



مرکز ملی پژوهش‌های دریایی

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی



## استفاده از مدل عناصر محدود سیستمهای دو فازی جهت مطالعه رفتار دینامیکی رسوب انباشته شده در جلوی سازه های دریایی

کریم عابدی  
دانشگاه صنعتی سهند  
[k\\_abedi@sut.ac.ir](mailto:k_abedi@sut.ac.ir)

احمد رضا مصطفی قره باغی  
دانشگاه صنعتی سهند  
[mgharabaghi@sut.ac.ir](mailto:mgharabaghi@sut.ac.ir)

مجید پاسبانی خیابوی  
دانشگاه صنعتی سهند  
[Pasbani@uma.ac.ir](mailto:Pasbani@uma.ac.ir)

### مقدمه

فرآیندهای فرسایش، انتقال و انباشت رسوب در مجاری آب از قبیل رودخانه ها، کانالها و دریاها از جمله موضوعات مهمی می باشند که از دیرباز توجه محققین را به خود جلب نموده اند. سازه های مصنوعی ساخت بشر با این پدیده ها تداخل نموده که گاهی اثرات نامطلوبی را به دنبال دارد. از جمله این تداخلها، اندرکنش سازه های دریایی با رسوبات انباشته شده در پای سازه تحت بارهای لرزه ای می باشد. بررسی پاسخ دینامیکی محیط متخلخل برای آنالیز لرزه ای سازه هایی نظیر آب شکنها، دیوارهای ساحلی و موج شکنها دارای اهمیت زیادی است. زیرا رسوب انباشته شده در قسمت بالا دست این سازه ها، در هنگام حرکات لرزه ای زمین به دلیل ارتعاشات تحت تاثیر قرار می گیرد. تغییر مکان و فشار حفره ای تولید شده در داخل رسوب، اثرات متقابلی را روی سازه های ذکر شده ایجاد می کند. این تاثیر متقابل می تواند پاسخ دینامیکی سازه ها را افزایش داده و سبب تولید تشنها و تغییر مکانهای بیشتری شود.

در تحقیق حاضر، پاسخ دینامیکی رسوب با استفاده از تئوری محیط متخلخل و روش عناصر محدود مورد ارزیابی قرار می گیرد. محیط متخلخل به صورت دو فازی شامل فاز جامد و سیال در نظر گرفته شده و فرمول بندی مسئله با استفاده از معادلات Biot انجام گرفته و تاثیر اندرکنش فاز جامد و سیال رسوب بررسی شده است. برای مدل عناصر محدود از روش استاندارد گالرکین و عناصر هشت گرهی و برای حل معادلات عناصر محدود گسسته از روش انتگرال گیری ضمنی نیومارک استفاده شده است. بسته به نوع مسئله و بارگذاری حاکم، می توان سیال را تراکم پذیر یا غیر قابل تراکم فرض نمود. نتایج عددی حاصل، دقت و کارایی مدل عددی تهیه شده را نشان می دهد.

### تئوری

تئوری مربوط به محیط متخلخل بر اساس نظریه اختلاط که در سال ۱۹۶۰ بیان شده، بر مبنای حرکت ذرات نفوذ ناپذیر تعریف و ارائه شده است. خاکهای اشباع از ذراتی جامد با اندازه و شکل متفاوت تشکیل شده که فضای خالی بین آنها را آب و یا سیال دیگر پر کرده است. بنابراین محیط مربوط به خاک های اشباع شامل دو فاز می باشد که هر کدام از آنها با دیگری اندرکنش داشته و رفتار همدیگر را تحت تاثیر قرار می دهند. تخلخل ارتباط مستقیمی با تغییر شکل خاک داشته و لازم نیست به عنوان یک متغیر مستقل و اضافی در نظر گرفته شود. در محیط متخلخل دوفازی حرکت نسبی بین سیال خالص و ذرات خاک متغیرهای سینماتیکی اصلی هستند و به نیروهای ناشی از اندرکنش مربوط می شوند. برای رفتارهای خطی، اثرات اندرکنش به قانون دارسی خلاصه می شود. به نظر می رسد یک تقریب پیوسته بر اساس تئوری اختلاط برای استخراج معادلات حاکم بر محیط اشباع خاک بسیار مناسب باشد. در تقریب پیوسته فرض می شود فاز سیال و خاک کل دامنه را پر کرده و با هم یک محیط پیوسته را تکمیل می کنند. در چنین محیط پیوسته ای، متغیرهایی نظیر چگالی، شتاب، سرعت و نظایر آنها به صورت مقادیر متوسط در حجم، برای هر نقطه ای از محیط متخلخل در نظر گرفته می شود. حجم مورد نظر شامل فاز جامد و فضای مابین آنها می باشد که به صورت یکسانی توزیع شده اند. حرکات شدید زمین سبب ایجاد تغییرات حجمی در خاک می شود. انقباض و انبساط اسکلت خاک سبب تولید فشار آب حفره ای پیشرونده ای می شود که میزان آن به شرایط زهکشی و نفوذ پذیری خاک بستگی دارد.

آنالیز منطقی توزیع فشار آب حفره ای تولید شده توسط زمین لرزه نیاز به تعریف دقیق نسبت های ساختاری خاک دارد. بنابراین در آنالیزهای لرزه ای لازم است مدلسازی دقیقی با توجه به تغییرات حجمی خاک هنگام بارگذاری لرزه ای انجام گیرد. بیشتر مسائل مهندسی ژئوتکنیک به صورت استاتیکی یا دینامیکی در یک دامنه تک فازی آنالیز می شوند. در چنین آنالیزی پیش بینی رفتار دینامیکی خاک با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش جامد و سیال بسیار مشکل می باشد. زیرا خاک اشباع به صورت یک سیستم

دوفازی رفتار می کند و برای آنالیز کامل و دقیق لازم است که اندرکنش بین اسکلت خاک و آب داخل آن در نظر گرفته شود. تئوری اختلاط می تواند رفتار خاک متخلخل اشباع شده با آب را به صورت مناسبی نمایش دهد.

روش های حل تحلیلی و مدل های عددی بسیاری برای بررسی رفتار دینامیکی محیط متخلخل و پیشروی امواج فشاری در داخل آن در سال های گذشته ارائه شده اند که اساس همه آنها بر فرمول بندی Biot با یک سری فرضیات ساده کننده، استوار می باشد.

مطالعات مربوط به مکانیک محیط متخلخل اشباع دارای سابقه طولانی می باشد. اساسی ترین تئوری را در این زمینه Terzaghi در سال ۱۹۲۳ ارائه داد که همان معادلات مشهور تحکیم یک بعدی و نشست لایه رس بود. در تئوری Terzaghi از اثرات اندرکنش بین فاز جامد و سیال در محیط متخلخل در طی مراحل تغییر شکل ذرات صرف نظر شده است. بنابراین معادلات حاکم به معادله دیفوزیون خلاصه شده است.

Biot در طی سالهای ۱۹۴۱، ۱۹۵۵ و ۱۹۵۶ با توسعه تئوری Terzaghi، مطالعاتی را انجام داد که منجر به تئوری مربوط به رفتار مصالح Poroelastic شد. مصالح Poroelastic مربوط به Biot به صورت یک سیستم دوفازی شامل جامد و سیال می باشد. اسکلت مربوط به قسمت جامد محیط متخلخل دارای رفتار الاستیک خطی است که تغییر شکل های کوچک را تحمل می کند، در حالیکه جریان سیال داخل به وسیله تغییر شکل قسمت جامد به وجود می آید و از قانون داری تبیعت می کند. مطالعات بعدی در زمینه مکانیک محیط متخلخل نشان داد که تئوری Biot با در نظر گرفتن اندرکنش بین ذرات جامد و خاک، رفتار تحکیمی خاک را کامل تر و دقیق تر از تئوری Terzaghi بیان می کند. Biot در ادامه مطالعات خود در سالهای ۱۹۵۶ و ۱۹۶۲ تئوری خود را برای بیان پیشروی امواج در محیط متخلخل اشباع شده با سیال توسعه داد. مطالعات Biot به عنوان پایه ای برای مطالعات مربوط به رفتار دینامیکی مصالح Poroelastic مطرح شد. تئوری او و نتایج حاصل شده به عنوان مرجع برای تحقیقات بعدی مورد استفاده قرار گرفت. به دنبال آن چندین تئوری در زمینه انتشار امواج یک بعدی پیشنهاد شد و نتایج آنها به وسیله روشهای عددی محاسبه شد. قابلیت و کاربرد تئوری پوروالاستیسته Biot در سالهای بعد به وسیله محققینی نظیر Bowen در سالهای ۱۹۷۶ و ۱۹۸۲، Prevost در سالهای ۱۹۷۹ و ۱۹۸۰، Ehlers و de Boer در سال ۱۹۸۸ مورد ارزیابی و تایید قرار گرفت. برخی محققین نیز تئوری Biot را با انجام مطالعات آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. امواج فشاری پیش بینی شده از معادلات Biot در نمونه های محیط متخلخل مصنوعی در آزمایشگاه به وسیله Plona در سال ۱۹۸۰ مورد اندازه گیری قرار گرفت. تطابق خوبی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از تئوری Biot به وسیله وی گزارش شد.

Prevost در ادامه مطالعات خود در زمینه مکانیک محیط متخلخل در سال ۱۹۸۵ بر اساس فرمول بندی Biot و با در نظر گرفتن سیستم دوفازی شامل فاز جامد و سیال، روش عناصر محدود را برای آنالیز پدیده پیشروی امواج در محیط متخلخل استفاده کرد. فرمول بندی چند بعدی و روشهای حل آنها برای بررسی رفتار دینامیکی خاک اشباع تحت اثر بارگذاری لرزه ای در سالهای اخیر مورد توجه محققین متعددی قرار گرفته است. Yu Bao در سال ۲۰۰۶ فرمول بندی کاملی از معادلات Biot را برای بررسی رفتار دینامیکی خاک اشباع تحت اثر زلزله انجام داد. او برای مدلسازی از روش عناصر محدود و نامحدود استفاده کرد. Bao نتایج حاصل از مدل عددی خود را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمود. مدل آزمایشگاهی او شامل یک لایه خاک اشباع بود که تحت اثر بارگذاری هارمونیک قرار گرفته بود و با قرار دادن سنسورهایی فشار آب حفره ای در عمق های مختلف خاک قابل اندازه گیری بود. تطابق قابل قبولی بین نتایج آزمایشگاهی و حل عددی وی به دست آمد.

تعدادی مطالعه نیز در زمینه حل تحلیلی معادلات Biot با استفاده از آنالیزهای ریاضی انجام شده که از جمله آنها می توان به راه حل تحلیلی Kogel در سال ۱۹۸۷ اشاره نمود. Reint de Boer نیز در سال ۱۹۹۳ معادله حاکم بر محیط متخلخل را به صورت تحلیلی و در حالت یک بعدی حل کرد. وی برای تحلیل، سیستم را تراکم ناپذیر فرض کرده و از تبدیل لاپلاس برای حل معادلات خاک استفاده نمود. همچنین Chen در سال ۱۹۹۳ یک راه حل تحلیلی برای حل معادلات Biot در حالت دو بعدی در حوزه زمان ارائه داد. راه حل تحلیلی او شامل تبدیل لاپلاس معادلات حاکم و حل آنها در حوزه لاپلاس می باشد که شامل جملاتی با مجهولات تغییر مکان قسمت جامد و فشار سیال می باشد. Sun-Hoon Kim و همکاران در سال ۲۰۰۲ برای بررسی پدیده پیشروی موج در محیط متخلخل اشباع، مطالعات پارامتریکی را به وسیله آنالیز عددی و تحلیلی انجام دادند. راه حل تحلیلی آنها با در نظر گرفتن سیستم به صورت یک بعدی استخراج شد. آنها از روی آنالیز خود تاثیر خواص مصالح رسوب را بر پاسخ دینامیکی بررسی کردند. Pryl و Schanz در سال ۲۰۰۴ یک روند حل تحلیلی مشابه با راه حل Chen ارائه دادند. روش آنها نیز شامل تبدیل لاپلاس معادلات حاکم و انجام تحلیل در حوزه لاپلاس می باشد.

در این مقاله یک مدل عناصر محدود موثر در حوزه زمان برای تحلیل پدیده پیشروی امواج در لایه رسوبی انباشته شده در پشت سازه های دریایی بر اساس معادلات حاکم بر محیط متخلخل با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش ذرات جامد و سیال ارائه شده است. برای حل معادلات عناصر محدود گسسته از روش انتگرال گیری ضمنی نیومارک استفاده شده است. بسته به نوع مسئله و بارگذاری حاکم می توان سیال را تراکم پذیر یا غیر قابل تراکم فرض نمود. نتایج عددی به دست آمده، دقت و کارایی مدل عددی تهیه شده را نشان می دهد.

### معادلات حاکم بر محیط متخلخل

خاک و مصالح مشابه آن به وسیله آب نفوذ کرده در داخل سوراخها تحت تاثیر قرار می گیرند. بنابراین برای بیان رفتار مصالح در اینگونه موارد باید از مفهوم تنش موثر استفاده کرد. اگر  $\tau_s$  نشان دهنده تنش کل اعمال شده بر سطح خاک ( مثبت در کشش ) و  $P$  فشار سیال در سوراخها ( مثبت در فشار ) باشد، تنش موثر به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tau'_s = \tau_s + mP \quad (1)$$

که در آن  $m^T = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$  می باشد. روشن است که فقط تنش موثر  $\tau'$  در تغییر شکل استخوان بندی خاک و یا گسیختگی آن نقش دارد. از فشردگی حجمی خیلی کوچک ذرات در این حالت صرف نظر می شود. با فرض رفتار الاستیک خطی برای خاک می توان نوشت:

$$\tau'_s = D_s \varepsilon_s \quad (2)$$

در رابطه فوق  $\varepsilon_s$  کرنش و  $D_s$  ماتریس مصالح خاک می باشد. معادلات حاکم بر محیط متخلخل شامل معادله پیوستگی یا بقای جرم و معادلات تعادل اندازه حرکت خطی برای فاز خاک و آب می باشد. معادله پیوستگی یا بقای جرم برای محیط خاک و آب به ترتیب زیر بیان می شود:

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n)(\nabla \cdot V_s) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} + n(\nabla \cdot V_f) = 0 \quad (4)$$

ترکیب معادلات (3) و (4) معادله تراوش را به صورت زیر نتیجه می دهد:

$$\frac{n}{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} + (1-n)(\nabla \cdot V_s) + n(\nabla \cdot V_f) = 0 \quad (5)$$

در معادله فوق، دیورژانس سرعت برای فاز جامد و سیال به صورت زیر تعریف می شود:

$$\nabla \cdot V_s = \frac{\partial v_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} + \frac{\partial v_{sz}}{\partial z} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot V_f = \frac{\partial v_{fx}}{\partial x} + \frac{\partial v_{fy}}{\partial y} + \frac{\partial v_{fz}}{\partial z} \quad (7)$$

بنابراین معادله (5) را می توان بر حسب تغییر مکانهای فاز جامد و سیال به صورت زیر نوشت:

$$\frac{n}{\beta} \dot{P} + (1-n) \left( \frac{\partial \dot{u}_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}_{sy}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_{sz}}{\partial z} \right) + n \left( \frac{\partial \dot{u}_{fx}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}_{fy}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_{fz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (8)$$

معادله تعادل اندازه حرکت خطی برای فاز خاک عبارت است از:

$$(1-n)\rho_s \frac{\partial V_s}{\partial t} + (1-n)\rho_s V_s \cdot \nabla V_s - (1-n)\rho_s b_s + F_s - \nabla \cdot \tau'_s + (1-n)\nabla P = 0 \quad (9)$$



معادله تعادل اندازه حرکت خطی برای فاز سیال به صورت زیر است:

$$n\rho_f \frac{\partial V_f}{\partial t} + n\rho_f V_f \cdot \nabla V_f - n\rho_f b_f + F_f + n\nabla P = 0 \quad (10)$$

برای بیان رابطه نیروهای ناشی از اندرکنش در ساختار خاک، از رابطه نفوذ آب در خاک که به معادله دارسی معروف است، به صورت زیر استفاده می شود:

$$F_s = K_{sf}(V_f - V_s) \quad (11)$$

که در آن  $K_{sf}$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$K_{sf} = \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} \quad (12)$$

با جایگزینی معادلات (11) و (12) در معادلات (9) و (10) معادلات تعادل اندازه حرکت خطی برای فاز جامد و سیال به صورت زیر در می آید:

$$(1-n)\rho_s \ddot{u}_s + (1-n)\rho_s (\dot{u}_s \cdot \nabla \dot{u}_s) - (1-n)\rho_s b_s + \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} (\dot{u}_s - \dot{u}_f) - \nabla \tau'_s + (1-n)\nabla P = 0 \quad (13)$$

و

$$n\rho_f \ddot{u}_f + n\rho_f \dot{u}_f \cdot \nabla \dot{u}_f - n\rho_f b_f - \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} (\dot{u}_s - \dot{u}_f) + n\nabla P = 0 \quad (14)$$

در روابط فوق  $\rho_s$  و  $\rho_f$  به ترتیب جرم حجمی خاک و آب،  $F_s$  و  $F_f$  بردار نیروهای ناشی از اندرکنش جامد و سیال در ساختار خاک،  $b_s$  و  $b_f$  نیروهای بدنه ای وارد بر فاز خاک و آب،  $n$  ضریب تخلخل،  $\beta$  مدول بالک آب،  $k_f$  ضریب نفوذ پذیری خاک،  $P$  فشار آب حفره ای،  $V_s$  بردار سرعت ذرات خاک،  $V_f$  بردار سرعت ذرات سیال،  $\tau'_s$  تنش موثر در خاک،  $u_s$  بردار تغییر مکان ذرات خاک و  $u_f$  بردار تغییر مکان ذرات آب می باشد. معادلات مذکور برای بقای جرم و تعادل اندازه حرکت خطی خاک اشباع به معادلات Biot معروف هستند. برای حل این معادلات می توان از روش عناصر محدود استفاده کرده و آنها را به صورت ماتریسی بسط داد.

### مدل عناصر محدود دامنه رسوب

معادلات حاکم اندازه حرکت برای فاز جامد و سیال برای مخلوط می تواند در شکل عناصر محدود و به صورت ماتریسی بسط داده شود. با توجه به اینکه سیال موجود غیر لزج فرض می شود بنابراین هیچ برشی در سیال وجود ندارد. لذا معادلات ساده شده و معادله (14) نیز به صورت زیر نوشته می شود:

$$n\rho_f \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{fx} \\ \ddot{u}_{fy} \\ \ddot{u}_{fz} \end{Bmatrix} + n\rho_f \begin{Bmatrix} \dot{u}_{fx} \frac{\partial \dot{u}_{fx}}{\partial x} \\ \dot{u}_{fy} \frac{\partial \dot{u}_{fy}}{\partial y} \\ \dot{u}_{fz} \frac{\partial \dot{u}_{fz}}{\partial z} \end{Bmatrix} - n\rho_f \begin{Bmatrix} b_{fx} \\ b_{fy} \\ b_{fz} \end{Bmatrix} - \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{sx} \\ \dot{u}_{sz} \\ \dot{u}_{sz} \end{Bmatrix} + \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{fx} \\ \dot{u}_{fy} \\ \dot{u}_{fz} \end{Bmatrix} + n \begin{Bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

با استفاده از روابط زیر می توان تغییر مکان فاز جامد و سیال و نیز فشار آب حفره ای و همچنین مشتقات آنها را به وسیله توابع درونیابی به تغییر مکان ها و فشار گرهی ربط داد. لزومی ندارد که توابع شکل عناصر برای بیان تغییر مکان فاز جامد و سیال و همچنین فشار آب حفره ای با هم یکسان باشند.

$$u_s^e = N_s^e \hat{u}_s^e \quad (۱۶)$$

$$P^e = N_p^e \hat{P}^e \quad (۱۷)$$

$$u_f^e = N_f^e \hat{u}_f^e \quad (۱۸)$$

در روابط فوق  $u_s^e$ ،  $P^e$  و  $u_f^e$  بردار تغییر مکانهای فاز جامد، فشار آب حفره ای و بردار تغییر مکان های فاز سیال در هر نقطه از عنصر،  $N_s^e$ ،  $N_p^e$  و  $N_f^e$  ماتریس های توابع درونیابی عناصر برای فاز جامد، فشار خالص آب حفره ای و فاز سیال و  $\hat{u}_s^e$ ،  $\hat{P}^e$  و  $\hat{u}_f^e$  بردار تغییر مکان های گرهی برای فاز جامد، بردار فشار آب حفره ای گرهی و بردار تغییر مکان های گرهی برای فاز سیال می باشند.

### شکل عناصر محدود معادله بقای جرم برای محیط دوفازی

شکل گسسته سازی شده معادله بقای جرم برای مخلوط آب و خاک با استفاده از روش گالریکین استاندارد و با فرض یکسان بودن تابع وزنی با تابع شکل مربوط به فشار آب حفره ای به صورت زیر استخراج می شود:

$$\sum_{e=1}^{neP} \int_{\Omega_p^e} N_p^e T \left[ \frac{n}{\beta} \dot{P}^e + (1-n) \nabla \cdot \dot{u}_s^e + n \nabla \cdot \dot{u}_f^e \rho_s \right] d\Omega_p^e = 0 \quad (۱۹)$$

مدل عناصر محدود مربوط به معادله فوق به صورت ساده زیر حاصل می شود:

$$S_{ps} \dot{\hat{u}}_s + Q_p \dot{\hat{P}} + S_{pf} \dot{\hat{u}}_f = 0 \quad (۲۰)$$

بطوریکه  $\dot{\hat{P}}$  مشتق اول بردار فشار آب حفره ای کلی،  $\dot{\hat{u}}_s$  و  $\dot{\hat{u}}_f$  به ترتیب بردارهای سرعت گرهی کلی برای فاز جامد و سیال و  $Q_p$  ماتریس فشار آب حفره ای کلی ناشی از خاصیت تراکم پذیری سیال می باشند. به صورت زیر تعریف می شود:

$$Q_p = \sum_{e=1}^{neP} \int_{\Omega_p^e} N_p^e T \frac{n}{\beta} N_p^e d\Omega_p^e \quad (۲۱)$$

$S_{ps}$  ماتریس کوپله ناشی از تاثیر فاز جامد و فشار آب حفره ای بر روی هم می باشد که برای محاسبه سرعت فاز جامد استفاده شده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_{ps} = \sum_{e=1}^{neP} \int_{\Omega_p^e} N_p^e T (1-n) (\nabla \cdot N_s^e) d\Omega_p^e \quad (۲۲)$$

$S_{pf}$  ماتریس کوپله ناشی از تاثیر فاز سیال و فشار آب حفره ای بر روی هم می باشد و برای محاسبه سرعت فاز سیال به کار می رود.  $S_{pf}$  نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_{pf} = \sum_{e=1}^{neP} \int_{\Omega_p^e} N_p^e T n (\nabla \cdot N_f^e) d\Omega_p^e \quad (۲۳)$$

### شکل عناصر محدود معادله تعادل اندازه حرکت خطی در فاز جامد

شکل گسسته سازی شده معادله حرکت فاز جامد با استفاده از روش گالریکین استاندارد به صورت زیر نوشته می شود:

$$\sum_{e=1}^{nes} \int_{\Omega_s^e} N_s^{eT} [(1-n)\rho_s \ddot{u}_s^e + (1-n)\rho_s (\dot{u}_s^e \cdot \nabla \dot{u}_s^e) - (1-n)\rho_s b_s^e + \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} (\dot{u}_s^e - \dot{u}_f^e) - \nabla \tau_s'^e + (1-n)\nabla P^e] d\Omega_s^e = 0 \quad (24)$$

در رابطه فوق  $\sum_{e=1}^{nes}$  بیانگر سوار کردن ماتریس هر عنصر در ماتریس کلی مربوط به همه دامنه می باشد.

شکل گسسته سازی شده معادله فوق، به صورت زیر استخراج می شود:

$$M_{ss} \ddot{u}_s + (R_{ss} + C_{ss}) \dot{u}_s - C_{sf} \dot{u}_f + K_{ss} u_s - S_{sp} \hat{P} = F_{sb} + F_{ss} - F_{sp} \quad (25)$$

بطوریکه  $\ddot{u}_s$  بردار شتاب گرهی کلی و  $M_{ss}$  ماتریس جرم کلی برای فاز جامد می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$M_{ss} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{R_e} N_s^{eT} (1-n)\rho_s N_s^e \ddot{u}_s^e d\Omega_s^e \quad (26)$$

$R_{ss}$  ماتریس غیر خطی انتقال کلی برای فاز جامد می باشد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$R_{ss} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{R_e} N_s^{eT} (1-n)\rho_s [(N_s^e \dot{u}_s^e) \cdot \nabla N_s^e] d\Omega_s^e \quad (27)$$

$F_{sb}$  بردار نیروی کلی فاز جامد می باشد و به نیروهای بدنه ای به صورت زیر مربوط می شود:

$$F_{sb} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{\Omega_s^e} N_s^{eT} (1-n)\rho_s b_s^e d\Omega_s^e \quad (28)$$

$\dot{u}_s$  و  $\dot{u}_f$  به ترتیب بردارهای سرعت گرهی کلی برای فاز جامد و سیال،  $C_{ss}$  ماتریس میرایی کلی برای فاز جامد و  $C_{sf}$  ماتریس میرایی کلی سیستم کوبله جامد-سیال می باشد.  $C_{sf}$  و  $C_{ss}$  نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$C_{ss} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{\Omega_s^e} N_s^{eT} \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} N_s^e d\Omega_s^e \quad (29)$$

9

$$C_{sf} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{\Omega_s^e} N_s^{eT} \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} N_f^e d\Omega_s^e \quad (30)$$

$F_{ss}$  بردار نیروی کلی که به نیروهای ناشی از اعمال شرایط مرزی در فاز جامد مربوط می شود و  $K_{ss}$  ماتریس سختی کلی برای فاز جامد می باشد و به صورت زیر تعریف می شوند:

$$F_{ss} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{S_s^e} N_s^{eT} \tau_s'^e n dS_s^e \quad (31)$$

9

$$K_{ss} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{\Omega_s^e} B_s^{eT} D_s^e B_s^e d\Omega_s^e \quad (32)$$

در رابطه (32)،  $B_s^e$  ماتریس کرنش-تغییر مکان و  $D_s^e$  ماتریس مصالح عناصر فاز جامد می باشد.

$F_{sp}$  بردار نیروی کلی که به تاثیر فشار آب حفره ای اعمال شده در مرزها در فاز جامد مربوط می شود و  $S_{sp}$  ماتریس فشار آب حفره ای کلی ناشی از تاثیر اندرکنش فاز جامد و فشار آب حفره ای می باشد و به صورت زیر تعریف می شوند:

$$F_{sP} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{S_s^e} N_s^{eT} (1-n) P^e dS_s^e \quad (33)$$

9

$$S_{sP} = \sum_{e=1}^{nes} \int_{\Omega_s^e} (\nabla \cdot N_s^{eT}) (1-n) N_p^e d\Omega_s^e \quad (34)$$

### شکل عناصر محدود معادله اندازه حرکت خطی در دامنه سیال

شکل گسسته سازی شده معادله حرکت فاز سیال با استفاده از روش گالری استاندارد و با فرض یکسان بودن تابع وزنی با تابع شکل فاز سیال مشابه با فاز جامد به صورت زیر استخراج می شود:

$$\sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} N_f^{eT} [n\rho_f \ddot{u}_f^e + n\rho_f (\dot{u}_f^e \cdot \nabla) \dot{u}_f^e - n\rho_f b_f^e - \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} (\dot{u}_s^e - \dot{u}_f^e) + n \nabla P^e] d\Omega_f^e = 0 \quad (35)$$

شکل ماتریسی معادله فوق با استفاده از روش عناصر محدود به صورت زیر استخراج می شود:

$$M_{ff} \ddot{u}_f + (R_{ff} + C_{ff}) \dot{u}_f - C_{fs} \dot{u}_s - S_{fp} \hat{P} = F_{sb} + F_{fb} - F_{fp} \quad (36)$$

در رابطه فوق  $\ddot{u}_f$  بردار شتاب گرهی کلی و  $M_{ff}$  ماتریس جرم کلی برای فاز سیال می باشد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$M_{ff} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} N_f^{eT} n\rho_f N_f^e d\Omega_f^e \quad (37)$$

$\dot{u}_f$  بردار سرعت گرهی کلی و  $R_{ff}$  ماتریس غیر خطی انتقال کلی برای فاز سیال می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$R_{ff} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} N_f^{eT} n\rho_f [(N_f^e \dot{u}_f^e) \cdot \nabla] N_f^e d\Omega_f^e \quad (38)$$

$F_{fb}$  بردار نیروی کلی فاز سیال می باشد و به نیروهای بدنه ای به صورت زیر مربوط می شود:

$$F_{fb} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} N_f^{eT} n\rho_f b_f^e d\Omega_f^e \quad (39)$$

$C_{ff}$  ماتریس میرایی کلی برای فاز سیال و  $C_{fs}$  ماتریس میرایی کلی سیستم کوپله جامد-سیال می باشند و به صورت زیر تعریف می شوند:

$$C_{ff} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} N_f^{eT} \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} N_f^e d\Omega_f^e \quad (40)$$

9

$$C_{fs} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} N_f^{eT} \frac{n^2 \rho_f g}{k_f} N_s^e d\Omega_f^e \quad (41)$$

$F_{fp}$  بردار نیروی کلی که به تاثیر فشار آب حفره ای اعمال شده در مرزها در فاز سیال مربوط می شود و  $S_{fp}$  ماتریس فشار آب حفره ای کلی ناشی از تاثیر فاز سیال و فشار آب حفره ای بر روی هم می باشد که به صورت زیر تعریف می شوند:



$$F_{fp} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{S_f^e} N_f^{eT} n P^e dS_f^e \quad (42)$$

$$S_{fp} = \sum_{e=1}^{nef} \int_{\Omega_f^e} (\nabla \cdot N_f^{eT}) n N_p^e d\Omega_f^e \quad (43)$$

### شکل ماتریسی معادلات با استفاده از مدل عناصر محدود

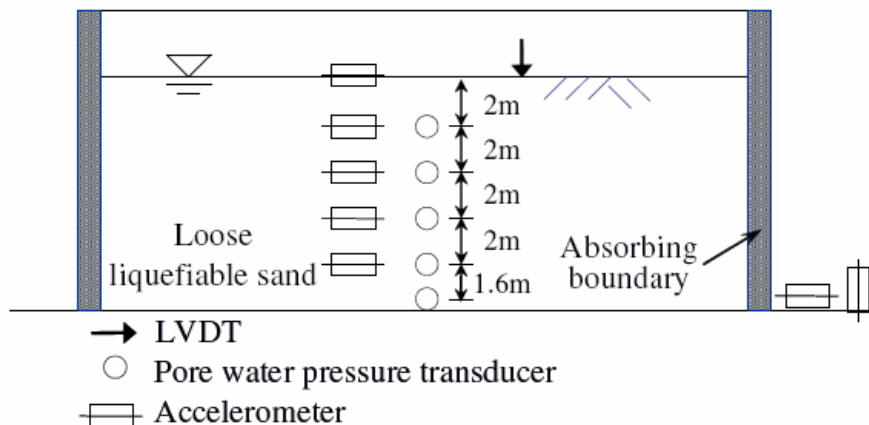
با گسسته سازی معادلات حاکم به وسیله مدل عناصر محدود و استفاده از روش گالرکین استاندارد و نیز اعمال شرایط مرزی مناسب و نیروهای ناشی از اندرکنش می توان دستگاه معادلات را برای تحلیل نهایی در شکل ماتریسی استخراج کرد. ترکیب معادلات (۲۰)، (۲۵) و (۳۶) سیستمی از معادلات حاکم گسسته سازی شده را به صورت زیر نتیجه می دهد:

$$[M]\{a\} + [C]\{v\} + [K]\{d\} = \{F\} \quad (44)$$

ماتریس های تعریف شده از توابع درونیایی و پارامترهای سیال و خاک حاصل می شوند. ماتریس جرم کلی تعریف شده  $M$  همیشه متقارن است. در حالیکه ماتریس میرایی کلی  $C$  به دلیل وجود جملات انتقالی، غیر خطی و نامتقارن می باشد. ماتریس سختی کلی  $K$  نیز اگر برای فاز جامد رفتار مصالح به صورت غیر خطی فرض شود، غیر خطی و نامتقارن می باشد. بردار  $F$  نیز نیروهای ناشی از شرایط مرزی و اثرات اندرکنش را نشان می دهد.

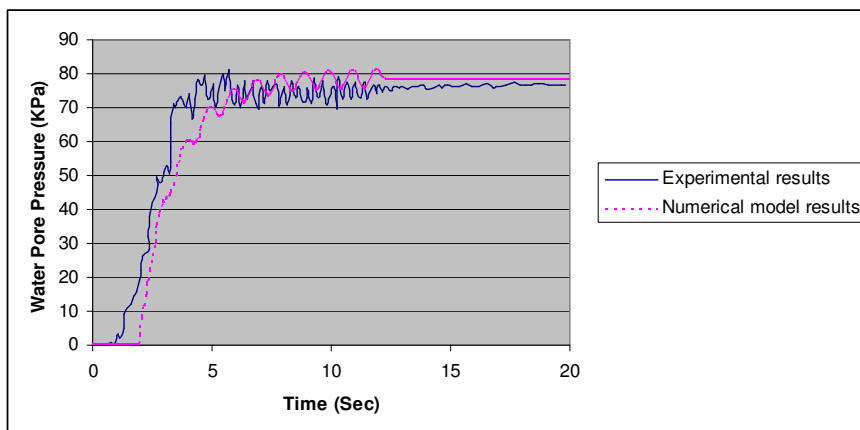
### مطالعه موردی

برای بررسی پاسخ دینامیکی محیط رسوب و حل معادلات مربوط به مدل عناصر محدود استخراج شده، یک برنامه کامپیوتری تهیه شده که با استفاده از آن می توان پاسخ سیستم دوفازی را استخراج کرد. برای توصیف مدل عناصر محدود مورد استفاده در مطالعه مورد نظر و ارزیابی دقت و قابلیت آن، دو تا مثال نمونه مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل از مدل با نتایج آنها مورد مقایسه قرار گرفته است. بررسی نتایج حاصل قابلیت و دقت مدل عناصر محدود تهیه شده را نشان می دهد. مثال ۱: این مدل بر اساس کار آزمایشگاهی Bao در سال ۲۰۰۵ تنظیم شده است. مدل وی شامل یک مخزن شامل ماسه و آب به طول ۱۶ متر و ارتفاع ۱۰ متر می باشد. تخلخل ماسه ۰/۷۷۶ بوده و شتاب ورودی به صورت یک موج سینوسی با دامنه  $g/2$ ، فرکانس یک هرتز و تداوم ۱۰ ثانیه می باشد. شکل ۱ نمونه آزمایشگاهی Bao را نشان می دهد.

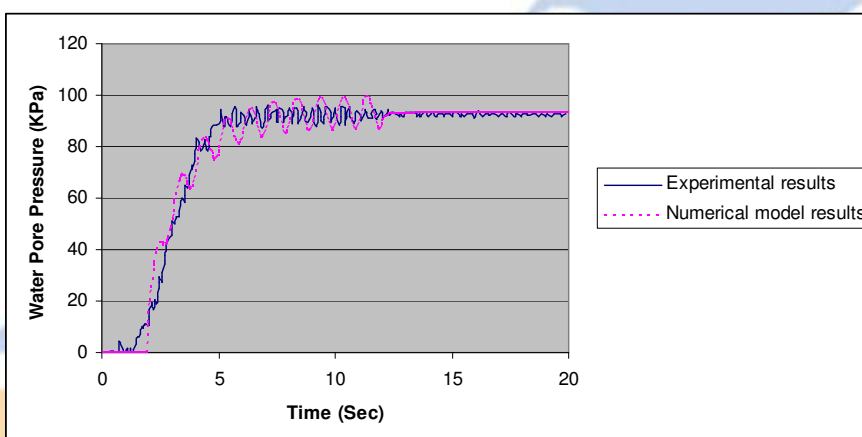


شکل ۱: مدل آزمایشگاهی نمونه متخلخل تحت اثر شتاب متناوب زمانی (Bao, 2005)

نتایج به دست آمده برای تغییرات زمانی فشار در عمقهای ۸ و ۹/۶ متری با استفاده از مدل عناصر محدود تهیه شده در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده و با نتایج حاصل از کار آزمایشگاهی Bao مقایسه شده است.



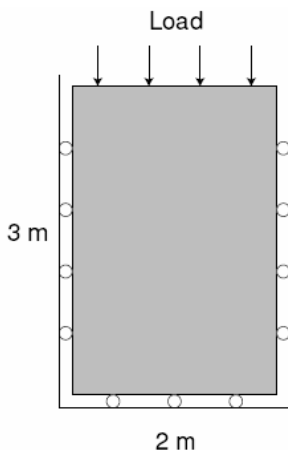
شکل ۲: تغییرات زمانی فشار آب حفره ای در درون خاک اشباع در عمق ۸ متری



شکل ۳: تغییرات زمانی فشار آب حفره ای در درون خاک اشباع در عمق ۹/۶ متری

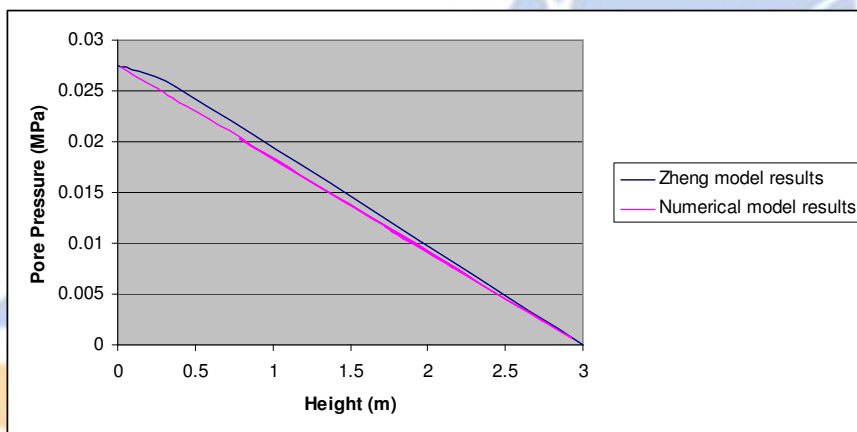
همانگونه که ملاحظه می شود هماهنگی خوبی بین نتایج عددی و مدل آزمایشگاهی وجود دارد.

مثال ۲: در این مثال مدل برای بررسی تاثیر وزن بر پاسخ دینامیکی محیط دوفازی مورد آنالیز قرار گرفته و با مدل Zheng و همکاران مورد مقایسه قرار گرفته است. مدل آنها شامل یک مخزن متخلخل دوفازی شامل سنگ و نفت به طول ۲ متر و ارتفاع ۳ متر بوده که حرکت افقی آن محدود شده و تحت اثر بار یکنواخت ۴ مگاپاسکال قرار گرفته است. شکل ۴ نمونه مربوط به مدل Zheng و همکاران را نمایش می دهد. در این مدل از تاثیر نیروهای اینرسی صرفنظر شده است.

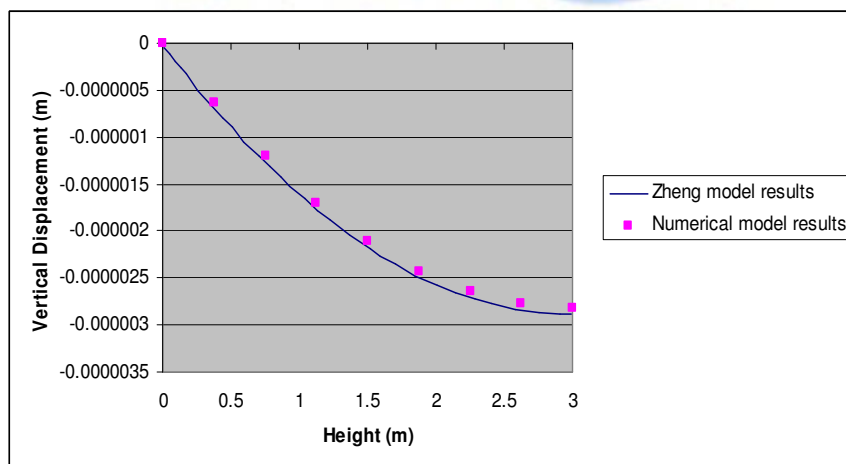


شکل ۴: نمونه متخلخل تحت اثر بار یکنواخت (Zheng et al., 2005)

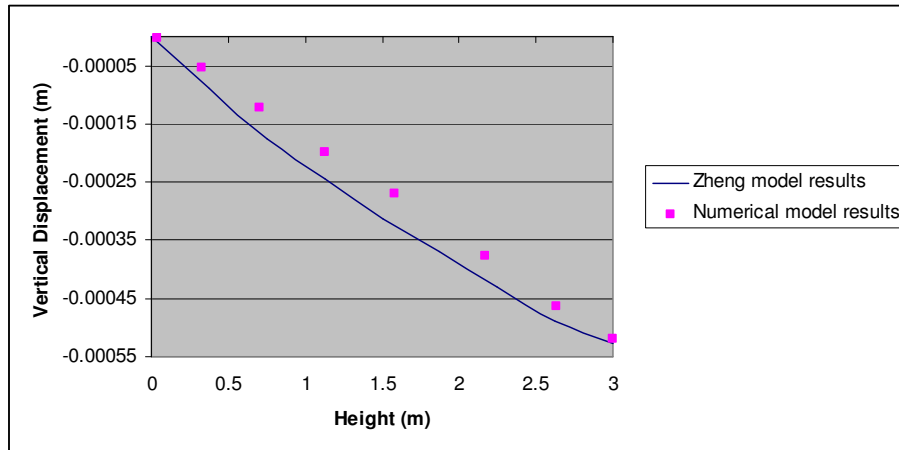
با آنالیز مدل، توزیع فشار نفت و تغییر مکان قائم نمونه در ارتفاع در شکلهای ۵ تا ۷ نشان داده شده و با مدل Zheng مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به منحنی ها می توان دریافت که توزیع فشار در داخل نمونه متخلخل تحت اثر ثقل با عمق رابطه خطی دارد، در حالیکه رابطه بین تغییر مکان قائم مدل و عمق سیال سهموی است.



شکل ۵: توزیع فشار حفره ای در داخل مدل متخلخل تحت اثر بار وزن



شکل ۶: تغییر مکان قائم مدل متخلخل تحت اثر بار وزن



شکل ۷: تغییر مکان قائم مدل متخلخل تحت اثر بارگذاری یکنواخت در شرایط زهکشی نشده

### نتیجه گیری

با مشاهده نتایج حاصل از مدل تهیه شده می توان به قابلیت و دقت خوب مدل عناصر محدود هشت گرهی با روش گالرکین استاندارد پی برد. توجه به معادلات حاکم استفاده شده و انتخاب کمیت‌های مجهول در مدل نشان می دهد که برای بررسی رفتار دینامیکی محیط متخلخل، اثرات اندرکنش جامد و سیال به شکل کاملی مورد توجه قرار گرفته است. همچنین با ملاحظه مثال‌های حل شده می توان به کاربردهای مختلف مدل تهیه شده و اهمیت توزیع فشار حفره ای در محیط متخلخل هنگام آنالیز دینامیکی پی برد. این امر نشان می دهد که برای طراحی لرزه ای سازه هایی که در تماس با سیال و رسوب هستند لازم است نیروهای ناشی از اثرات اندرکنش در نظر گرفته شوند.

### مراجع:

- Biot, M. A. (1941), General theory of three-dimensional consolidation, Journal of applied physics, Vol. 12, pages 155-164.
- Biot, M. A. (1955), Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, Journal of applied physics, Vol. 26, pages 182-185.
- Biot, M. A. (1956), Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid, Journal of applied physics, Vol. 27, pages 459-467.
- Biot, M. A. (1956), General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material, Journal of applied mechanics, Vol. 23, pages 91-96.
- Biot, M. A. (1956), Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid, Journal of acoustical society of America, Vol. 28, pages 168-291.
- Bowen, R. M. (1976), Theory of mixtures. In: Continuum physics. Vol. 3, pages 1-127.
- Prevost, J. (1979), Mechanics of continuous porous media, International journal of engineering science, Vol.18, pages 787-800.
- Prevost, J. (1980), Consolidation of inelastic porous media, Journal of engineering mechanics division, ASCE 107, pages 169-186.
- Plona, T. (1980), Observation of a second bulk compressional waves in a porous medium at ultrasonic frequencies, Applied physics letters, Vol. 36, pages 259-261.
- Bowen, R. M. (1982), Compressible porous media models by use of the theory of mixtures, International journal of engineering science, Vol.20, pages 697-735.
- Prevost, J. (1985), Wave propagation in fluid-saturated porous media: An efficient finite element procedure, Soil dynamics and earthquake engineering, Vol. 4, pages 183-202.
- Vander kogel, H. (1987), Wave phenomena, Computer and geotechnics. Vol. 3, pages 21-28.
- De Boer, R. (1992), Development of porous media theories: A brief historical review, Transport in porous media, Vol. 9, pages 155-164.
- De Boer, R., Ehlers, W. and Zhangfang, L. (1993), One-dimensional transient wave propagation in fluid- saturated incompressible porous media, Archive of applied mechanics. Vol. 63, pages 59-72.

- Chen, J. (1993), Time domain fundamental solution to Biot's complete equations of dynamic poroelasticity. Part I: Two-dimensional solution, *International journal of solids and structures*, Vol. 31, pages 1447-1490.
- De Boer, R. (2001), Introduction to the porous media theory, *IUTAM symposium on theoretical and numerical methods in continuum mechanics of porous materials*, pages 3-12.
- Kim, S. H., Kim, K. J. and Blouin, S. E. (2002), Analysis of wave propagation in saturated porous media. I. Theoretical solution, *Computational methods application in mechanics engineering*, Vol. 191, pages 4061-4073.
- Zheng, Y., Burrige, R. and Burns, D., Reservoir simulation with the finite element method using Biot poroelastic approach.
- Schanz, M. and Pryl, D. (2004), Dynamic fundamental solutions for compressible and incompressible modeled poroelastic continua, *International journal of solids and structures*, Vol. 41, pages 4047-4073.
- Bao, Y. (2006), A Biot formulation for geotechnical earthquake engineering applications, Ph. D. thesis, Department of civil, Environmental and architectural engineering, University of Colorado.





**Application of Two-Phase Systems' Finite Elements Model for Study of Dynamic Behavior of Deposits Accumulated in front of Offshore Structures**

*M. Pasbani Khiavi,*

*A. R. Mostafa Gharebaghi,*

*K. Abedi*

**Abstract**

Studying of erosion, deposit accumulation and transportation along waterways - including channels, rivers and seas – is of a vital importance. These phenomenons interfere with man-made structures and sometimes have negative consequences (for example, an interaction between offshore structure and deposits already created in front of it). This article studies dynamic response of deposits based on porous environment theory and finite elements method. It focuses on dynamic response of porous environment together with the effects of solid-fluid integration. For the purpose of unveiling dynamical response of a sedimentary environment and solving relations relevant to finite elements model, a computer application was prepared which helped extract the two-phase system response. Two samples are being compared to each other in order to ensure operations are accurate.

**Keywords:** *erosion, deposit, sedimentation, transportation, dynamic response, two-phase system*