

## بورسی ترک خوردگی پیشرونده به روش المانهای مجزا در سازه های بتن مسلح

حمید پریش<sup>۱</sup>، زهرا فایض<sup>۲</sup>، ویدا الونی<sup>۳</sup>

۱-مدرس دانشگاه علمی کاربردی واحد نی ریز، ایران

hamidparish@yahoo.com

۲-دانشجوی دکترا، دانشگاه ukm مالزی

zahra\_fayez@yahoo.com

۳-کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه ukm مالزی

Vida\_alvani@yahoo.com

### چکیده

این مقاله در این مقاله براساس روش ترکیبی المانهای محدود و مجزا یک مدل تحلیلی از سازه بتن مسلح ارائه می گردد که امکان مدلسازی عددی برخورد و نفوذ پرتا به ها، ایجاد و رشد ترکهای پیشرونده و کلیه رفتارهای تماسی پس از ترک خوردگی را با در نظر گرفتن رفتار نرم شدگی بتن فراهم می سازد. برای مدلسازی بتن از معیار ترک خوردگی رانکین استفاده شده است. در محیط ترک خورده روابط روش المانهای مجزا(Discrete Element Method) و مکانیک تماس (Contact Mechanics) شکل پذیر(Deformable) خود بوسیله یک نوع اندرکنش تماسی با سایر المانها، رفتار محیط اصلی را شبیه سازی می کنند. نتایج تحلیلهای عددی بوسیله این روش با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

**کلمات کلیدی:** سازه بتن مسلح، المانهای مجزا، مکانیک تماس، ترک، برخورد، نفوذ

### .1 مقدمه

محاسبه ترک خوردگی پیشرونده در سازه های بتن مسلح نظری سدها، پلهای، پناهگاهها، سازه های مدفون ، راکتورهای هسته ای و ... در اثر بارگذارهای خارجی از اهمیت به سزایی برخوردار است. به علت وجود مکانیسمها و

عوامل متعددی که در رفتار این سازه ها مؤثر می باشند، برآورد دقیق چنین رفتاری به سادگی امکان پذیر نمی باشد. لذا ارائه روشی با استفاده از جدیدترین مدل های محاسباتی که امکان محاسبه اندر کنش تماشی، ترک خوردگی موضعی سازه و اثرات کلی برخورد را میسر نماید بیش از پیش ضروری میباشد. مدل سازی عددی رفتار بتن بر اساس روش ترک مجذرا (Discrete Crack) مدل ترک چسبنده بوسیله Hillerborg [1] ارائه شد که مود ا شکست بتن را در نظر می گیرد [2-1]. این روش در سال 1994 توسط Cervenka برای شکست براساس مودهای مرکب I و II تکمیل گردید [3]. در سال 1995 این روش توسط Aliabadi در المانهای مرزی استفاده شد [4]. در سال 1987 Lin با ارائه المانهای فرسایشی توانست برخورد پرتابه به دال بتنی را به صورت سه بعدی مدل سازی کند [5]. در سال 1993 با استفاده از روش المانهای مجذرا (DEM) ترک خوردگی ناشی از برخورد پرتابه به دالهای بتنی مسلح را تحلیل کرد [6]. در این تحقیق روشی مورد استفاده قرار می گیرد که ضمن در برداشتن رفتار مصالح و عملکردهای تماشی پس از ترک خوردگی قابلیت تحلیل ترک خوردگی های گسترده را نیز دارد. در این روش محیط ترک خوردگی به المانهای جدا از هم تقسیم میشود که هر یک از این المانها ضمن رفتار شکل پذیر به وسیله بکار گیری الگوریتمهای تماشی با سایر المانهای هم مرز خود اندر کنش تماشی دارد.

## 2. مدل رفتاری بتن مسلح

در این تحقیق مدل رفتاری بتن با مشخص بودن مقاومت کششی تک محوری بتن  $f'_t$  و انرژی شکست  $G_f$  شیوه سازی می شود. بدینصورت که بتن قبیل از تسلیم به صورت یک مصالح الاستیک خطی رفتار می کند و پس از تسلیم اولیه با یک رفتار نرم شدگی کرنش تا شکست نهایی و آغاز باز شدگی ترک پیش می رود. سفره آرماتور مسلح کننده بتن به صورت یک لایه فولادی با چسبنده کاملاً به لایه بتنی المانبندی میشود. رابطه تنش کرنش فولاد، الاستیک کامل از نوع فون میز (Von Mises) فرض می شود.

### 1-1. رفتار نرم شدگی بتن (Softening Behavior)

در این تحقیق از مدل پلاستیسیته نرم شدگی دو خطی رانکین (Rankine) استفاده شده است (شکل 1). انرژی آزاد شده شکست به صورت انتگرال سطح زیر منحنی شاخه نرم شدگی تنش کرنش تعریف می شود:

(1)

$$G_f = \left[ \frac{1}{2} f_t (\varepsilon_u - \varepsilon_t) \right] l_c$$

مقاومت کششی ،  $\epsilon_t$  و  $E_t$  کرنش شکست کششی و نهایی و  $l_c$  عرض جمع شدگی می باشند. در حالت کلی با یک تقریب مناسب  $l_c$  بر حسب سطح المان ( $A$ ) به صورت زیر تعریف می شود [7]:

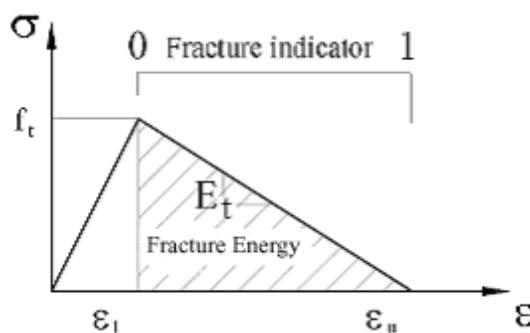
(2)

$$l_c = A^{1/2}$$

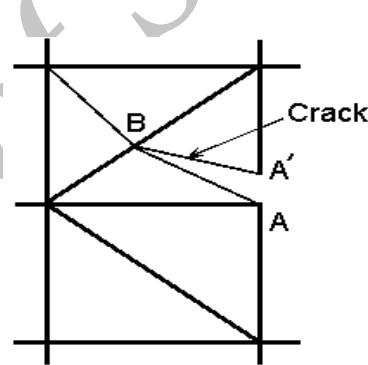
مدول نرم شدگی نیز بر اساس شیب خط نرم شدگی شکل(1) و رابطه(1) به صورت زیر بدست می آید :

(3)

$$E_t = \frac{f_t^2 l_c}{2G_f}$$



شکل 1 - مدل نرم شدگی انرژی شکست [3]



شکل 2 - مش بنده مجدد پس از شکست

### 3. مدلسازی المان های مجزا

روش المان های مجزا به سه گام اصلی ردیابی تماس (Contact Detection)، اندرکش تماس (Contact Interaction) و الگوریتم شکست تقسیم بنده می شود [7]. هدف از گام اول ارائه الگوهایی است که قادر به تشخیص خودکار المان هایی که با یکدیگر برخورد می کنند و یا در تماس هستند باشد. هدف گام دوم اعمال نیروهای حاصل از تماس و یا برخورد بین المان ها به سیستم می باشد. در گام سوم نحوه بسط و گسترش ترک ها، تعیین جهت ترک خوردنگی، شاخص شکست، تعریف گره های جدید، تقسیم المان و اعمال شرایط سازگاری در گره های جدید و مش بنده مجدد مورد بررسی قرار می گیرد. در شکل (2) الگوی مش بنده مجدد در حالت دو بعدی نمایش داده

شده است. همانطور که در شکل دیده میشود وقتی تنشها در نقطه ای مثل A به حد ترک خوردنگی می‌رسد، گره A به دو گره A و A' تبدیل شده، المان حاوی ترک به دو المان جدید تقسیم میشود. به منظور حفظ سازگاری گره جدید B روی المان تعریف شده و متناسب با آن مش بندی تغییر داده می‌شود.

### ۱-۳. اندرکنش تماس

پس از آنکه تماس بین دو المان مجزا محرز گردید نوبت به آن می‌رسد که سختی و نیروی تماس توسط اعمال یک قید مناسب به معادلات اجزاء محدود اعمال گردد. یک قید تماسی در حقیقت یک مقدار مشخص برای یک درجه آزادی و یا تعیین ارتباط بین درجات آزادی مختلف می‌باشد. یک روش معمول، روش مینیمم کردن انرژی پتانسیل کل برای بدست آوردن معادلات لازم می‌باشد. در این روش برای اعمال قید مربوط به تماس یک تابعی (Functional)  $\pi^{con}$  به تابعی انرژی پتانسیل کل سیستم افزوده می‌گردد [7].

$$\bar{\pi} = \pi_{(u)} + \pi^{con}(C, \mathbf{u}, \dots) \quad (4)$$

که C ماتریس قید است. تغییرات تابعی جدید  $\bar{\pi}$  برابر مجموعه تغییرات تابعی ذکر شده می‌باشد:

$$\delta\bar{\pi} = \delta\pi_{(u)} + \delta\pi^{con} \quad (5)$$

با صفر قرار دادن تغییرات تابعی پتانسیل جدید  $\bar{\pi}$  قید تماس به سیستم تحمیل می‌گردد.

#### روش پنالتی

مبناً روش پنالتی بر این اصل استوار است که تغییرات  $C^T C$  هنگامی که قید ارضامی شود برابر صفر است  $(\delta(\mathbf{C}^T \mathbf{C}) = 0)$ . در این روش تابعی قید را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\pi^{con} = \frac{1}{2} \alpha \int \mathbf{C}_{(u)}^T \mathbf{C}_{(u)} d\Omega \quad (6)$$

در رابطه (6)  $\alpha$  ضریب پنالتی نامیده می‌شود. از مزیت‌های این روش آن است که اعمال قید نیاز به هیچ معادله اضافی نخواهد داشت ولی تقریبی بوده و پاسخهای بدست آمده از آن به  $\alpha$  بستگی دارد. با کاهش مقدار این ضریب

خطای بوجود آمده افزایش می یابد و بکارگیری مقادیر بسیار بزرگ برای آن به ناپایداری عددی تحلیل می انجامد.

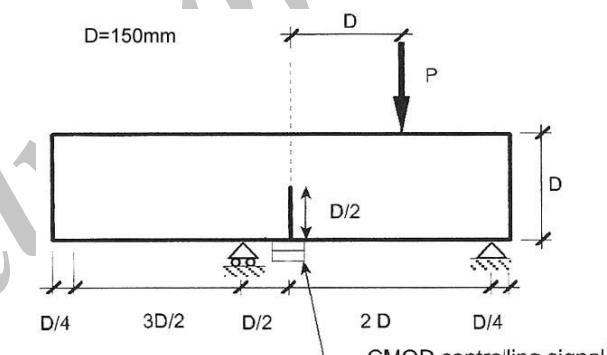
یک مقدار مناسب اولیه برای  $\alpha$  در فاصله  $2E < \alpha < 0.5E$  پیشنهاد شده است [8].

#### 4. تحلیلهای عددی

##### 4-1. مدل شماره یک

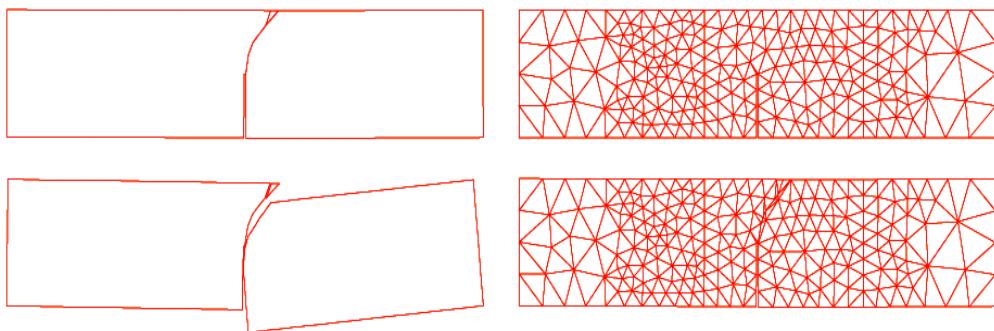
این مدل یک تیر بتنی به ابعاد نشان داده شده در شکل (3) میباشد که تحت بارگذاری استاتیکی قرار گرفته است و شکست بتن در اثر بارگذاری مودهای مرکب را نشان می دهد [9]. مشخصات مصالح در جدول (1) آورده شده است.. شکل (4) روند رشد ترک و تغییر شکلها نمونه همراه با تغییرات مش بنده پس از ترک خوردگی را نشان می دهد. همانطور که در شکل (5) مشاهده میشود شکل ترک خوردگی بدست آمده با دقت مناسبی در محدوده نتایج بدست آمده از چندین مدل آزمایشگاهی قرار دارد [9].

$\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$
$E_c = 38 \text{ GPa}$
$\nu_c = 0.15$
$f_t' = 3.0 \text{ MPa}$
$G_f = 100 \text{ N/m}$
$\alpha = 25 \text{ GPa}$

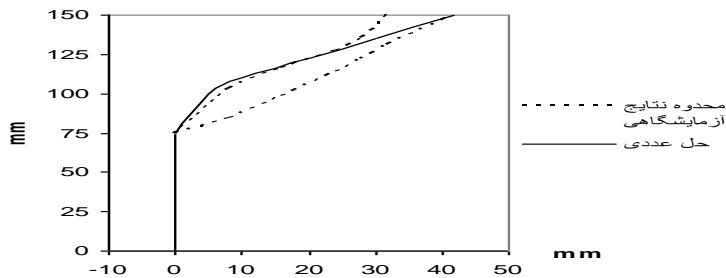


جدول 1: ویژگیهای مصالح مدل شماره یک

شکل 3 - ابعاد مدل شماره یک [9]



شکل 4- الگوی مش بندی سازه و گسترش ترک و مش بندی مجدد بعد از ترک خوردگی



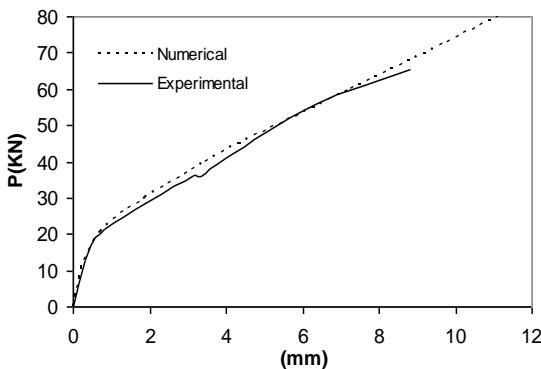
شکل 5- مقایسه شکل ترک بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی [9]

#### 4-2. مدل شماره دو

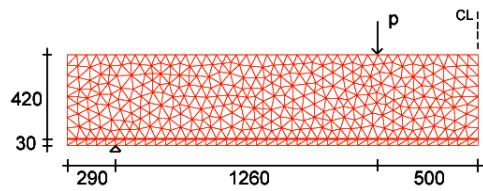
تحلیل عددی گسیختگی برشی تیرهای بتی بدلیل در برگرفتن موادهای مرکب دارای پیچیدگی هایی است. در این مدل یک تیر دوسر مفصل بتن مسلح با مشخصات جدول شماره 2 که تحت بار جانبی استاتیکی است تحلیل شده است [10]. سفره آرماتورها به صورت یک لایه فولادی گستردگی به وسیله المانهای مثلثی مدلسازی شده اند. چسبندگی بین بتن و فولاد کامل فرض شده است و لغزشی بین آنها رخ نمیدهد. منحنی تغییر مکان وسط دهانه تیر بر حسب بار P و شکل ترک خوردگی تیر در شکلهای 7 و 9 ترسیم شده است. تطابق خوب جوابها با نتایج آزمایشگاهی دقت روش را نشان میدهد. تحلیل تا مرحله گسیختگی کامل پیش نرفته است و لذا هیچگونه افت مقاومت مرحله گسیختگی در بخش انتهایی منحنی شکل (7) انتظار نمی رود. در شکل (9) همانطور که مشاهده می شود ترکهای بدست آمده ترکیبی از ترکهای خمسی و خمسی- برشی است. انحراف امتداد ترکها از محور قائم در نزدیکی تکیه گاه یعنی جایی که اثر لنگر از برش کمتر است رخ می دهد.

جدول 2: ویژگیهای مصالح مدل شماره دو

$\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$	$E_c = 28 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0.15$	$f'_t = 2.4 \text{ MPa}$	$G_f = 100 \text{ N/m}$
$\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$	$E_s = 210 \text{ GPa}$	$\nu_s = 0.3$	$F_y = 4400 \text{ MPa}$	$\alpha_{Contact} = 25 \text{ GPa}$



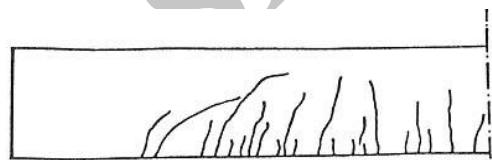
شکل 7- منحنی تغییر مکان وسط دهانه تیر



شکل 6- ابعاد هندسی مدل شماره دو [10]



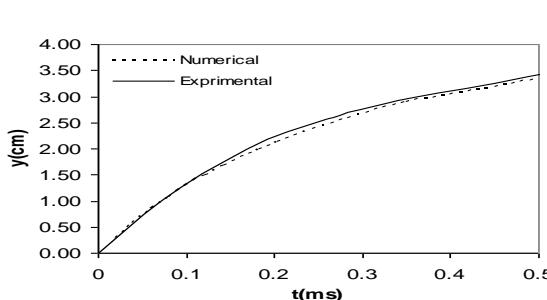
شکل 9- شکل ترک خورده‌گی تحلیل عددی



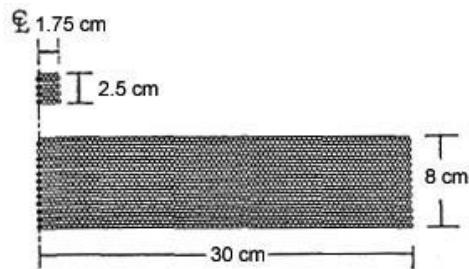
شکل 8- شکل ترک خورده‌گی آزمایشگاهی [10]

#### 3-4. مدل شماره سه

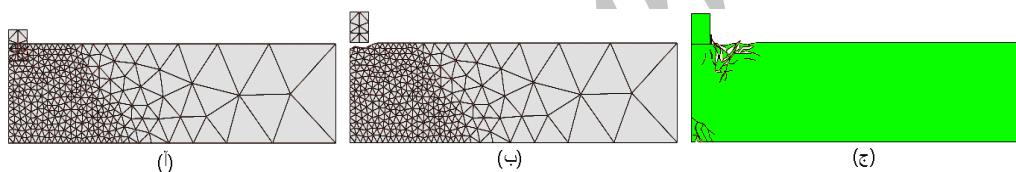
این مدل یک دال بتی یکطرفه با ابعاد هندسی شکل (10) و مشخصات مصالح جدول (3) میباشد که به صورت یک تیر دوبعدی مدل شده است [6]. این دال در اثر برخورد یک پرتا به با سرعت اولیه  $170 \text{ m/s}$  ترک خورده و پرتا به به داخل آن نفوذ می کند. منحنی نفوذ پرتا به نسبت به زمان در شکل (11)، نمایانگر تطابق بسیار خوب نتایج حاصل از تحلیل عددی مسئله با مشاهدات و اندازه گیریهای آزمایشگاهی است. اگرچه بهترین مقدار برای  $\alpha$  در فاصله  $0.5E < \alpha < 2E$  می باشد. اما در مسایل برخورد با سرعت بالا برای آنکه جسم برخورد کننده در جسم هدف فرو نرود (شکل 12-الف) لازم است سختی مجازی تماس (ضریب پنالتی) افزایش . در شکلها 12-ب و 12-ج ناپایداری ناشی از انتخاب مقادیر زیاد برای ضریب پنالتی نشان داده شده است. در شکل (13) الگوی گسترش ترک و خردشده‌گی بتن همراه با نفوذ پرتا به در گامهای زمانی مختلف که بر اساس تحلیلهای پایدار و صحیح بدست آمده اند، نشان داده شده است.



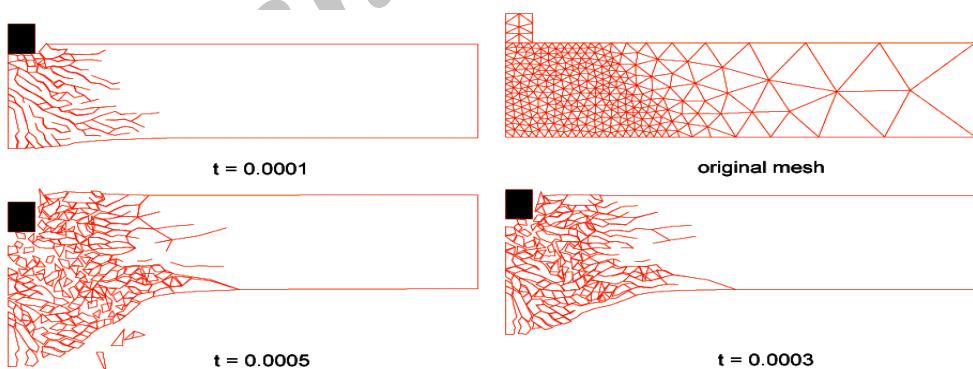
شکل 11- منحنی نفوذ پرتابه بر حسب زمان



شکل 10- ابعاد مدل شماره سه [6]



شکل 12- ناپایداری ناشی از انتخاب مقادیر نامناسب برای پارامترهای مکانیک تتماس



شکل 13- الگوی گسترش ترک پس از برخورد پرتابه

جدول 3: ویژگیهای مصالح مدل شماره سه

$\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$	$E_c = 24 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0.17$	$E_t = 210 \text{ GPa}$
$\alpha_{n(contact)} = 2100 \text{ GPa}$	$f'_t = 2.6 \text{ MPa}$	$G_f = 110 \text{ N/m}$	$\rho_t = 17850 \text{ kg/m}^3$

## 5 نتیجه گیری:

در این مقاله بر اساس روش المانهای مجرا (DEM) و با استفاده از تئوریهای مکانیک تماس و مکانیک شکست روش عددی مناسبی برای مدلسازی ترک خوردگی گسترده سازه های بتنی و بتن مسلح ارائه شد. از خصوصیات این روش در نظر گرفتن تغییرشکلهای بزرگ و نرم شدگی کرنش بتن پس از ترک خوردگی می باشد. نتایج تحلیلهای انجام شده تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است. جهت دستیابی به جوابهای صحیح انتخاب مقادیر مناسب برای پارامترهای مکانیک تماس و مکانیک شکست و همچنین مش بندی مناسب سازه بسیار حائز اهمیت است. در تحقیقهای آینده امکان توسعه این روش به شرح زیر وجود دارد:

- اضافه کردن معیارهای ترک خوردگی چند پارامتری و لحاظ نمودن اثرات ترکیبی برش و تنش قائم در ترک خوردگی بتن به برنامه موجود و مقایسه بین نتایج تحلیل با معیارهای مختلف.
- افزودن امکانات مش بندی کلی مجدد سازه جهت کاهش هر چه بیشتر خطاهای عددی ناشی از اعوجاج بیش از حد المانهای اولیه (تحلیل اجزا محدود وفقی).
- توسعه و بررسی رفتار پیوستگی و چسبندگی بین بتن و فولاد و مدلسازی جدایی بین بتن و فولاد.

## 6 مراجع

- [1] Rashid Y., "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels", *Nuclear Engineering and Design*, 1968, Balkema Ed., pp. 265-286.
- [2] Hillerborg A., Modeer M., Petersson P., "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", *Cement and Concrete Research*, 1976, Vol. 6, p. 773-782.
- J., "Discrete crack modelling in concrete structures", 1994, *PhD [3] Cervenka Thesis*, University of Colorado.

- [4] Saleh A., Aliabadi M., "Crack growth analysis in concrete using boundary element method", *Engineering Fracture Mechanics*, 1995, Vol. 51, pp. 533-545.
- [5] Belytschko T. and Lin J. I., "A Three- Dimensional Impact-Penetration Algorithm With Erosion", *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 5, 1987, p.p. 111-127.
- [6] Morikawa H., Sawamoto Y., "Local Fracture Analysis of a Reinforced Concrete Slab by the Discrete Element Method", *proceeding of the 2nd international conference on Discrete Element Modelling*, 1993.
- [7] Mohammadi S., "Discontinuum Mechanics by Finite and Discrete Elements", *WIT press*, 2003.
- [8] Peric D. and Owen D.R.J., "Computational Model for 3-D Contact Problem with Friction Based on the Penalty Method", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 1992, Vol. 35, p.p. 1289-1309.
- [9] Cendon D.A., Galvez J. C., Planas J., "Modeling the Fracture of Concrete Under Mixed Mode Loading", *ECCOMAS 2000*.
- [10] Grzegorz Gajer, "Simplified Nonorthogonal Crack Model For Concrete" *J. of Structural Engineering(ASCE)*, 1991, Vol. 117, No. 1.