran polytechnic press, (2007).
3. Bazant Z.P. and Planas J., "Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasi-Brittle Materials", CRC Press, 1998.
4. Tasnimi A.A., "Mathematical Model for Complete Stress-Strain Curve Prediction of Normal, Light-Weight and High-Strength Concretes", Magazine of Concrete Research, 2004.
5. Gamino A, Borges J.U.A & Bittencourt T.N., "Size Effect of Concrete under Uniaxial and Flexural Compression", ACI Structural Journal, 2004.
6. Okamura H., Maekawa K. "Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete" Tokyo, Japan: Gihodo-Shuppan, 1991.
7. Walraven et al. "Structural lightweight concrete: recent research", Delft University of Technology.
8. Teng Mingqing, "Plastic-Damage Model of Lightweight Concrete and Normal Weight Concrete", National University of Singapore, 2010.
9. Zhang & Tan, "Size effect in RC deep beams: Experimental investigation and STM verification", Engineering Structures 29 (2007) 3241-3254.
10. Keun-Hyeok Yang, "Tests on Lightweight Concrete Deep Beams", ACI Structural Journal, November-December 2010.
11. American Concrete Institute. "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary", Detroit, Michigan, 2008.
12. Tan K.H. and Cheng G.H., "Size Effect on Shear Strength of Deep Beams: Investigation with Strut and Tie Model", Journal of Structural Engineering © ASCE, May 2006, 673-685.
13. Arabzadeh A. and Safaei H., "Investigation of Size Effect in Lightweight Concrete Deep Beams", Iran's Fourth National Conference on Concrete; Tehran, Iran (2012).