مدل سازی عددی مدهای ارتعاشی دهانه آزاد خط لوله زیر دریا به روش اجزا محدود

زهره سادات حقایقی
کارشناس ارشد ، دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
z_hagh@cic.aut.ac.ir

محمد جواد کتابداری
استادیار ، دانشکده مهندسی کشتی سازی و صنایع دریایی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
ketabdar@cic.aut.ac.ir

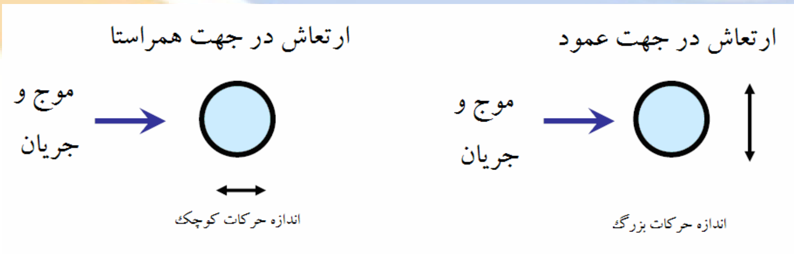
چکیده

وجود دهانه‌های آزاد در خط لوله یک مساله اساسی خطوط لوله در بستر ناهموار دریا است. دهانه آزاد، طولی از خط لوله است که بر روی دو تکیه گاه قرار گرفته و وزن آن تنها توسط این دو تکیه گاه تحمل می‌شود. هزینه های آماده سازی بستر دریا برای قرار گرفتن لوله بـر روی آن بـه مقـدار زیادی متأثر از طول این دهانه‌هاست. یکی از مسائل محدود کننده این طول، خستگی ناشی از اثر تناوبی موج و گردابه های ایجاد شده بوسیله جریان در خطوط جوش لوله است. بدین معنا که به دلیل ماهیت تناوبی موج و تشکیل گردابه ها، نیروی وارده از طرف آن ها به خط لوله نیز ماهیت تنـاوبی دارد. لذا مسأله فرکانس اعمال این نیروها و رابطه آن با فرکانس طبیعی سیستم نیز اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. در این تحقیق معادله حرکت سیستم تحت اثر نیروهای وارده بررسی گردیده است. سپس شکل مودهای سیستم با حل معادله بدون میرایی و تحریک، به روش اجـزا محـدود بـه دسـت آمده است. با کاهش فرکانس ارتعاشی لوله می توان عمر مفید آن را افزایش داد.

کلمات کلیدی: خط لوله دریایی، دهانه آزاد، مودهای ارتعاشی، روش اجزاء محدود

مقدمه

دهانه‌های آزاد طولانی خط لوله ممکن است باعث خستگی در اتصالات جوش شوند [1]. این خستگی به دلیل ارتعاش ناشـی از بارهـای تنـاوبی رخ می‌دهد.به طور کلی ارتعاش خط لوله در دو جهت هم‌راستا با محور لوله[1] و عمود بر محور لوله[2] رخ می‌دهد(شکل ۱). مطالعـات انجـام شـده بـر روی ارتعاش سیستم و حرکات خط لوله، ما را به این نتیجه رهنمون می‌سازد که فرکانس طبیعی اساسی[3] خـط لولـه را کـاهش دهـیم [2]. از آنجـا کـه فرکانس طبیعی خط لوله رابطه مستقیم با طول آن دارد، از طول مجاز می‌توان به عنوان فاکتورکنترل کننده نام برد.



شکل ۱: ارتعاشات دهانه آزاد خط لوله

با توجه به فیزیک مسأله، ارتعاش در جهت هم‌راستا یعنی در فرکانس‌های تحریک پایین‌تر زودتر رخ می‌دهد[3] . از این رو به بررسـی ارتعـاش در جهت هم‌راستا می‌پردازیم، چون وقوع ارتعاش در این جهت آسیب بسیار زیادی به سازه وارد می‌کند. گرچه مقدار این آسیب از ارتعـاش در جهـت عمود کمتر است اما کافی است که خط لوله را دچار مشکلات سازه ای فراوان کند و اگر از وقوع آن جلوگیری کنـیم، ارتعـاش در جهـت عمـود نیـز محدود خواهد شد.

[1] In-line
[2] Cross-flow
[3] Fundamental Natural Frequency

معادله حرکت خط لوله

با در نظر گرفتن فرضیات زیر[4] :

- جرم، سختی، میرایی سازه‌ای و نیروی محوری در طول خط لوله و در زمان ثابت است.
- جهت اصلی موج عمود بر محور خط لوله در نظر گرفته شده و فرض بر این است که موج در این جهت بیشترین مقدار انرژی را دارد.
- اثر هر دهانه بر دهانه‌های جانبی به صورت شرایط مرزی فنر لحاظ شده‌اند.

شکل کلی معادله حرکت در جهت همراستا به صورت زیر خواهد بود:

$$M\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + C\ \frac{\partial z}{\partial t} + S\ \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - T\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = F(t) \qquad (۱)$$

که در آن:

M جرم کلی شامل جرم لوله و سیال داخل آن، C میرایی سازه‌ای و سیال، S سختی، T کشش خط لوله (محوری) و $F(t)$ نیروی تحریک (موج، جریان و یا هر دو) می‌باشد.

آنالیز مودال

یکی از روش‌های حل معادلات حرکت ارتعاشی، استفاده از آنالیز مودال است. روش آنالیز مودال، یک معادله دیفرانسیل پاره ای غیر خطی را بـه یک دستگاه معادلات معمولی کاهش می‌دهد. بدین معنا که فرض اساسی در انجام آنالیز مودال، این است که مود ارتعاشی دهانه خط لوله، را می‌توان به صورت برهم‌نهی مودهای ویژه در نظر گرفت. فرکانس‌های ویژه و مودهای ویژه از معادله حرکت ارتعاش آزاد به‌دسـت مـی‌آینـد. معادلـه حرکـت ارتعاش آزاد، معادله‌ای است که در آن فرض می‌شود سیستم تحت اثر تحریک اولیه بدون میرایی و بدون نیروی تحریک دائمی در حال ارتعاش باشد. این معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + S\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - T\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \qquad (۲)$$

حل این معادله شامل دو قسمت مستقل از زمان و مستقل از مکان است که به صورت زیر توصیف می‌شود. اگر جـواب معادلـه اصـلی بـا وجـود میرایی و تحریک را به صورت توابع مستقلی از زمان و مکان در نظر بگیریم، برای آنالیز مودال تنها به بخش وابسته به مکان آن اهمیـت دارد. دلیـل این امر این است که در سیستم میرایی وجود ندارد و خط لوله با فرکانسهای طبیعی خود در حال ارتعاش است.

مدلسازی دهانه آزاد خط لوله به روش اجزا محدود

همان گونه که پیشتر اشاره شد، برای حل مسأله، دهانه آزاد خط لوله به صورت یک تیر اولر-برنولی مدل می‌شود. برای یافتن فرکانس ارتعـاش آزاد با فرض حرکت تناوبی معادله (۲) را می‌توان به صورت یک مسأله مقدار ویژه فرموله کرد[5]:

$$z(t,x) = W(X)V(t) \qquad (۳)$$

$$\Rightarrow MW(x)\frac{\partial^2 V(t)}{\partial t^2} + S\,V(t)\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - TV(t)\frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} = 0 \qquad (۴)$$

$$\Rightarrow \frac{M}{V(t)}\frac{\partial^2 V(t)}{\partial t^2} = \frac{T}{W(x)}\frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} - \frac{S}{W(x)}\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} = \lambda \qquad (۵)$$

به این ترتیب مسأله به دو بخش وابسته به زمان و وابسته به مکان تفکیک می شود. با حل بخش وابسته به زمان به صورت تحلیلی جـواب زیـر بدست می آید:

$$V(t)=e^{-i\omega t} \tag{۶}$$

که در آن $\omega^2=\dfrac{\lambda}{M}$، فرکانس حرکت عرضی و $W(x)$ شکل مد این حرکت می‌باشد.

برای حل بخش وابسته به مکان از روش اجزا محدود استفاده شده است [6]. بنابراین ابتدا فرم ضعیف شده معادله بشکل زیر بدست می آید:

$$0=\int_{x_a}^{x_b}\left(S\frac{d^2W}{dx^2}\frac{d^2U}{dx^2}+T\frac{dU}{dx}\frac{dW}{dx}+\lambda WU\right)dx-\left(S\frac{d^2W}{dx^2}\frac{dU}{dx}\right)\Bigg|_{x_a}^{x_b}+\left(SU\frac{d^3W}{dx^3}\right)\Bigg|_{x_a}^{x_b}-\left(TU\frac{dW}{dx}\right)\Bigg|_{x_a}^{x_b} \tag{۷}$$

که در آن U تابع وزن و x_a و x_b به ترتیب مختصات ابتدا و انتهای المان مورد نظر می‌باشند. از آنجا که به طور کلی چهار شرط بـرای هـر المـان (دو تا به ازای هر گره) وجود دارد، فرض می‌کنیم که تابع تقریب به فرم زیر باشد.

$$W_h^e(x)=\sum_{j=1}^{4}\Delta_j^e\phi_j^e(x) \tag{۸}$$

که در آن ϕ_j^e چند جمله‌ای‌های مکعبی هرمیت می‌باشند. به این ترتیب از یک چند جمله‌ای با چهار پارامتر بـرای انتخـاب $W_h^e(x)$ اسـتفاده شـده است به بیان دیگر:

$$W_h^e(x)=c_1^e+c_2^ex+c_3^ex^2+c_4^ex^3 \tag{۹}$$

در این رابطه شرط پیوستگی (یعنی وجود مشتق مرتبه دوم غیر صفر W_h^e در هر المان) به صورت خودبه‌خود ارضا مـی‌شـود. مرحلـه بعـدی بدسـت آوردن c_i^e به صورت تابعی از متغیرهای اولیه گره‌ها می‌باشد:

$$\Delta_1^e\equiv W_h^e(x_e)\qquad \Delta_2^e\equiv-\frac{dW_h^e}{dx}\bigg|_{x=x_e}\qquad \Delta_3^e\equiv W_h^e(x_{e+1})\qquad \Delta_4^e\equiv-\frac{dW_h^e}{dx}\bigg|_{x=x_{e+1}} \tag{۱۰}$$

به این ترتیب با مساوی قرار دادن $x_{e+1}=x_e+h_e$ و $\bar{x}=x-x_e$ در دو مختصات کلی و محلی روابط ذیل حاصل می گردد:

$$\begin{aligned}
\phi_1^e&=1-3\left(\frac{\bar{x}}{h_e}\right)^2+2\left(\frac{\bar{x}}{h_e}\right)^3\\
\phi_2^e&=-\bar{x}\left(1-\frac{\bar{x}}{h_e}\right)^2\\
\phi_3^e&=3\left(\frac{\bar{x}}{h_e}\right)^2-2\left(\frac{\bar{x}}{h_e}\right)^3
\end{aligned} \tag{۱۱}$$

$$\phi_4^e = -\bar{x}\left[\left(\frac{\bar{x}}{h_e}\right)^2 - \frac{\bar{x}}{h_e}\right]$$

نهایتاً معادله حرکت دستگاه به صورت زیر قابل بیان است:

$$([K]-\lambda[F])\{\Delta\}=\{Q\} \tag{۱۲}$$

که در آن:

$$K_{ij}^e = \int_0^{h_e}\left(S\frac{d^2\phi_i}{d\bar{x}^2}\frac{d^2\phi_j}{d\bar{x}^2}+T\frac{d\phi_i}{d\bar{x}}\frac{d\phi_i}{d\bar{x}}\right)d\bar{x} \tag{۱۳}$$

$$F_{ij}^e = \int_0^{h_e}\phi_i^e\phi_j^e d\bar{x} \tag{۱۴}$$

$$Q_1^e \equiv \left[T\frac{dW}{dx}-S\frac{d^3W}{dx^3}\right]_{x_a} \qquad Q_2^e \equiv S\left.\frac{d^2W}{dx^2}\right|_{x_a} \tag{۱۵}$$

$$Q_3^e \equiv -\left[T\frac{dW}{dx}-S\frac{d^3W}{dx^3}\right]_{x_b} \qquad Q_4^e \equiv -S\left.\frac{d^2W}{dx^2}\right|_{x_b} \tag{۱۶}$$

به طور کلی با توجه به نوع قرار گرفتن خط لوله روی بستر، شرایط مرزی مختلفی از جمله حالت های مفصلی[۴] و ثابت[۵] وجود دارد. در اینجا شرایط مرزی برای حالتی که دهانه آزاد به صورت یک تیر دو سر مفصل مدل گردد ارائه شده است:

$$W(0)=0, \qquad \left.\frac{dW}{dx}\right|_{x=0}=0, \qquad W(L)=0, \qquad \left.\frac{dW}{dx}\right|_{x=L}=0, \tag{۱۷}$$

با مساوی صفر قرار دادن دترمینان ماتریس سمت چپ معادله، مقادیر ω_i که مقادیر فرکانس‌های ویژه سیستم هستند بـه دسـت خواهنـد آمـد. تعداد این فرکانس‌ها به ابعاد ماتریس‌های مربع M و K بستگی دارد و کوچک‌ترین آنها تعیین کننده شکل مود اول است و بـه آن فرکـانس طبیعـی اصلی سیستم گفته می‌شود. معمولاً شکل مود اول دارای اهمیت بسیار زیادی است و پدیده تشدید حول آن رخ می‌دهد.

با قرار دادن مقادیر ω_i در معادله (۱۲) مقادیر نسبی w(x) در هر گره قابل محاسبه خواهد بود. بدین صورت که با برابر واحد قرار دادن یکی از جابجایی‌ها (معمولاً بزرگترین آنها)، مقادیر w در سایر گره‌ها نسبت به آن به دست خواهد آمد. پـس از بـه دسـت آوردن شـکل مودهـای سیـستم ارتعاشی، با استفاده از روش ترکیب مودها، اثر هر بارگذاری خارجی بر روی سیستم با تکیه بر اصل برهم‌نهی مطالعه می‌شود.

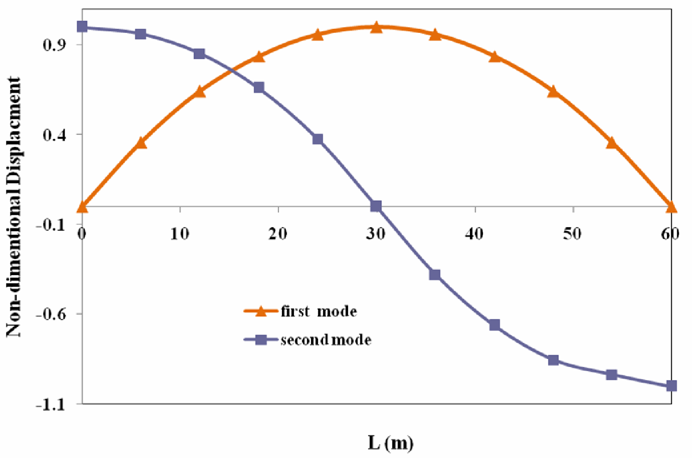
مطالعه موردی

با استفاده از روش تشریح شده، مقادیر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای اول و دوم برای دهانه آزاد یک خط لوله محاسبه گردیده است. در این مطالعه موردی طول دهانه آزاد لوله برابر ۶۰ متر، قطر ۱ متر (۳۲,۲ اینچ) و عمق قرار گیری لوله ۱۰۰ متر در نظر گرفته شده است. سیال درون لوله

---

[4] Pinned End Condition
[5] Fixed End Condition

نیز آب شیرین فرض شده است. شکل ۲ نتایج حاصله را نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می شود شکل مود اول به صورت سهمی و شکل مود دوم لوله به صورت معادله درجه ۳ (با نقطه عطف در وسط است که کاملا با آنچه می توان برای یک دهانه دو سر مفصل پیش بینی نمود مطابقت دارد.



شکل ۲: مود شکلهای اول و دوم دهانه آزاد خط لوله

بحث و نتیجه گیری

برای پیش بینی عکس العمل دهانه آزاد خط لوله نسبت به نیروهای تحریک وارده، به دست آوردن فرکانس طبیعی آن امری اجتناب ناپذیر است. در این مطالعه روشی جهت برآورد شکل مودهای خط لوله با دهانه آزاد مورد استفاده قرار گرفت که نسبت به روشهای تحلیلی، به ساده سازی های کمتری نیازمند است. علاوه بر اینکه در مقایسه با سایر روشهای عددی از دقت بهتری برخوردار است. دانستن فرکانس طبیعی و شکل مودها این امکان را برای ما ایجاد می کند که بدون نیاز حل دقیق معادله حرکت، دهانه های خطرناک را شناسایی و با کاهش فرکانس ارتعاشی (با تغییر طول دهانه یا تغییر مشخصات لوله) آنرا اصلاح نماییم.

مراجع

[1] Xu, T., Lauridsen, B., Bai, Y. (1999), “ Wave Induced Fatigue of Multi-span Pipelines”, Marine Structures “12”, pp. 83-106, ELSEVIER

[2] Bai, Y., Bai Q. (2005), “Subsea pipelines and Risers”, ELSEVIER.

[3] Silva, W. C. (2007), “Vibration Fundamentals and Practice”, CRC Press.

[4] Choi, H. S. (2001), “Free Spanning Analysis of Offshore Pipelines”, Ocean Engineering “28” pp. 1325-1338, ELSEVIER.

[5] Larsen, C., M., Koushan, K., Passano, E. (2002), “Frequency and Time Domain Analysis of Vortex Induced Vibrations for Free Spanning Pipelines”, OMAE.

[6] Reddy, J. N. (2006), “An Introduction to the Finite Element Method”, Mc Graw Hill.

.

Numerical Modeling of Vibrational Modes of Pipeline Openings under Sea Water Based on Finite Elements

Z. Sadat Haghayeghi,
M. J. Ketabdari

Abstract
Existence of free openings along pipeline is a primary matter in respect of pipelines that are in uneven beds. Free opening is a particular part of a line which is located on two backrests which bear their weights as well. Preparation of beds for pipeline requires huge cost and it is affected by the length of such openings. A limiting problem concerning these openings is that fatigue may be created due to currents that move along lines. Therefore, frequency of application of such loads and its relationship with natural frequency becomes an important matter. This article seeks to focus on system movements under application of these forces. Then systems modes are obtained without provocation, based on finite elements method. When vibration frequency of a pipeline is reduced, its lifecycle and durability starts to increase.
Keywords*: pipeline, free opening, vibrational modes, finite elements method*