



مرکز ملی پژوهش‌ها و نوآوری در صنایع دریایی

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی



ICOPMAS

کیوان صادقی

دانشگاه هرمزگان، استادیار

s.keyvan@gmail.com

چکیده

استوانه های دایره ای عمودی بریده شده (truncated) یکی از المانهای اساسی هستند که در ساخت بسیاری از سکوهای شناور مانند سکوهای ستونی و سکوهای پایه کششی به کار میروند. وقتی آبخور بدنه استوانه ای نسبتاً کوچک است تخمین نیروهای surge و pitch وارد بر آن از طریق انتگرالگیری از عبارت نیرو در واحد طول تئوری تفرق (McCamy & Fuchs(1954) موجب بروز خطایی میشود که قابل صرف نظر نیست. با استفاده از تحلیل هیدرو دینامیکی، بارهای Surge و Pitch تخمین زده شده از روش فوق تصحیح شده اند. نتایج این تصحیح با نتایج یک مطالعه پارامتریک که توسط Weggel(1994) و با استفاده از خروجی های برنامه تفرق WAMIT انجام شده است مقایسه گردیده است.

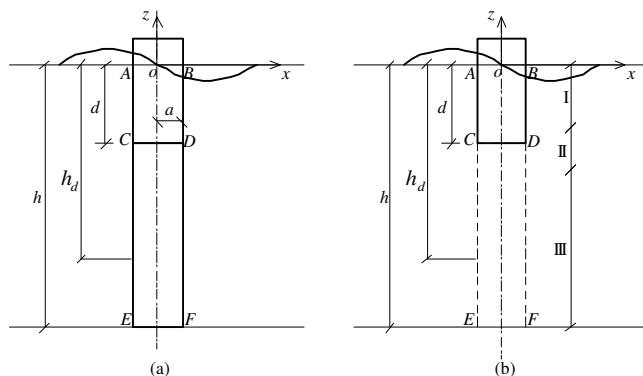
کلمات کلیدی: تئوری تفرق، استوانه دایره ای، سکوی ستونی

مقدمه

استوانه های دایره ای عمودی در ساخت بدنه بسیاری از سکوهای نفتی که برای آب عمیق طراحی می شوند به کار می روند. وقتی طول آبخور استوانه به اندازه کافی بزرگ نیست، هیچ عبارت تحلیلی ساده و دقیقی برای محاسبه بارهای Surge و Pitch وارد بر استوانه وجود ندارد. برای این منظور ممکن است از روشهای عددی استفاده کرد. ولی برای این کار نیاز به نرم افزارهای گران قیمت و یا تخصص در زمینه نوشتن کدهای کامپیوتری خاص می باشد. یک روش قابل استفاده دیگر استفاده از روشهای تحلیلی و نیمه تحلیلی نسبتاً پیچیده است. برای مثال در این مورد می توان به کارهای Miles & Gilbert(1968) و Garrett(1971) رجوع کرد که مسئله تفرق یک بار اندازه دایره ای را مطالعه کردند. همچنین Black(1971) و همکاران بارهای وارد بر یک استوانه بریده شده را که بر روی کف دریا نشست و یا بر روی سطح آب شناور است محاسبه کردند. Yeung(1981) مجموعه ای از ضرایب تئوریک جرم اضافی و میرایی را برای استوانه های دایره ای شناور در آب با عمق محدود محاسبه کرد. (Bhatta & Rahman(1995, 2003) نتایج تحلیلی و عددی برای بارهای تفرق و ضرایب تشعشع استوانه های دایره ای شناور در آب با عمق محدود را بیان کردند. یک روش تقریبی اما با پیچیدگی و طول و تفسیر کمتر برای تخمین بارهای وارد بر یک استوانه عمودی بریده شده استفاده از تئوری تفرق (McCamy & Fuchs(1954) می باشد. در این مقاله ابتدا دقت این روش بررسی می شود و سپس یک تقریب دقیق تر معرفی خواهد شد.

تقریب بارهای Surge و Pitch

اجازه دهید یک استوانه دایره ای که بر روی کف دریا قرار گرفته است و سطح آب را قطع می کند و یک استوانه دایره ای مشابه بریده شده را که سطح آب را قطع می کند مطابق شکل ۱ در نظر بگیریم. استوانه شکل ۱a به دو قسمت ABCD و CDEF تقسیم شده است. قسمت ABCD از نظر هندسی معادل استوانه بریده شده در شکل ۱b است.



شکل ۱- استوانه های عمودی

با استفاده از تئوری تفرق (McCamy & Fuchs(1954) نیرو در واحد طول و در راستای موج، موثر بر استوانه شکل ۱a در آب عمیق را میتوان به صورت زیر نوشت

$$f_1 = \frac{2\rho gH}{k} A(ka) e^{kz} \cos(\alpha_1 - \omega t) \quad (1),$$

که در آن a و H و k به ترتیب شعاع استوانه، ارتفاع موج و عدد موج میباشند و داریم

$$A(ka) = 1/|H'_1(ka)|, \quad \alpha_1 = \tan^{-1}[J'_1(ka)/Y'_1(ka)] \quad (2),$$

که $H_1 = J_1 + iY_1$ تابع هنکل از نوع اول و J_1 و Y_1 توابع بسل مرتبه یک به ترتیب از نوع اول و دوم می باشند. Mogridge & Jamieson(1976) از معادله (۱) در راستای عمودی انتگرالگیری کردند و نیروی Surge کل وارد بر استوانه شکل ۱a را به صورت زیر بدست آوردند.

$$F_1^T = \frac{2\rho gH}{k^2} A(ka)[1 - e^{-kh}] \cos(\alpha_1 - \omega t) \quad (3).$$

McCamy & Fuchs(1954) ممان ناشی از نیروی f_1 طول نقطه o را به صورت زیر بدست آوردند.

$$M_2^T = \frac{2\rho gH}{k^2} A(ka) \left[-\frac{1}{k} + e^{-kh} \left(h + \frac{1}{k} \right) \right] \cos(\alpha_5 - \omega t) \quad (4)$$

Niedzwecki & Duggal(1992) با محدود کردن انتگرالگیری به طول غرق شده استوانه بریده شده (شکل ۱b) عبارت نیرو در واحد طول McCamy & Fuchs را که برای استوانه شکل ۱a بدست آمده بود برای تخمین نیروی وارد بر استوانه بریده شده به کار بردند. بنا بر این برای یک استوانه بریده شده با آبخور d نیروی کل Surge برای موج با دامنه واحد برابر خواهد بود با

$$\frac{F_1}{H/2} = \frac{4\rho g}{k^2} A(ka)[1 - e^{-kd}] \cos(\alpha_1 - \omega t) \quad (5).$$

ممان Pitch برای موج با دامنه واحد حول نقطه o را نیز می توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{M_2}{H/2} = \frac{4\rho g}{k^2} A(ka) \left[-\frac{1}{k} + e^{-kd} \left(d + \frac{1}{k} \right) \right] \cos(\alpha_5 - \omega t) \quad (6).$$

از تئوری موج خطی به خوبی می دانیم که در آب عمیق حرکت ذرات آب ناشی از موج به سرعت در عمق میرا می شود و معمولاً با صرف نظر از اثرات غیر خطی پتانسیلهای مراتب بالاتر، آب پایین تراز یک عمق مشخص را می توان تقریباً در حال سکون فرض کرد. فاصله بین سطح آزاد و مرز بالایی سیال بدون حرکت را عمق دینامیکی می نامیم که در شکل ۱ با h_d نمایش داده شده است. پایین تر از عمق دینامیکی انرژی جنبشی ذرات آب قابل صرف نظر است و تا جایی که به انرژی جنبشی مربوط است تفاوتی بین یک توده جامد و یک توده سیال وجود ندارد وقتی که ذرات ماده در حال سکون باشند. بنابر این استوانه جامد در ناحیه پایین تر از عمق دینامیکی را می توان با توده ای از آب تعویض کرد بدون آنکه تغییر قابل ملاحظه ای در نیروی افقی وارد بر استوانه ایجاد شود. بر اساس این استدلال نیروی افقی کل موثر بر استوانه بریده شده در آب عمیق را می توان با انتگرالگیری از نیروی تفرق واحد طول McCamy & Fuchs و با محدود کردن حدود انتگرالگیری به محدوده آبخور استوانه بدست آورد به شرط آنکه آبخور استوانه به اندازه کافی عمیق باشد. این ایده اصلی پشت تقریب به کار برده شده در معادلات (۵) و (۶) می باشد. درستی این تقریب با انجام آزمایشات نشان داده شده است (Niedzwecki & Duggal 1992). برای بدنه های استوانه ای بسیاری از سکوهای ستونی خریابی و سکوهای پایه کششی برای قسمت قابل ملاحظه ای از بازه فرکانس آبخور استوانه بطور قابل ملاحظه ای از عمق دینامیکی کوچکتر است. در این موارد تقریب داده شده با معادلات (۵) و (۶) ممکن است با خطای غیر قابل چشم پوشی همراه شود. Weggel(1994) برنامه معروف WAMIT را برای یک مطالعه پارامتریک بکار برد و پیشنهاد داد که ضریب تصحیح زیر

$$(1 - 0.125 \frac{2a}{d} e^{-1.62ka}) \quad (7)$$

باید در نیروی افقی Surge داده شده با معادله (۵) ضرب شود. Weggel(1994) تطابق بسیار خوبی بین خروجی های برنامه تفرق خطی WAMIT و حاصلضرب معادلات (۵) و (۷) بدست آورد. او معادله (۵) را با استفاده از روشهای عددی و ریاضی اصلاح کرد. هدف ما در اینجا اصلاح معادله (۵) با استفاده از تقریبهای مهندسی است.

میدان جریان در شکل ۱b در راستای عمودی به سه ناحیه تقسیم شده است. نواحی I, II, III. در ناحیه I که از مقطع برش CD (یا کف استوانه بریده شده) به اندازه کافی دور و نزدیک سطح آزاد است می توان فرض کرد که پتانسیل سرعت مشابه پتانسیل سرعت McCamy & Fuchs در شکل ۱a است، یعنی

$$\varphi^I = \varphi_I + \varphi_S \quad (8)$$

که φ_I و φ_S به ترتیب پتانسیل سرعت امواج برخوردی و امواج متفرق شده می باشند. همانطور که ذکر شد در آب عمیق پتانسیل سرعت امواج با افزایش عمق به صورت نمایی دچار زوال می شود. بنا بر این در ناحیه III که ذرات آب بطور معقولی از جسم جامد دور هستند می توان فرض کرد که پتانسیل سرعت φ_S میرا شده و پتانسیل سرعت همان پتانسیل ناشی از امواج برخوردی است، یعنی

$$\varphi^{III} = \varphi_I \quad (9)$$

ناحیه II ناحیه انتقالی است که در آن پتانسیل سرعت از $\varphi_I + \varphi_S$ در فصل مشترک نواحی I و II به φ_I در فصل مشترک نواحی II و III تغییر میکند که این تغییر ممکن است با شیب تند و یا ناپیوستگی در مقطع برش CD همراه باشد. به عبارت دیگر پتانسیل پراکندگی φ_S به سرعت در ناحیه II از شکل ۱b کاهش می یابد تا آنکه در فصل مشترک نواحی II و III ناپدید می شود. در حالیکه φ_S در همین محل در شکل ۱a در حالت کلی غیر صفر است. این بدان معناست که φ_S متناظر ناحیه II در شکل ۱b از φ_S متناظر همان ناحیه در شکل ۱a کوچکتر است. بنابراین نیروی Surge تخمین زده شده با معادله (۵) دست بالاست. برای آنکه از این مشاهده در جهت بهبود تقریب داده شده با معادلات (۵) و (۶) استفاده کنیم لازم است نیروی ناشی از توابع پتانسیل برخوردی و متفرق شده را به طور جداگانه محاسبه کنیم. برای این منظور با تبعیت از Rahman (1995) تابع پتانسیل یک موج متفرق شده با گرهی در مبدأ (همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده) را به صورت زیر در نظر می گیریم.

$$\varphi_S = \frac{Hg}{2\omega} e^{kz} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n i^n \left(\frac{-J'_n(ka)}{H'_n(ka)} H_n(kr) \cos n\theta \right) e^{-i\omega t} \right\} \quad (10)$$

که در آن $\tau_0 = 1$ و برای $n \geq 1$ $\tau_n = 2$ است. برای همین پروفیل موج، نیروی ناشی از امواج برخوردی که همان نیروی فرود-کریلف است با رابطه زیر داده میشود (Chakrabarti 1987)

$$f_{FK} = C_{FK} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} \omega^* e^{kz} \cos \omega t \quad (11)$$

که در آن ضریب فرود-کریلف C_{FK} برابر $2 \frac{J_1(ka)}{ka}$ است. همچنین عبارت نیرو بر واحد طول McCamy & Fuchs که در معادله (۱) داده شده است را می توان برحسب یک ضریب اینرسی موثر C_M به صورت زیر نوشت (Chakrabarti 1987).

$$f_1 = C_M \rho \pi a^2 \frac{gkH}{2} e^{kz} \cos(\alpha_1 - \omega t) \quad (12)$$

که $C_M = \frac{4}{\pi(ka)^2} A(ka)$ است. حال نیرو بر واحد طول ناشی از امواج متفرق شده را بدست می آوریم. با استفاده از فرم خطی معادله برنولی فشار متناظر تابع φ_S برابر است با

$$p_S = \frac{-\rho g H}{2} e^{kz} \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n \operatorname{Re} \left\{ i^{n+1} \left(\frac{J'_n(ka)}{H'_n(ka)} H_n(kr) \right) e^{-i\omega t} \right\} \cos n\theta \quad (13),$$

و نیروی امواج متفرق شده به ازای واحد طول، که از این پس آن را نیروی پراکندگی می نامیم با انتگرال گیری از این فشار بر روی واحد طول سطح جانبی استوانه بدست می آید، یعنی

$$f_S = \int_0^{2\pi} p_S \Big|_{r=a} n_1 a d\theta \quad (14),$$

که $n_1 = -\cos \theta$ است. با توجه به اینکه توابع کسینوس متعامد می باشند و با استفاده از رابطه $\frac{i}{H'_1(ka)} = \frac{e^{i\alpha_1}}{|H'_1(ka)|}$ خواهیم داشت

$$f_S = \rho g H e^{kz} \pi a \frac{J'_1(ka)}{|H'_1(ka)|} \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\alpha_1 - \omega t)} i H_1(ka) \right\} \quad (15)$$

که در آن α_1 در معادله (۲) تعریف شده است. حال از معادله (۲) به سادگی می توان نتیجه گرفت

$$\sin \alpha_1 = \frac{J_1'(ka)}{|H_1'(ka)|} \quad \cos \alpha_1 = \frac{Y_1'(ka)}{|H_1'(ka)|} \quad (16)$$

با جایگذاری از معادله (16) در معادله (15) رابطه زیر تسلیم میشود

$$f_s = \frac{2\rho g H}{k} \pi k a e^{kz} \sin \alpha_1 \operatorname{Re}\{H_1(ka) i e^{-i(\omega t - \alpha_1)}\} \quad (17)$$

و یا چون

$$H_1(ka) = |H_1(ka)| e^{i\beta} \quad : \quad \beta = \tan^{-1}\left(\frac{Y_1(ka)}{J_1(ka)}\right) \quad (18),$$

معادله (17) را می توان به صورت زیر دوباره نویسی کرد

$$f_s = \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \frac{2|H_1(ka)|}{ka} \sin \alpha_1 \operatorname{Re}\{e^{-i(\omega t - \alpha_1 - \beta)}\} \quad (19)$$

یا

$$f_s = C_s \rho \pi g a^2 \frac{H}{2} k e^{kz} \sin(\omega t - (\alpha_1 + \beta)) \quad (20),$$

که ضریب پراکندگی C_s به صورت زیر تعریف شده است

$$C_s = \frac{2|H_1(ka)|}{ka} \sin \alpha_1 \quad (21).$$

حال با پیروی از Mei(1989) و با بسط جمله سینوسی در سمت راست معادله (20) می توان نیروی پراکندگی را به دو مولفه اینرسی و میرایی به صورت زیر تجزیه کرد

$$f_s = -C_s \sin(\alpha_1 + \beta) \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \cos \omega t + C_s \cos(\alpha_1 + \beta) \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \sin \omega t \quad (22)$$

یا

$$f_s = C_{SI} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \cos \omega t + C_{SD} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \sin \omega t \quad (23)$$

که در آن C_{SI} و C_{SD} ، ضرایب اینرسی و میرایی ناشی از تابع پتانسیل φ_s هستند و به صورت زیر تعریف شده اند

$$\begin{cases} C_{SI} = -C_s \sin(\alpha_1 + \beta) \\ C_{SD} = C_s \cos(\alpha_1 + \beta) \end{cases} \quad (24)$$

برای سادگی معادله (23) را می توان دوباره به صورت زیر نوشت

$$f_s = f_{SI} + f_{SD} = |f_{SI}| \cos \omega t + |f_{SD}| \sin \omega t \quad (25)$$

که

$$\begin{cases} f_{SI} = C_{SI} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \cos \omega t \\ f_{SD} = C_{SD} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} \sin \omega t \end{cases} \quad (26)$$

نیروی Surge کل یعنی نیروی Surge ناشی از امواج برخوردی و متفرق شده را می توان با جمع کردن نیروی فرود-کریلف داده شده با معادله (11) و نیروی پراکندگی داده شده با معادله (23) بدست آورد. بنا براین

$$f_1 = f_{FK} + f_s = (C_{FK} + C_{SI}) \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} e^{-i\omega t} + C_{SD} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} i e^{-i\omega t} \quad (27)$$

یا

$$f_1 = \sqrt{(C_{FK} + C_{SI})^2 + C_{SD}^2} e^{i\theta} e^{-i\omega t} \rho \pi a^2 \frac{H}{2} g k e^{kz} e^{-i\omega t} \quad (28)$$

از معادله (18) به سادگی می توان نشان داد

$$\sin \beta = \frac{Y_1(ka)}{|H_1(ka)|} \quad \cos \beta = \frac{J_1(ka)}{|H_1(ka)|} \quad (29)$$

سپس با استفاده از معادلات (16)، (18) و (29) می توان روابط زیر را بدست آورد.

$$\frac{C_{SD}}{C_{FK} + C_{SI}} = \tan \alpha_1, \quad \sqrt{(C_{FK} + C_{SI})^2 + C_{SD}^2} = C_M \quad (30)$$

بنابر این معادله (28) با شکل مشهور معادله McCamy & Fuchs در آب عمیق که با معادله (12) داده شده معادل است. از طرف دیگر چون نیروی فرود-کریلف داده شده با معادله (11) هم فاز با مولفه اینرسی نیروی پراکندگی (Scattering Force) داده شده با معادله (26) است، اندازه نیروی تفرق (Diffraction Force) را میتوان از رابطه زیر بدست آورد.

$$|f_1| = \sqrt{(|f_{FK}| + |f_{SI}|)^2 + |f_{SD}|^2} \quad (31)$$

نیروی پراکندگی ناشی از پتانسیل سرعت φ_S است و نیروی تفرق ناشی از پتانسیل کل یعنی مجموع پتانسیلهای φ_I و φ_S هر دو باهم میباشد. با استفاده از معادله (31) ممکن است اثر تغییر در نیروهای پراکندگی f_{SD} و f_{SI} بر روی نیروی Surge را تعیین کرد در حالیکه در معادله (12) ضرایب C_{FK} ، C_{SI} و C_{SD} با هم ترکیب شده و با ضریب C_M بیان شده اند بنابراین غیر ممکن است که بتوان تاثیر تغییر در نیروی پراکندگی به تنهایی بر روی نیروی Surge را بدون آنکه پتانسیل φ_S را بدست آوریم مطالعه کرد.

تقریب بهبود یافته

حال به ناحیه II از شکل ۱b باز میگردیم. یک مشکل در تئوری تقریبی ما این است که طول ناحیه II در راستای عمودی مجهول است. یک اندازه معنی دار از طول ناحیه II می تواند خود قطر استوانه باشد. بنابراین، به عنوان یک تخمین فرض میکنیم که طول ناحیه II برابر قطر استوانه بریده شده است. در نتیجه، از این به بعد تئوری تقریبی ما برای استوانه های بریده شده ای که آبخور آنها از شعاع آنها بزرگتر است قابل کار برد است. بعلاوه، فرض خواهیم کرد که مقطع برش CD در وسط ناحیه II واقع شده است. به عبارت دیگر فرض شده است که فصل مشترک نواحی II و III یعنی جایی که f_S^t ناپدید میگردد در عمق $z = -d - a$ قرار دارد یعنی،

$$f_S^t \Big|_{z=-(d+a)} = 0 \quad \text{or} \quad \begin{cases} f_{SI}^t \Big|_{z=-(d+a)} = 0 \\ f_{SD}^t \Big|_{z=-(d+a)} = 0 \end{cases} \quad (32)$$

که بالانویس t حرف اول truncated برای رجوع به استوانه بریده شده به کار رفته است. از طرف دیگر، اندازه نیروی پراکندگی برای استوانه شکل ۱a در عمق $z = -d - a$ برابر است با

$$f_S \Big|_{z=-(d+a)} = C_S \rho \pi g a^2 A k e^{-k(d+a)} \quad (33)$$

و یا بطور معادل

$$\begin{cases} f_{SI} \Big|_{z=-(d+a)} = C_{SI} \rho \pi g a^2 A k e^{-k(d+a)} \\ f_{SD} \Big|_{z=-(d+a)} = C_{SD} \rho \pi g a^2 A k e^{-k(d+a)} \end{cases} \quad (34)$$

حال در ناحیه II نیروهای تصحیح کننده f_{CI} و f_{CD} را معرفی می کنیم طوری که وقتی این نیروها به نیروهای پراکندگی داده شده با معادله (34) اضافه شوند نیروهای پراکندگی استوانه بریده شده داده شده با معادله (32) بدست آیند، یعنی

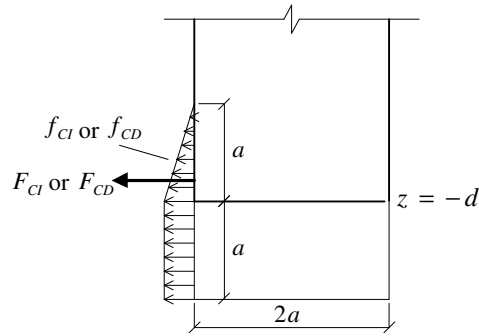
$$\begin{cases} f_{CI} \Big|_{z=-(d+a)} = -C_{SI} \rho \pi g a^2 A k e^{-k(d+a)} \\ f_{CD} \Big|_{z=-(d+a)} = -C_{SD} \rho \pi g a^2 A k e^{-k(d+a)} \end{cases} \quad (35)$$

حال به عنوان یک تقریب ساده، فرض می کنیم که نیروهای تصحیح کننده f_{CI} و f_{CD} به صورت خطی از مقدار داده شده در معادله (35) در مقطع برش تا مقدار صفر در فصل مشترک نواحی I و II کاهش می یابند، بنابر این توزیع نیروهای f_{CI} و f_{CD} روی ناحیه II به صورت نشان داده شده در شکل ۲ خواهد بود. و یا به صورت ریاضی می توان نوشت

$$\begin{cases} f_{CI} \\ f_{CD} \end{cases} = \begin{cases} C_{SI} \\ C_{SD} \end{cases} \frac{H}{2} \rho \pi g a^2 k e^{-k(d+a)} \frac{z+d-a}{a} \quad : \quad -d \leq z \leq -d+a \quad (36)$$

شکل انتگرالگیری شده معادله (30) بر روی فاصله $z \in [-d, -d+a]$ را می توان به صورت زیر نوشت

$$F_1 = \sqrt{(F_{FK} + F_{SI})^2 + F_{SD}^2} \quad (37)$$



شکل ۲- فرض توزیع خطی برای نیروهای تصحیح کننده.

و اگر F_{Cl} و F_{CD} نشان دهنده اندازه کل نیروهای تصحیح کننده باشند داریم

$$F_1' = \left[(F_{FK} + (F_{SI} + F_{CI}))^2 + (F_{SD} + F_{CD})^2 \right]^{1/2} \quad (38)$$

که

$$\begin{aligned} F_{CI} &= \int_{-d}^{-d+a} f_{CI} dz = \frac{-H}{4} C_{SI} \rho \pi g a^3 k e^{-k(d+a)} & F_{CD} &= \int_{-d}^{-d+a} f_{CD} dz = \frac{-H}{4} C_{SD} \rho \pi g a^3 k e^{-k(d+a)} \\ F_{SI} &= \int_{-d}^{-d+a} f_{SI} dz = \frac{H}{2} C_{SI} \rho \pi g a^2 k e^{-kd} (e^{ka} - 1) & F_{SD} &= \int_{-d}^{-d+a} f_{SD} dz = \frac{H}{2} C_{SD} \rho \pi g a^2 k e^{-kd} (e^{ka} - 1) \\ F_{FK} &= \int_{-d}^{-d+a} f_{FK} dz = \frac{H}{2} C_{FK} \rho \pi g a^2 k e^{-kd} (e^{ka} - 1) \end{aligned} \quad (39).$$

معادله (37) اندازه نیروی Surge متناظر فاصله $[-d, -d+a]$ را برای استوانه شکل ۱a و یا بطور معادل برای همان ناحیه از استوانه شکل ۱b میدهد وقتی که تقریب Niedzwecki & Duggal (1992) استفاده شده است. از طرف دیگر با لحاظ کردن اثرات برش استوانه، معادله (38) تقریب Niedzwecki & Duggal را در تخمین بارهای وارد بر استوانه بریده شده بهبود می دهد. چون بر اساس تئوری تقریبی ما F_1 و F_1' برای ناحیه I در شکل ۱a و ۱b یکسان هستند بنابراین نیروی تصحیح کل برابر خواهد بود با

$$F_C = F_1 - F_1' \quad (40)$$

و یا

$$\frac{F_C}{H/2} = \frac{F_1}{H/2} - \frac{F_1'}{H/2} \quad (41)$$

اندازه نیروی تصحیح کننده Surge کل را برای دامنه موج واحد می دهد. در شکل‌های 3a تا 3e نتایج معادله (41) در کنار نیروهای تصحیح کننده Weggel و نیروهای تصحیح کننده بدست آمده از برنامه تفرق Chan (1990) قرار داده شده اند. این نتایج برای استوانه ای با آبخورد 59.2m در آب با عمق ۵۰۰ m برای پنج نسبت قطر به آبخورد مختلف ترسیم شده اند. این نمودارها مطابقت نزدیک بین معادله (41) و نیروی تصحیح Weggel ناشی از معادلات (۵) و (7) را برای مقادیر $2a/d$ برابر ۱.۰۶، ۱.۲، ۱.۴ و ۱.۶ نشان میدهند. نتایج معادله (41) نسبت به نتایج نیروی تصحیح Weggel حتی به خروجیهای برنامه تفرق Chan نزدیکتر می باشند. در برخی فرکانسهای بالا، خروجی برنامه Chan دارای پرشهایی است که ناشی از پدیده فرکانسهای نامنظم (Irregular Frequencies) می باشد.

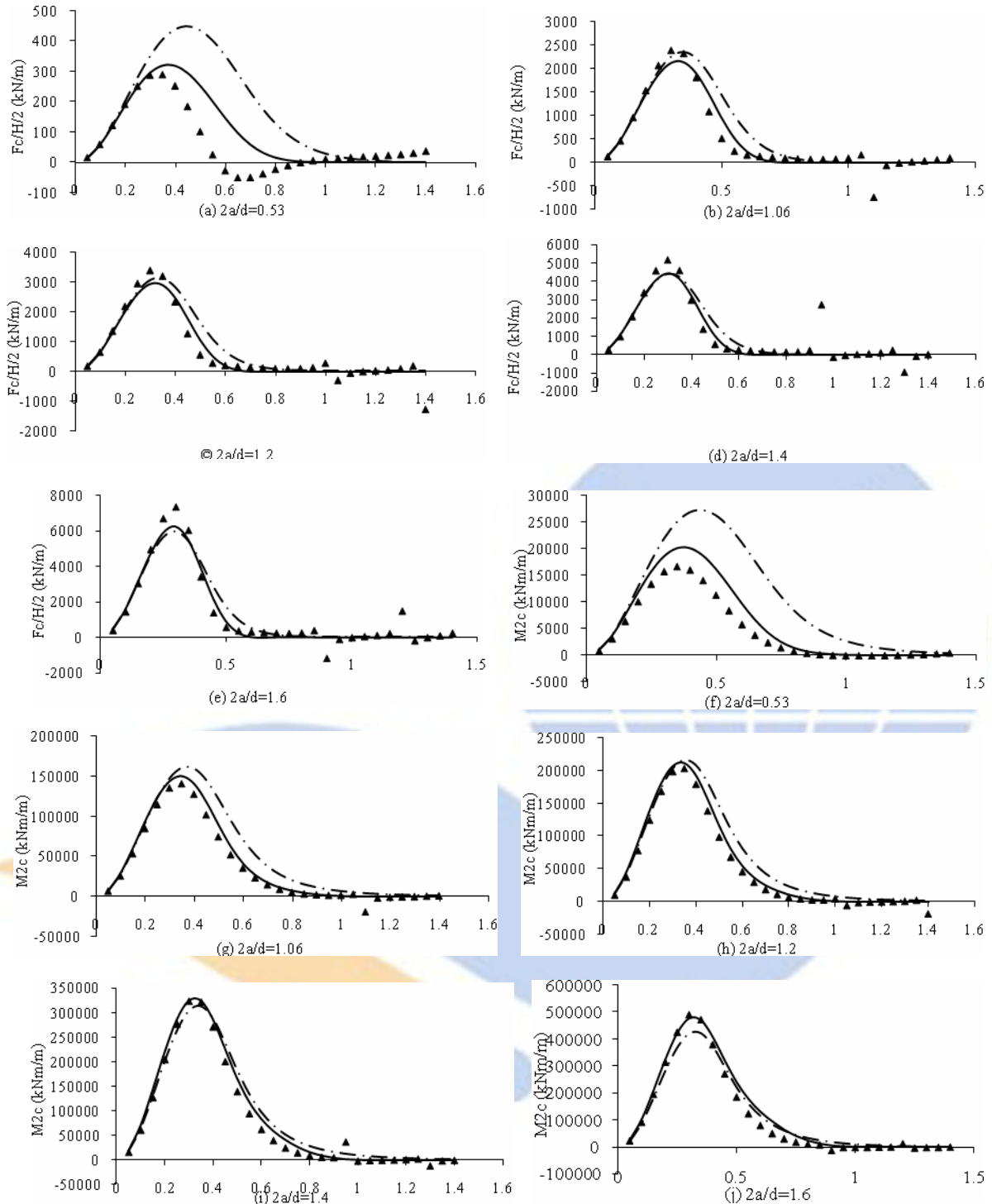
گشتاور Pitch

با رجوع به شکل ۲ ممان Pitch ناشی از نیروی تصحیح کننده Surge داده شده با معادله (41) حول مبدأ مختصات در سطح آزاد را می توان به صورت زیر نوشت

$$M_C = F_C (d - a/3) \quad (42).$$

چون نیروی تصحیح داده شده با معادله (41) در جهت مخالف نیروی Surge داده شده با معادله (۵) است ممان تصحیح در معادله (42) را باید از ممان Pitch داده شده با معادله (۶) کم کرد. بعلاوه، روی کف استوانه بریده شده یک توزیع فشار پاد متقارن وجود دارد که سبب تولید یک ممان Pitch در راستای مخالف می شود. اگر فشار در کف استوانه بریده شده را تنها با فشار ناشی از امواج برخوردی تخمین بزنیم، در این صورت برای موجی با یک گره در مبدأ همانند آنچه در شکل ۱ نشان داده شده عبارت این ممان به صورت زیر قابل بیان است.

$$M_{2V} = \rho \pi g a^2 \frac{H}{2} e^{-kd} \frac{2J_2(ka)}{ka} a \cos(\omega t) \quad (43).$$



شکل ۳- مقایسه بارهای تصحیح کننده، خط پر: تنوری تقریبی حاضر، خط-نقطه: بار تصحیح (1994) Weggel، مثلث توپر: بار تصحیح حاصل از برنامه (1990) Chan.

چون اندازه ممانهای تصحیح کننده M_c و M_{2v} نسبت به اندازه ممان Pitch تقریب زده شده با معادله (۶) کوچک می باشد از اثر اختلاف فاز بین این ممانها می توان صرفنظر کرد. بنا براین با جمع کردن اندازه M_{2v} با اندازه M_c اندازه ممان تصحیح کننده کل که باید از معادله (۶) کسر گردد بدست می آید. یعنی

$$\frac{M_{2c}}{H/2} = \frac{F_c}{H/2} (d - a/3) + \rho\pi g a^2 e^{-kd} \frac{2J_2(ka)}{ka} a \cos(\omega t) \quad (44).$$

از طرف دیگر، بر اساس مطالعه پارامتریک خروجیهای برنامه WAMIT، (1994) Weggel ضریب کاهش

$$\left(1 - 0.15 \frac{a}{d}\right) \left(1 - 0.4 \frac{a}{d} e^{-1.62ka}\right) \quad (45)$$

را پیشنهاد کرد که باید در معادله (۶) ضرب شود تا ممان Pitch وارد بر سیلندر بریده شده بدست آید. شکل‌های 3f تا 3j نتایج معادله (۴۴) را که در برابر ممانهای تصحیح Weggel رسم شده اند و از کم کردن حاصلضرب معادلات (۶) و (۴۵) از معادله (۶) بدست آمده اند و همچنین خروجیهای حاصل از برنامه تفرق Chan را نشان می دهد. این نمودارها توافق بسیار خوب بین نتایج معادلات (۴۴) و نتایج برنامه تفرق Chan را برای اکثر نسبتهای قطر به آبخور در نظر گرفته شده در اینجا بیان می کنند. معادله (44) همچنین به طور نزدیکی با ممان های تصحیح Weggel برای مقادیر $2a/d$ برابر ۱،۰۶، ۱،۲، ۱،۴ و ۱،۶ مطابقت دارد. همانند نیروی Surge، نتایج معادله (44) نسبت به نتایج Weggel حتی به خروجیهای برنامه تفرق Chan نزدیکترند.

نتیجه گیری

یک روش تقریبی برای اصلاح نیروی Surge و ممان Pitch وارد بر یک استوانه دایره ای عمودی بریده شده که با استفاده از عبارت نیرو در واحد طول تئوری تفرق McCamy & Fuchs محاسبه شده اند بیان شد. برای بدست آوردن اندازه بارهای تصحیح کننده، نیروی تفرق به دو نیروی پراکندگی و نیروی فرود- کرلیف تجزیه شده و عبارتهایی برای مولفه های اینرسی و میرایی نیروی پراکندگی ناشی از تابع پتانسیل امواج پراکنده شده بدست آمد. ارتباط بین این نیروها با عبارت رایج نیروی تفرق نیز بیان گردید. با استفاده از این نیروها یک روش تقریبی برای بهبود تقریب بارهای محاسبه شده ذکر گردید. مقایسه نتایج بدست آمده از این روش با نتایج بدست آمده از مطالعه پارامتریک خروجیهای برنامه معروف WAMIT که بوسیله Weggel (1994) گزارش داده شده اند و همچنین با خروجیهای برنامه عددی تفرق Chan (1990) برای دامنه نسبتاً وسیعی از نسبتهای قطر به آبخور نشان می دهد که دقت روش تقریبی بیان شده قابل قبول است. این روش تقریبی نیازی به سخت افزار و نرم افزار گران قیمت و یا تخصص در نوشتن برنامه های خاص ندارد و می تواند برای تخمین بارهای تفرق Surge و Pitch وارد بر استوانه های عمودی قطور شناور با آبخور نسبتاً کم مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

- McCamy, R.C. & Fuchs, R.A., 1954. Wave forces on piles: A diffraction theory, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, D.C., USA.
- Weggel, D.C., 1994. Hydrodynamic forces on truncated cylinders. Report No. NSF # CDR-8721512, Offshore Technology Research Centre, Texas, USA.
- Miles, J. & Gilbert, F. 1968. Scattering of gravity waves by a circular dock, Journal of Fluid Mechanics 34(4), 783.
- Garrett, C.J.R., 1971. Wave forces on a circular dock, Journal of Fluid Mechanics 46(1), 129-139.
- Black, J.L., Mei, C.C. & Bary, C.G. 1971. Radiation and scattering of water waves by rigid bodies, Journal of Fluid Mechanics 46(1), 151-164.
- Yeung, R.W., 1981. Added mass and damping of a vertical cylinder in finite-depth waters, Applied Ocean Research 3(3), 119-133.
- Bhatta, D.D. & Rahman, M. 1995. Wave loadings on a vertical cylinder due to heave motion, International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences 18(1), 151-170.
- Bhatta, D.D. & Rahman, M. 2003. On scattering and radiation problem for a cylinder in water of finite depth, International Journal of Engineering Science 41, 931-967.
- Niedzwecki, J.M. & Duggal, A.S. 1992. Wave run-up and forces on cylinders in regular and random waves, Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering 118, 615-634.
- Mogridge, G.R., Jamieson, W.W., 1976. Wave loads on large circular cylinders: A design method, Canadian National Research Council, Ottawa, Ontario, Canada.
- Rahman, M., 1995. Water waves: Relating modern theory to advanced engineering practice. Oxford University Press, Oxford.
- Chakrabarti, S.K., 1987. Hydrodynamics of offshore structures. Springer-Verlag, New York, NY.
- Mei, C.C., 1989. The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific, NJ.

Archive of SID

Chan, H.S., 1990. A three-dimensional technique for predicting first- and second-order hydrodynamic forces on marine vehicles advancing in waves. Ph.D. Thesis, University of Glasgow, UK.



An Approximate Theory for Prediction of Wave Loads on Large Truncated Vertical Cylinders

K. Sadeghi

ABSTRACT

Truncated vertical circular cylinders are one of the basic elements of many deep water floating offshore platforms such as Truss Spars and TLPs. When the draft of the cylindrical hull is relatively small, prediction of the surge and pitch diffraction loads by integration of McCamy and Fuchs expression of the force per unit length over the cylinder draft causes an error which is not negligible. Using hydrodynamic arguments the approximated surge and pitch loads by McCamy and Fuchs diffraction theory are modified. The modified results are compared with the results of a parametric study reported by Weggel (1994). Large truncated vertical circular cylinders are used as the hull of many deep water floating offshore platforms. When the cylinder is not sufficiently deep, no simple exact analytical expression exists for the calculation of surge and pitch loads. In this case, numerical methods can be used. However, expensive software and expertise are required. An alternative approach is the use of the analytical and semi-analytical methods. For example, one can refer to the works of Miles & Gilbert (1968) and Garrett (1971) who studied the diffraction problem of a circular dock. Black et al. (1971) calculated the loads acting on a truncated cylinder which is either floating or sitting on the seabed. Yeung (1981) derived a set of theoretical added masses and damping coefficients for a floating circular cylinder in water of finite depth. Bhatta & Rahman (1995, 2003) presented analytical and numerical results for the diffraction loads and radiation coefficients of floating circular cylinders in finite-depth water. An approximate but less elaborate method for prediction of loads acting on a truncated cylinder is the use of McCamy & Fuchs (1954) diffraction theory (Niedzwecki & Duggal 1992). In this article, we shall first study the accuracy of this method and then a more accurate approximation will be introduced.

Keywords: *Truncated vertical circular cylinders, diffraction loads, approximation*