



مرکز پژوهش‌های مطالعات دریایی

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی



ICOPMAS

## تفرق امواج آب در اثر برخورد با ردیفهایی از استوانه های قائم

غلامرضا شیروانی

دانشجوی کارشناسی ارشد سازه های دریایی، دانشگاه هرمزگان

کیوان صادقی

استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه هرمزگان

[s.keyvan@gmail.com](mailto:s.keyvan@gmail.com)[gh.shiravani@gmail.com](mailto:gh.shiravani@gmail.com)

## چکیده

در این مقاله بر مبنای حل تحلیلی (Linton and Evans (1990)، پدیده تفرق امواج آب در اثر برخورد به  $N$  استوانه قائم با سطح مقطع دایره ای و با فرض تئوری خطی تفرق برای امواج منظم مورد بررسی قرار گرفته است. جهت در نظر گرفتن اندرکنش مرتبه اول بین استوانه ها، شرط مرزی بدنه برای هر یک از استوانه های قرار گرفته در میدان موج متفرق شده از سایر استوانه ها اعمال گردیده و روابطی برای محاسبه نیرو های وارد بر آنها بدست آمده است. عمده تاکید این مقاله بر روی استوانه های قائم قرار گرفته در راس های یک مربع می باشد. پدیده حالتی به دام افتاده و طول موج مرتبط با آنها نیز مشخص گردیده و نیروی وارد بر هر استوانه با رسم نمودار برای طول موجهای متفاوت نشان داده شده است، همچنین تراز سطح آزاد آب دریا در اطراف استوانه ها، که می توانند پایه های سکو و یا پایه های جزایر شناور باشند، بدست آمده و نتایج حاصل بصورت سه بعدی به کمک نرم افزار MATLAB آورده شده است.

**واژه های کلیدی:** تفرق امواج آب، حالت های به دام افتاده، اندرکنش هیدرودینامیکی، آرایه ای از استوانه های قائم

## مقدمه

در سالهای اخیر پدیده اندرکنش هیدرودینامیکی امواج متفرق شده از استوانه های قائمی که بصورت آرایه ای خطی به عنوان پایه های سازه های دریایی دور از ساحل و یا در نزدیکی ساحل بکار رفته اند مورد توجه قرار گرفته است. پایه های سکوی TLP، پایه های جزایر شناور (مانند فرودگاهها، نیروگاههای صنعتی و ...)، شمع های اسکله، پایه های پل های میانگذر (مانند پایه های پل میانگذر دریاچه ارومیه) و VLFS معمول ترین مثالهای کاربردی از این استوانه ها می باشند. اگرچه برای حل مساله تفرق امواج در اثر برخورد با این استوانه ها از روشهای عددی استفاده شده است، ولی بدلیل پرهزینه بودن این روشها، روشهای تحلیلی متنوعی توسعه یافته و ارائه گردیده است. ابتدا Havelock (1940) پتانسیل سرعت را برای یک استوانه منفرد که در معرض برخورد امواج منظم در آب عمیق قرار داشت بدست آورد. سپس McCamy and Fuchs (1954) این نتایج را برای آب با عمق محدود توسعه دادند و سرانجام Ohkusu (1974) این جواب را برای حالت چندین استوانه تعمیم داد. Mei (1983) روشهای قبلی را مورد بررسی قرار داد و بدنبال آن Kagemoto and Yue (1986) راه حل جامع تری برای تفرق ناشی از استوانه های متقارن ارائه نمودند. Linton and Evans (1990) پدیده تفرق امواج در اثر برخورد با ردیف هایی از استوانه های قائم دایره ای را بطور دقیق حل نمودند که از آن پس، این حل به عنوان پایه ای جهت مطالعات سایر محققین قرار گرفت.

Maniar and Newman (1997) با استفاده از روش اسپالین- گالرکین پتل سه بعدی از مرتبه بالا، نیروهای وارد بر استوانه هایی با سطح مقطع دایره، که در امتداد یک محور قرار داشتند را مورد مطالعه قرار دادند و حالتی نزدیک به تشدید در بین استوانه های مجاور، هنگامی که در یک حالت بحرانی واقع می شدند بدست آوردند. در این حالتها نیروی وارد بر استوانه های قرار گرفته در یک ردیف، در مقایسه با نیروی وارد بر آنها هنگامی که بصورت منفرد قرار می گرفتند، بسیار بزرگ بود. این حالتها به امواج به دام افتاده در یک کانال مرتبط بود که در این مورد Linton and Evans (1992) و Evans and Porter (1997 a, b) تحقیقاتی انجام داده بودند. سپس برای بررسی دقیق تر این موضوع، Kagemoto et al. (2002) این پدیده را برای استوانه های قرار گرفته بصورت آرایه هائی خطی در یک مخزن آب، بطور عملی مورد بررسی و آزمایش قرار دادند و مشاهده نمودند که نتایج بدست آمده از حل تئوری توسط محققین، در مقایسه با نتایج عملی بدست آمده بسیار اغراق آمیز می باشد. آنها ابتدا این عدم هماهنگی بین تئوری و عملی را به دائمی نبودن جریان در آزمایش انجام شده نسبت دادند ولی با آزمایشاتی که در ادامه انجام دادند ثابت شد که جریان دائمی می باشد. آنگاه برای توجیه این موضوع، اثرات ناشی از لزجت که در جریان پتانسیل موجود نمی باشد را به عنوان عامل ایجاد کننده این ناهماهنگی معرفی کردند اما دریافتند که مقدار نیروهای درگ ناشی از جدایی جریان ناچیز می باشند. آنها بعد از موارد فوق، جهت در نظر گرفتن انرژی زایل شده ای که در تئوری منظور نمی گردد، زایل شدن انرژی در لایه های مرزی را با در نظر گرفتن مقداری تخلخل در هر پایه در محاسبات خود وارد کردند که در این حالت نتایج بدست آمده از تئوری با نتایج عملی نزدیکی بسیار خوبی داشت.

در ادامه پیدا کردن دلیل عدم همخوانی نتایج تئوری با عملی، (Duclos and Clement (2004) اثر انحراف داشتن شعاع یا فاصله بین استوانه ها، نسبت به حالت عدم انحراف را مورد مطالعه قرار دادند و نتیجه گرفتند که انحراف داشتن فاصله بین استوانه ها باعث کاهش چشمگیر نتایج بدست آمده برای نیروی وارد بر آنها در حالت‌های به دام افتاده می گردد، بگونه ای که مقدار انحراف کمتر از ۰/۵٪ کافی است تا نیروهای مربوط به حالت به دام افتاده را به میزان قابل توجهی کاهش دهد.

(Walker and Taylor (2005) نیز جهت پیدا کردن دلیل این موضوع، بجای استفاده از موج تکی، از نتایج Tromans et al. (1991) در مورد معرفی موج طرحی که نشان دهنده عدم منظم بودن امواج دریای واقعی باشد، استفاده کردند و نتایج قابل توجهی بدست آوردند که پرداختن به آنها، هدف این مقاله نمی باشد. Walker et al. (2008) پدیده تفرق موج تکی و حالت‌های به دام افتاده را با در نظر گرفتن عوامل مرتبه دوم برای آرایه ای متشکل از چهار استوانه که تا کف امتداد داشتند، توسعه دادند و نتایج خود را با استفاده از برنامه ای تحت عنوان DIFFRACT که در آن از روش عددی المان مرزی استفاده شده بود ارائه نمودند.

در این مقاله ابتدا حل تحلیلی (Linton and Evans (1990) را مرور می کنیم، آنگاه نیروی وارد بر استوانه های قائم قرار گرفته در یک ردیف، برای آرایه هایی با تعداد استوانه های دلخواه بدست آورده و مورد بررسی قرار می دهیم؛ همچنین برای استوانه های قائم قرار گرفته در راسهای یک مربع که می توانند نشان دهنده پایه های یک سکوی TLP باشند، نیروهای وارد شده را بدست می آوریم و حالت‌های نزدیک به حالت به دام افتاده را شناسایی کرده و در مورد آنها بحث می کنیم. در پایان نیز تراز سطح آزاد آب در اطراف این پایه ها را بصورت سه بعدی بیان کرده و برای حالت‌های نزدیک به حالت به دام افتاده مورد بررسی قرار می دهیم.

### روابط حاکم بر مساله

$N(\geq 1)$  استوانه قائم با سطح مقطع دایره که در آبی با عمق یکنواخت  $h$  واقع شده اند و تا کف امتداد دارند را در نظر می گیریم. با توجه به فرضیات مربوط به تئوری امواج خطی آب، تابع پتانسیل سرعت برای امواج برخوردی بصورت زیر می باشد:

$$\phi(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \varphi(x, y) f(z) e^{-i\omega t} \right\} \quad (1)$$

که

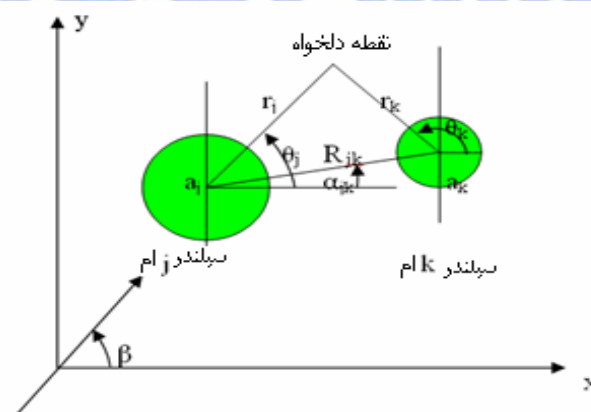
$$f(z) = -\frac{igA \text{Cosh}\kappa(h+z)}{\omega \text{Cosh}\kappa h} \quad (2)$$

در روابط بالا  $X, Y$  محورهای هستند که در متوسط سطح آزاد آب قرار دارند و  $Z$  محور قائم می باشد، بگونه ای که سوی مثبت آن به سمت خارج از آب است.  $t$  نشانگر زمان،  $g$  شتاب گرانش،  $A$  دامنه موج،  $\omega$  بسامد زاویه ای و  $\kappa$  عدد موج می باشد. عدد موج و بسامد زاویه ای نیز با رابطه پراکندگی به هم مربوط می گردند:

$$\omega^2 = g\kappa \tanh \kappa h \quad (3)$$

تراز سطح آزاد آب برای امواج خطی نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$\eta(x, y, t) = \text{Re} \left\{ A\varphi(x, y) e^{-i\omega t} \right\} \quad (4)$$



شکل ۱: نمای استوانه ها از بالا همراه با پارامترهای استفاده شده در محاسبات

حال برای حل مسأله  $N+1$  دستگاه مختصات استوانه ای را در نظر می گیریم که یکی را به عنوان مرجع در صفحه  $X, Y$  و  $N$  دستگاه دیگر را در مرکز استوانه ها قرار می دهیم. مختصات مرکز هر استوانه  $(X_j, Y_j)$ ، مختصات هر نقطه در دستگاه مرجع  $(r, \theta)$  و در دستگاه واقع در مرکز هر استوانه  $(r_j, \theta_j)$  می باشد ( $j = 1, \dots, N$ ). موج برخوردی نیز با زاویه  $\beta$  نسبت به سوی مثبت محور  $X$  ها در حال پیشروی می باشد. در شکل ۱، پارامترهای بکار رفته در حل مسأله نشان داده شده است.

تابع پتانسیل سرعت برای موجی که با زاویه  $\beta$  نسبت به محور  $X$  ها در حال پیشروی می باشد را می توان بصورت زیر بیان نمود:

$$\varphi_1 = e^{i\kappa(x\cos\beta+y\sin\beta)} = e^{i\kappa r\cos(\theta-\beta)} = I_j e^{i\kappa r_j\cos(\theta_j-\beta)} \quad (5)$$

که  $I_j$  مشخصه فاز مربوط به استوانه  $j$  ام می باشد و برابر است با:

$$I_j = e^{i\kappa(x_j\cos\beta+y_j\sin\beta)} \quad (6)$$

بنابراین شکل کلی تابع پتانسیل با در نظر گرفتن اندرکنش خطی امواج متفرق شده از هر استوانه، بصورت زیر نوشته می شود:

$$\varphi = \varphi_1 + \sum_{j=1}^N \varphi_s^j \quad (7)$$

که  $\sum_{j=1}^N \varphi_s^j$  نشان دهنده تابع پتانسیل امواج متفرق شده می باشد.

تابع پتانسیل سرعت،  $\varphi_1$ ، را می توان با استفاده از رابطه (Gradshteyn and Ryzhik, 2000):

$$e^{i\kappa r\cos\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\kappa r) e^{in\theta} \quad (8)$$

به شکل یک سری از توابع بسل، بصورت زیر بیان نمود:

$$\varphi_1 = I_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\kappa r_j) e^{in(\theta_j-\beta)} \quad (9)$$

و از آنجا که  $i^n = e^{in\frac{\pi}{2}}$ ، می توان نوشت:

$$\varphi_1 = I_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\kappa r_j) e^{in(\frac{\pi}{2}+\theta_j-\beta)} \quad (10)$$

شکل کلی تابع پتانسیل امواج متفرق شده از استوانه  $j$  ام نیز با استفاده از مجموعه ای از اعداد مختلط مانند  $A_n^j$ ، به صورت زیر قابل بیان می باشد:

$$\varphi_s^j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^j Z_n^j H_n(\kappa r_j) e^{in\theta_j} \quad (11)$$

که در این رابطه  $Z_n^j = Z_{-n}^j = \frac{J_n'(\kappa a_j)}{H_n'(\kappa a_j)}$ ،  $H_n(\kappa r_j) = J_n(\kappa r_j) + iY_n(\kappa r_j)$ ،  $J_n$  و  $Y_n$  توابع بسل و  $a_j$  شعاع استوانه  $j$  ام می باشد که در این مقاله برای تمام استوانه ها یکسان در نظر گرفته شده است.

(Linton and Evans (1990) با استفاده از قضیه افزوده گراف برای توابع بسل، نشان دادند که با اعمال شرط مرزی بر روی بدنه تمامی استوانه ها، به یک دستگاه معادلات نامحدود بصورت زیر می رسیم که مجهول های این دستگاه  $A_n^j$  ها می باشند:

$$A_m^k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^j Z_n^j H_{n-m}(\kappa R_{jk}) e^{i(n-m)\alpha_{jk}} = -I_k e^{im(\frac{\pi}{2}-\beta)} \quad (12)$$

$$k = 1, \dots, N, \quad -\infty < m < \infty$$

در این رابطه  $\alpha_{jk}$  همانگونه که در شکل ۱ نشان داده شده است؛ زاویه ای است که خط واصل مرکز استوانه  $j$  ام به مرکز استوانه  $k$  ام، با سوی مثبت محور  $X$  می سازد و  $R_{jk}$  برابر با فاصله بین مرکز استوانه های  $j$  ام و  $k$  ام می باشد.

از آنجا که استفاده از قضیه افزوده گراف تنها برای وقتی که به ازای تمامی  $j$  ها داشته باشیم:  $r_k < R_{jk}$  صحیح است، پس باید توجه داشت که نتایج بدست آمده برای تابع پتانسیل در اطراف هر استوانه، تا هنگامی که شرط مزبور برای آن برقرار است دارای اعتبار می باشد.

با استفاده از رابطه (۱۲)، Linton and Evans (1990) نشان دادند که تابع پتانسیل در اطراف هر استوانه دلخواه مانند استوانه  $k$  ام را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\varphi(r_k, \theta_k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^k (Z_n^k H_n(\kappa r_k) - J_n(\kappa r_k)) e^{in\theta_k} \quad (13)$$

هرگاه به ازای هر  $j$  داشته باشیم:  $r_k < R_{jk}$ .

حال برای بدست آوردن ثابتهای مجهول  $A_n^j$ ، می توان بجای دستگاه معادلات نامحدود بدست آمده، با در نظر گرفتن مقدار محدودی برای مرزهای  $m$ ، به یک دستگاه معادلات با  $N(2M+1)$  معادله و  $N(2M+1)$  مجهول بصورت زیر دست یافت:

$$A_m^k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \sum_{n=-M}^M A_n^j Z_n^j H_{n-m}(\kappa R_{jk}) e^{i(n-m)\alpha_{jk}} = -I_k e^{im(\frac{\pi}{2}-\beta)} \quad (14)$$

$$k = 1, \dots, N, \quad m = -M, \dots, M.$$

و مقدار  $M$  را تا رسیدن به دقت قابل قبول افزایش داد. واضح است که با افزایش  $M$ ، هزینه و زمان لازم جهت رسیدن به نتایج دقیقتر افزایش می یابد. در بخش های بعدی در مورد مقدار  $M$  بحث خواهد شد.

نیروی مرتبه اول وارد بر استوانه  $j$  ام نیز با انتگرال گیری فشار بر روی سطح استوانه بدست می آید، که این مقدار برابر می شود با:

$$|F^j| = \frac{1}{2} |F| \left| (A_{-1}^j \left\{ \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} \right\} A_1^j) \right| \quad (15)$$

که

$$F = \frac{4\rho g A \tanh kh}{\kappa^2 H_1'(\kappa a)} \quad (16)$$

در روابط بالا  $F^j$  نیروی وارد بر استوانه  $j$  ام،  $F$  نیروی وارد بر یک استوانه منفرد در راستای موج برخوردی و  $\rho$  چگالی آب محیط می باشد. علامت منفی برای محاسبه مولفه نیرو در راستای محور  $X$  ها و علامت مثبت برای محاسبه مولفه نیرو در راستای محور  $Y$  ها می باشد. رابطه (۱۵) را می توان به شکل بسیار مفید و پرکاربرد زیر نیز بیان نمود:

$$\left| \frac{F^j}{F} \right| = \frac{1}{2} \left| (A_{-1}^j \left\{ \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} \right\} A_1^j) \right| \quad (17)$$

که از آن برای مقایسه نیروی وارد بر استوانه مورد نظر در یک آرایه با همان استوانه منفرد در حالت منفرد برای یک موج مشخص، استفاده می شود. برای بدست آوردن تراز سطح آزاد آب نیز با توجه به رابطه (۴) می توان نوشت:

$$|\eta(x, y, t)| = |A\varphi(x, y)| \quad (18)$$

یا

$$|\eta| / A = |\varphi(x, y)| \quad (19)$$

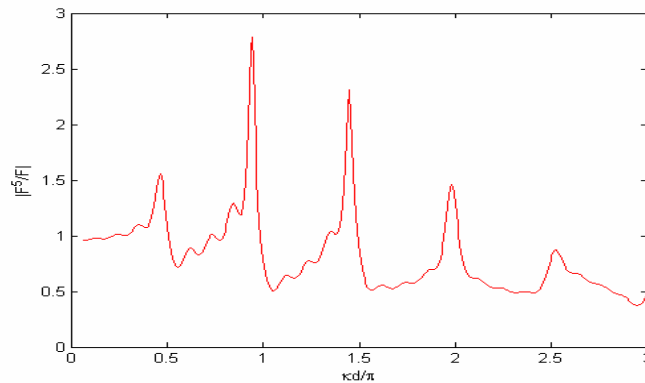
که  $\varphi(x, y)$  از رابطه (۱۳) با در نظر گرفتن شرط مربوطه، برای هر استوانه موجود در آرایه، در محدوده تعریف شده بدست می آید.

### محاسبه و بررسی نیروهای وارد بر استوانه های قرار گرفته در ردیف ها

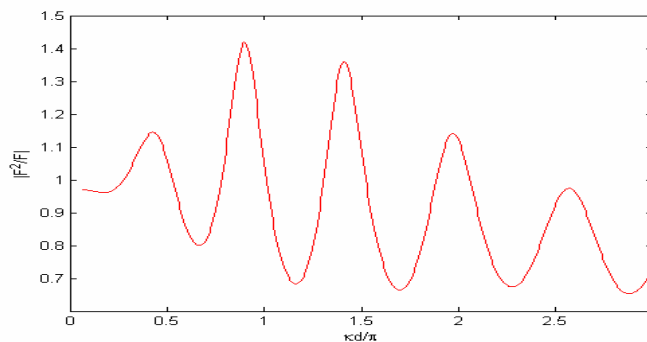
جهت محاسبه نیروها با استفاده از نتایج حاصل از مرحله قبل، برنامه ای در نرم افزار MATLAB نوشتیم و برای  $M$  های مختلف مقادیر مجهول  $A_n^j$  را از دستگاه معادلات ساده شده مربوطه، بدست آوردیم. شکلهای ۲ و ۳ نسبت نیروی وارد بر استوانه قرار گرفته در وسط آرایه هایی متشکل از نه و سه استوانه در حالت  $\beta = 0$ ،  $a/d = 1/4$ ،  $M = 4$ ، به نیروی وارد بر همان استوانه در حالت منفرد، در محدوده ای از فرکانس ها نشان می دهد. در این آرایه ها استوانه ها با فاصله های یکسان و بر روی یک خط قرار گرفته اند و فاصله بین استوانه های مجاور برابر با  $2d$  می باشد.

این نتایج با نتایج بدست آمده توسط Maniar and Newman (1997) که با استفاده از روش اسپلین-گالرکین پنل سه بعدی از مرتبه بالا این مساله را حل نموده بودند و همینطور نتایج بدست آمده توسط Walker and Taylor (2005) منطبق می باشد. با توجه به مقادیر نیرو در شکل های ۲ و ۳، اهمیت پارامتر  $kd$  که فاصله بین استوانه های مجاور را به طول موج مرتبط می کند، مشخص می گردد.

همانطور که از این شکلها بر می آید حالت‌های بحرانی با پهنای باند باریک در مقادیری از  $kd$  که اندکی از ضرایب صحیح  $\pi/2$  کوچکتر می باشد روی می دهد. همچنین با توجه به تحقیقات (Walker and Taylor (2005)، دیده می شود که با افزایش تعداد استوانه های قرار گرفته در یک آرایه، میزان نیروی وارد بر استوانه مورد نظر افزایش می یابد بطوری که در حالت نه استوانه این مقدار نزدیک به سه برابر و در حالت سه استوانه این مقدار نزدیک به  $1/5$  برابر نیروی وارد بر همان استوانه در حالت منفرد می باشد. همچنین نتیجه دیگری که از این شکلها بدست می آید این است که با افزایش تعداد استوانه های قرار گرفته در یک آرایه، پهنای باند مربوط به حالت‌های بحرانی برای استوانه واقع شده در وسط بشدت کاهش می یابد.



شکل ۲: نسبت نیروی وارد شده از طرف موج بر استوانه واقع شده در وسط آرایه ای متشکل از نه استوانه به نیروی وارد بر همان استوانه در حالت منفرد



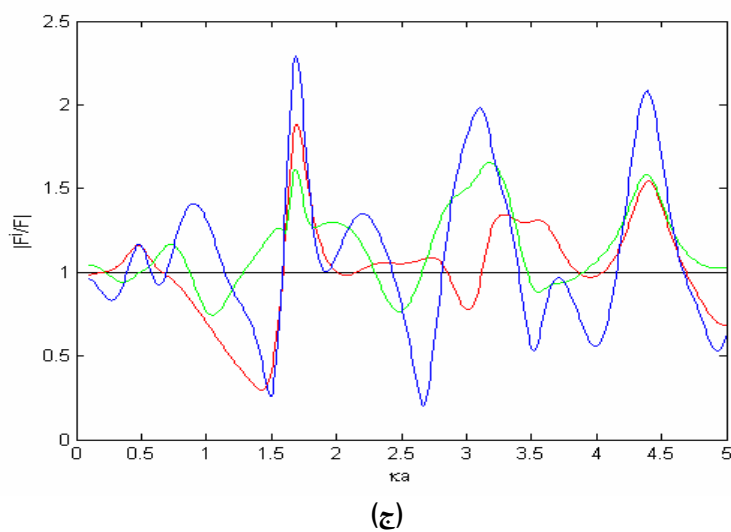
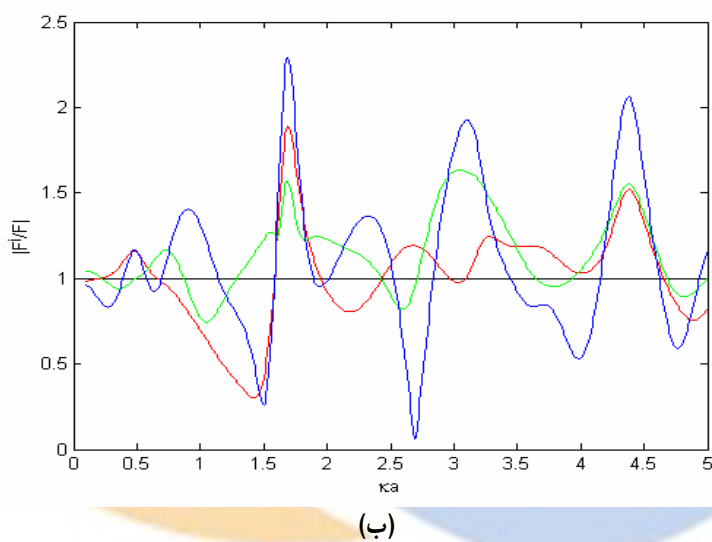
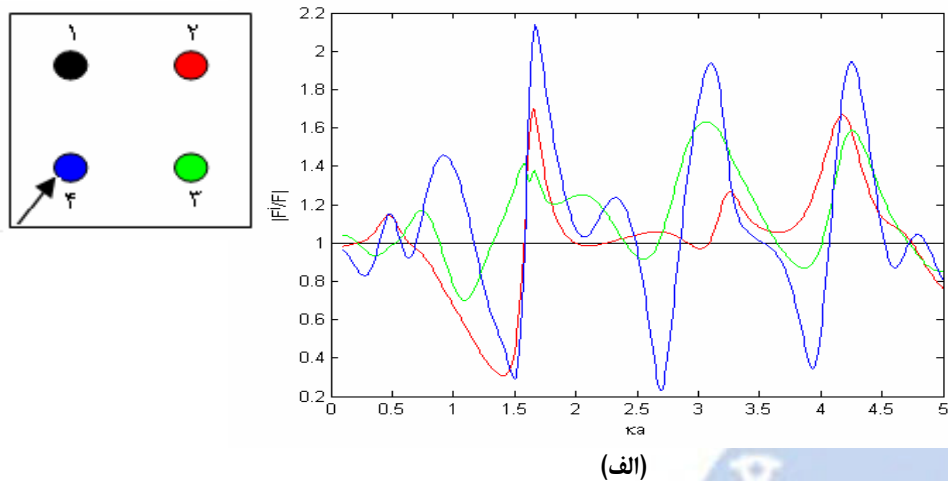
شکل ۳: نسبت نیروی وارد شده از طرف موج بر استوانه واقع شده در وسط آرایه ای متشکل از سه استوانه به نیروی وارد بر همان استوانه در حالت منفرد

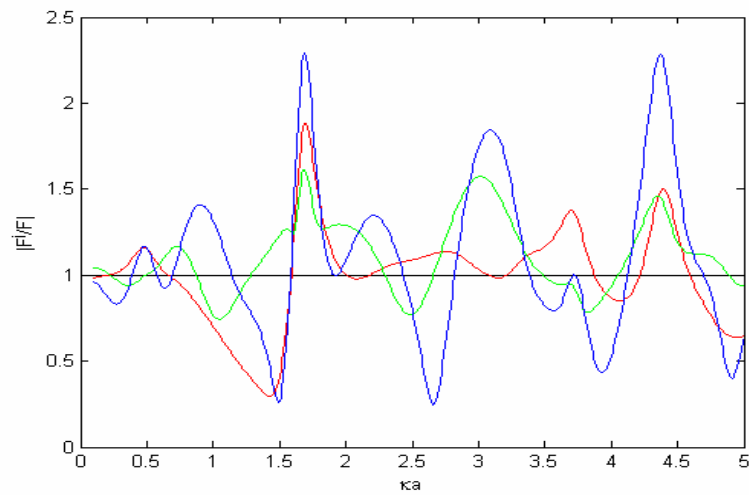
فرکانس هایی که این مقادیر بزرگ در آنها به وقوع می پیوندد، فرکانس حالت‌های نزدیک به حالت به دام افتاده خوانده می شوند. حالت‌های به دام افتاده بر دو نوع می باشند که حالت‌های به دام افتاده Neumann و حالت‌های به دام افتاده Dirichlet نام دارند. حالت‌های به دام افتاده Neumann شرایط Neumann را بر روی همه مرزهای صلب ارضا می کنند. همچنین نشان داده شده است که یک شرط Dirichlet هم برای  $0 < a/d < 1$ ، در مرکز صفحه وجود دارد. جزئیات مربوط به حالت‌های به دام افتاده توسط (Linton and Evans (1992) و (Evans and Porter (1997a,b) ارائه شده است.

حالت کاربردی و جالب توجه دیگر در مورد نحوه قرارگیری استوانه ها، استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع می باشند. در این مقاله نیروی وارد بر استوانه هایی که در راس های مربعی با طول ضلع  $R$  قرار گرفته اند و مختصات آنها  $(-h, h)$ ,  $(h, h)$ ,  $(h, -h)$ ,  $(-h, -h)$  می باشد که به ترتیب از چپ به راست ۱ تا ۴ نامیده می شوند مورد بررسی قرار می گیرد. پارامترهای هندسی دیگر عبارتند از:  $a/h = 0.5$ ،  $R/h = 2$  و  $\beta$ ، زاویه موج برخوردی با سوی مثبت محور  $x$  ها، برابر با  $\pi/4$  می باشد.

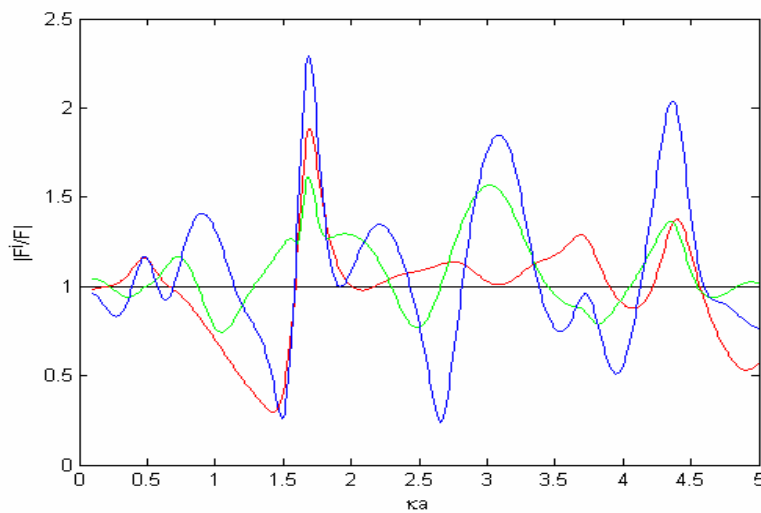
شکل ۴ نسبت نیروی وارد بر هر استوانه به نیروی وارد بر یک استوانه منفرد، در جهت موج برخوردی بر ای  $ka$  های مختلف با انتخاب  $M$  از ۱ تا ۶ نشان می دهد. از آنجا که نیروی وارد بر استوانه اول و سوم در جهت موج برخوردی با هم برابر می باشد، در شکل های بدست آمده نمودار نیروی آنها نیز بر هم منطبق گردیده است. لازم به یادآوری است که نتایج بدست آمده توسط (Linton and Evans (1990)، برای این آرایش از استوانه ها، همانگونه که (Linton and McIver (2001) بیان کردند، نادرست می باشد.

از مشاهده شکل‌های (الف) تا (ه) می‌توان دریافت که مقادیر بحرانی نیروی وارد بر استوانه‌ها، معمولاً در  $Ka$  هایی که نسبت به مضرب‌های صحیح  $1/5$  انحراف اندکی دارند رخ می‌دهد و در اولین حالت مربوط به  $Ka$  های بحرانی برای تمامی استوانه‌ها (برای  $M \geq 4$ ) دارای بیشترین نیروی وارده می‌باشیم که در این حالت استوانه‌ای که حداکثر نیرو در مقایسه با سایر استوانه‌ها متحمل می‌شود استوانه شماره ۴ می‌باشد و استوانه‌ای که متحمل کمترین نیرو می‌گردد استوانه‌های شماره ۱ و ۳ هستند. پهنای باند مربوط به اولین بحرانی در مقایسه

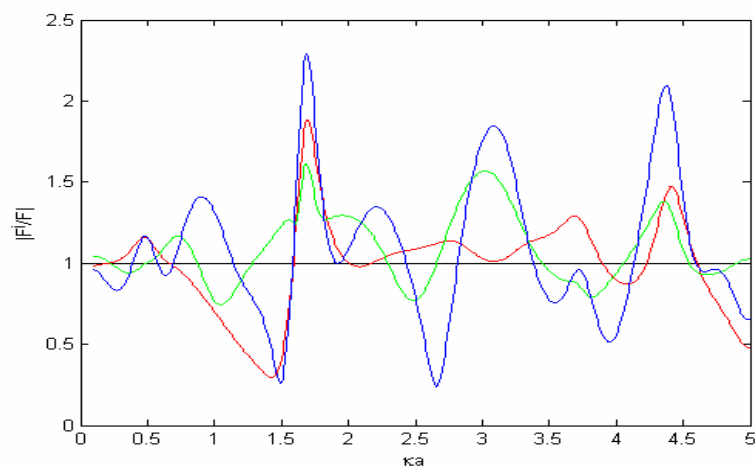




(د)



(ه)

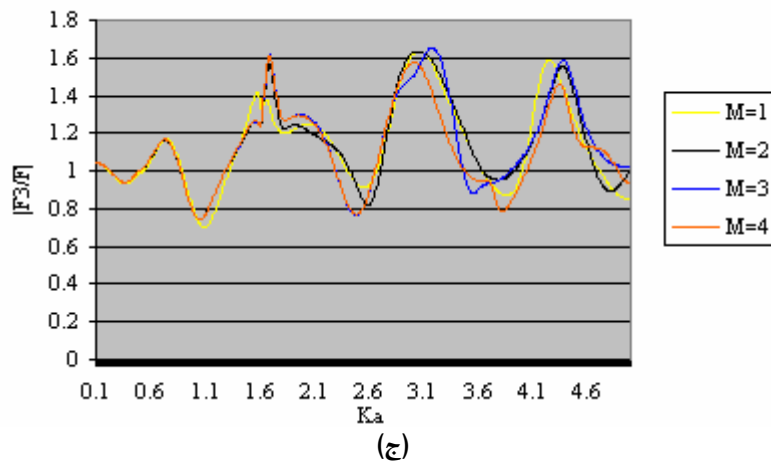
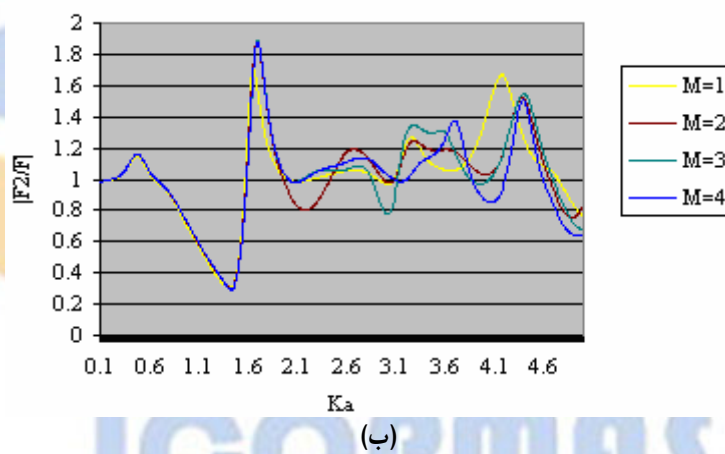
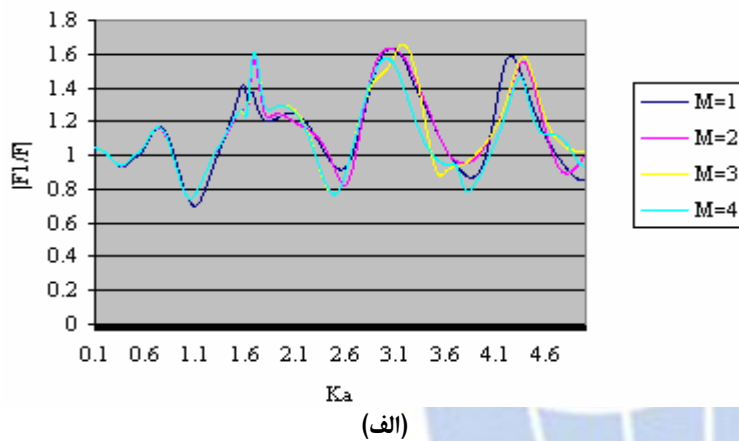


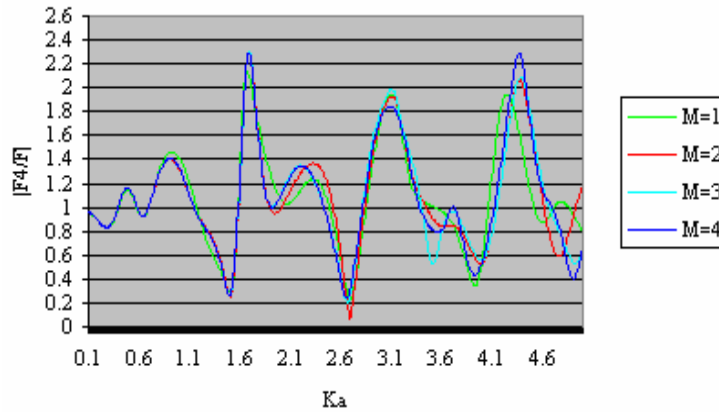
(و)

شکل ۴: مقدار بدون بعد مربوط به نیروی مرتبه اول وارد بر استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع در جهت پیشروی موج با توجه به مختصات بیان شده در متن، برای حالت: (الف)  $M=1$ ، (ب)  $M=2$ ، (ج)  $M=3$ ، (د)  $M=4$ ، (ه)  $M=5$ ، (و)  $M=6$ .



با مقادیر دیگر کمتر می باشد؛ لذا می توان گفت عدد موج در این حالت متناظر با پدیده نزدیک به حالت‌های به دام افتاده می باشد. همچنین با توجه به این شکلها در می یابیم که نتایج بدست آمده هنگامی که مقدار  $M$  کوچکتر از ۴ می باشد از دقت کافی برخوردار نمی باشند و برای  $M \geq 4$  نتایج بدست آمده تفاوت قابل ملاحظه ای با یکدیگر ندارند. برای دنبال کردن این موضوع، مقادیر بدست آمده از برنامه نوشته شده در نرم افزار MATLAB را جهت مقایسه، به نرم افزار Excel وارد کردیم. نتایج مربوط به مقادیر نیروی وارد بر هر استوانه با تغییر مقدار  $M$  در شکل ۵ آورده شده است. برای جلوگیری از شلوغ شدن شکل، نتایج مربوط به هر استوانه برای  $M \leq 4$  های آورده شده است. با توجه به این شکلها می توان گفت که با افزایش عدد موج (باتوجه به اینکه شعاع استوانه ها ثابت در نظر گرفته شده است)، میزان انحراف نتایج در مقادیر مختلف  $M$  افزایش می یابد. همچنین تا قبل از وقوع اولین حالت نزدیک به حالت به دام افتاده می توان گفت که انحراف داده ها در  $M$  های مختلف ناچیز و نزدیک به صفر می باشد و پس از وقوع اولین حالت بحرانی، انحراف نتایج در  $M$  های مختلف شروع می شود.





(د)

شکل ۵: مقدار بدون بعد مربوط به نیروی مرتبه اول وارد بر استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع در جهت پیشروی موج با توجه به مختصات بیان شده در متن، برای M های مختلف: (الف) استوانه شماره ۱، (ب) استوانه شماره ۲، (ج) استوانه شماره ۳، (د) استوانه شماره ۴.

جدول ۱: حداکثر مقدار بدون بعد مربوط به نیروی مرتبه اول وارد بر استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع، در جهت پیشروی موج با توجه به مختصات بیان شده در متن، برای M های مختلف و ka متناظر با آن.

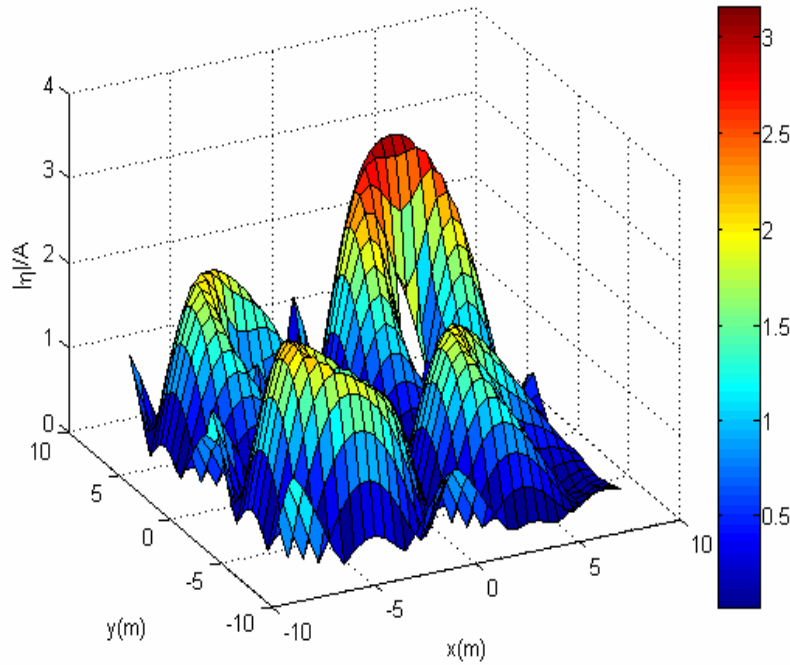
نام هر استوانه	مقدار M	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	$ F_{max}/F $	۱/۶۳۲۷۰۷	۱/۶۳۲۷۶۳	۱/۶۵۶۱۹۹	۱/۶۱۱۳۵۳	۱/۶۱۱۶۱۵	۱/۶۱۱۶۱۸
	ka	۳/۰۶	۳/۰۵	۳/۱۸	۱/۶۹	۱/۶۹	۱/۶۹
۲	$ F_{max}/F $	۱/۶۹۸۹۳۹	۱/۸۸۹۳۹۷	۱/۸۸۳۳۶۳	۱/۸۷۹۹۴۵	۱/۸۸۰۳۴۷	۱/۸۸۰۳۵۳
	ka	۱/۶۵	۱/۶۹	۱/۷	۱/۶۹	۱/۶۹	۱/۶۹
۳	$ F_{max}/F $	۱/۶۳۲۷۰۷	۱/۶۳۲۷۶۳	۱/۶۵۶۱۹۹	۱/۶۱۱۳۵۳	۱/۶۱۱۶۱۵	۱/۶۱۱۶۱۸
	ka	۳/۰۶	۳/۰۵	۳/۱۸	۱/۶۹	۱/۶۹	۱/۶۹
۴	$ F_{max}/F $	۲/۱۳۸۹۰۴	۲/۲۹۳۷۵۱	۲/۲۹۴۰۸۹	۲/۲۹۲۳۴۷	۲/۲۹۲۶۳۱	۲/۲۹۲۶۳۹
	ka	۱/۶۷	۱/۶۹	۱/۶۹	۱/۶۹	۱/۶۹	۱/۶۹

در جدول ۱ مقادیر حداکثر نیروی وارد بر هر استوانه نسبت به همان استوانه در حالت منفرد، برای M های مختلف آورده شده است. با توجه به مقدار ka متناظر با این مقادیر، از این جدول نتیجه می شود که ka مربوط به حالت نزدیک به حالت به دام افتاده برابر با ۱/۶۹ می باشد. در این حالت نیروی وارد بر استوانه چهارم تقریباً به میزان ۲/۵ برابر نیرویی که در حالت منفرد به آن وارد می شود افزایش می یابد و این در حالی است که مقدار مزبور توسط Evans and Porter (1997) و بررسی انجام شده توسط Walker et al. (2008) برای حالت مشابه ولی  $h=3a$ ، تقریباً برابر با ۱/۶۶ بدست آورده شده بود.

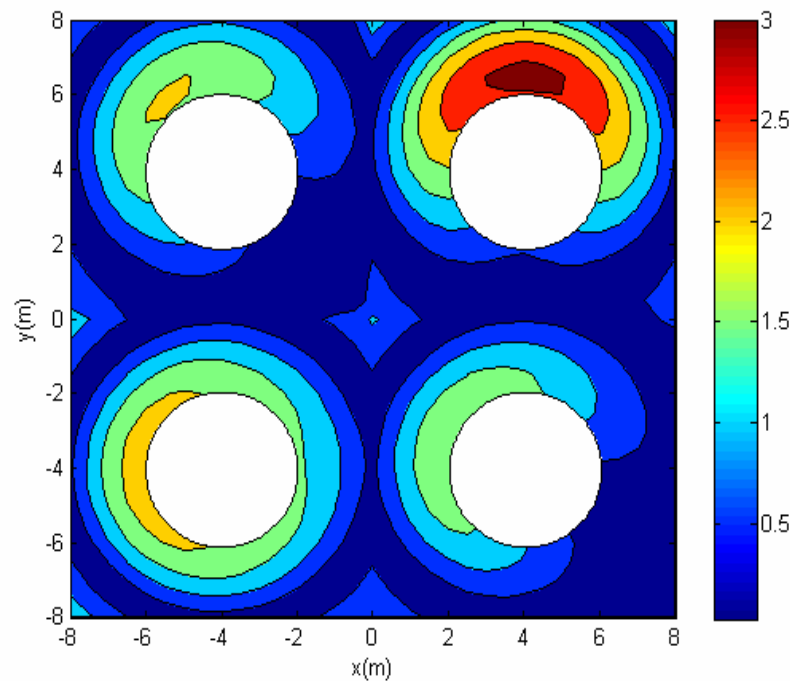
### محاسبه و بررسی تراز سطح آزاد امواج آب در اطراف استوانه ها

نتایج بدست آمده برای تراز سطح آزاد امواج خطی آب، که با استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع برخورد می کنند در این بخش دنبال می شود. بعد از محاسبه ضرایب مجهول در دستگاه معادلات با در نظر گرفتن  $M=4$  و  $\beta = \pi/4$ ، برای ka های متناظر با مقادیر حداکثر نیروی وارده به استوانه ها (یعنی ka های بین ۱/۶۵ تا ۱/۶۹ با توجه به جدول ۱)، مقدار  $\phi(x, y)$  را برای حالتی که  $R=4a$  و  $h=2a$  می باشد با استفاده از رابطه (۱۳) و با رعایت کردن شرط مربوط به قضیه افزوده گراف، در اطراف هر استوانه محاسبه نمودیم و برای هر مورد، نواحی هم تراز و همین طور شکل سه بعدی مربوط به تراز سطح آزاد آب در نواحی اطراف هر استوانه بدست آوردیم که نتایج مربوط به  $ka=1/66$  و  $ka=1/69$  در شکل های ۶ و ۷ آورده شده است. همانگونه که در این شکل ها دیده می شود، در اطراف استوانه ها و یا بر روی آنها تراز سطح آزاد آب افزایش می یابد و در ناحیه محصور شده توسط استوانه ها این مقدار نسبتاً کوچک می باشد. در تمامی این حالتها حداکثر تراز سطح آزاد آب در اطراف استوانه شماره ۲ رخ می دهد و در حالت  $ka=1/66$  دارای بزرگترین تراز سطح آزاد آب در مقایسه با ka های دیگر

می‌باشیم که این مقدار  $\frac{3}{5}$  برابر دامنه موج برخوردی می‌باشد، در حالی که در  $Ka=1/69$  این مقدار ۳ برابر دامنه موج برخوردی است. بنابراین می‌توان گفت که برای یک حالت نزدیک به حالت به دام افتاده، الزامی نیست که حداکثر نیرو و حداکثر تراز سطح آزاد آب در فرکانس مشابهی روی دهد.

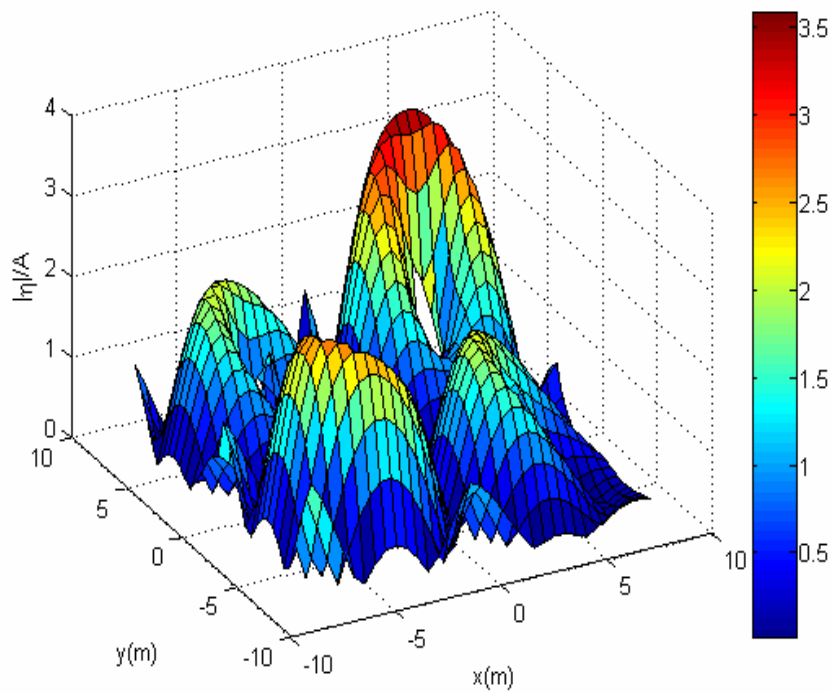


(الف) شکل سه بعدی تراز سطح آزاد امواج آب در اطراف استوانه‌ها و بین آنها

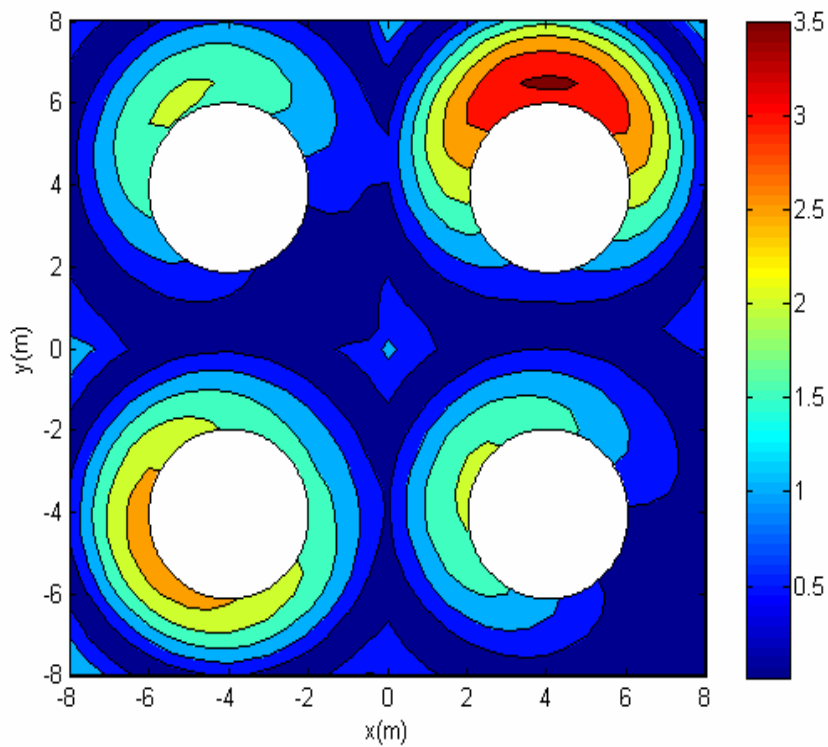


(ب) نواحی هم‌تراز سطح آزاد امواج آب در اطراف استوانه‌ها و بین آنها

شکل ۶: سطح آزاد امواج آب در اطراف آرایه ای متشکل از چهار استوانه قرار گرفته در راس های یک مربع.  
 $R=4a$ ,  $h=2a$ ,  $ka=1.69$ .



الف) شکل سه بعدی تراز سطح آزاد امواج آب در اطراف استوانه ها و بین آنها



ب) نواحی همتراز سطح آزاد امواج آب در اطراف استوانه ها و بین آنها

شکل ۷: سطح آزاد امواج آب در اطراف آرایه ای متشکل از چهار استوانه قرار گرفته در راس های یک مربع.  
 $R=4a$ ,  $h=2a$ ,  $ka=1.66$ .

با استفاده از تئوری اندرکنش (Linton and Evans (1990)، نیروهای وارد بر استوانه های قرار گرفته در آرایه های خطی بدست آمد و برای استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع که در عمل کاربرد زیادی دارند، مقادیر نیرو و تراز سطح آزاد آب برای  $ka$  های بحرانی محاسبه گردید و نتایج بدست آمده مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که در آرایه های خطی با افزایش تعداد استوانه ها، نیروی وارد بر استوانه وسط افزایش می یابد، همچنین حالتی به دام افتاده دارای پهنای باند باریکتری می گردند و در نتیجه برای رسیدن به دقت کافی، تعداد معادلات در نظر گرفته شده در دستگاه معادلات افزایش می یابد.

همچنین از بررسی نتایج مربوط به استوانه های قرار گرفته در راس های یک مربع مشاهده شد که تا قبل از وقوع اولین حالت به دام افتاده، همخوانی قابل توجهی در نتایج بدست آمده برای تعداد مختلف معادلات وجود دارد ولی بعد از وقوع اولین حالت نزدیک به حالت به دام افتاده، انحراف داده ها مخصوصاً انحراف بین نتایج بدست آمده برای تعداد معادلات کمتر از ۹، ( $M < 4$ ) نسبت به نتایج بدست آمده از تعداد معادلات بیشتر، افزایش می یابد.

نتایج بدست آمده از برنامه نوشته شده در نرم افزار MATLAB می تواند الگوهای مربوط به حداکثر بارهای وارد بر استوانه هایی که بعنوان پایه های نگهدارنده سازه های مختلف دریایی بکار می روند را نشان دهد و همینطور تراز سطح آزاد آب در اطراف و بین استوانه ها را بصورت سه بعدی بیان نماید؛ که از این نتایج می توان جهت طراحی بهترین هندسه قرار گیری استوانه ها نسبت به هم، برای اینکه سرویس دهی بهینه داشته باشند استفاده کرد.

## مراجع

- Duclos, G., Clement, A. H. (2004), Wave propagation through arrays of unevenly spaced vertical piles. Ocean eng. 31, pages 1655-1668.
- Evans, D. V., Porter, R. (1997a), Near- trapping of waves by circular arrays of vertical cylinders. App. Ocean Res. 19, pages 83-99.
- Evans, D. V., Porter, R. (1997b), Trapped modes embedded into the continuous spectrum. J. Mech. App. Math. 52, pages 263-274.
- Gradshteyn, I. S., Ryzhik, I. M. (2000), Table of integrals, series and products. Academic Press.
- Kagemoto, H., Murai, M., Saito, M., Milon, B., Malenica, S. (2002), Experimental and theoretical analysis of the wave decay along a long array of vertical cylinders. J. Fluid Mech. 456, pages 113-135.
- Linton, C. M., Evans, D. V. (1990), The interaction of waves with arrays of vertical circular cylinders. J. Fluid Mech. 215, pages 549-569.
- Linton, C. M., McIver, P. (2001), Handbook of Mathematical Techniques for Wave/Structure Interactions. CHAPMAN & HALL/CRC, Florida.
- Maniar, H. D., Newman, J. N. (1997), Wave diffraction by along array of cylinders. J. Fluid Mech. 339, pages 309-330.
- Tromans, P. S., Anaturk, A. R., Hagemeyer, P. (1991), A new model for the kinematics of large ocean waves: Application as a design wave. Proceedings of 1st International Offshore and Polar Engineering Conference Edinburgh. 3, pages 64-71.
- Walker, D. A.G., Eatock Taylor, R. (2005), Wave diffraction from linear arrays of cylinders. Ocean Eng. 32, pages 2053-2078.
- Walker, D. A. G., Eatock Taylor, R., Zang, J. (2008), Wave diffraction and near-trapping by a multi-column gravity based structure. Ocean Eng. 35, pages 201-229.

## **Diffraction of Water Waves as Result of Collision with Rows of Vertical Cylinders**

*Gh. Sadeghi, graduate student of offshore structures, University of Hormozgan*

*K. Sadeghi, Associate professor, Department of Civil Engineering, University of Tehran, Hormozgan*

### **Abstract**

In the recent years, hydrodynamic interaction of diffracted waves from vertical cylinders that are used in linear form as offshore platform supports have been in the focus of attention. TLP platform supports or those which are used for airports, industrial power plants and so forth are prime example of the application of such cylinders. This research deals with diffraction of waves due to collision to N-vertical cylinder with circular cross section based on assumption of linear diffraction theory using Linton and Evans (1990) analysis. To consider the first set of interactions between the cylinders, the boundary condition of the body for each cylinder was applied and relevant calculations were made. The emphasis of this paper is mainly on the vertical cylinders placed on tips of the square. Then trapped modes and their associated wavelength are defined and the force applied to each cylinder is schematically depicted.

**Key words:** *diffraction of water waves, trapped modes, the hydrodynamic interaction, an array of vertical cylinders*