



مرکز پژوهش‌های مطالعات دریایی

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی



## شبیه‌سازی ریاضی رفتار بویه‌های دریایی مهار شده

مهندس احمدرضا زمانی

پژوهشکده علوم و تکنولوژی زیر دریا

### چکیده

بویه‌ها بعنوان شناورهای دریایی پایدار در سطح دریا به عناوین گوناگونی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

کار حاضر به ارائه یک مدل ریاضی جهت بررسی رفتار بویه‌ها در شرایط گوناگون محیط دریا می‌پردازد.

این مدل دارای بخشهای گوناگونی است که مهمترین آنها را می‌توان تحلیل استاتیکی شناور، تحلیل هیدرودینامیکی آن و حل معادلات دینامیکی شناور مهار شده در مسیر امواج دانست. در مدل حاضر بدنه شناور می‌تواند دارای هندسه دلخواه باشد. با اینحال فرض می‌شود که شکل جسم دارای تقارن محوری بوده و بدین ترتیب حرکت‌های جسم محدود به حرکت‌های صفحه قائم شده است. تحلیل هیدرودینامیکی شناور در مسیر موجهای صفا منظم به کمک تئوری دیفراکشن و روشهای عددی در مکانیک سیالات انجام پذیرفته است. تحلیل استاتیکی و دینامیکی کابلهای مهار کننده و شناور نیز بطور مجزی بخش دیگری از مدل را به خود اختصاص داده است. حل معادلات حاکم بر استاتیک و دینامیک کابل تحت تأثیر نیروهای هیدرودینامیکی نیز بر اساس روش اجزا محدود صورت پذیرفته است.

بررسی توأم معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم کابل و بویه به همراه شرایط مرزی مناسب بخش انتهایی مدل را شامل می‌شود. در این کار ضمن معرفی کامل بخشهای گوناگون مدل و بررسی صحت آنها به نتایج بدست آمده اشاره خواهد شد.

### مقدمه

بویه‌ها به عنوان شناورهای دریایی پایدار در سطح دریا به عناوین گوناگونی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

از مهمترین کاربرد بویه می‌توان به استفاده از آنها در زمینه‌های ناوبری و کسب اطلاعات زیست محیطی از محیط دریا اشاره کرد.

در طراحی بویه، طرح نیاز به دانستن بازگذاری روی بدنه بویه، نوسانات حرکات گوناگون و کشش‌های موجود در خط مهار تحت تأثیر امواج برخورد کننده به بویه دارد. تحلیل دقیق و کامل بویه در محیط دریا به سادگی امکان پذیر نیست. کار حاضر با اعمال فرضیات ساده‌کننده‌ای به شبیه سازی رفتاری نمونه‌ای از بویه‌ها می‌پردازد. فرضیات ساده‌کننده فوق را می‌توان در کوچک بودن دامنه نوسانات بویه و استفاده از تئوری جریان پتانسیل جهت تحلیل میدان سیال اطراف جسم خلاصه نمود. از این فرضیات جهت خطی سازی روابط حاکم استفاده می‌شود. مدل خطی ارائه شده در کار حاضر شامل تحلیل استاتیکی، هیدرودینامیکی و دینامیکی بویه و خط مهار می‌باشد و با تکیه بر مباحث آماری می‌توان از آن در شرایط گوناگون محیط استفاده کرد.

## حل استاتیکی بویه:

هنگامیکه بویه مطابق با شکل (۱) روی سطح آب قرار می‌گیرد، جریان آب باعث ایجاد نیروی کشش در کابل مهار خواهد شد. مقدار این نیرو به همراه شرایط تعادل بویه را می‌توان از معادلات استاتیکی در صفحه قائم به صورت زیر بدست آورد:

$$D_B = T \cos \theta_B \quad (1)$$

$$L_B + B(\gamma \text{ و } h \cdot) = W_B + T \sin \theta_B$$

$$M = -T \sqrt{x \cdot^2 + y \cdot} \cdot \cos \alpha \cdot + B(\gamma, h \cdot) GZ(\gamma, h \cdot)$$

$$GZ = GM \sin \gamma$$

$$\alpha \cdot = \frac{\pi}{2} - (\theta_B - \psi - \gamma) \quad \text{که در آن:}$$

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{|y \cdot|}{|x \cdot|} \right)$$

شرایط تعادل استاتیکی بویه از حل دسته معادلات (۱) بدست خواهد آمد. نیروی پسا، نیروی برآور همچنین ممان حاصل از این نیروها را می‌توان بطور جداگانه برای جریان باد و جریان آب در نظر گرفت.

## استاتیک کابل مهار

نیروی وارد بر کابل مهار را می‌توان شامل نیروی جاذبه، نیروی پسا و همچنین کشش موجود در کابل دانست. شکل (۲) نیروهای اعمالی به یک المان کوچک از کابل به طول  $ds$  را نشان می‌دهد. از روی این المان و نوشتن رابطه تعادل نیروها در جهت‌های مماس و عمود بر کابل معادلات دیفرانسیل حاکم به شکل زیر

استخراج می‌شوند.

$$\frac{dT}{ds} = (W \sin \theta - F) \quad \text{درجهت مماس بر کابل :}$$

$$T \frac{d\theta}{ds} = (D + W \cos \theta) \quad \text{درجهت عمود بر کابل :}$$

در این روابط  $D$  و  $F$  به ترتیب مقادیر نیروی پسا بر واحد طول کابل را در جهت مماس و عمود بر کابل نشان می‌دهند که از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$D = \frac{1}{2} C_{DN} \rho v_C^2 \sin^2 \theta$$

$$F = \frac{\pi}{2} C_{DT} \rho v_C^2 \cos^2 \theta$$

مقادیر  $C_{DN}$  و  $C_{DT}$  برای کابلها با مقطع دایره‌ای از روی آزمایشات بعمل آمده توسط مرجع [۱] به شکل بیان شده است:

$$C_{DN} = C_R \left( a + \frac{b}{\sin \theta} \right)$$

$$C_{DT} = C_R \left( d + \frac{e}{\cos \theta} \right)$$

که در آن:

$$C_R = 1.2, \quad a = 1, \quad b = 0, \quad d = 0.35, \quad e = 0.083$$

به جز حالت‌های خاصی نظیر کابل‌های خیلی سنگین یا کابل‌های بویانت، در بقیه موارد حل تحلیلی برای کابل‌های دوبعدی وجود ندارد و به همین جهت بایستی از حل عددی بهره گرفت. حل عددی به کار رفته بر اساس روش اجزای محدود بوده و با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب در دو طرف کابل امکان پذیر است. روش کار به اینصورت است که شرایط تعادل کابل به کمک شرایط تعادلی المانهای کوچک تشکیل دهنده آن بدست می‌آید. کابل به تعدادی از المانهای کوچک مستقیم، تقسیم می‌گردد. میزان تغییرات کشش  $\Delta T$  و همچنین انحراف کابل  $\Delta \theta$  که روی هر قسمت رخ می‌دهد بر اساس روابط دیفرانسیل صفحه قبل محاسبه می‌گردند. بدین ترتیب اگر برای المان اول مقادیر کشش و زاویه مشخص باشند، از روی محاسبه  $\Delta T$ ،  $\Delta \theta$  مقادیر  $T_2$  و  $\theta_2$  بدست خواهند آمد. برای المانهای بعدی نیز همین روند طی می‌شود تا جائیکه شرایط محدود کننده مورد نیاز برای کابل حاصل شوند. این شرایط می‌توانند میزان کشش، نسبت طول کابل به عمق محل به کارگیری، میزان

کشش در لنگرو... باشند. مرجع [۲] روش کلی حل معادلات را مورد بررسی قرار داده است.

## بررسی استاتیکی کابل و بویه

میزان غوطه وری بویه در آب و انحراف آن نسبت به خط قائم به همراه کشش و امتداد نیروی کششی از مجهولاتی هستند که در حل استاتیکی توأم کابل و بویه باید به آنها رسید. ویژگی معادلات به گونه‌ای است که نمی‌توان بطور صریح از حل آنها به مجهولات فوق رسید. علاوه بر این در بسیاری از مواقع، شرایط مرزی برای حل عددی مسئله کابل که از نوع مسائل مقدار اولیه است در نقطه شروع حل عددی معلوم نبوده و بایستی از طریق دیگر متغیرهای مشخص در مسئله و با طی کردن روند سعی و خطا شکل کابل را نهائی کرد. روند انجام اینکار برای یک نمونه بویه کروی در مرجع [۳] بررسی شده است.

## اثر متقابل جسم و موج‌های برخوردی به آن در حالت کلی

تحت تأثیر امواج برخوردکننده به بویه، بویه شروع به نوسان خواهد کرد. این نوسانات شامل سه حرکت انتقالی در جهات محورهای مختصات و سه حرکت دورانی حول همین محورها می‌باشد. شکل (۲) نمایشگر حرکات شش‌گانه جسم شناور می‌باشد.

در این تحلیل فرض می‌شود که یک دسته از امواج خطی با فرکانس  $\omega$  به بویه برخورد می‌کنند. معادله حرکت خطی شده جسم شناور را می‌توان به صورت زیر نوشت [۴]:

$$(M_{ij} + M_{ij}) X_j + (B_{ij}) X_j + K_{ij} X_j = F_i \quad \begin{matrix} i = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } 6 \\ j = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } 6 \end{matrix} \quad (2)$$

این معادله کلی بوده و تمامی حرکات شش‌گانه جسم را شامل می‌شود. همچنین بردار تغییر مکان‌های شناور را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$X_j = \text{Re} [X_{,j} e^{-i\omega t}] \quad j = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } 6$$

همانگونه که مشخص است بردار تغییر مکان دارای ماهیتی نوسانی بوده و تابعیت زمانی آن توسط تابع در نظر گرفته می‌شود. رابطه (۲) شبیه رابطه آشنای ارتعاش اجباری جرم و فنر را به همراه میرائی نشان می‌دهد. در این رابطه ماتریس جرم مجازی و جرم اصلی شناور همانند جرم متصل به فنر عمل می‌کنند. امواج منتشره از روی سطح شناور و در اثر نوسانات آن نیز به منزله میرائی سیستم است. نقش فنر در مسئله مورد



بررسی نیز توسط نیروهای بویانسی و تغییرات حجم جابجائی شناور وارد می‌گردد. نیروی ناشی از امواج را نیز می‌توان به عنوان نیروی مؤثر در ارتعاش اجباری در نظر گرفت.

## تحلیل هیدرودینامیکی

در مدل به کار رفته بر اساس تئوری جریان پتانسیل به حل میدان اطراف جسم در حضور سطح آزاد و با در نظر گرفتن تأثیرات بستر دریا پرداخته می‌شود. اگر میدان جریان اطراف جسم از نوع پتانسیل فرض شود آنگاه معادله لاپلاس در تمامی محدوده جریان بایستی برقرار باشد:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{در درون سیال} \quad (3)$$

در این رابطه  $\Phi$  معرف پتانسیل سرعت است که وابستگی زمانی آن به صورت نوسانی و به شکل زیر بیان می‌گردد [4]:

$$\Phi = \text{Re}[\varphi e^{-i\omega t}]$$

با جایگذاری رابطه بالا در رابطه (3) داریم:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad \text{در درون سیال} \quad (4)$$

شرایط مرز می را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\omega^2}{g} \varphi = 0 \quad \text{روی سطح آزاد} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = V_n \quad \text{روی مرز جامد} \quad (6)$$

رابطه (5) ترکیب شرطهای سینماتیکی و دینامیکی خطی شده روی سطح آزاد و رابطه (6) شرط عدم سرعت روی مرزهای جامد را نشان می‌دهد [4]. شرط (6) در بردارنده شرط مرزی روی بستر دریا نیز می‌باشد. برای اینکار کافی است که متغیر  $(V_n)$  را در رابطه (6)، صفر اختیار کنیم. با فرض اینکه موج برخوردی به سازه شناور در جهت مثبت محور  $X$ ها حرکت نموده و به صورت تخت باشد بر اساس تئوری امواج خطی [5] پتانسیل موج برخوردی به جسم به شکل زیر خواهد بود:

$$\varphi^{(I)} = - \frac{\hat{1}g\eta \cdot \cosh(k(y+h))}{\omega \cosh(kh)} e^{ikx} \quad (6)$$

در این رابطه  $\phi^{(I)}$  پتانسیل موج برخوردی،  $\eta$  دامنه موج و  $k$  عدد موج می باشد. حضور جسم و نوسان آن در میدان امواج باعث پیدایش اختلالات اضافی می گردد که این اختلالات همانند موجهای میرا که همواره از جسم شروع شده و به سمت دور دست حرکت می کنند، عمل می کنند. این موضوع شرط مرزی جدیدی را تحت عنوان شرط مرزی تشعشع<sup>۲</sup> در مسئله وارد می کند که بیان ریاضی آن به صورت زیر می باشد:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial r} - \hat{1}K \right) (\varphi - \varphi^{(I)}) = 0 \quad (7)$$

در این رابطه  $r = \sqrt{x^2 + z^2}$  فاصله هر نقطه از میدان در صفحه  $X-Z$  را نسبت به مرکز مختصات نشان می دهد. در صورتیکه جهت انتشار امواج در امتداد محور  $X$ ها نباشد اعمال زاویه حمله نسبت به این محور در پتانسیل موج ورودی امکان پذیر است. برای اینکار فرض کنید موج با محور  $X$ ها زاویه داشته باشد. محورهای جدید را در جهت موج انتخاب می کنیم. اگر محورهای جدید را با  $X'$  و  $Z'$  نمایش دهیم در اینصورت پتانسیل  $\phi^{(I)}$  در دستگاه جدید از همان پتانسیل قبلی به دست می آید با این تفاوت که بایستی متغیر  $X$  را به  $X$  تبدیل کرد و سپس تبدیل لازم بین  $X$  و  $X'$  را اعمال نمود.

با استفاده از خاصیت خطی کردن روابط، می توان تأثیر موج و جسم شناور را به دو مسئله مجزی تبدیل کرد. یکی از این مسائل، مسئله پراکندگی<sup>۳</sup> است که در آن تمامی مرزهای موجود در حضور موج برخوردی ثابت در نظر گرفته می شوند و مسئله دیگر مسئله تشعشع<sup>۴</sup> است که میدان امواج منتشره در اثر نوسانات جسم در آب آرام مورد بررسی قرار می گیرد.

اگر پتانسیل جریان مربوط به این دو مسئله را به ترتیب به  $\phi^{(S)}$  و  $\phi^{(R)}$  نشان دهیم پتانسیل کل از جمع پتانسیلهای زیر حاصل می شود:

$$\varphi = \varphi^{(I)} + \varphi^{(S)} + \varphi^{(R)} \quad (8)$$

با توجه به خطی بودن روابط، می توان پتانسیل  $\phi^{(R)}$  را ناشی از پتانسیلهای شش گانه حرکت دانست. چ بطوریکه:

$$\varphi^{(R)} = \sum_{i=1}^6 x_i \varphi_i \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (9)$$

همچنین مقادیر جرم مجازی و میرایی حرکت را می‌توان به شکل زیر نشان داد: [۶]

$$M_{ij} = -\rho \operatorname{Re} \left( \iint \varphi_j n_i d_s \right)$$

$$B_{ij} = -\rho \omega \operatorname{Im} \left( \iint \varphi_j n_i d_s \right)$$

ضرائب ماتریس نیروی بازگرداننده نیز به شکل زیر قابل بیان هستند:

$$K_{ij} = -\rho g \iint_s \frac{\partial}{\partial x_j} (y n_i) ds$$

$$i = ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶$$

### تحلیل دینامیکی کابل

معادلات حاکم بر دینامیک کابلهای مهار در حالت دو بعدی در صفحه قائم را می‌توان به شکل زیر بیان نمود: [۷]

$$\mu_1 \frac{\partial U}{\partial t} - \mu V \frac{\partial \theta}{\partial t} = -T \frac{\partial \theta}{\partial s} + W \cos \theta + (1 + \varepsilon) F$$

معادله حرکت کابل در جهت عمود بر کابل (۱۲)

$$\mu \frac{\partial V}{\partial t} + \mu_1 U \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial s} - W \sin \theta + (1 + \varepsilon) G$$

معادله حرکت در جهت مماس بر کابل

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial s} = - (1 + \varepsilon) \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

شرایط سینماتیکی در جهت عمود و مماس بر کابل

$$\frac{\partial V}{\partial s} + U \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

همچنین ارتباط تنش و کرنش کابل را می‌توان به کمک مدل ماکسول به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\tau Y \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + A_c E_c \varepsilon = T + \tau \frac{\partial T}{\partial t} \quad (۱۳)$$

نیروهای هیدرو دینامیکی F و G را بر اساس سرعت نسبی بین کابل و جریان می‌توان بشکل زیر بیان نمود:



در رابطه (۹) مقادیر ۱ و ۲ و ۳ مربوط به حرکت انتقالی و ۴ و ۵ و ۶ مربوط به حرکت دورانی حول همین محورهاست. شرط مرزی عدم سرعت عمود بر سطح جسم متناسب با دو مسئله اخیر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \varphi^{(S)}}{\partial n} = - \frac{\partial \varphi^{(I)}}{\partial n} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(R)}}{\partial n} = U_n \quad (11)$$

اثر متقابل جسم و موج را می‌توان از معادله (۴) و اعمال شرایط مرزی (۷) و (۱۰) و (۱۱) بدست آورد. حل این معادلات براساس روش انتگرالی صورت می‌گیرد. بدین ترتیب که میدان جریان به کمک توزیعی از چشمه و چاههای سه بعدی که بر روی سطح جسم توزیع می‌گردند ساخته می‌شود [۶]. از روی رابطه برنولی خطی شده می‌توان توزیع فشار روی سطح جسم را ناشی از امواج برخوردی و بازگشتی به صورت زیر محاسبه نمود:

$$P \cdot = \rho \omega \text{Re} [ (i(\varphi^{(I)} + \varphi^{(S)})) e^{-i\omega t} ]$$

بنابراین نیرو و گشتاور حاصل از امواج برابر است با:

$$F_i = \iint_S P \cdot n_y d_s \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

اگر  $\Pi$  نمایانگر بردار عمود بر سطح و  $\Gamma$  موقعیت هر نقطه از سطح را نسبت به مرکز ثقل آن نشان دهد، آنگاه

$$\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$$

$$\vec{r} \times \vec{n} = (n_4, n_5, n_6)$$

$$F = \frac{1}{2} \rho d C_{DN} V_{rel}^2 \sin^2 (\theta - \alpha) \quad (14)$$

$$G = \frac{1}{2} \rho d C_{Dt} V_{rel}^2 \cos^2 (\theta - \alpha)$$

که در آن:

$$V_{rel} = ((V_c^2 - U \sin \theta - V \cos \theta)^2 + (-U \cos \theta + V \sin \theta)^2)^{0.5}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{U \cos \theta - V \sin \theta}{V_c - U \sin \theta - V \cos \theta} \quad (15)$$

برای حل این معادلات و استخراج مقادیر سرعت، تنش، کرنش موجود در کابل در حالت دینامیکی می‌توان با فرض کوچک بودن دامنه نوسانات، از روش اختلالات کوچک بهره گرفت و معادلات را خطی نمود. برای اینکار فرض می‌شود بتوان متغیرهای ظاهر شده در حل دینامیک را بصورت مجموعی از مقادیر ثابت (ناشی از حل استاتیک) و مقادیر نوسانی (ناشی از حل دینامیک) دانست. بدین ترتیب:

$$\begin{aligned} U &= U \cdot (s) + U(s) e^{-i\omega t} \\ V &= V \cdot (s) + V(s) e^{-i\omega t} \\ T &= T \cdot (s) + T(s) e^{-i\omega t} \\ \theta &= \theta \cdot (s) + \theta(s) e^{-i\omega t} \\ \varepsilon &= \varepsilon \cdot (s) + \varepsilon(s) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶) مقادیر بدست آمده از حل استاتیک کابل با زیرنویس (۰) و مقادیر مربوط به حل دینامیک با علامت (-) نشان داده شده‌اند. شکل خطی شده و ماتریسی معادلات دینامیکی کابل با در نظر گرفتن بسط تیلور توابع F و G بصورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta}{ds} \\ \frac{dT}{ds} \\ \frac{dU}{ds} \\ \frac{dV}{ds} \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} \theta \\ T \\ U \\ V \end{bmatrix}$$

که در آن عناصر ماتریس  $P$  را می‌توان از طریق جایگزینی دسته روابط (۱۶) در روابط (۱۲) و استفاده از روابط تکمیلی (۱۳) و (۱۴) و (۱۵) بدست آورد [۷].

## تحلیل دینامیکی کابل و بویه

مسلماً کابل بویه بر روی حرکات بویه مؤثر خواهد بود. این تأثیر بصورت افزایش عبارتهای مربوط به نیروهای حاصل از کابل مهار در سمت راست رابطه (۲) ظاهر خواهد شد. با در نظر گرفتن ماهیت نوسانی به شکل  $e^{-i\omega t}$  برای نیروهای حاصل از موج و نیروی حاصل از خط مهار می‌توان معادلات حرکت را بصورت زیر نوشت:

$$S_{ij} X_{.j} = R_i \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, 6 \\ j = 1, 2, \dots, 6 \end{matrix} \quad (15)$$

$$S_{ij} = -\omega^2(M_{ij} + M_{ij}) - i\omega B_{ij} + K_{ij}$$

$$R_i = F_{.j} + FM_{.j}$$

مقادیر  $F_{.j}$  و  $FM_{.j}$  به ترتیب دامنه مختلط نیروی حاصل از موج و نیروی حاصل از خط مهار را نشان می‌دهد. مقادیر  $FM_{.j}$  بعنوان توابعی از فرکانس بوده و از حل دینامیک و در محل اتصال کابل به بویه مشخص می‌شوند. مقادیر  $F_{.j}$  نیز از روی تحلیل هیدرو دینامیکی و محاسبه نیروها یا گشتاور حاصل از موج قابل جایگزینی هستند. از آنجا که در قسمت‌های قبلی تحلیل بکار رفته جهت کابل تنها در صفحه قائم بررسی شده است به همین جهت از بین دسته روابط (۱۵) تنها مقادیر مربوط به جهت‌های ۱ و ۲ و ۶ در نظر گرفته می‌شوند. معادلات اضافی که ارتباط بین کابل مهار و دینامیک بویه را در محل اتصال کابل به بویه بیان می‌کنند بصورت زیر هستند:

$$U = u \sin \theta_B - v \cos \theta_B$$

$$V = u \sin \theta_B + v \sin \theta_B$$

که در آن  $u$  و  $v$  سرعت‌های محل اتصال کابل به بویه هستند. این سرعتها برابرند با:

$$u = X_1 - y \cdot X_6$$

$$v = X_2 - x \cdot X_6$$

همچنین در محل اتصال کابل مهار ولنگر داریم:

$$U = 0$$

$$V = 0$$

محاسبه دامنه نوسانات حرکتی گوناگون بویه از روی حل دستگاه معادلات خطی داده شده در رابطه (۱۵) به همراه شرایط مرزی مناسب قابل محاسبه می‌باشند.

## نتایج

برای اطمینان از صحت مدل می‌بایستی هر کدام از بخشهای آن را به کمک نتایج حاصل از روابط تحلیلی و یا روابط پیشنهادی موجود مقایسه نمود. شکل (۴) نتایج حاصل از حل عددی مربوط به یک کابل بویانت را نشان می‌دهد. برای چنین کابلی تغییرات شکل کابل بر حسب زاویه کابل در هر مقطع به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$|y| = \frac{D}{1/2\rho C_{DN}dV_C^2} [\text{Ln}(\text{Tan}\frac{\theta_B}{2}) - \text{Ln}(\text{Tan}\frac{\theta}{2})]$$

برای اطمینان بیشتر از صحت حل استاتیک کابل می‌توان از روابط تحلیلی مربوط به کابلها سنگین نیز استفاده گردد.

بخش مهمی از مدل را محاسبه ضرائب هیدرودینامیکی تشکیل می‌دهد. برای بررسی ضرائب هیدرودینامیکی از شکل بویه کروی استفاده شده است. شکل (۵) کره شناوری را نشان می‌دهد که دارای شعاع  $l$  و ارتفاع آب خور آن نیز  $l$  می‌باشد. محور کره در امتداد قائم بوده و موج نیز در امتداد محور  $x$  به کره مورد نظر برخورد می‌کند. برای بررسی مقادیر ضریب نیرو، ضرائب جرم مجازی و میراثی بدخواه سه عمق بدون بعد  $d = (\frac{h}{l}) = 1, 1.5, \infty$  انتخاب شده است. حالت  $d = \infty$  رفتار دیسک شناور را در آبهای عمیق نشان می‌دهد. معمولاً برای بیان ضرائب هیدرودینامیکی از پارامتر فرکانس استفاده می‌شود.

$$\nu = \frac{\omega^2 l}{g} = \tanh(ah)$$

در این رابطه  $a$  عدد پراش است که بصورت  $a = kl$  تعریف می‌شود. علت انتخاب این پارامتر، وابستگی مقادیر جرم مجازی و میراثی حرکت به فرکانس موج است که توسط عبارت  $\nu$  بدون بعد شده است. جهت بررسی درستی روش ارائه شده در محاسبه مقادیر نیرو می‌توان از حل تحلیلی مرجع [۸] برای ستونهای دایره‌ای واقع در مسیر امواج که بر بستر دریا قرار گرفته‌اند، استفاده کرد. نتیجه مقایسه حل عددی ارائه شده، نتایج حل تحلیلی و نتایج تجربی در مرجع [۶] آمده است. اگر چه که در بررسی صحت نتایج از حل

تحلیلی ستونهای دایره‌ای استفاده می‌شود، منتها روند حل به گونه‌ای است که می‌توان از نتایج مربوط به نیروهای ناشی از امواج برخوردی در سازه‌های شناور بهره گرفت. برای بویه حل تحلیلی برای محاسبه ضرائب هیدرودینامیکی جرم مجازی و میرائی وجود ندارد. با وجود این برای اطمینان از رابطه زیر که برای یک جسم تقارن محوری برقرار است استفاده نمود. [۱۰].

$$N_{ii} = \frac{a}{4\pi R_i \tanh(ad)} \frac{\text{Sinh}(ad)}{2ad + \text{Sinh}(ad)} C_i^2 \quad i = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } 6$$

$$N_{ii} = \frac{B_{ii}}{\rho \omega^2 l^3} \quad (\text{ضریب میرائی بدون بعد})$$

$$C_i = \frac{F_{\bullet j}}{\rho g l^3 \eta}$$

این رابطه نیروی ناشی از موج برخوردی به شناور ضرائب میرائی را به یکدیگر مربوط می‌کند. در رابطه فوق ضریب  $N_{ii}$  برای حرکت افقی و قائم دیسک به ترتیب ۱ و ۱/۲ می‌باشد. بنابراین با داشتن ضرائب نیروی وارده بر جسم ضرائب میرائی مستقیماً قابل مقایسه بوده و با ضریب میرائی مربوط به حل عددی قابل مقایسه هستند.

برای کره شناور واقع در مسیر امواج ضرائب بدست آمده در شکل‌های (۶) تا (۱۲) مشخص شده است. نتایج مربوط به حل دینامیکی بویه کروی در شکل (۱۳) مشخص شده است که با نتایج کارگاریسون [۱۰] مطابقت دارد.

پس از اطمینان از صحت کلی اجزاء سازنده مدل می‌توان آنرا جهت بررسی حرکت کلی بویه بکار گرفت. شکل‌های (۱۴) و (۱۵) بطور نمونه حرکت قائم و حرکت دورانی بویه‌ای با مشخصات داده شده در شکل (۱۴) را نشان می‌دهند.

## خلاصه و نتیجه گیری

در کار حاضر مدلی برای بررسی حرکات گوناگون یک شناور مهار شده در محیط دریا ارائه گردید. محدودیتهای بکار رفته در مدل حاضر کوچک بودن دامنه نوسانات موج برخوردی به شناور است. اجزای مختلف مدل صحت هر کدام از بخشهای آن مورد بررسی قرار گرفت. از اجزای گوناگون این مدل می‌توان به تنهایی در بسیاری دیگر از کارهای دریائی استفاده کرد.

## قدردانی

در خاتمه لازم است در پژوهشکده علوم و تکنولوژی زیردریا وابسته به دانشگاه صنعتی اصفهان که در



طی انجام کار حاضر از امکانات بهره‌مند بوده‌ام کمال تشکر را بعمل آورم.

## واژه نامه

- 1- Plane Wave
- 2- Radiation Condition
- 3- Scattering Problem
- 4- Radiation Problem

## مراجع

[1] W&icker , L.F., "T&e Oscillatory Motion of Cable - Towed Bodies University of California, Institute of Engineering Resarc&, Series 82, Issue, Msy 1957

۲- زمانی ، احمد رضا "تحلیل استاتیکی کابل‌های مهار در حالت دو بعدی" گزارش شماره KBUO25M/0013 پژوهشکده علوم و تکنولوژی زیر دریا، دانشگاه صنعتی اصفهان.

۳- زمانی ، احمد رضا "طراحی مقدماتی بسویه اقیانوس شناسی" گزارش شماره KBUO0014M/0014 پژوهشکده علوم و تکنولوژی زیر دریا، دانشگاه صنعتی اصفهان.

۴- زمانی احمد رضا ، "هیدرودینامیک اجسام بزرگ در دریا به کمک توزیع چشمه و چاههای سه بعدی" پایان نامه کارشناسی ارشد، بهار ۱۳۷۳ ، دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی اصفهان و پژوهشکده علوم و تکنولوژی زیر دریا.

[5] Sarpkaya, T.& Isaacson, M. "Mechanics of Wave Force of Offshore Structures ;Van Nostrand Reinhold Company , York , 1981

۶- زمانی ، احمد رضا، استخراج ضرائب هیدرودینامیکی سازه‌های شناور یا ثابت به کمک توزیع چشمه‌ها و چاههای سه بعدی " سومین کنفرانس دینامیک سازه‌ها، تهران ، دانشگاه صنعتی شریف ، ص ۲۵۷ - ۲۴۱ ، ۱۳۷۳.

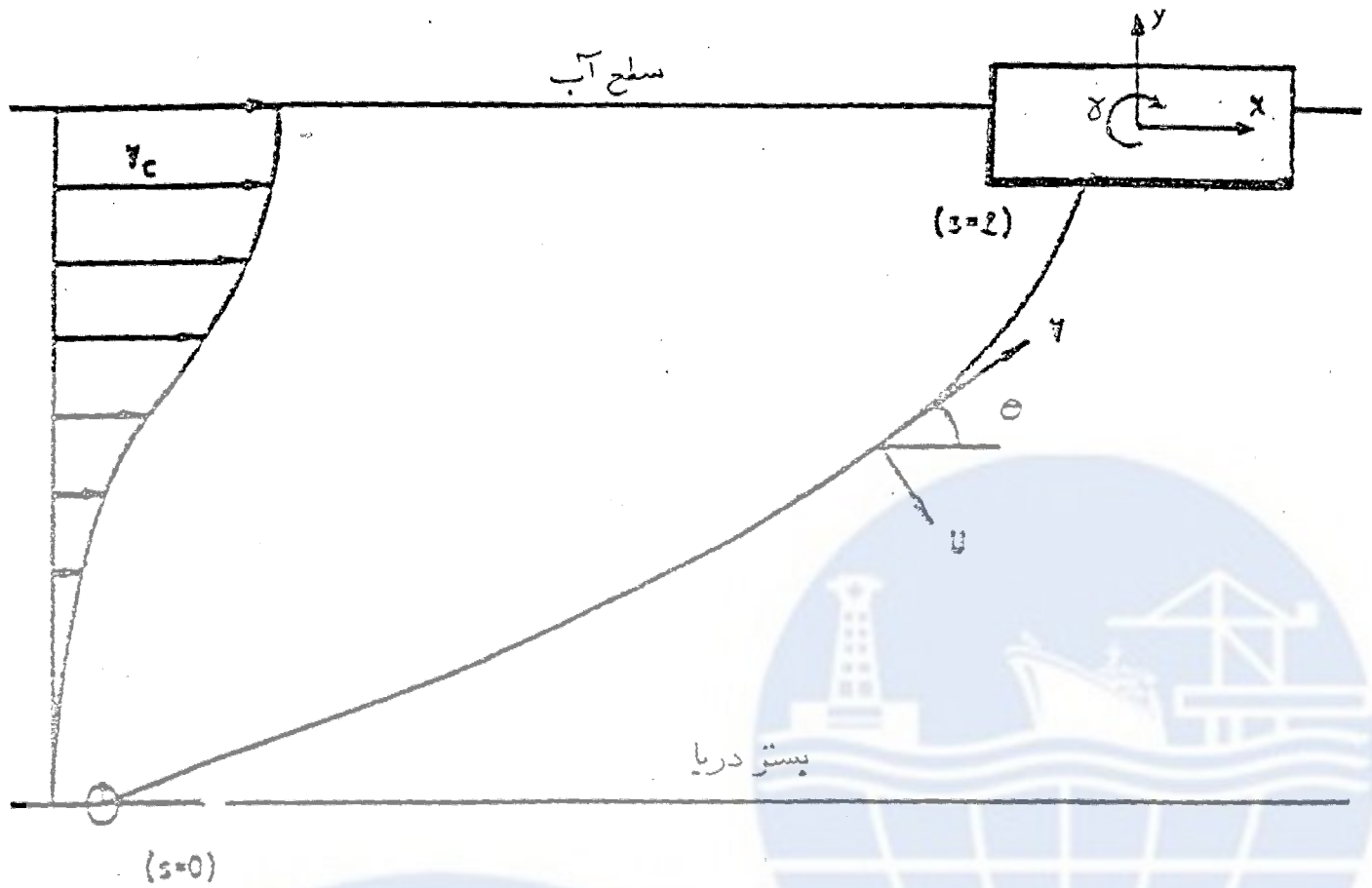
فهرست علائم بکار رفته

سطح مقطع کابل	Ac
عدد پراش	a
ماتریس میرائی، نیروی بویانسی	B
ضریب بدون بعد نیرو	Ci
ضریب نیروی پسا (عمود بر کابل)	CDN
ضریب نیروی پسا (مماس بر کابل)	CDT
ضریب پسا به ازای واحد طول (عمود بر کابل)	D
نیروی پسا روی بویه	DB
قطر کابل ، عمق آب	d
نیروی پسا به ازای واحد طول (مماس بر کابل)	E

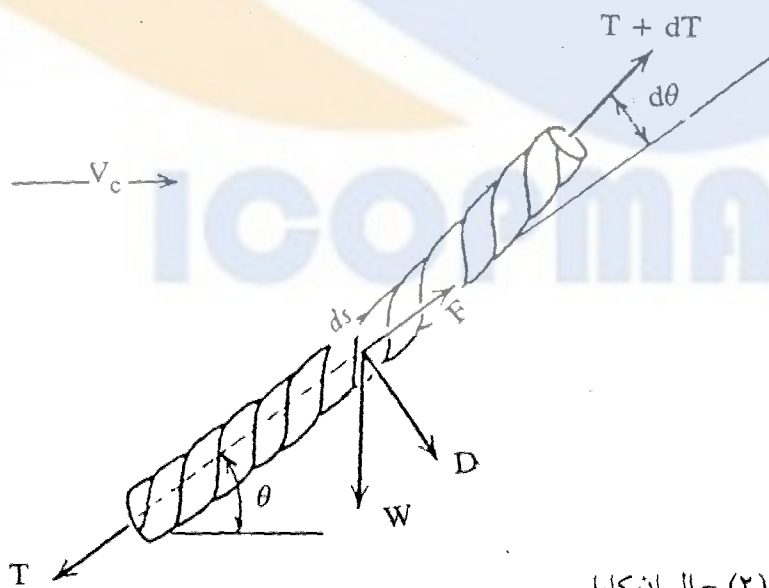
مدول الایسیسته کابل	EC
تابع نیروی هیدرودینامیکی (مماس بر کابل)	F
نیرو یا گشتاور حاصل از امواج	Fi
نیرو یا گشتاور حاصل از خط مهار	FM
تابع نیروی هیدرودینامیکی عمود بر کابل	G
بازوی برگرداننده	GZ
ارتفاع متاسنتر	GM
شتاب ثقل	g
عمق آب	h
درافت بویه	h.
بخش موهومی عدد مختلط	IM
موج برخوردی	(I)
عدد موهومی	i
ماتریس نیروی بازگرداننده	K
عدد موج	k
بعد مشخصه جسم	l
ماتریس جرم مجازی، گشتاور	M
ماتریس جرم وسیله	M
بردار عمود بر سطح	n
ماتریس ضرائب معادلات دیفرانسیل خطی شده دینامیک کابل	P
فشار	P.
بخش حقیقی عبارت موهومی	Re
مجموع نیروهای موج و نیروی حاصل از کابل	RI
امواج ناشی از حرکت شناور	(R)
فاصله	r
سطح جسم، طول کابل	s
کشش کابل	T
زمان	t
سرعت در هر نقطه کابل عمود بر کابل	U
سرعت افقی محل اتصال کابل به بویه	u
سرعت در هر نقطه کابل مماس بر کابل	V
سرعت جریان	Vc
سرعت عمود بر سطح جسم	Vn

سرعت عمودی حمل اتصال کابل به بویه	V
وزن واحد طول کابل	W
وزن بویه	WB
دامنه نوسانات حرکت	X
طول محل اتصال کابل نسبت به مرکز بویه	x.
ضریب ثابت در رابطه تنش کرنش	Y.
عرض محل اتصال کابل نسبت به مرکز بویه	y.
زاویه انحراف بویه نسبت به خط قائم	
کرنش	$\varepsilon$
دامنه موج	
پتانسیل سرعت مختلط	$\phi$
عدد ثابت (مطابق متن)	ki
جرم مجازی واحد طول در جهت عمود بر کابل	
جرم مجازی واحد طول در جهت مماس بر کابل	
پارامتر فرکانس	v
زاویه کابل در محل اتصال به بویه	$\theta_B$
زاویه کابل در هر مقطع نسبت به افق	
چگالی	
ثابت زمانی در معادله ماکول	
مشتق مرتبه اول نسبت به زمان	
مشتق مرتبه دوم نسبت به زمان	

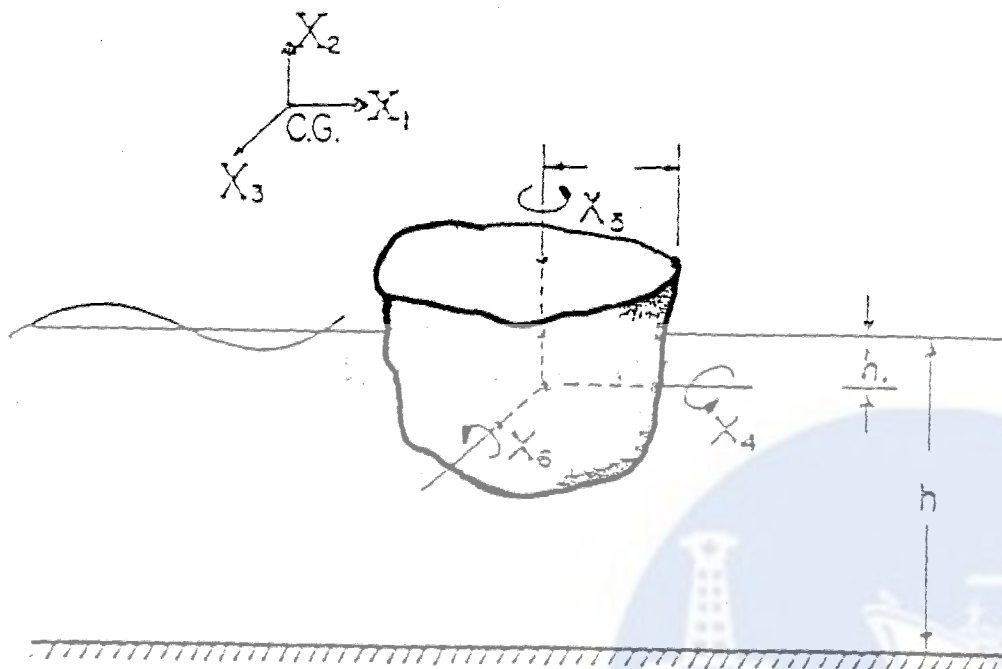
ICOPMAS



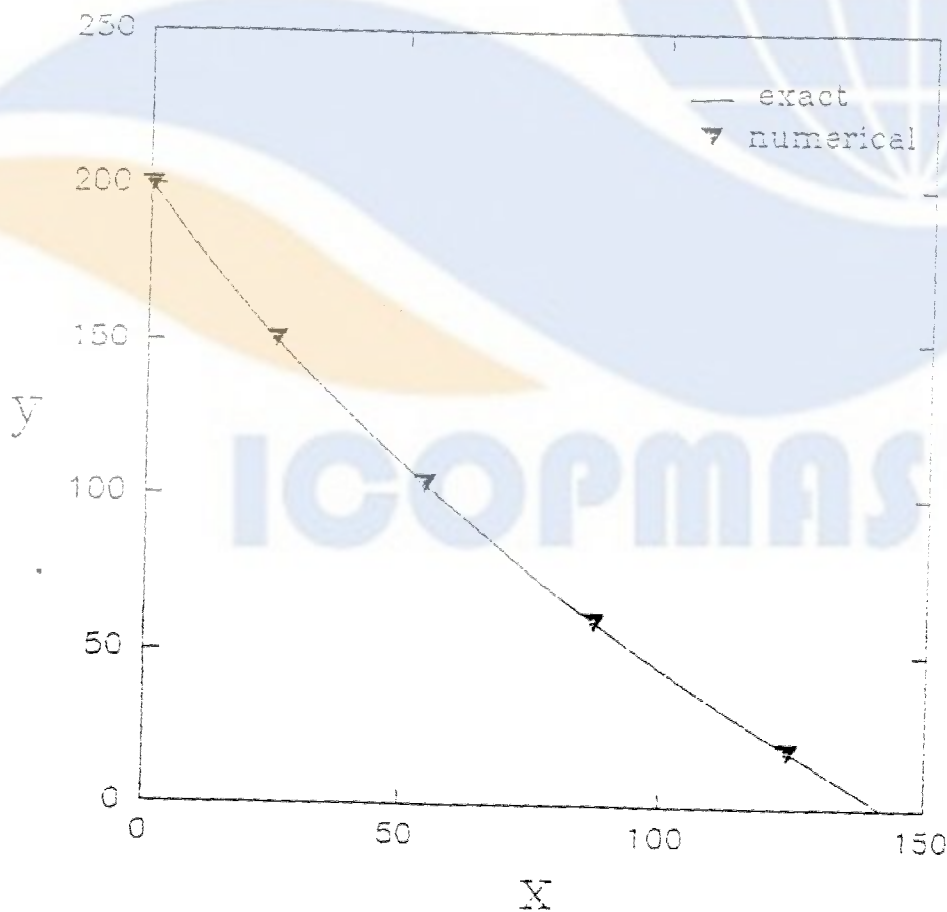
شکل (۱) - کابل به همراه بریده



شکل (۲) - المان کابل

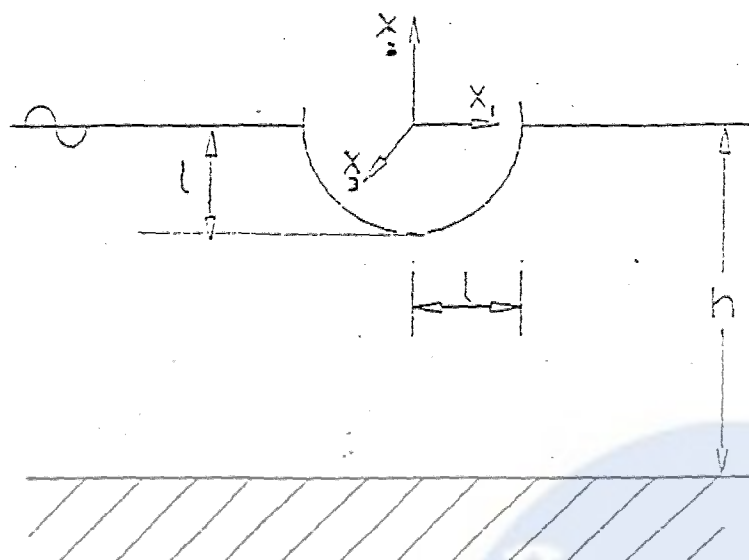


شکل (۳) - نمایش جسيم و محورهای مختصات

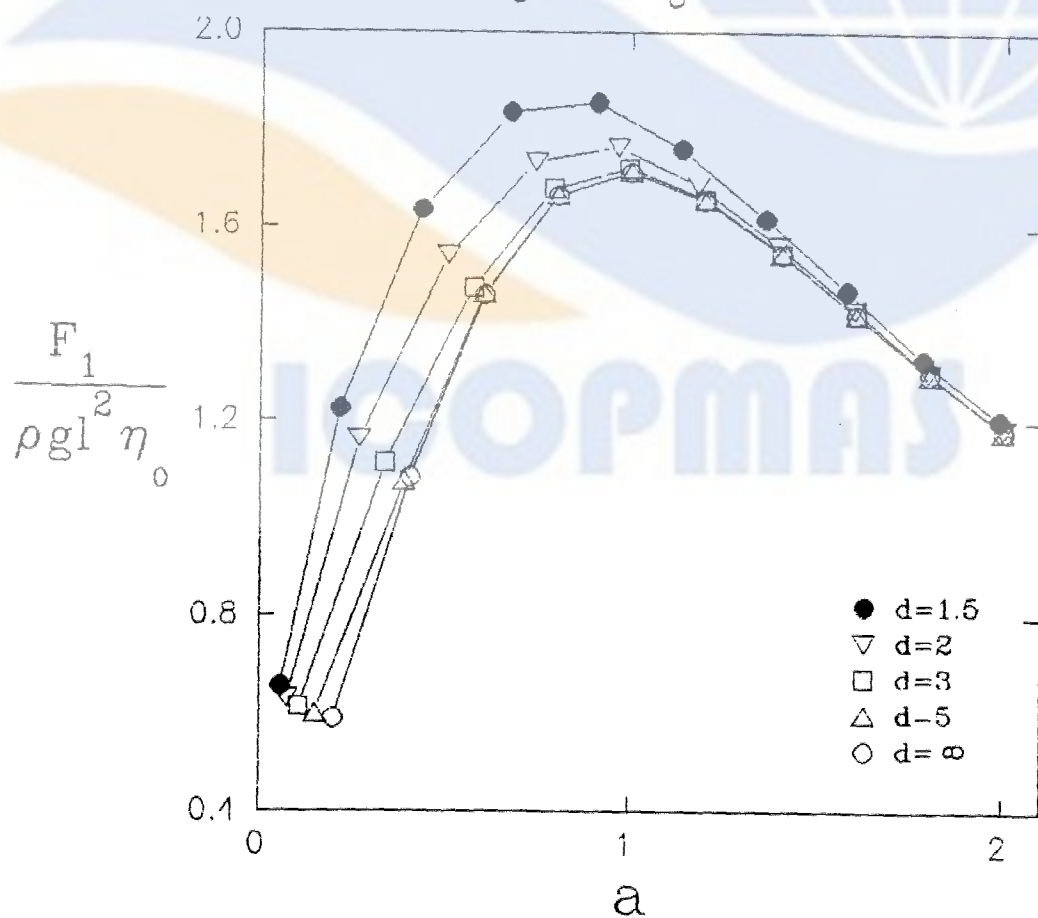


شکل (۴) - شکل کابل بویانت به ازای  $V_C = 1 \text{ m/s}$  ،  $h = 200 \text{ m}$  ،  $D = 1780 \text{ N}$   
 $d = 12/7 \text{ mm}$

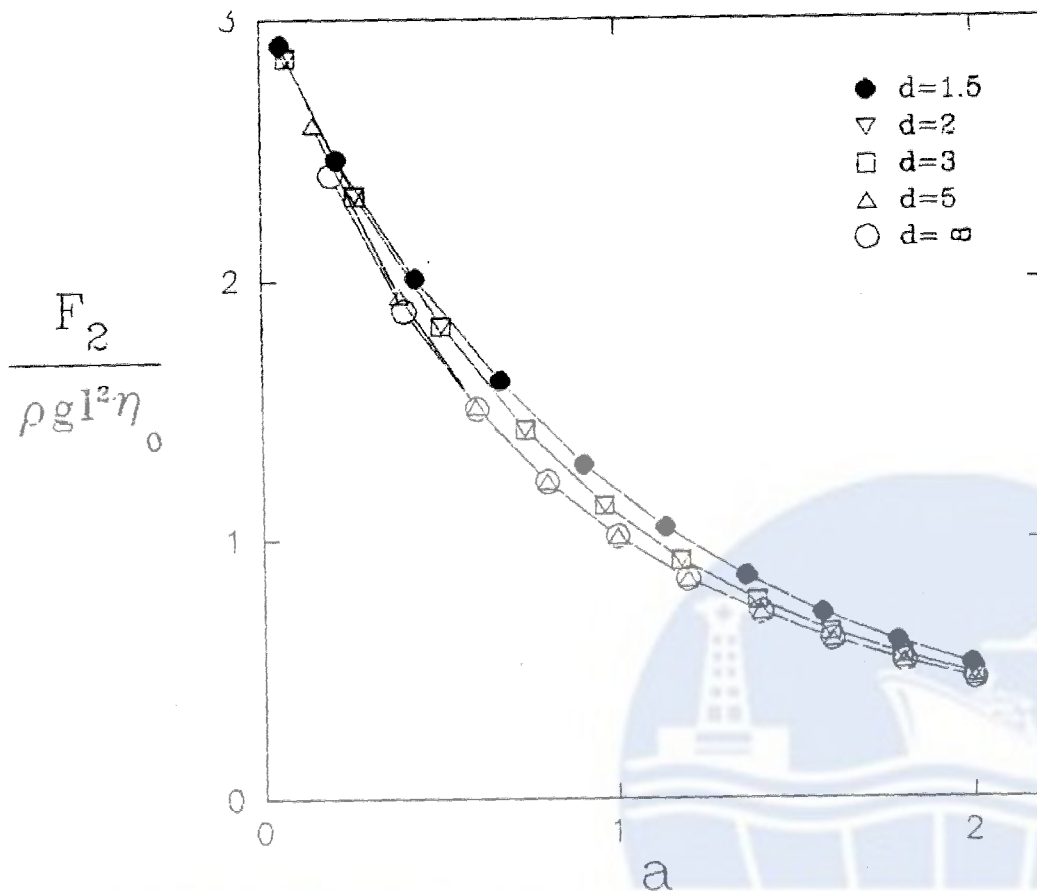




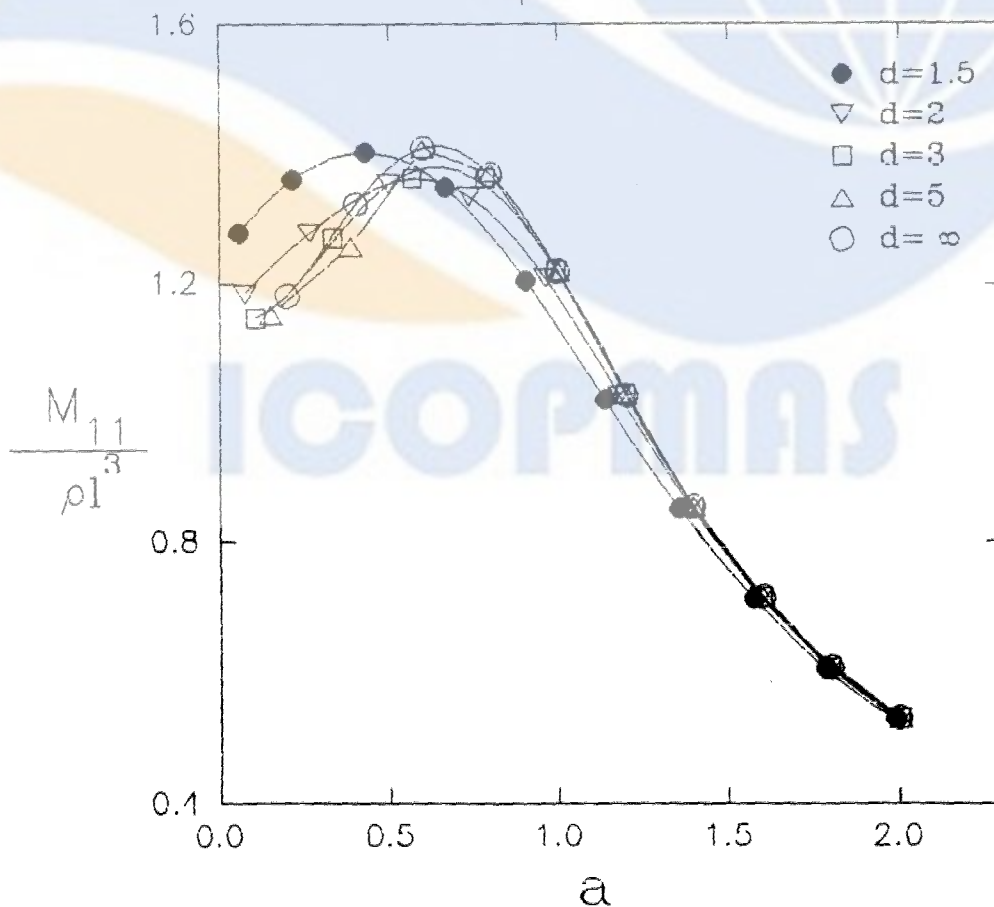
شکل (۵) - نمایش کره شناور



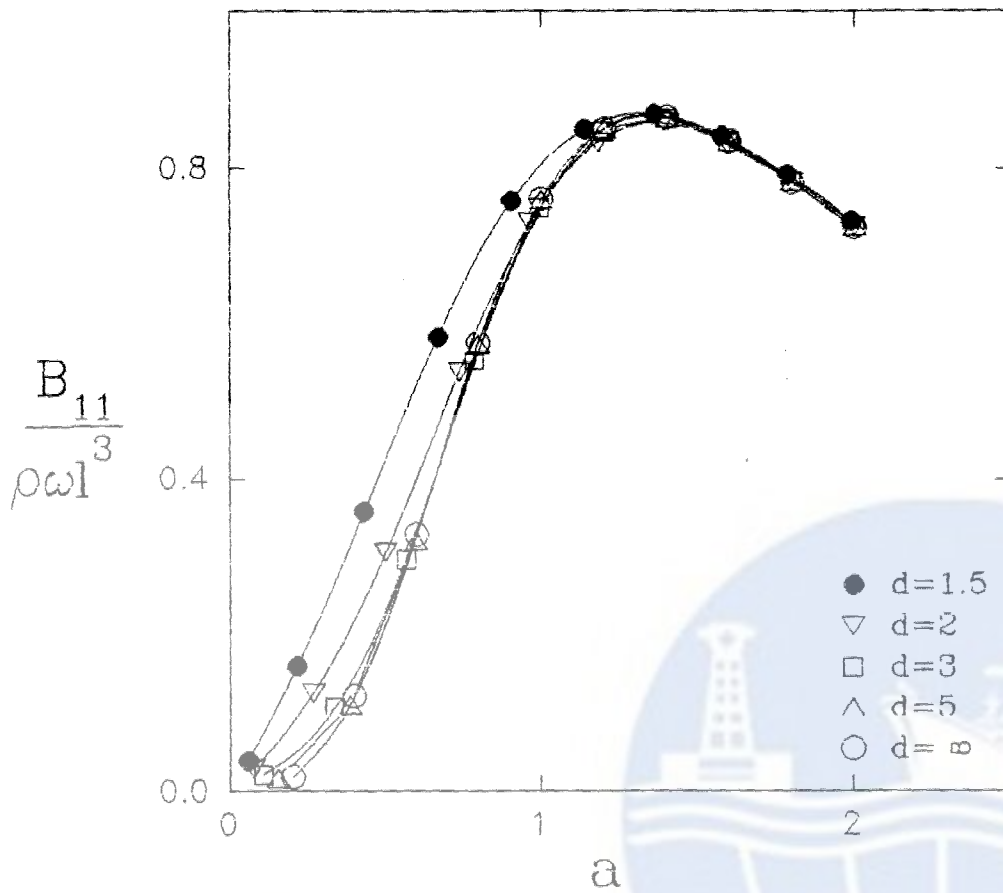
شکل (۶) - ضریب نیروی افقی وارد بر کره



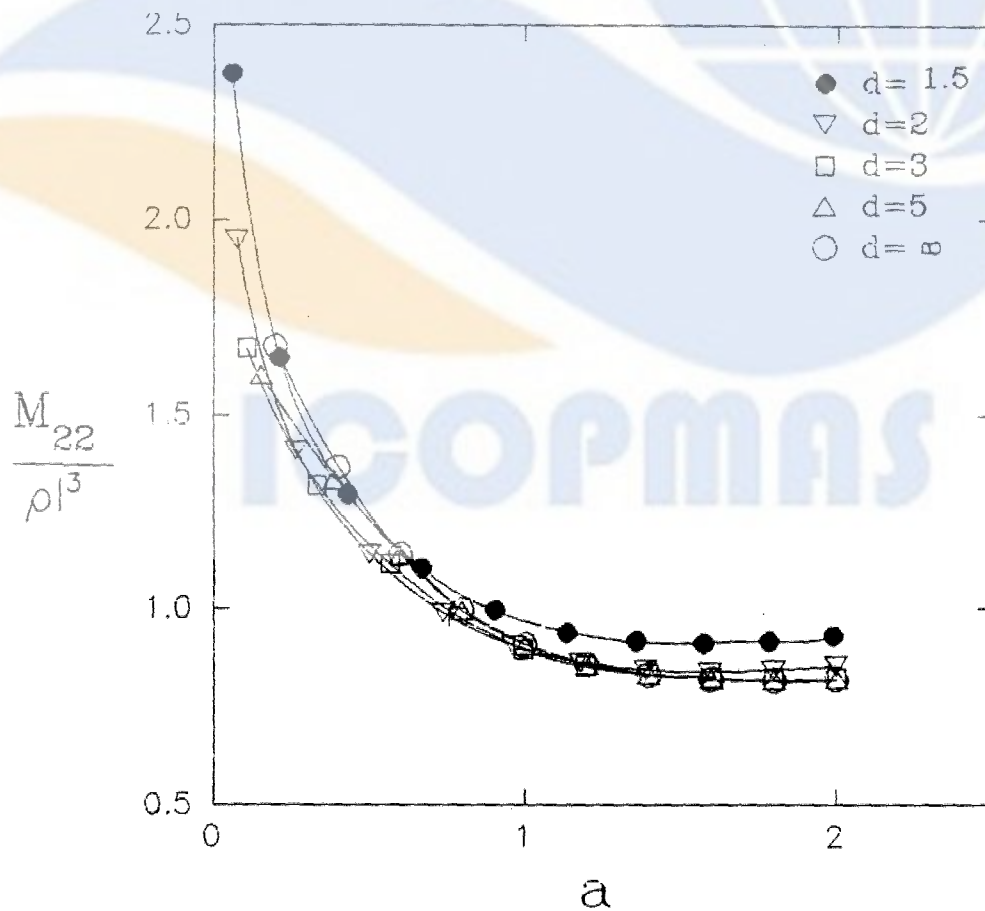
شکل (۷) - ضریب نیروی قائم وارد بر کره



شکل (۸) - ضریب جرم مجازی حرکت افقی کره



شکل (۹) - ضریب میراثی حرکت افقی کره



شکل (۱۰) - ضریب جرم مجازی حرکت قائم کره

## Mathematical Simulation of the Controlled Buoys Behavior

**A. R. Zamani, Eng.**

Submarine R&D Center

### Abstract

Buoys are used as fixed vessels across the sea are used for different purposes. This paper presents a mathematical simulation in order to investigate the behavior of the buoys in various conditions of the sea. This model has different parts, with the most important one being the vessels static analysis, the hydrodynamic analysis and solving the dynamic equations of controlled buoys in the wave paths. In this model, the buoy's body can have any desired shapes. However, it is assumed that the objects shape has axial symmetry and consequently the objects movements are limited to the vertical plane movements. The hydrodynamic analysis of the vessel in the plane waves path are done by using the diffraction theory and numeric techniques of the fluid mechanics. Another section is about the static and dynamic analysis of the controlling cables and the vessel. The static and dynamic equations of the cables under the effect of hydrodynamic pressures were solved by using the limited-parts technique. The final part of the model covers the mixed investigation of the dynamic equations of the cable and buoy system with favorable border conditions. In this paper, the different parts of the model are introduced completely and their validity is investigated, followed by the results in the end.

**Keywords:** buoy behavior; mathematical simulation; hydrodynamic analysis