



مرکز پژوهش‌های مطالعات دریایی

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی



ICOPMAS

## تحلیل اثر پارامترهای خاک بر رفتار دینامیکی سکوهایی خودبالابر به کمک کوپل المان مرزی و المان محدود

هومان اعتصامی فرد

محمد جواد کتابداری

کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

استادیار، دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

[houman\\_et@yahoo.com](mailto:houman_et@yahoo.com)

[ketabdar@cic.aut.ac.ir](mailto:ketabdar@cic.aut.ac.ir)

### ۱. چکیده

سکوهایی خودبالابر یا جک آپ نوعی از سکوهایی متحرک فراساحلی محسوب می‌گردند که معمولاً جهت انجام عملیات حفاری یا انجام عملیات مشترک با سکوهایی ثابت تا اعماق ۱۲۰ متری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نوع سکوها عموماً دارای پی مخروطی گسترده می‌باشند، که در انتهای پایه‌ها قرار دارد و وقتی سکو به موقعیت مورد نظر رسید، به کمک جک‌هایی، روی بستر دریا قرار می‌گیرد. بنابراین رفتار دینامیکی آنها تا حد زیادی به وضعیت ژئوتکنیکی لایه‌های خاک بستر دریا وابسته خواهد بود. در این تحقیق اندرکنش موج سازه و خاک در سکوی خود بالابر به کمک بر اساس روش مشترک اجزاء محدود و المان مرزی به منظور بررسی اثر پارامترهای خاک بر رفتار دینامیکی سکو مورد بررسی قرار گرفته است.

### ۲. مدل عددی سکو

در این تحقیق جهت بررسی اثر تغییرات فونداسیون بر رفتار دینامیکی سکو، سازه سکو به صورت یک قاب ساده (مدل مورد استفاده توسط کسیدی [1]) و به روش المان محدود و فونداسیون آن به صورت محیط الاستیک بینهایت و به کمک روش المان مرزی مدل گردیده است. تحلیل مدل در حوزه زمان و فرکانس صورت پذیرفته. برای تهیه مدل عددی از نرم افزار *MATLAB* بهره گرفته شده است.

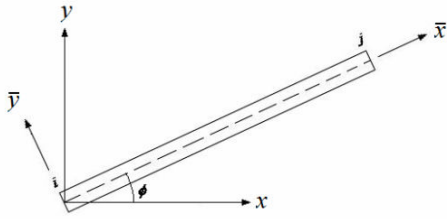
#### ۲.۱. روش المان محدود

برای تهیه مدل عددی سازه سکوی جک‌آپ از المان تیری دو گره‌ای با شش درجه آزادی صفحه‌ای (چهار درجه آزادی انتقالی و دو درجه آزادی دورانی) استفاده گردیده است. درجات آزادی به ترتیب از ۱ تا ۶ شماره گذاری شده‌اند. شکل ۱ این المان را نشان می‌دهد. توابع شکلی این المان در رابطه (۱) ارائه شده است:

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x}{L} & N_4 &= \frac{x}{L} \\ N_2 &= 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 & N_5 &= 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \\ N_3 &= x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 & N_6 &= \frac{x^2}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \end{aligned} \quad (1)$$

که در رابطه فوق  $x$  فاصله هر نقطه المان از گره  $i$  و  $L$  طول المان می‌باشد. توابع شکلی توابعی هستند که برای تعریف تغییر مکان‌های داخلی عضو بر حسب تغییر مکان‌های گره‌ای به کار می‌روند. محاسبه ماتریس سختی در مختصات محلی المان، بر حسب توابع شکلی، به کمک رابطه (۲) امکانپذیر است:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{i,j} &= \int_0^L EI(x) N_i'' N_j'' dx & i, j &= 2, 3, 5, 6 \\ \bar{k}_{i,j} &= \int_0^L EA(x) N_i' N_j' dx & i, j &= 1, 4 \end{aligned} \quad (2)$$



شکل ۲: المان تیر در حالت کلی



شکل ۱: المان تیری با شش درجه آزادی

که در رابطه فوق  $E$  ضریب یانگ،  $I$  ممان اینرسی مقطع و  $A$  سطح مقطع المان مورد نظر می‌باشد. همچنین می‌توان از رابطه (۳) برای محاسبه ماتریس جرم سازگار استفاده نمود:

$$\bar{m}_{i,j} = \int_0^L m(x) N_i N_j dx \quad i, j = 2,3,5,6 \quad (3)$$

$$\bar{m}_{i,j} = \int_0^L m(x) N_i N_j dx \quad i, j = 1,4$$

که در رابطه فوق  $m(x)$  جرم واحد طول المان می‌باشد. مقادیر به دست آمده از روابط فوق، ماتریس‌های جرم و سختی در مختصات محلی هستند، که محور  $x$  بر محور طولی المان منطبق است. در حالت کلی ممکن است محور مختصات محلی المان  $(\bar{x}, \bar{y})$  با محور افقی در مختصات کلی  $(x, y)$  تشکیل زاویه غیر صفر  $(\phi)$  دهد. در این حالت برای اینکه ماتریس‌های محاسبه شده در مختصات محلی در مختصات کلی نیز قابل استفاده باشد، از ماتریس دوران، که در رابطه (۴) ارائه شده است، استفاده می‌شود:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

با استفاده از ماتریس دوران و به کمک رابطه (۵) می‌توان مقدار ماتریس‌های سختی و جرم را در مختصات کلی تعیین کرد:

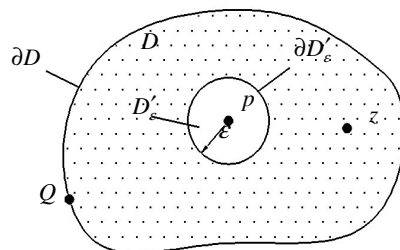
$$k = T^T \bar{k} T \quad (5)$$

$$m = T^T \bar{m} T$$

که در رابطه فوق  $m$  و  $k$  به ترتیب ماتریس جرم و سختی در مختصات کلی و  $T^T$  ترانزپوز ماتریس دوران می‌باشد. با جمع کردن ضرایب مربوط به درجات آزادی مشترک ماتریس جرم  $M$  و سختی  $K$  در مختصات کلی به دست می‌آید.

## ۲.۲. روش المان مرزی

پایه و اساس روش المان مرزی روابط انتگرالی می‌باشد که جابجایی‌های روی مرزها را به ترکشن‌ها مربوط می‌کند، این روابط در سال ۱۸۸۶ توسط سمیلیانا ارائه گشت. به همین دلیل این روابط انتگرالی، به افتخار وی، روابط سمیلیانا نام گذاری شده است. در این روش بار واحد در نقاط گره‌ای  $p$  اعمال می‌گردد و اثر آن بر سایر نقاط گره‌ای  $Q$  محاسبه می‌شود تا ماتریس ضرایب تشکیل شود (شکل ۳).



شکل ۳: ناحیه به کارگیری قضیه بتی

سمیلیانا برای به دست آوردن این روابط از قضیه دوم بتی بهره گرفت، به کمک قضیه دوم بتی انتگرال‌های روی حجم رابطه عمومی الاستیسیته به انتگرال‌های روی سطح تبدیل می‌شود [2]:

$$C_{ij}(p)u_j(p) + \int_{\partial D} T_{ij}(p, Q)u_i(Q) ds(Q) = \int_{\partial D} U_{ij}(p, Q)t_i(Q) ds(Q) \quad (6)$$

$p \in \partial D \quad Q \in \partial D$

در رابطه فوق  $C_{ij}$  ضرایبی که تابعی از شکل المان می‌باشند،  $u_j(p)$  جابجایی در نقطه اعمال بار واحد در راستای  $j$ ،  $T_{ij}(p, Q)$  کرنل ترکشن در نقطه  $Q$  در راستای  $i$  ناشی از اعمال بار واحد در نقطه  $p$  در راستای  $j$ ،  $u_i(Q)$  جابجایی مجهول در نقطه  $Q$  در راستای  $i$ ،  $U_{ij}(p, Q)$  کرنل جابجایی در نقطه مرزی  $Q$  در راستای  $i$  ناشی از بار واحد اعمالی در نقطه  $p$  در راستای  $j$ ،  $t_i(Q)$  ترکشن مجهول در راستای  $i$  و  $ds$  المان سطح می‌باشد. در فضای سه بعدی ۹ کرنل جابجایی وجود دارد که می‌توان آنرا به صورت یک ماتریس  $3 \times 3$  نوشت. کرنل جابجایی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$U_{ij}(p, Q) = \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)} \left[ \frac{1}{r(p, Q)} \right] \times [(3-4\nu)\delta_{ij} + r_{,i}r_{,j}] \quad (7)$$

بردار ترکشن از تصویر کردن تنش‌ها در راستای سه محور اصلی به دست می‌آید. کرنل ترکشن به کمک رابطه قابل محاسبه است:

$$T_{ij}(p, Q) = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2(p, Q)} r_{,n} \times [(1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_{,i}r_{,j}] - \frac{(1-2\nu)}{8\pi(1-\nu)r^2(p, Q)} [r_{,j}n_i - r_{,i}n_j] \quad (8)$$

که در روابط فوق:

$\delta_{ij}$  تابع دلتای کرونیکل:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (9)$$

$r(p, Q)$  فاصله گره  $P$  از نقطه  $Q$ :

$$r(p, Q) = \sqrt{(X_{1p} - x_{1Q})^2 + (X_{2p} - x_{2Q})^2 + (X_{3p} - x_{3Q})^2} \quad (10)$$

$r_{,i}$  مشتق بردار فاصله نسبت به متغیر  $X_i$ ،

$r_{,n}$  مشتق بردار فاصله نسبت به بردار نرمال سطح:

$$r_{,n} = r_{,i}n_i = \frac{x_i - X_i}{r} n_i \quad (11)$$

$\nu$  ضریب پواسون و  $\mu$  ضریب برشی می‌باشد.

### ۲.۲. روش عددی حل معادله الاستیسیته

برای حل معادله الاستوستاتیک و به دست آوردن ضرایب مجهول، مرزهای ناحیه مورد نظر به نواحی ساده، که دارای شکل منظم باشند، تقسیم می‌شوند؛ این نواحی المان نامیده می‌شوند. بنابراین به کمک المان‌ها می‌توانیم نواحی پیچیده را به تعدادی ناحیه ساده تقسیم کنیم و روابط انتگرالی فوق را بر روی این المان‌ها حساب کنیم. در نهایت از سرهم کردن ماتریس ضرایب المان‌های مختلف ماتریس ضرایب کلی هندسه مورد بررسی به دست می‌آید.

هر المان با چند نقطه که گره نامیده می‌شوند مشخص می‌گردد. با فرض وجود  $N$  گره در روی مرز، که هر گره نیز دارای شش متغیر  $u_x$ ،  $u_y$ ،  $u_z$ ،  $t_x$ ،  $t_y$ ،  $t_z$  می‌باشد، بطور کلی  $6N$  متغیر خواهیم داشت. برای اینکه مسئله مورد نظر دارای راه حل منحصر به فرد باشد باید نیمی از این متغیرها در هر گره دارای مقادیر معلوم باشند. بنابراین چون تعداد مجهولات برابر  $3N$  است به  $3N$  معادله جهت حل آنها نیاز داریم. برای به دست آوردن ضرایب این دستگاه  $3N$  معادله  $3N$  مجهول ما بار واحد را در سه راستای اصلی به گره ۱ اعمال می‌کنیم و با استفاده از راه حل-

های بنیادین جابجایی‌ها و ترکشن‌ها را در سایر گره‌ها (از ۱ تا  $N$ ) محاسبه می‌کنیم. بدین ترتیب اولین سری معادلات خطی ما حاصل می‌گردد (یعنی سطرهای اول، دوم و سوم ماتریس). برای به دست آوردن سری دوم معادلات (یعنی سطرهای چهارم، پنجم و ششم ماتریس) بار واحد را در گره دوم قرار می‌دهیم و دوباره به کمک راه حل‌های بنیادین متغیرها را در تمامی گره‌ها محاسبه می‌کنیم. این فرآیند ادامه می‌یابد تا در نهایت بار در گره انتهایی، یعنی گره  $N$ ، قرار گیرد و آخرین سری معادلات نیز به دست آید (یعنی سطرهای  $3N-2$ ،  $3N-1$  و  $3N$  ماتریس). در نهایت  $3N$  معادله و  $3N$  مجهول خواهیم داشت که با حل این دستگاه معادله راه حل منحصر به فرد مسئله به دست می‌آید. در این تحقیق از المان مثلثی خطی ایزوپارامتریک بهره گرفته شده است. توابع شکلی المان مثلثی خطی عبارتند از:

$$\begin{aligned} L_1(\eta_1, \eta_2) &= \frac{1}{2}(1 - \eta_2) \\ L_2(\eta_1, \eta_2) &= \frac{1}{4}(1 + \eta_1)(1 + \eta_2) \\ L_3(\eta_1, \eta_2) &= \frac{1}{4}(1 - \eta_1)(1 + \eta_2) \end{aligned} \quad (12)$$

در حقیقت استفاده از المان و توابع شکلی سبب می‌شود که مرزهای یک المان دو بعدی در فضا به یک ناحیه منظم‌تر که محاسبه انتگرال‌ها در آن آسانتر می‌باشد انتقال یابد. معمولاً المان‌های متداول ناحیه انتگرال‌گیری را از مختصات دکارتی به ناحیه مربعی در بازه  $[-1, 1]$  تصویر می‌کند. رابطه نقاط در مختصات دکارتی با نقاط در فضای  $(\eta_1, \eta_2)$  به کمک روابط زیر برقرار می‌گردد:

$$x_i(\eta_1, \eta_2) = \sum_{c=1}^3 L_c(\eta_1, \eta_2)(x_i)_c \quad (13)$$

در رابطه فوق  $(x_i)_c$  مختصات نقاط گره‌ای می‌باشد. به همین ترتیب می‌توان جابجایی  $u_i$  و ترکشن  $t_i$  را در سطح المان به جابجایی و ترکشن نقاط گره‌ای مربوط کرد:

$$\begin{aligned} u_i(\eta_1, \eta_2) &= \sum_{c=1}^3 L_c(\eta_1, \eta_2)(u_i)_c \\ t_i(\eta_1, \eta_2) &= \sum_{c=1}^3 L_c(\eta_1, \eta_2)(t_i)_c \end{aligned} \quad (14)$$

پارامتر مورد نیاز دیگر بردار نرمال المان می‌باشد که به کمک رابطه (۱۵) قابل محاسبه می‌باشد:

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_1(\eta_1, \eta_2)}{\partial \eta_1} & \frac{\partial x_2(\eta_1, \eta_2)}{\partial \eta_1} & \frac{\partial x_3(\eta_1, \eta_2)}{\partial \eta_1} \\ \frac{\partial x_1(\eta_1, \eta_2)}{\partial \eta_2} & \frac{\partial x_2(\eta_1, \eta_2)}{\partial \eta_2} & \frac{\partial x_3(\eta_1, \eta_2)}{\partial \eta_2} \end{vmatrix} \quad (15)$$

پارامتر دیگری که برای محاسبه ضرایب انتگرالی نیاز است، ژاکوبین تبدیل می‌باشد. به دلیل اینکه المان سطح  $dS$  در مختصات دکارتی به المان  $d\eta_1 d\eta_2$  در مختصات جدید تبدیل شده است، بنابراین برای برقراری رابطه بین المان سطح در دو مختصات باید تابع در ژاکوبین تبدیل ضرب گردد:

$$dS = |J(\eta_1, \eta_2)| d\eta_1 d\eta_2 = |\vec{n}| d\eta_1 d\eta_2 \quad (16)$$

که در رابطه فوق  $J$  ژاکوبین تبدیل می‌باشد که مقدار آن در هر نقطه آن با اندازه بردار نرمال بر سطح در آن نقطه المان برابر می‌باشد. از این به بعد ماتریس ضرایب ناشی از حاصلضرب کرنل ترکشن در توابع شکلی را  $A$  و ماتریس ضرایب ناشی از حاصلضرب کرنل جابجایی در توابع شکلی را  $B$  می‌نامیم:

$$C_{i,j}(p)u_j(p) + \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^3 A_{i,j}(p, k_c)u_j(k_c) = \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^3 B_{i,j}(p, k_c)t_j(k_c) \quad (17)$$

در نهایت می‌توان رابطه فوق را به صورت ماتریسی  $[A]\{u\} = [B]\{t\}$  نوشت.

برای محاسبه ضرایب انتگرالی در محیطهای بیکران از المانهای بینهایت استفاده می‌کنیم. این المان محیطی در بازه  $[-1, \infty]$  را بر روی مربعی در بازه  $[-1, 1]$  تصویر می‌کند در این المانها توابع شکلی که برای توصیف هندسه به کار می‌رود با توابع شکلی که برای تغییرات متغیرها به کار می‌رود متفاوت است. ابتدا با استفاده از المان مربعی المان بینهایت در مختصات دکارتی را به مختصات  $\eta_1$  و  $\eta_2$  منتقل می‌کنیم. سپس به کمک تبدیل‌های زیر بازه  $[-1, \infty]$  را بر روی مربعی در بازه  $[-1, 1]$  در فضای  $\xi_1$  و  $\xi_2$  تصویر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \xi_1 & \eta_1 &\in [-1, 1] & , & \eta_2 &\in [-1, \infty] \\ \eta_2 &= \frac{1+3\xi_2}{1-\xi_2} & \xi_1 &\in [-1, 1] & , & \xi_2 &\in [-1, 1] \end{aligned} \quad (18)$$

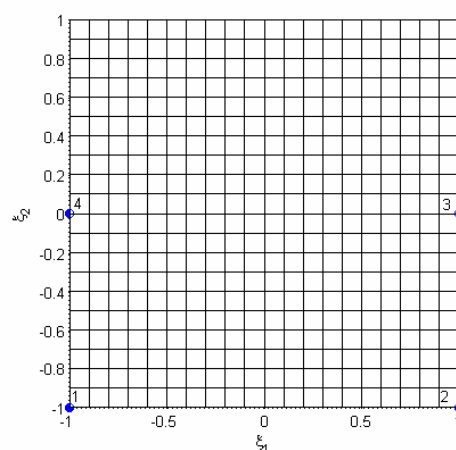
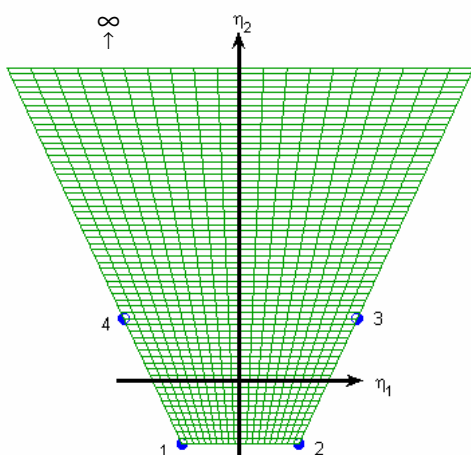
با تبدیل مختصات، توابعی که از آنها انتگرال می‌گیریم باید در ژاکوبین تبدیل ضرب گردند. باید توجه کرد که تابع مورد نظر یکبار از مختصات دکارتی به مختصات  $\eta_1$  و  $\eta_2$  منتقل شده، سپس مختصات  $\eta_1$  و  $\eta_2$  به فضای  $\xi_1$  و  $\xi_2$  تصویر شده. بنابراین تابع مورد نظر باید در دو ژاکوبین تبدیل ضرب گردد:

$$J_1(\eta_1, \eta_2) = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\eta_1, \eta_2)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \eta_1} & \frac{\partial x}{\partial \eta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta_1} & \frac{\partial y}{\partial \eta_2} \end{vmatrix} \quad (19)$$

$$J_2(\xi_1, \xi_2) = \frac{\partial(\eta_1, \eta_2)}{\partial(\xi_1, \xi_2)} = \frac{4}{(1-\xi_2^2)}$$

مختصات یک نقطه در مختصات جدید برحسب  $\xi_1$  و  $\xi_2$  به کمک رابطه (۲۰) قابل محاسبه می‌باشد:

$$\begin{aligned} (x_i)_Q(\eta_1, \eta_2) &= \frac{1}{4}(1-\eta_2)[(x_1+x_2)-\eta_1(x_1-x_2)] + \frac{1}{4}(1+\eta_2)[(x_3+x_4)+\eta_1(x_3-x_4)] \\ (x_i)_Q(\xi_1, \xi_2) &= -\left(\frac{\xi_2}{1-\xi_2^2}\right)[(x_1+x_2)-\xi_1(x_1-x_2)] + \frac{1}{2}\left(\frac{1+\xi_2}{1-\xi_2^2}\right)[(x_3+x_4)+\xi_1(x_3-x_4)] \end{aligned} \quad (20)$$



شکل ۴: المان بینهایت

۲,۵. کوپل المان مرزی و المان محدود

چون سازه سکو به کمک المان محدود مدل شده که با خاک اندرکنش دارد و خاک نیز به کمک المان مرزی مدل شده است، بنابراین برای تحلیل اندرکنش سازه با خاک لازم است که ماتریس‌های سختی به دست آمده از دو روش با هم کوپل شوند. بدین منظور اسپادکن‌ها را صلب و درجات آزادی آنها با درجات آزادی گره‌های انتهایی پایه برابر در نظر می‌گیریم. اگر تعداد گره‌های موجود در فصل مشترک خاک با پی صلب برابر  $M$  باشد، بردار  $3M \times 1$  جابجایی  $\{u_c\}$  در  $M$  گره در ناحیه تماس پی با خاک را می‌توان به کمک رابطه زیر به شش درجه آزادی پی صلب مربوط کرد:

$$\{u_c\} = [S]\{D\} \quad (21)$$

در رابطه فوق  $\{D\} = \{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3\}^T$  بردار جابجایی جسم صلب می‌باشد و  $\Delta_i$  ها جابجایی‌های انتقالی و  $\phi_i$  ها جابجایی‌های دورانی می‌باشند.  $[S]$  نیز ماتریس  $3M \times 6$  تبدیل می‌باشد که از سر هم کردن  $M$  زیر ماتریس  $[S^q]$  (ماتریس تبدیل گره  $q$ ) حاصل می‌گردد:

$$[S^q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z^q & -y^q \\ 0 & 1 & 0 & -z^q & 0 & x^q \\ 0 & 0 & 1 & y^q & -x^q & 0 \end{bmatrix} \quad q = 1, 2, \dots, M \quad (22)$$

در رابطه فوق  $x_i^q$  مشخصات گره  $q$  در مختصات کلی است. همچنین بردار نیروی اعمالی از جانب سازه بر پی صلب  $\{P\} = \{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z\}^T$ ، که شامل نیروهای  $F_i$  و گشتاورهای  $M_i$  می‌باشد باید با ترکشن‌های اعمالی از جانب خاک بر پی صلب در تعادل باشند:

$$\{P\} = -[K]\{t_c\} \quad (23)$$

در رابطه فوق  $[K]$  ماتریس تبدیل  $6 \times 3M$  می‌باشد که از سر هم کردن  $A \times M$  (تعداد گره‌ها در هر المان می‌باشد که برای المان مثلثی برابر سه است) زیر ماتریس تبدیل  $[K^{am}]$  به دست می‌آید:

$$[K^{am}] = \begin{bmatrix} h^{sq} & 0 & 0 \\ 0 & h^{sq} & 0 \\ 0 & 0 & h^{sq} \\ 0 & -H_z^{sq} + H_y^{sq} \\ +H_z^{sq} & 0 & -H_x^{sq} \\ -H_y^{sq} + H_x^{sq} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} s = 1, 2, \dots, A \\ q = 1, 2, \dots, M \end{matrix} \quad (24)$$

که در رابطه فوق:

$$h^{sq} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 L_s(\eta_1, \eta_2) J(\eta_1, \eta_2) d\eta_1 d\eta_2 \quad (25)$$

$$H_i^{sq} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 x_i(\eta_1, \eta_2) L_s(\eta_1, \eta_2) J(\eta_1, \eta_2) d\eta_1 d\eta_2$$

برای به دست آوردن ماتریس سختی المان مرزی لازم است رابطه‌ای برای نیروهای عکس‌العمل خاک بر حسب شش درجه آزادی پی صلب به دست آوریم. بدین منظور ابتدا ضرایب و متغیرهای مربوط به گره‌هایی که در فصل مشترک پی صلب با خاک واقع شده‌اند را از ضرایب و متغیرهای مربوط به سطح آزاد جدا می‌کنیم. با جدا کردن گره‌هایی که در فصل مشترک قرار دارند از گره‌های سطح آزاد می‌توان رابطه (۱۷) را به صورت زیر بازنویسی کرد (در این رابطه اثر ضریب  $C$  در ضرایب قطری ماتریس  $A$  لحاظ شده است):

$$\begin{bmatrix} A_{ff} & A_{fc} \\ A_{cf} & A_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_f \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ff} & B_{fc} \\ B_{cf} & B_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_f \\ t_c \end{Bmatrix} \quad (26)$$

با توجه به صفر بودن ترکشن‌ها در سطح آزاد ( $t_f = 0$ ) می‌توان رابطه فوق را ساده سازی نمود:

$$\begin{bmatrix} A_{ff}u_f + A_{fc}u_c \\ A_{cf}u_f + A_{cc}u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{fc}t_c \\ B_{cc}t_c \end{bmatrix} \quad (27)$$

با ساده سازی رابطه فوق، رابطه‌ای برحسب متغیرهای گره‌های فصل مشترک به دست می‌آید:

$$\{t_c\} = ([B_{cc}] - [A_{cf}][A_{ff}]^{-1}[B_{fc}])^{-1}([A_{cc}] - [A_{cf}][A_{ff}]^{-1}[A_{fc}])\{u_c\} \quad (28)$$

با استفاده از روابط (21)، (23) و (28) می‌توان عکس العمل خاک را بر حسب بردار جابجایی جسم صلب بیان کرد:

$$\begin{aligned} \{P\} &= [K^{BE}] \{D\} \\ [K^{BE}] &= [-[K]([B_{cc}] - [A_{cf}][A_{ff}]^{-1}[B_{fc}])^{-1}([A_{cc}] - [A_{cf}][A_{ff}]^{-1}[A_{fc}])][S] \end{aligned} \quad (29)$$

با سرهم کردن ماتریس سختی فوق با ماتریس سختی المان محدود، ماتریس سختی کلی سازه به دست می‌آید که اثر اندرکنش پی با سازه در آن لحاظ شده است.

### ۳. عملکرد مدل

در حالت کلی سختی پی الاستیک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} dV \\ dM/2R \\ dH \end{bmatrix} = 2\mu R \begin{bmatrix} k_v & 0 & 0 \\ 0 & k_m & k_c \\ 0 & k_c & k_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dw \\ 2Rd\theta \\ du \end{bmatrix} \quad (30)$$

که در رابطه فوق  $k$  ها ضرایبی هستند که تابع ضریب پواسون خاک  $\nu$  و شعاع اسپادکن  $R$  می‌باشد.  $V$ ،  $H$  و  $M$  به ترتیب نیرو در راستای عمودی، افقی و گشتاور می‌باشد و  $w$ ،  $u$  و  $\theta$  درجات آزادی نظیر می‌باشد (شکل ۶). در جدول ۱ مقادیر به دست آمده ضرایب سختی از روش المان محدود [1] و روش المان مرزی [3] با هم مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود مقادیر به دست آمده با دقت خوبی با هم مطابقت دارند و اختلافات ناشی از منابع خطا در دو روش و اختلاف در هندسه اسپادکن‌های مدل شده می‌باشد. همانطور که از رابطه فوق استنباط می‌گردد، درجه آزادی عمودی مستقل از دو درجه آزادی دیگر می‌باشد (به علت تقارن نیروهای اعمالی به اسپادکن در محیط الاستیک در اثر جابجایی عمودی) اما درجه آزادی افقی و دورانی کاملاً مستقل از هم نمی‌باشند هر چند که این تاثیر پذیری کوچک است.

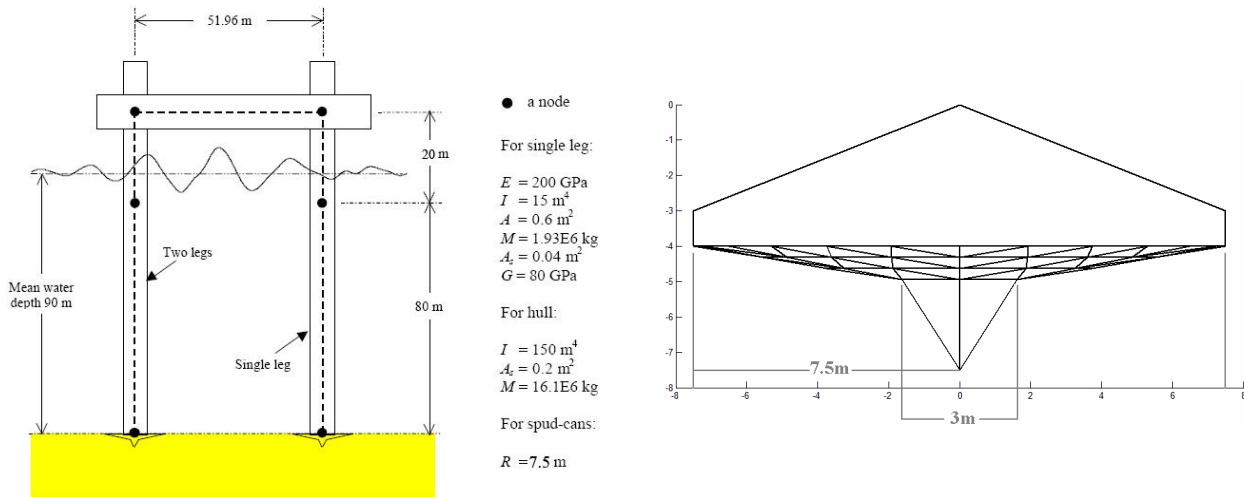
جدول ۱: مقایسه ضرایب المان محدود و المان مرزی

روش	$k_v$	$k_h$	$k_m$	$k_c$
روش المان محدود	2.65	0.46	2.30	-0.0014
روش المان مرزی	3.67	0.57	3.09	-0.0026

### ۴. مشخصات مدل

ابعاد مدل مورد استفاده در این تحقیق و پی مخروطی آن در شکل ۵ نشان داده شده است [1]. بارگذاری به صورت بار موج سینوسی منظم بر روی پایه‌ها در نظر گرفته شده. ارتفاع موج واحد و فرکانس موج  $\omega = 2\pi$  در نظر گرفته شده است. ضریب پواسون و ضریب برشی خاک زیر پایه‌ها به عنوان متغیر در نظر گرفته شده و به کمک المان مرزی سختی پی صلب محاسبه شده است و جابجایی‌های عمودی عرشه و اسپادکن-ها چون نوسانات بیشتری دارند مورد بررسی قرار گرفته است. ضریب پواسون بین صفر الی نیم با گام ۰/۱ تغییر داده شده و ضریب برشی هم برابر سه مقدار ۵۰، ۱۰۰ و ۲۵۰ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است [4]. پس از حل معادلات حاکم اندرکنش سازه سکو با پی در حوزه زمان، با استفاده از تبدیل فوریه پاسخ را به حوزه فرکانس منتقل می‌کنیم.





شکل ۵: سکوی جک‌آپ ایده‌آل ساده سازی شده که در تحلیل‌ها مورد استفاده قرار گرفته است و مشخصات اسپادکن

### ۵. بحث و نتیجه گیری

با توجه به نتایج حاصل از این تحقیق، نتایج و نکات ذیل قابل بررسی است:

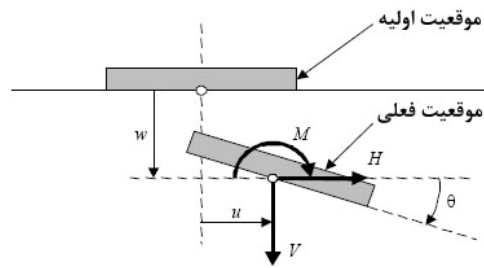
- انتخاب مرزهای دور دست در مسائلی با ناحیه بیکران همواره در روش‌های عددی مورد بحث بوده. استفاده از روش المان مرزی به همراه المان بینهایت برای مدل کردن خاک به صورت نیم فضای<sup>۱</sup> الاستیک باعث افزایش دقت و کاهش چشم‌گیر حجم و زمان محاسبات می‌شود. سختی محاسبه شده در این روش تابع خطی از ضریب برشی می‌باشد و به طور غیر مستقیم با هندسه اسپادکن و ضریب پواسون رابطه دارد.
- اثر تغییرات سختی و ضریب پواسون بر دامنه پیک نوسانات عمودی اسپادکن‌ها در شکل ۷ نشان داده شده، درصد این تغییرات نیز در جدول ۲ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با کاهش ضریب برشی خاک دامنه پیک نوسانات عمودی در اسپادکن‌ها کاهش می‌یابد. تغییر دامنه نوسانات در خاک‌های نرم شدیدتر می‌باشد و با افزایش سختی خاک نرخ کاهش دامنه نوسانات کاهش می‌یابد (مثلا به ازای تغییر سختی از  $100 \text{ Mpa}$  به  $50 \text{ Mpa}$  دامنه نوسانات بیش از ۷۰ درصد افزایش می‌یابد در حالیکه با تغییر سختی از  $100 \text{ Mpa}$  به  $250 \text{ Mpa}$  علیرغم تغییرات بیشتر در سختی نرخ این تغییرات کمتر از ۷۰ درصد است).

جدول ۲: در صد تغییرات در پیک دامنه نوسانات با تغییر سختی

ضریب پواسون	در صد تغییرات در اسپادکن جلویی		در صد تغییرات در اسپادکن‌های عقبی	
	تغییر از $100 \text{ Mpa}$ به $50 \text{ Mpa}$	تغییر از $100 \text{ Mpa}$ به $250 \text{ Mpa}$	تغییر از $100 \text{ Mpa}$ به $50 \text{ Mpa}$	تغییر از $100 \text{ Mpa}$ به $250 \text{ Mpa}$
0.0	81.8	64.1	64.0	58.1
0.1	76.4	65.2	67.6	58.2
0.2	71.7	66.3	71.7	58.4
0.3	67.7	67.4	76.7	58.5
0.4	64.4	68.6	82.1	58.7
0.5	82.6	69.6	87.7	58.8

- با تغییر ضریب پواسون پیک دامنه نوسانات اسپادکن نیز به تقریبا به طور خطی تغییر می‌کند، با افزایش سختی (ضریب برشی) خاک روند تغییرات بیشتر به خط صاف تمایل پیدا می‌کند. همانطور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود با افزایش سختی خاک نرخ این تغییرات کاهش می‌یابد.

<sup>1</sup> Half space

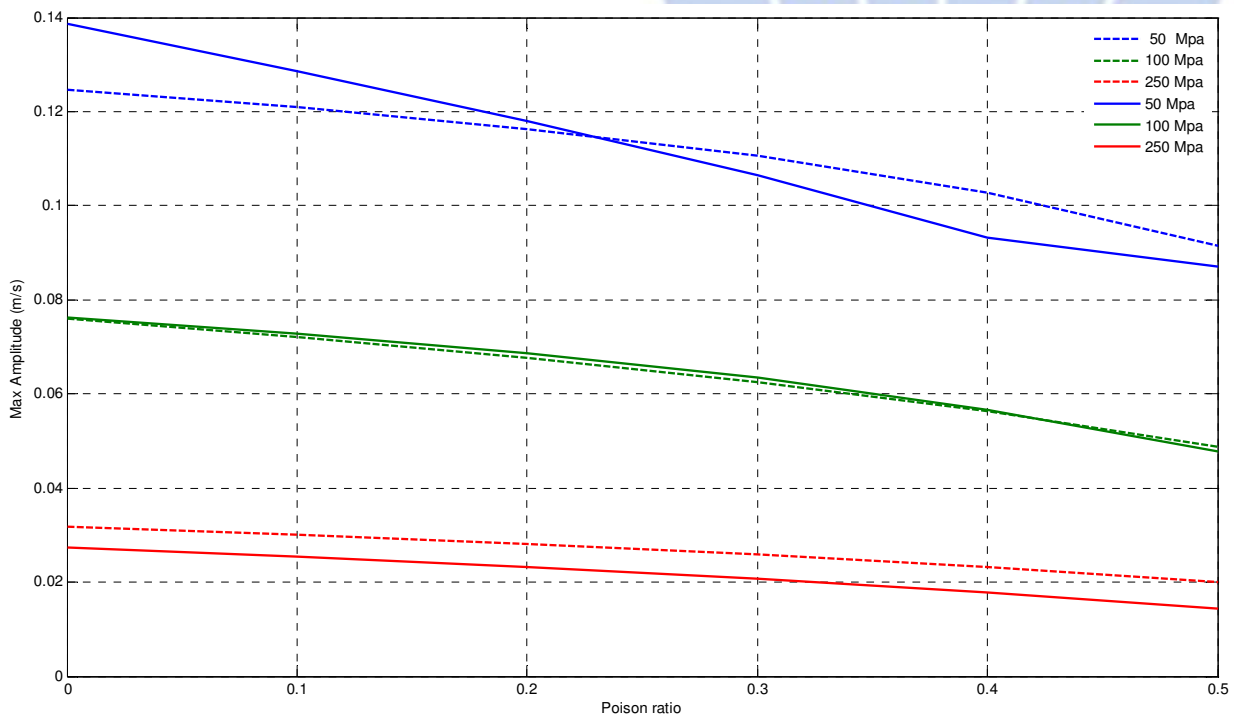


شکل ۶: نیروهای ایجاد شده در اثر جابجایی اسپادکن

- تغییرات مقدار دامنه‌ها در فرکانس‌های پیک نسبت به خود فرکانس‌ها در حوزه فرکانس نسبت به تغییرات خاک حساس‌تر می‌باشند، به گونه‌ای که عموماً با افزایش ضریب پواسون و ضریب برشی خاک، دامنه‌های پیک کاهش می‌یابد و می‌تواند معیار بهتری برای بررسی تغییرات باشد.

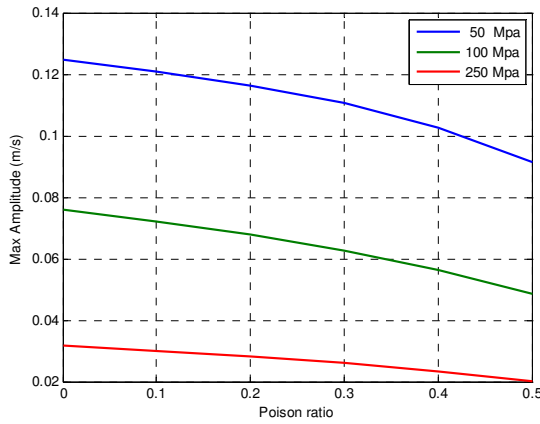
جدول ۳: نرخ تغییرات دامنه پیک نوسانات اسپادکن برحسب تغییرات ضریب پواسون

	50Mpa	100Mpa	250Mpa
اسپادکن جلویی	0.024	0.049	0.114
اسپادکن عقبی	0.021	0.049	0.055

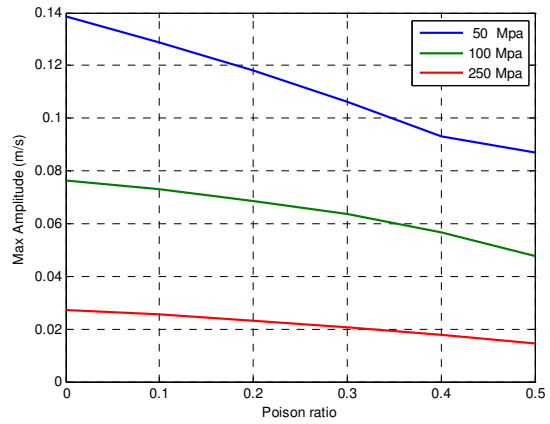


شکل ۷: مقایسه تغییرات دامنه پیک اسپادکن جلویی (خطوط ممتد) با اسپادکن‌های عقبی (خط چین‌ها)

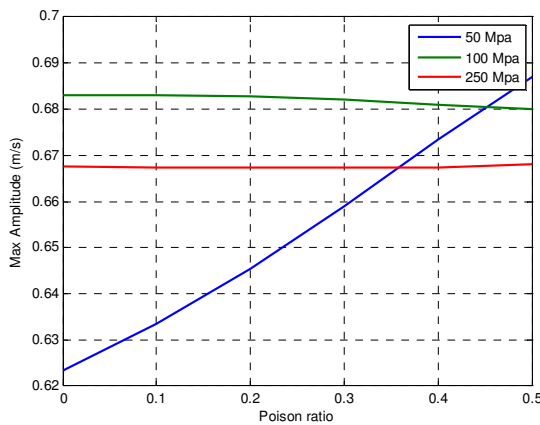
- دامنه پیک نوسانات در عرشه در خاک‌های نرم روند خاصی را دنبال نمی‌کند. اما در خاک‌های متوسط و سفت همان روند کاهشی را، البته با شیب کمتر، دنبال می‌کند. همچنین در مورد عرشه تطابقی بین نمودارهای حاصله وجود ندارد. نتایج تغییرات دامنه پیک نوسانات در عرشه به ازای ضرایب پواسون و سختی پی متغیر در اشکال ۸ الی ۱۱ ارائه شده است.



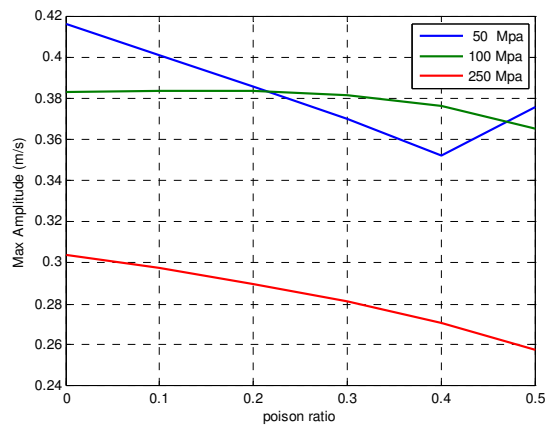
شکل ۹: دامنه پیک نوسانات اسپادکن های عقبی



شکل ۸: دامنه پیک نوسانات اسپادکن جلویی



شکل ۱۱: دامنه پیک نوسانات انتهای عرشه



شکل ۱۰: دامنه پیک نوسانات نوک عرشه

- همانطور که در نتایج تحلیل دینامیکی سازه مشاهده می‌شود با تغییر خواص خاک، به جز هنگامی که ضریب برشی از ۵۰ مگاپاسکال، که تقریباً می‌توان خاک را نرم در نظر گرفت، به ۱۰۰ مگاپاسکال تغییر می‌کند، فرکانس‌های پیک تغییرات چندانی نمی‌کند. این امر نشان می‌دهد که اگر با فرو رفتن اسپادکن در خاک سختی افزایش یابد فرکانس‌های پیک به مقدار ثابتی میل می‌کنند. اما در صورتی که لایه‌های نرم خاک زیر لایه‌های سفت قرار داشته باشند کاهش فرکانس‌های پیک را در زیر اسپادکن جلویی می‌توان انتظار داشت. به طور کلی تغییر فرکانس پیک را می‌توان به عنوان مرزی بین خاک‌های نرم و سخت در نظر گرفت.

## مراجع

1. Cassidy M.J , Taylor P.H, Taylor R. Eatock, Houslyby G.T ( 2002): "Evaluation of long-term extreme response statistics of jack-up platforms" Ocean Engineering Elsevier Science Ltd.
2. Cassidy M.J, Martin C.M, Houslyby G.T, (2004): "Development and application of force resultant models describing jack-up foundation behaviour" Marine Structures, Elsevier Science Ltd.
3. Manolis G.D, Davies T.G (1993): "Boundary Element Techniques in Geomechanics" Computational Mechanics Publications Elsevier Applied Science
4. Etesamifard, H. (2008), Effect of soil parameters on dynamic behaviour of jack up platforms, Msc Thesis, Faculty of Marine Technology, Amirkabir University of Techniolygy.

**Analysis of the effects of soil parameters on the dynamic behavior of the boundary element and finite element coupled with platforms**

H. Etesamifard, Master of Science, Faculty of Engineering, shipbuilding and marine industries

M. J. Ketabi, Faculty of naval architects and marine industries

**Abstract**

Platforms or mobile offshore jack-up rigs are commonly used for drilling or joint operation with fixed platforms to depths of 120 meters. These platforms are generally followed by a large cone, which is located at the base of the platform will be placed on the seabed after reaching the desired position (with the help of Jack). Therefore, their dynamic behavior largely depends on the geotechnical soil layers of the sea bed. This research studies wave-structure and soil interactions on the platform based upon a common method of finite element and frontier element in order to find out the effects of the soil-based parameters on dynamic behavior of the platform. In this study, the effect of fundamental changes shall be reviewed on the platform's dynamic behavior.

**Keywords:** platform, mobile offshore jack-up rigs, drilling, cone, dynamic behavior