

بررسی اثرات سختی خاک بر طیف طرح آینین نامه ۲۸۰۰ ایران

امین محرابی مقدم^۱، هوشنگ دباغ^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی زلزله، گروه عمران، دانشکده مهندسی دانشگاه کردستان، ستندج، ایران

a.mehrabi86@gmail.com

۲- استادیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی دانشگاه کردستان، ستندج، ایران

h.dabbagh@uok.ac.ir

چکیده

با توجه به طبقه‌بندی که آینین نامه ۲۸۰۰ ایران برای خاک‌ها داشته است، در این مقاله نیز ۴ نوع خاک، مطابق با آینین نامه برای درنظر گرفتن اثرات ساختگاهی شامل سختی لایه‌های خاک مورد بررسی قرار می‌گیرد. طیف‌های حاصل شده از تحلیل-ها به ازای سختی‌های مختلف، با استفاده از توزیع‌های ۵۰ درصد و ۸۴ درصد توصیف و با طیف نظری آینین نامه مقایسه می-گردد. مشاهده می‌شود که ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت طیف آینین نامه، برای هر ۴ نوع خاک، با طیف‌های میانگین و فوق میانگین اختلاف زیادی دارد. این نواحی از طیف طرح آینین نامه می‌توانند مورد بررسی‌های بیشتری قرار گیرند.

واژه‌های کلیدی: خاک، طیف طرح، طیف فوق میانگین، طیف فوق میانگین، ناحیه سرعت ثابت، ناحیه جابجایی ثابت

۱. مقدمه

زلزله از جمله بلایای طبیعی است که در کشور ما هر از چندگاهی باعث ایجاد خسارات و تلفات جبران‌ناپذیری می‌شود. تحلیل پاسخ سازه‌ها در مقابل لرزش‌های زلزله، لازمه‌ی طراحی در برابر زلزله و ارزیابی ایمنی سازه‌های موجود است. جهت به دست آوردن نیروهای زلزله روش‌های مختلفی وجود دارد که می‌توان به روش‌های آینین نامه‌ای و از جمله طیف طرح استاندارد پیشنهادی آینین نامه‌ها اشاره کرد. مطالعه پراکنده‌گی خسارت در زلزله‌های مختلف می‌بین اهمیت تأثیر ساختگاه بر مشخصات زمین‌لرزه است [۱]. استفاده از مراجع تاریخی جهت ایجاد رابطه بین خسارت زلزله و شرایط محلی ساختگاه به حدود ۲۰۰ سال گذشته بازمی‌گردد. اما اثر محلی ساختگاه تا اوایل دهه میلادی در مقررات و آینین نامه‌های ساختمانی وارد نشده بود. اگرچه آینین نامه‌های معاصر اثرات ساختگاه را منظور می‌نماید اما آن‌ها معمولاً گروه‌های مشابهی از پروفیل‌های خاک را با یکدیگر در گروه‌بندی‌های خود در نظر می‌گیرند، به گونه‌ای که توصیه‌های آنها محدوده‌ی وسیعی از شرایط خاک‌ها را در بر گرفته و انتظار می‌رود که شرایط یک ساختگاه به خصوص در آن قرار گیرد [۲]. شرایط محلی ساختگاه اثر قابل ملاحظه‌ای بر کلیه‌ی خصوصیات مهم حرکت نیرومند زمین شامل دامنه، محتوای فرکانس، مدت و اشکال

طیف می‌گذارند که میزان تأثیر آن‌ها تابع هندسه، خواص مصالح لایه‌های زیرسطحی، توبوگرافی ساختگاه و خصوصیات حرکت و رودی می‌باشد[4]. در این مقاله اثرات سختی، بر پاسخ خاک‌های نظر آین نامه مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین فرض می‌شود که سطوح توبوگرافی به صورت صاف و هموار باشند و برای مدل کردن خاک‌ها از نرم‌افزار Deepsoil استفاده می‌گردد.

2. خصوصیات نرم‌افزار DEEPSOIL

این نرم‌افزار جهت تحلیل یک بعدی پاسخ زمین، مورد استفاده قرار می‌گیرد. از فرضیات اساسی در تحلیل‌های یک بعدی این است که سطح زمین را کاملاً افقی و در تمام جهت‌های جانبی نامحدود در نظر می‌گیرد. این فرضیات اگرچه همه‌ی شرایط واقعی ساختگاه را برآورده نمی‌سازند ولی برای بسیاری از کاربردهای مهندسی مناسب می‌باشند. در این مقاله جهت بررسی پاسخ‌های غیرخطی زمین، از روش تحلیل خطی معادل استفاده می‌شود. به دلیل خطی بودن ماهیت روش تحلیل خطی معادل، پاسخ در هر دو نقطه در یک توده‌ی خاک به صورت یگانه به یکدیگر وابسته می‌باشند. در نتیجه می‌توان حرکت یک بخش در هر نقطه از خاک تعیین کرد و حرکت ایجادشده در هر نقطه دیگر را محاسبه نمود. این امر امکان بهره‌گیری از یک توده‌ی خاک که در سطح زمین ثبت شده است را جهت محاسبه حرکتی که در بستر سنگی ایجاد می‌کند، فراهم می‌نماید که این کار اصطلاحاً ساده‌سازی گفته می‌شود[5].

3. نحوه بررسی اثرات سختی لایه‌های خاک بر پاسخ ساختگاه:

در طبقه‌بندی آین نامه 2800 ایران 4 نوع خاک با توجه به محدوده‌های سرعت موج برشی و ساختمان خاک تعریف شده است[6]. به منظور بررسی اثرات سختی خاک بر روی پاسخ ساختگاه، لایه‌های خاک با ضخامت 30 متری و سختی‌های مشخص شده در جدول(1)، در نرم‌افزار Deepsoil تعریف و مدل‌سازی شده است. بررسی عمق 30 متری لایه‌های خاک، بدین دلیل است که در آین نامه 2800 ایران، سرعت موج برشی به طور متوسط، در عمق 30 متری مشخص می‌گردد. در مدل‌سازی با نرم‌افزار از روش خطی معادل و با فرض صلب بودن بستر سنگی برای تعیین پاسخ‌های ساختگاه استفاده شده است.

جدول 1: ویژگی خاک‌های مدل‌سازی شده [7]

جنس	وزن مخصوص (kN/m^3)	ضخامت لایه خاک (m)	سرعت‌های موج برشی (m/s)
ماشه	20	30	750, 650, 550, 450, 375
ماشه	19	30	750, 650, 550, 450, 375
ماشه	15	30	375, 250, 175

به منظور انجام تحلیل‌ها در بخش‌های مربوطه، از 8 رکورد (شتاب‌نگاشت) مختلف استفاده شده که مشخصات آن در جدول(3) ارائه گردیده است. در انتخاب رکوردها به مسئله‌ی تفکیک خطر لرزه‌ای^۱ که به بررسی اثرات بزرگاً و فاصله‌ی زلزله بر پاسخ‌های سایت می‌پردازد، توجه شده است. از این‌رو برای در نظر گرفتن اثر رکوردها بر پاسخ سازه از دو گروه اول، رکوردهایی انتخاب شده‌اند که نزدیک به مرکز زلزله (تا فاصله‌ی 20 کیلومتری) و با بزرگای 5 تا 6 ریشر می‌باشند که اثر آن‌ها بر دوره تناوب‌های کم تا متوسط قابل ملاحظه است. در گروه دوم از رکوردهایی استفاده شده که دور از مرکز زلزله (فاصله‌ی 20 تا 45 کیلومتری) و با بزرگای 6 تا 7 ریشر، که اثرات آن‌ها بر دوره تناوب‌های بلند قابل ملاحظه است. همچنین رکوردهای انتخاب شده به گونه‌ای هستند که محدوده‌ی گسترده‌ای از PGA² را شامل شوند. حروف (N) و (F) در پایان نام هر رکورد در جدول(2) نشان‌دهنده‌ی نزدیک و دور بودن شتاب نگارها از مرکز زلزله می‌باشد.

جدول 2: شتاب نگاشتهای مورد استفاده

نام شتاب نگاشت	ایستگاه	PGA(m/s^2) روی سنگ بستر
LOMA PRIETA 1 (N)	GILROY ARRAY	0/411
LOMA PRIETA 2 (N)	GILROY ARRAY	0/473
NORTHridge 1 (N)	PACOIMA DAM	1/585
NORTHridge 2 (N)	PACOIMA DAM	1/285
NORTHridge 1 (F)	Lake Hughes	0/165
NORTHridge 2 (F)	Lake Hughes	0/217
SAN FERNANDO 1 (F)	Lake Hughes	0/157
SAN FERNANDO 2 (F)	Lake Hughes	0/134

برای هر نوع خاک، طیف‌های به دست آمده برای عمق‌ها و سختی‌های مختلف را بر حسب مقادیر آن‌ها در دوره تناوب‌های صفر یعنی شتاب زمین (PGA) هم‌پایه کرده، سپس آن‌ها را با استفاده از توزیع‌های آماری 50 درصد و 84 درصد ترکیب نموده و با طیف طرح استاندارد آینین نامه 2800 مقایسه می‌کنیم. در نظر گرفتن توزیع‌های آماری 50 و 84 درصد بدین دلیل است که برای سازه‌های عادی معمولاً پذیرفتن پارامترهای حرکت زمین و طیف‌های بازتابی که نزدیک به مقادیر متوسط (میانگین با اطمینان ۵۰ درصد) باشند، تا حد مناسبی محافظه کاری لازم را ارضا می‌کند، در حالی که برای سازه‌های مهم و بحرانی نظری پل‌ها، سدها، نیروگاه‌های هسته‌ای و پالایشگاه‌ها، زلزله‌های طراحی باید به صورت میانگین بعلاوه یک انحراف معیار یا فوق‌میانگین (84 درصد) از مجموعه اطلاعات موجود در منطقه مطالعه انتخاب شوند تا اطمینان کافی حاصل گردد[8 و 9].

¹ Deaggregation of Seismic Hazard

² Peak Groundmotion Acceleration

نتایج حاصل از تحلیل‌های صورت گرفته برای ۴ نوع خاک، در شکل‌های ۱ تا ۴ آورده شده است که برای

هر نوع خاک، در ۲ بخش جداگانه روی ناحیه‌ی شتاب ثابت و ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت بحث می‌گردد.

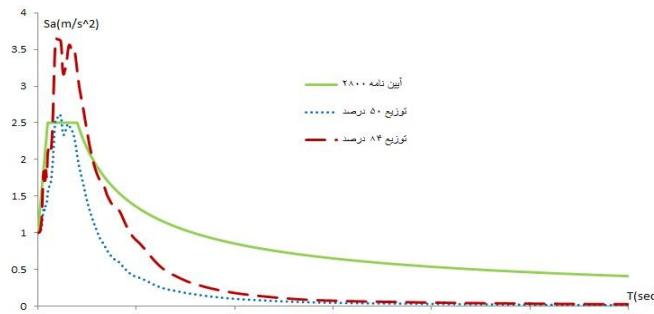
۵. بررسی خاک نوع (۱)

۱.۵ بررسی ناحیه شتاب ثابت

در این ناحیه، در بازه‌ی دوره تناوب‌های بین صفر تا ۰/۱ ثانیه انطباق خوبی بین طیف‌های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح آیننامه ۲۸۰۰ وجود دارد. در دوره تناوب‌های ۰/۱ ثانیه به بعد، طیف میانگین نزدیک به طیف آیننامه است ولی در برخی دوره تناوب‌ها مقادیر آن از مقادیر آیننامه تعjaوز می‌کند، با توجه به این مشاهدات می‌توان گفت که طیف آیننامه پوش مناسبی را برای طیف میانگین در نظر گرفته است. همچنین مشاهده می‌شود که مقادیر طیف فوق میانگین در دوره تناوب‌های ۰/۱ ثانیه به بعد، به مقدار قابل توجهی از طیف طرح آیننامه تعjaوز می‌کند. چنین نتایجی نیز در سایر پژوهش‌های دیگر [۱۰] مشاهده گردیده که نشان می‌دهند این ناحیه از طیف آیننامه برای خاک نوع (۱) می‌تواند مورد مطالعه‌ی بیشتری واقع گردد.

۲.۵ بررسی ناحیه سرعت ثابت و جابجایی ثابت

در ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت، مقادیر طیف فوق میانگین به خصوص از دوره تناوب ۰/۸ ثانیه به بعد و کلیه‌ی مقادیر طیف میانگین به مقدار قابل ملاحظه‌ای از طیف آیننامه ۲۸۰۰ کوچک‌تر است که نشان می‌دهند مقادیر آیننامه‌ای برای این ناحیه‌ها به مقدار قابل ملاحظه‌ای محافظه کارانه می‌باشند. چنین نتایجی نیز در سایر پژوهش‌های دیگر [۱۰] مشاهده گردیده است. با توجه به مشاهدات صورت گرفته، می‌توان این بخش از طیف طرح آیننامه را برای خاک نوع (۱) مورد بررسی‌های بیشتری قرارداد.



شکل ۱: مقایسه طیف‌های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح استاندارد آین نامه ۲۸۰۰- خاک ۱

۶. بررسی خاک نوع (۲)

در این پژوهش، با توجه به ضخامت ۳۰ متری و سختی‌های در نظر گرفته شده برای خاک نوع (۲) در مدل‌سازی (مشابه مشخصات خاک نوع (۱)، نتایج حاصل از تحلیل‌ها، مشابه نتایج خاک نوع (۱) به دست آمده است. برای این نوع خاک، باید اثرات ضخامت‌های بزرگ‌تر که بر روی پاسخ ساختگاه به خصوص در دوره تناوب‌های بالاتر تأثیرگذار است [۱۰] نیز، در نظر گرفته شود.

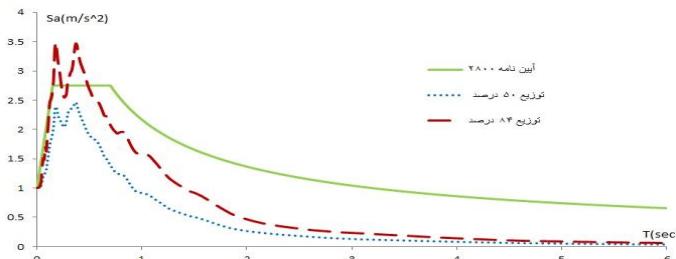
۷. بررسی خاک نوع (۳)

۱.۷. ناحیه شتاب ثابت

در این ناحیه، در بازه‌ی دوره تناوب‌های بین صفر تا $0/1$ ثانیه انطباق خوبی بین طیف‌های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح آین نامه ۲۸۰۰ وجود دارد. در دوره تناوب‌های $0/1$ ثانیه به بعد، طیف میانگین تا دوره تناوب $0/35$ ثانیه به طیف آین نامه نزدیک است ولی در دوره تناوب‌های بالاتر، اختلاف آن با طیف آین نامه افزایش می‌یابد. مقادیر طیف فوق میانگین در دوره تناوب‌های $0/1$ ثانیه به بعد، در برخی دوره تناوب‌ها به مقدار قابل توجهی از طیف طرح آین نامه تجاوز می‌کند. مشاهدات صورت گرفته نشان می‌دهد که طیف آین نامه برای این نوع خاک، برای سازه‌های عادی مناسب و تا حدی محافظه‌کارانه نیز می‌باشد.

۲.۷. ناحیه سرعت ثابت و جابجایی ثابت

در ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت، مشاهده می‌شود که طیف طرح آین نامه به مقدار قابل توجهی از طیف‌های میانگین و فوق میانگین بزرگ‌تر است که نشان‌دهنده محافظه‌کارانه بودن مقادیر آین نامه در این ناحیه‌ها است که می‌تواند مورد مطالعه‌ی بیشتری واقع گردد. چنین نتایجی نیز در سایر پژوهش‌های دیگر [۱۰] مشاهده گردیده است.



شکل 2 مقایسه طیف های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح استاندارد آین نامه 2800- حاکم 3

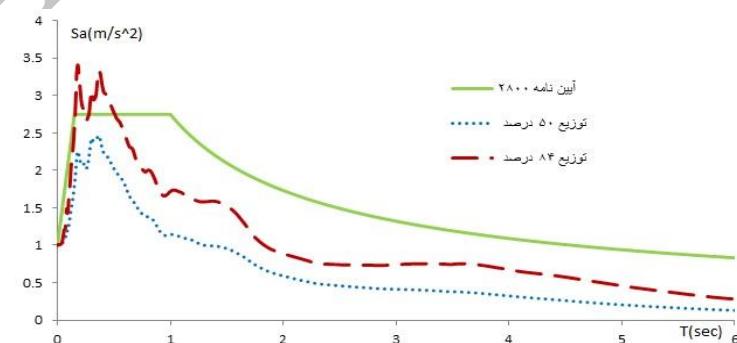
8. بررسی خاک نوع (4)

1.8. ناحیه شتاب ثابت

در این ناحیه، در بازه‌ی دوره تناوب‌های بین صفر تا $0/1$ ثانیه انطباق خوبی بین طیف‌های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح آین نامه 2800 وجود دارد. مقادیر طیف فوق میانگین در برخی از دوره تناوب‌های $0/1$ ثانیه به بعد از مقادیر آین نامه تجاوز می‌کند. مقادیر طیف‌های میانگین از دوره تناوب $0/1$ تا $0/3$ ثانیه به مقادیر طیف طرح آین نامه نزدیک است که نشان‌دهنده‌ی پوش مناسب آین نامه برای این بازه است، ولی در دوره تناوب‌های بیشتر از $0/3$ ثانیه، مقادیر طیف آین نامه به مقدار قابل ملاحظه‌ای بزرگ‌تر از آن است که این مشاهده در پژوهش‌های دیگر نیز حاصل گردیده است [10].

2.8 بررسی ناحیه سرعت ثابت و جابجایی ثابت

مقادیر آین نامه در ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت به مقدار قابل توجهی بیشتر از طیف‌های میانگین و فوق میانگین است که نشان می‌دهد مقادیر آین نامه در این نواحی خیلی محافظه کارانه است که می‌تواند مورد مطالعه‌ی بیشتری واقع گردد. چنین نتایجی نیز در سایر پژوهش‌های دیگر [10] مشاهده گردیده است.



شکل 3: مقایسه طیف‌های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح استاندارد آیین نامه ۲۸۰۰- خاک 4

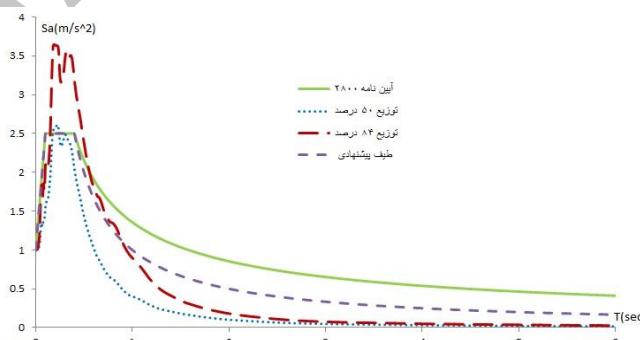
9. بررسی رابطه‌ی پیشنهادی ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت برای طیف آیین نامه ۲۸۰۰

محافظه کارانه بودن طیف‌های آیین نامه ۲۸۰۰ ایران در ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت ممکن است ناشی از منظور کردن مشخصه‌های متفاوت موجود در حرکت زمین در بستر سنگی برای مناطق مختلف باشد [11]. از این‌رو می‌توان رابطه‌ی $(S+1)(T_s/T)^{2/3}$ را مورد ارزیابی مجدد قرارداد و رابطه‌ی $(S+1)(T_s/T)$ را به جای آن پیشنهاد داد، زیرا در اغلب آیین‌نامه‌های روز دنیا برای ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت سیر نزولی با شیب بیشتری، و در اکثر آن‌ها توان رابطه‌ی (T/T_s) را ۱ در نظر می‌گیرند [11] که در این بخش از مقاله به بررسی رابطه‌ی پیشنهادی برای خاک‌های مختلف آیین نامه پرداخته می‌شود.

برای بررسی رابطه‌ی پیشنهادی، مقادیر طیف‌های میانگین و فوق میانگین به دست آمده از تحلیل‌های صورت گرفته، با طیف حاصل از رابطه‌ی پیشنهادشده در ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت که مقادیر کمتری را نسبت به طیف ۲۸۰۰ نتیجه می‌دهد، مقایسه شده و نتایج برای هر یک از انواع خاک در بخش‌های جداگانه مطرح می‌شود.

1.9. بررسی خاک نوع ۱ و ۲

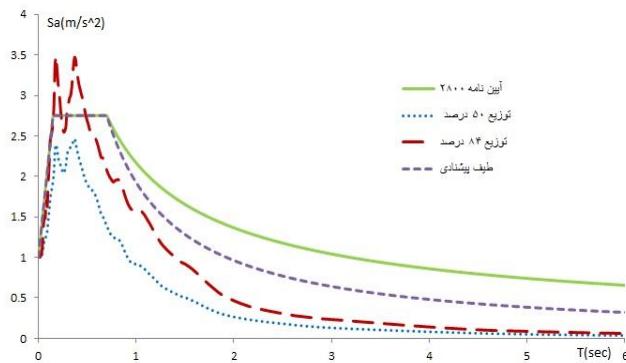
طیف پیشنهادی در دوره تناوب‌های کوچک‌تر از ۰/۹ ثانیه با مقادیر طیف فوق میانگین تقریباً منطبق است، در حالی که مقادیر طیف فوق میانگین از دوره تناوب‌های ۰/۹ ثانیه به بعد و همچنین مقادیر طیف میانگین در تمامی دوره تناوب‌های ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت، کوچک‌تر از طیف پیشنهادی است، از این‌رو طیف پیشنهادی پوش مناسبی را روی طیف‌های میانگین و فوق میانگین در ناحیه‌های ذکر شده در نظر می‌گیرد. چنین نتایجی نیز، در سایر پژوهش‌های دیگر [10] حاصل شده است.



شکل 4: مقایسه طیف‌های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح پیشنهادی- خاک ۱ و ۲

3.9. بررسی خاک نوع 3

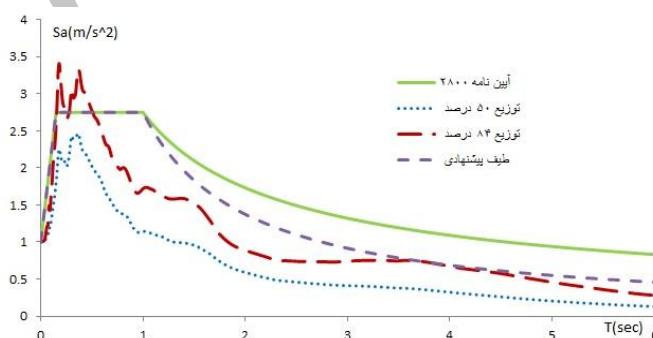
مشاهده می شود که برای این نوع خاک، طیف پیشنهادی نسبت به طیف آئین نامه، به مقادیر طیف های میانگین و فوق میانگین نزدیک تر و همواره بزرگ تر از آن ها است. این نتایج نشان می دهند که طیف پیشنهادی، پوش مناسبی را برای طیف های میانگین و فوق میانگین در نظر می گیرد که در سایر پژوهش های دیگر [10] نیز چنین نتایجی مشاهده گردیده است.



شکل 5: مقایسه طیف های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح پیشنهادی - خاک 3

3.9. بررسی خاک نوع 4

در این نوع خاک، اثر دوره تناوب های بالاتر بر پاسخ ساختگاه، اهمیت بیشتری دارد. مشاهده می شود که طیف پیشنهادی همواره بزرگ تر از طیف میانگین بوده و به طیف فوق میانگین نیز بسیار نزدیک است. این نتایج نشان می دهند که طیف پیشنهادی، پوش مناسب تر و اقتصادی تری را برای طیف های میانگین و فوق میانگین در نظر می گیرد که در سایر پژوهش های دیگر [10] نیز چنین نتایجی مشاهده گردیده است.



شکل 6: مقایسه طیف های میانگین و فوق میانگین با طیف طرح پیشنهادی - خاک 4

10. خلاصه و نتیجه گیری

با توجه به در نظر گرفتن اثر سختی در تحلیل های انجام گرفته، و بررسی طیف های میانگین و فوق میانگین حاصل برای هر 4 نوع خاک، در این پژوهش می توان بروداشت کرد که:

- 1 در ناحیه‌ی شتاب ثابت، مقادیر طیف فوق میانگین برای هر 4 نوع خاک، در برخی دوره تناوب‌ها از مقادیر طیف آین نامه بزرگ‌تر می‌باشند. طیف طرح آین نامه برای موارد ذکر شده می‌تواند مورد بررسی‌های بیشتری قرار گیرد.
- 2 در ناحیه‌ی شتاب ثابت، طیف طرح آین نامه برای طیف میانگین هر 4 نوع خاک، پوش مناسبی را در نظر می‌گیرد.
- 3 طیف‌های طرح آین نامه 2800 در ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت برای هر 4 نوع خاک مقادیر محافظه کارانه‌ای را ارائه می‌دهند که می‌تواند باعث غیراقتصادی شدن پروژه‌ها گردد، از این رو رابطه‌ی پیشنهادی $(S+1)(Ts/T)$ برای دوره تناوب‌های بلند می‌تواند مورد مطالعات بیشتری قرار گیرد.
- 4 مقادیر طیف پیشنهادی برای ناحیه‌های سرعت ثابت و جابجایی ثابت، همواره از مقادیر طیف میانگین و فوق میانگین برای هر 4 نوع خاک بزرگ‌تر بوده که نشان می‌دهد این طیف نسبت به طیف طرح آین نامه 2800، برای سازه‌ها پوش مناسب‌تر و اقتصادی‌تری را ارائه می‌دهد.

9. مراجع

- [1] قائم‌قائمان، م. نوجوان، ع. "مطالعه پارامترهای زلزله‌شناسی و اثر ساختگاهی با استفاده از نگاشت‌های زلزله داهوئیه (زرند)" پژوهشنامه زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، 1385.
- [2] Kramer SL. Geotechnical earthquake engineering, In: Prentice – Hall internatinoal series in civil engineering and engineering mechhanics. Prentice-Hall, New jersey. 1996.
- [3] Ghayamghamian, M.R., Kawakami, H. On the characteristics of non-linear soil response and dynamic soil properties using vertical array data in Japan". Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics,25, No.8, 857-870.1996.
- [4] Ghayamghamian, M.R. Segmental cross-spectrum as a new technique in site response estimation using pectral ratio analysis. Journal of Earthquake Engineering 9, No. 2, 247-261.2005.
- [5] کرامر، ا. "مهندسی ژئوتکنیک لرزه‌ای"، ترجمه میرمحمد حسینی، س.م، موسسه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، 1388.
- [6] آین نامه طراحی ساختمان‌ها در برابر زلزله (استاندارد 2800)، ویرایش سوم، مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، وزارت مسکن و شهرسازی، 1384.
- [7] طاحونی، ش. (1389) "اصول مهندسی ژئوتکنیک جلد 1 مکانیک خاک"، انتشارات پارس آین.

- [8] Seed, H.B. and Idriss, I.M. Ground Motion and Soil Liquefaction During Earthquakes , EERC, Monograph Series, 1982
- [9] Hall, W. J., Mohraz, B. and Newmark, N.M. Statistical study of Earthquake Response Spectra.,Proceedings Of 3rd International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Paper No.K1/6, 1975.
- [10] محراجی مقدم، ا. و رجبی، ث. و نصری زر، ا.ا، " بررسی اثرات شرایط محلی بر پاسخ ساختگاه " مجموعه مقالات کنفرانس بین المللی عمران معماری و توسعه پایدار شهری، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران، 27-28 آذر، 1392
- [11] Chopra AK. Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering (2nd ed.), Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2001.